DISCIPLINARUM SCIENTIA *Disciplinarum Scientia.* **Série: Naturais e Tecnológicas**
Santa Maria, v. 27, n. 3, p. 223-244, 2026
Recebido em: 28.04.2026. Aprovado em: 03.08.2026.
ISSN 2176-462X | DOI: doi.org/10.37779/nt.v27i3.5818

OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS POR EVOLUÇÃO DIFERENCIAL ACOPLADA AO MEF

DIMENSIONAL OPTIMIZATION OF TRUSS STRUCTURES USING DIFFERENTIAL EVOLUTION COUPLED WITH THE FEM

Luiz Antonio Farani de Souza[1], Carolina Alves do Nascimento Alvim[2] e Leonardo Araújo Marcolin[3]

RESUMO

Este estudo tem como objetivo desenvolver, implementar e validar uma metodologia computacional para a otimização dimensional contínua de treliças planas, integrando o método de Evolução Diferencial à análise estrutural linear via Método dos Elementos Finitos, no ambiente Scilab. A formulação considera comportamento elástico linear, deformações infinitesimais e restrições de tensão e deslocamento, sendo as áreas das barras definidas como variáveis contínuas de projeto. Para avaliar a influência da natureza estocástica do algoritmo, foram realizadas dez execuções independentes para cada problema, determinando-se indicadores estatísticos, como média e desvio padrão das massas ótimas, número médio de gerações até a convergência e tempo médio de processamento, além dos históricos de convergência da massa estrutural e da diversidade populacional. A metodologia foi validada em três problemas clássicos de otimização de treliças com 10, 15 e 17 barras. Os resultados apresentaram concordância com soluções de referência da literatura, repetibilidade entre as execuções e atendimento às restrições estruturais. Conclui-se que o algoritmo desenvolvido constitui uma possível ferramenta computacional para a otimização dimensional de treliças submetidas à análise linear, contribuindo para a redução da massa estrutural, do consumo de materiais e das emissões de CO_2.

Palavras-chave: Algoritmos Evolutivos; Análise Numérica; Engenharia Estrutural.

ABSTRACT

This study aims to develop, implement, and validate a computational methodology for the continuous dimensional optimization of planar trusses by integrating the Differential Evolution method with linear structural analysis based on the Finite Element Method within the Scilab environment. The formulation assumes linear elastic behavior, infinitesimal deformations, and stress and displacement constraints, while the cross-sectional areas of the members are defined as continuous design variables. To evaluate the influence of the stochastic nature of the algorithm, ten independent runs were performed for each problem, and statistical indicators were determined, including the mean and standard deviation of the optimal masses, the average number of generations required for convergence, and the average processing time, in addition to the convergence histories of the structural mass and the population diversity. The methodology was validated using three classical truss optimization problems containing 10, 15, and 17 members. The results showed good agreement with reference solutions available in the literature, repeatability among the independent runs, and

1 Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia pela UFPR. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PCV/UEM e curso de Engenharia Civil do campus Apucarana da UTFPR. E-mail: lasouza@utfpr.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7194-5851

2 Mestrado em Engenharia Civil pela UEL. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PCV/UEM. E-mail: engcarolinaalvim@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0009-0007-6603-6515

3 Mestrado em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) pela USP. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PCV/UEM. E-mail: eng.marcolin@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6730-6309

compliance with the structural constraints. It is concluded that the developed algorithm constitutes a potential computational tool for the dimensional optimization of trusses subjected to linear analysis, contributing to the reduction of structural mass, material consumption, and CO_2 emissions.

Keywords: *Evolutionary Algorithms; Numerical Analysis; Structural Engineering.*

1 INTRODUÇÃO

Uma estrutura treliçada consiste em um sistema formado por barras interligadas, amplamente utilizado na engenharia civil e mecânica em aplicações como pontes, coberturas e torres. Sua principal característica é a capacidade de suportar e distribuir cargas de forma eficiente, explorando a resistência proporcionada por configurações triangulares ou poligonais. O projeto de treliças envolve a definição adequada do arranjo geométrico e das dimensões das barras, de modo a garantir resistência, rigidez e estabilidade, ao mesmo tempo em que se busca a minimização do peso e do custo, considerando as propriedades dos materiais, as restrições geométricas e os efeitos das ações aplicadas (Etaati *et al*., 2024). O dimensionamento ótimo de estruturas treliçadas é um problema relevante na otimização estrutural e apresenta natureza não linear, porque as áreas das seções transversais das barras, definidas como variáveis de projeto, influenciam diretamente a análise dos esforços internos e o atendimento aos limites de tensão do material (Bekdaş; Nigdeli; Türkakin, 2016).

De modo geral, os algoritmos de otimização podem ser classificados em dois grandes grupos, a saber: métodos baseados em gradientes e métodos metaheurísticos. Os algoritmos baseados em gradientes buscam o mínimo avançando na direção oposta ao sinal da derivada da função objetivo; entretanto, sua velocidade de convergência depende fortemente do ponto inicial, podendo resultar em convergência para mínimos locais. Além disso, em muitos casos, o cálculo das derivadas é complexo ou até inviável. Em contraste, os métodos metaheurísticos dispensam o uso de derivadas, empregando princípios de aleatoriedade na busca pela solução ótima. Ao explorar simultaneamente um conjunto amplo de soluções distribuídas pelo espaço de projeto, esses métodos apresentam maior capacidade de escapar de ótimos locais e de aproximar-se do ótimo global. Em razão de características como simplicidade de implementação e robustez, as metaheurísticas têm sido cada vez mais aplicadas em problemas de engenharia civil (Nguyen; Vu, 2023).

Os algoritmos metaheurísticos são largamente utilizados por sua eficiência na resolução aproximada de problemas complexos de otimização, notadamente quando não há métodos específicos adequados (Yancang *et al*., 2017; Georgioudakis; Plevris, 2020). Storn e Price (1997) propuseram o algoritmo de Evolução Diferencial (DE) no final da década de 1990, apresentando-o como um método de otimização simples, porém robusto, voltado à resolução de problemas de otimização global. O princípio fundamental do algoritmo DE consiste na evolução de uma população de soluções candidatas por meio de operações de mutação, cruzamento e seleção aleatória de conjuntos formados por

três indivíduos, utilizados na geração de novas soluções. Esse processo iterativo tem como objetivo identificar a melhor solução para o problema em análise.

A literatura recente evidencia o crescente uso de algoritmos metaheurísticos, em especial da DE e de suas variações, na otimização estrutural de treliças e torres, motivado por sua eficiência em problemas com variáveis discretas e contínuas, múltiplas restrições e requisitos normativos. Ho-Huu *et al.* (2015) desenvolveram o método D-ICDE para problemas com variáveis contínuas e discretas, obtendo melhor convergência e redução de peso estrutural. Vargas *et al.* (2016) evidenciaram o potencial da DE em problemas de otimização estrutural multiobjetivo, alcançando resultados competitivos quanto ao desempenho, custo e segurança. Posteriormente, Jalili e Hosseinzadeh (2018) propuseram um algoritmo híbrido BBO-DE, enquanto Kao, Hung e Setiawan (2020) apresentaram uma versão aprimorada da DE (EDE), ambos demonstrando ganhos em convergência e qualidade das soluções. Mais recentemente, Ogata, Gomes e Almeida (2025) avaliaram diferentes metaheurísticas aplicadas à otimização de torres treliçadas, enquanto Zarbilinezhad e Gholizad (2025) desenvolveram um método híbrido baseado em Otimização pelo Jogo do Caos e Evolução Diferencial, reduzindo a convergência prematura e melhorando o desempenho. Por fim, Truong (2026) propôs uma versão aprimorada da DE para a otimização de treliças de aço com comportamento não linear, incorporando estratégias para reduzir o custo computacional e obtendo desempenho superior em comparação com outras metaheurísticas.

Neste contexto, este artigo tem como escopo o desenvolvimento, a implementação e a validação de uma metodologia computacional para a otimização dimensional contínua de estruturas treliçadas visando à minimização da massa total. A metodologia combina o método metaheurístico DE com a análise estrutural linear fundamentada no Método dos Elementos Finitos - MEF (Pepper; Heinrich, 2017), sendo implementada no ambiente Scilab (Scilab, 2026). A formulação dispensa o cálculo de derivadas e é aplicada à otimização estrutural contínua considerando restrições de tensão e de deslocamento, admitindo comportamento elástico linear do material e deformações infinitesimais. Os efeitos de flambagem nas barras comprimidas não são incluídos nas análises. As áreas das seções transversais das barras são definidas como variáveis de projeto contínuas e avaliadas por intermédio de uma função objetivo penalizada que incorpora as violações das restrições estruturais.

Para mitigar a influência da natureza estocástica do algoritmo DE e proporcionar uma avaliação mais consistente da implementação computacional, cada estudo de caso é submetido a dez execuções independentes. A partir dessas execuções, são obtidos o histórico de convergência da massa estrutural e da diversidade populacional, bem como indicadores estatísticos de desempenho, incluindo a melhor e a média das massas ótimas, o desvio padrão das soluções, o número médio de gerações até a convergência e o tempo médio de processamento. Essa sistematização permite avaliar a qualidade das soluções obtidas e a repetibilidade e a estabilidade computacional da metodologia implementada. Estudos de caso da literatura são efetuados, envolvendo treliças planas com 10, 15 e 17 barras,

permitindo a comparação direta dos resultados obtidos com aqueles reportados por outros autores. Os resultados numéricos demonstram boa concordância com soluções de referência, eficiência do algoritmo em termos de convergência e robustez na obtenção de soluções viáveis, evidenciando o potencial do método DE acoplado ao MEF como uma ferramenta confiável para a otimização estrutural de treliças.

Embora a otimização dimensional de treliças por meio da DE seja um tema extensamente consolidado na literatura, a contribuição desta pesquisa concentra-se na implementação, integração e validação computacional dessa abordagem em um ambiente de programação livre e amplamente acessível, o Scilab. A sistematização do algoritmo, associada à sua integração com uma rotina de análise estrutural linear baseada no MEF, resulta em uma ferramenta computacional cuja implementação é descrita de forma detalhada e validada por meio de problemas clássicos da literatura. Desse modo, o estudo busca contribuir para a disseminação e reprodutibilidade dessa metodologia em atividades de pesquisa, ensino e desenvolvimento de aplicações computacionais em engenharia estrutural. Outrossim, ainda que restrita ao regime linear elástico, a otimização dimensional apresentada evidencia o potencial da utilização de técnicas de otimização para promover o uso mais racional de materiais e a redução da massa estrutural, aspectos relevantes sob as perspectivas econômica e de sustentabilidade.

2 MATERIAL E MÉTODOS

Nesta seção são apresentados a formulação do problema e os procedimentos computacionais adotados no estudo. Descrevem-se a definição da função objetivo, das variáveis de projeto e das restrições estruturais, do mesmo modo que os fundamentos do método de Evolução Diferencial aplicado à otimização estrutural dimensional contínua. Por fim, detalha-se a implementação computacional, na qual o algoritmo de otimização é acoplado à análise estrutural linear via MEF.

2.1 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL DE TRELIÇAS

A otimização consiste em um procedimento destinado à determinação dos valores extremos, máximo ou mínimo, de uma função matemática, sujeita ou não a restrições previamente estabelecidas (Tung; Nga, 2024). No contexto deste estudo, o processo tem por finalidade identificar as áreas ótimas das seções transversais das barras que conduzam à minimização da massa total da estrutura, respeitando os limites impostos aos deslocamentos nodais e às tensões axiais. As áreas das seções transversais dos elementos estruturais, reunidas no vetor $\boldsymbol{A}$, constituem as variáveis de projeto do problema, sendo sua definição expressa pela seguinte equação (Martinelli; Alves, 2020):

$$\boldsymbol{A} = [A_1, \quad A_2, \ldots \quad , A_{NTEL}]^T \tag{1}$$

na qual representa o número total de elementos (barras) da estrutura. A função objetivo *f(**A**)*, que determina a massa total da estrutura, é determinada somando as massas individuais de cada barra. A equação utilizada para esse cálculo é:

$$f(\boldsymbol{A}) = \rho \sum_{i=1}^{NTEL} A_i L_i \tag{2}$$

sendo ρ a massa específica, A_i a área da seção transversal da barra *i* e L_i o comprimento da barra *i*. De maneira geral, as restrições impostas ao problema de otimização são representadas por:

$$\begin{cases} |u_k| \leq u_{máx}, & k = 1, \ldots, NTGL \\ |\sigma_i| \leq \sigma_{máx}, & i = 1, \cdots, NTEL \\ A_{mín} \leq A_i \leq A_{máx}, & i = 1, \cdots, NTEL \end{cases} \tag{3}$$

em que *NTGL* é o número total de graus de liberdade da estrutura, $\sigma_{máx}$ é a tensão normal máxima, $u_{máx}$ é o deslocamento nodal máximo, e $A_{mín}$ e $A_{máx}$ são os valores limites mínimo e máximo para as variáveis de projeto, respectivamente. Para incorporar as restrições de tensão e deslocamento ao problema de otimização sem a necessidade de algoritmos restritos complexos, adota-se a técnica de penalização externa. Desse modo, as violações das restrições de tensão (g_σ) e de deslocamento (g_u) são normalizadas e calculadas a partir das maiores violações encontradas na estrutura após a análise via MEF, conforme, respectivamente, às seguintes equações:

$$g_\sigma = max\left(\frac{|\sigma_i|}{\sigma_{máx}} - 1\right), i = 1, \cdots, NTEL \tag{4}$$

$$g_u = max\left(\frac{|u_k|}{u_{máx}} - 1\right), k = 1, \cdots, NTGL \tag{5}$$

As funções de penalidade individuais para as tensões (pen_σ) e deslocamentos (pen_u) são ativadas apenas se houver violação dos limites admissíveis ($g > 0$). Utiliza-se um coeficiente de penalização constante igual a 100, definido empiricamente com base nos testes computacionais, resultando em:

$$pen_\sigma = 100\, max(g_\sigma, 0) \tag{6}$$

$$pen_u = 100\, max(g_u, 0) \tag{7}$$

A penalidade total (*pen*) combinada que afeta o indivíduo é dada pela soma das penalidades individuais ($pen=pen_\sigma+pen_u$). Por fim, a função objetivo penalizada (ou função de aptidão) $\hat{f}(\mathbf{A})$, que orienta o processo de seleção do algoritmo evolucionário, é estruturada de forma multiplicativa:

$$\hat{f}(\mathbf{A}) = f(\boldsymbol{A}) \cdot (1 + pen) \tag{8}$$

2.2 MÉTODO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL PARA OTIMIZAÇÃO CONTÍNUA

O método DE opera sobre uma população de N_{pop} vetores de dimensão *NTEL*. Para cada geração *G*, a evolução ocorre por meio de três operadores principais: mutação (criação do vetor doador), cruzamento (vetor experimental) e seleção (critério ganancioso). Na otimização dimensional contínua, as variáveis de decisão (como as áreas A_i das barras) podem assumir qualquer valor real dentro de um intervalo fechado [$A_{mín}$, $A_{máx}$]. Na inicialização ($G = 0$), uma população de N_{pop} indivíduos é gerada aleatoriamente por (Storn; Price, 1997; Kaveh; Hamedani; Hamedani, 2023):

$$X_{j,i}^{(0)} = A_{mín} + rand_{j,i}(0,1) \cdot (A_{máx} - A_{mín}) \tag{9}$$

sendo $i = 1, \ldots, N_{pop}$, $j = 1, \ldots, NTEL$ e um gerador de números aleatórios uniformes ao intervalo [0, 1]. Com relação à mutação, cria-se um vetor doador $v_{i,G+1}$ para cada indivíduo alvo $X_{i,G}$ a partir da combinação linear de três outros indivíduos distintos sorteados aleatoriamente:

$$\boldsymbol{v}_{i,G+1} = \boldsymbol{X}_{r_1,G} + FS \cdot \left(\boldsymbol{X}_{r_2,G} - \boldsymbol{X}_{r_3,G}\right) \tag{10}$$

sendo r_1, r_2 e r_3, e $\in [1, N_{pop}]$ índices inteiros e mutuamente exclusivos ($r_1 \neq r_2$, $r_1 \neq r_3$, $r_2 \neq r_3$, todos $\neq i$). O parâmetro $FS \in [0, 2]$ representa o fator de escala que controla a amplificação da variação diferencial ($X_{r2,G} - X_{r3,G}$). No cruzamento, o vetor experimental $u_{i,G+1}$ é formado para aumentar a diversidade:

$$u_{j,i,G+1} = \begin{cases} v_{j,i,G+1} \; se \; rand_j(0,1) \leq CR \; ou \; j = j_{rand} \\ X_{j,i,G} \; caso \; contrário \end{cases} \tag{11}$$

O parâmetro CR $\in$ [0, 1] é a constante de cruzamento, que deve ser determinada pelo usuário, e $j_{rand} \in$ [1, NTEL] um índice inteiro sorteado aleatoriamente que garante que o vetor experimental possua ao menos um componente proveniente do vetor doador (Storn; Price, 1997). O método DE utiliza uma seleção determinística. O vetor experimental $u_{i,G+1}$ só substitui o original $X_{i,G+1}$ se resultar em uma aptidão melhor ou igual:

$$\boldsymbol{X}_{i,G+1} = \begin{cases} \boldsymbol{u}_{i,G+1}, se \; \hat{f}\left(\boldsymbol{u}_{i,G+1}\right) \leq \hat{f}\left(\boldsymbol{X}_{i,G}\right) \\ \boldsymbol{X}_{i,G}, caso \; contrário \end{cases} \tag{12}$$

O processo tem início com a definição dos parâmetros do algoritmo DE e dos limites das variáveis de projeto, seguido da geração aleatória da população inicial de soluções candidatas. Cada indivíduo da população é avaliado por meio de uma análise estrutural linear fundamentada no MEF, a partir da qual são obtidos os deslocamentos nodais, as forças normais e as tensões normais nas barras, permitindo o cálculo da função objetivo penalizada. Em seguida, os operadores de mutação, cruzamento e seleção são aplicados sequencialmente, os quais são responsáveis pela evolução da população ao longo das gerações. O ciclo iterativo é repetido até que seja atendido o critério de convergência estabelecido, resultando na identificação da solução ótima, caracterizada pelas áreas das seções transversais que minimizam a massa total da estrutura e satisfazem as restrições impostas.

2.3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MÉTODO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

A implementação computacional do método DE é desenvolvida no ambiente Scilab, versão 2026.0.0, integrando o algoritmo de otimização a uma rotina de análise estrutural linear fundamentada no MEF. O pseudocódigo apresentado na Figura 1 consiste na integração do método DE com a análise estrutural via o MEF, cujo objetivo é otimizar as áreas das barras de uma treliça, minimizando sua massa total e atendendo às restrições estruturais.

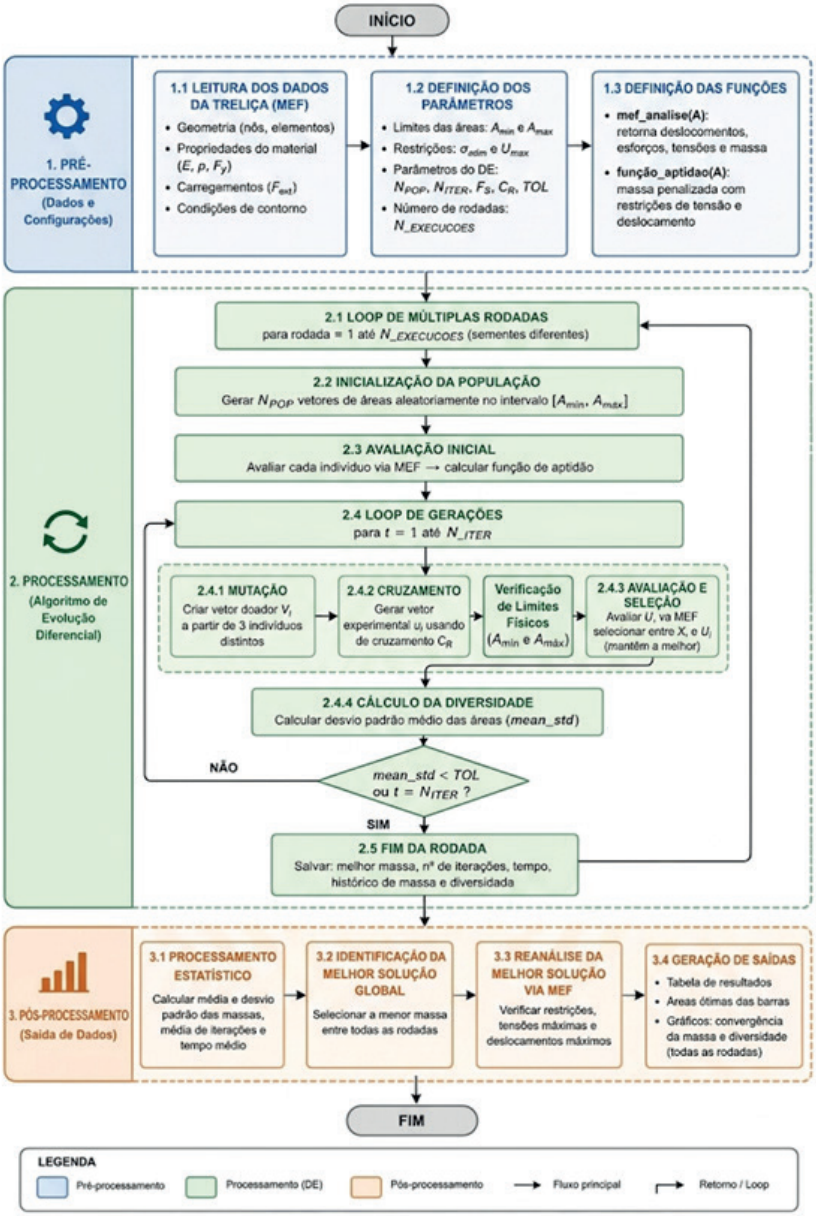
O algoritmo inicia-se com a definição dos parâmetros de entrada: o tamanho da população N_{pop}, o número máximo de iterações N_{ITER}, o fator de escala $FS \in [0,2]$, a taxa de cruzamento $CR \in [0,1]$, a tolerância de convergência (TOL) e os limites ($A_{mín}$) e máximo ($A_{máx}$) das variáveis de projeto. A definição desses parâmetros é estabelecida nas diretrizes da literatura de otimização global e adaptada às características de rigidez e acoplamento do MEF.

O tamanho da população N_{pop} é fixado entre e , em que representa a dimensão do vetor de variáveis de projeto (ou seja, D é o número de barras $NTEL$) (Storn; Price, 1997). No entanto, Das e Suganthan (2010) argumentam que problemas de otimização estrutural sob restrições severas de tensão e deslocamento exigem populações maiores para mapear adequadamente as fronteiras do espaço viável.

O fator de escala FS controla a magnitude da perturbação vetorial durante a etapa de mutação. Segundo Mezura-Montes, Velázquez-Reyes e Coello (2006), valores elevados de aumentam a capacidade de exploração global, mas dificultam o refinamento local. Em contrapartida, Georgioudakis e Plevris (2020) demonstram que, em problemas de dimensionamento de treliças (em que o espaço de busca possui alta não linearidade), um valor moderadamente baixo intensifica a busca local em regiões promissoras previamente identificadas, permitindo um ajuste fino das áreas das seções transversais.

A taxa de cruzamento CR é a constante de cruzamento que define a probabilidade de o vetor experimental herdar componentes do vetor mutado. Storn e Price (1997) recomendam valores de elevados para funções cujas variáveis apresentam forte interdependência (funções não separáveis). Na Mecânica das Estruturas, a alteração geométrica de uma única barra altera a matriz de rigidez global e redistribui os esforços internos por todo o sistema estrutural. Assim, uma taxa = 0,9 garante que as modificações estruturais sejam avaliadas de forma coordenada, preservando o histórico de bom desempenho das soluções anteriores (Das; Suganthan, 2010).

Figura 1 - Pseudocódigo do algoritmo de otimização estrutural via DE acoplada ao MEF.



Fonte: Os Autores (2026) com edição de IA (OPENAI, 2026).

O processamento central do programa é governado por uma estrutura de *loops* aninhados. O *loop* externo gerencia as múltiplas rodadas independentes (*for rodada = 1:N_EXECUCOES*). Para assegurar uma real independência estocástica entre as rodadas e evitar trajetórias de busca idênticas, a semente do gerador pseudoaleatório é dinamicamente modificada a cada iteração macro por meio do comando rand('seed', rodada * 113). O tempo de execução de cada rodada é cronometrado de forma individualizada com o par de comandos *tic*() e *toc*().

A população inicial X é gerada de forma homogênea a partir de uma distribuição uniforme dentro das fronteiras espaciais [$A_{mín}$, $A_{máx}$]. Cada indivíduo (vetor contendo as áreas das barras) passa por uma avaliação inicial da função objetivo penalizada (*funcao_aptidao*), a qual invoca internamente a rotina do MEF (*mef_analise*) para calcular a rigidez estrutural, resolver o sistema linear

$K\,u = F_{ext}$, extrair tensões normais e computar a massa total. Soluções que violem os limites estruturais de deslocamento ou tensão sofrem uma penalização externa multiplicativa constante igual a 100, reduzindo drasticamente sua competitividade nas gerações subsequentes. O código computacional implementado no programa Scilab referente ao loop evolutivo é mostrado na Figura 2. O loop evolutivo interno (*for t = 1:N_ITER*) executa ciclicamente as etapas biológicas do algoritmo DE para cada indivíduo da população.

Figura 2 - Código computacional escrito no Scilab referente ao *loop* evolutivo (gerações/múltiplas rodadas).

```
//Configuração do Teste Estatístico (Múltiplas Rodadas)
N_EXECUCOES = 10;
historico_massa = zeros(N_EXECUCOES, 1);
historico_iters = zeros(N_EXECUCOES, 1);
historico_tempo = zeros(N_EXECUCOES, 1);
// Alocação das matrizes de histórico para plotagem de todas as rodadas (%nan evita retornos a zero)
historico_converg_massa = %nan * zeros(N_ITER, N_EXECUCOES);
historico_converg_std   = %nan * zeros(N_ITER, N_EXECUCOES);
melhor_massa_global = %inf;
Aotim_global = zeros(1, NTEL);
mprintf("Executando %d rodadas independentes do algoritmo...\n", N_EXECUCOES);
for rodada = 1:N_EXECUCOES
   disp('Rodada:',rodada)
   // Altera a semente a cada rodada para garantir independência estocástica real
   rand('seed', rodada * 113);
   tic() //Inicia o cronômetro da rodada atual
   //Inicialização da População
   X = Amin + rand(N_POP, NTEL) * (Amax - Amin);
   //Avaliação de Aptidão Inicial
   fit = zeros(N_POP, 1);
   for i=1:N_POP
      fit(i) = funcao_aptidao(A0,RHO,NTEL,SIGMA_ADM,U_MAX);
   end
   [Aotim_fit, idx] = min(fit);
   Aotim = X(idx, :);
   for t = 1:N_ITER
      for i = 1:N_POP
         p = grand(1, "prm", (1:N_POP)'); // Gera permutação de 1 a N_POP
         p(p == i) = []; // Remove o índice da partícula atual
         r = p(1:3); //Seleciona os 3 primeiros para mutação
         //Mutação (Criação do Vetor Doador)
         V = X(r(1),:) + FS * (X(r(2),:) - X(r(3),:));
   if M_total < melhor_massa_global then
      melhor_massa_global = M_total;
      Aotim_global = Aotim;
   end
end
         //Seleção (Critério Ganancioso)
         fit_U = funcao_aptidao(U',RHO, NTEL,SIGMA_ADM,U_MAX);
         if fit_U <= fit(i) then
            X(i,:) = U;
   // Mapeia a melhor solução absoluta global entre as 30 execuções
            fit(i) = fit_U;
         end
      end
      [val, idx] = min(fit);
      if val < Aotim_fit then
         Aotim_fit = val;
            end
         end
         //Verificação de Limites
         U = max(min(U, Amax), Amin);
   historico_iters(rodada) = t;    // Salva iterações da rodada
   historico_massa(rodada) = M_total;
         Aotim = X(idx,:);
      end
      M_total = mef_analise(Aotim',RHO);
      //Critério de convergência (Critério de Diversidade da População - Desvio padrão)
      stds = stdev(X,"r"); //Calcula o desvio padrão de cada coluna (área) da população X
      mean_std = mean(stds); // Média dos desvios padrão das áreas
      // ADAPTAÇÃO: Armazena o histórico de cada iteração para a rodada corrente
      historico_converg_massa(t, rodada) = M_total;
      historico_converg_std(t, rodada)   = mean_std;
      if mean_std < TOL || t == N_ITER then
         break;
```

```
    //Cruzamento (Vetor Experimental)
    U = X(i,:);
    j_rand = grand(1,1,"uin",1,NTEL);
    for j = 1:NTEL
      if rand() <= CR | j == j_rand then
        U(j) = V(j);
      end
    end
    historico_tempo(rodada) = toc(); // Salva tempo da rodada
```

Fonte: Os Autores (2026).

Para cada vetor alvo na etapa mutação, gera-se uma permutação aleatória exclusiva dos índices populacionais via comando *grand(1, "prm", ...)*, selecionando três indivíduos distintos para compor o vetor doador baseado na perturbação diferencial amplificada pelo fator de escala . No cruzamento, constrói-se um vetor experimental misturando os componentes do indivíduo original e do doador. O processo é regulado pela taxa de cruzamento , aplicando-se também um índice aleatório obrigatório (*j_rand*) para garantir que o vetor gerado herde ao menos uma característica do vetor mutado. Na verificação de limites, aplica-se uma restrição de fronteira do tipo *clamping* via funções *max* e *min*, forçando o vetor experimental a retornar aos limites físicos estabelecidos ($A_{mín}$ e $A_{máx}$) caso tenha extrapolado o espaço de projeto durante a mutação. Adota-se um critério ganancioso determinístico na etapa seleção. O vetor experimental substitui o indivíduo original na população apenas se sua aptidão penalizada for estritamente menor ou igual.

Ao final de cada geração, o desvio padrão de cada coluna da matriz populacional é quantificado com a função *stdev(X, "r")*, e a sua média global é calculada via função *mean(stds)*. Esse parâmetro atua como um indicador dinâmico da diversidade populacional. O *loop* evolutivo atual é interrompido prematuramente se o desvio padrão médio for inferior à tolerância definida (*mean_std* < *TOL*), sinalizando que a população convergiu para uma região comum do espaço de busca, ou se o limite *N_ITER* for alcançado. A rotina mapeia continuamente a melhor massa absoluta e o vetor de áreas correspondente ao longo de todas as execuções, armazenando-os em variáveis globais (*melhor_massa_global* e *Aotim_global*).

No pós-processamento, a melhor solução global obtida é novamente analisada pelo MEF para verificar o atendimento de todas as restrições estruturais. São então determinados a massa ótima da estrutura, as áreas ótimas das barras, as tensões máximas, os deslocamentos máximos, as barras submetidas às maiores tensões, o nó correspondente ao deslocamento máximo e a restrição estrutural predominante (tensão ou deslocamento). Paralelamente, o programa realiza o processamento estatístico dos resultados das múltiplas rodadas, calculando a média e o desvio padrão das massas ótimas, o número médio de gerações até a convergência e o tempo médio de processamento. Por fim, são gerados automaticamente os gráficos do histórico de convergência da massa estrutural e da evolução da diversidade populacional para todas as rodadas, permitindo avaliar simultaneamente a estabilidade, a repetibilidade e a robustez do algoritmo de otimização.

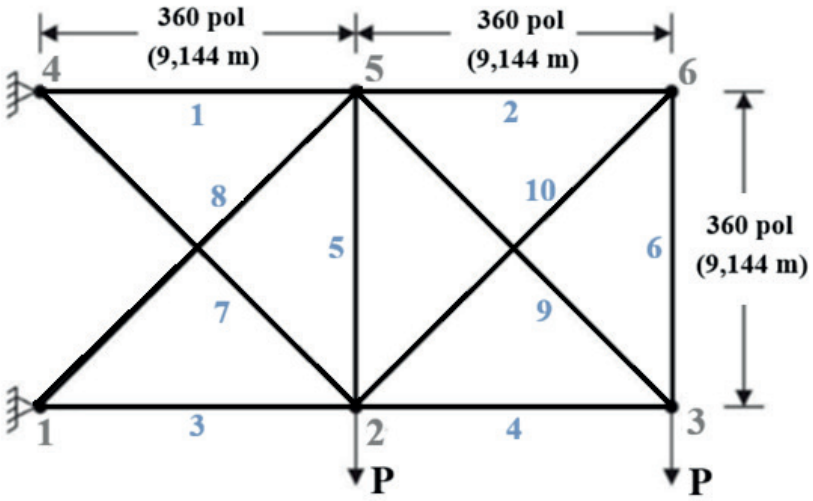
3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para verificar a validade dos resultados numéricos e demonstrar a eficácia do código computacional desenvolvido para a otimização estrutural contínua por meio do método DE, são analisados três problemas de treliças planas reportados na literatura científica. Para mitigar o efeito da natureza estocástica do otimizador e garantir a robustez estatística dos resultados, são realizadas dez execuções independentes para cada cenário, coletando o histórico de massa e de desvio padrão (diversidade) de todas as rodadas (Derrac *et al.*, 2011). No final, a melhor solução absoluta é reanalisada para identificar as barras sob tensão normal máxima e o nó com deslocamento máximo. Ressalta-se que, nas análises realizadas, adota-se o mesmo sistema de unidades empregado nas referências bibliográficas originais. As simulações computacionais são executadas em um *notebook* equipado com processador 12th Gen Intel(R) Core(TM) i7-1255U de 1,70 GHz e 16 GB de memória RAM.

3.1 TRELIÇA COM 10 BARRAS

O primeiro exemplo de validação corresponde à otimização dimensional de uma treliça plana em balanço composta por dez barras, submetida a duas cargas concentradas de $P = 100$ kip (≅ 444,822 kN), conforme ilustrado na Figura 3. O material possui massa específica = 0,1 lb/in^3 (≅ 2767,99 kg/m^3) e módulo de elasticidade $E = 1{,}0 \times 10^4$ ksi (≅ 68,948 GPa). As restrições do problema consistem em tensão admissível de 25 ksi (≅ 172,369 MPa) e deslocamento nodal máximo de 2 pol (≅ 0,0508 m) nas direções horizontal e vertical. As variáveis de projeto correspondem às áreas das dez barras e são limitadas ao intervalo $[A_{mín}, A_{máx}] = [0{,}1, 40]$ pol² (≅ [0,645, 258,064] cm^2). Os seguintes parâmetros do algoritmo DE são adotados: $N_{POP} = 70$, $N_{ITER} = 1000$, $FS = 0{,}5$, $CR = 0{,}9$ e $TOL = 1{,}0 \times 10^{-3}$.

Figura 3 - Modelo estrutural da treliça com 10 barras.



Fonte: Os Autores (2026).

As áreas ótimas obtidas pelo algoritmo proposto são apresentadas na Tabela 1, juntamente com os resultados reportados por Sedaghati (2005), Farshi e Alinia-ziazi (2010) e Souza (2025). A análise comparativa revela desvios percentuais baixos para a massa total da estrutura, registrando um erro relativo de $7{,}3 \times 10^{-5}$ % em relação a Sedaghati (2005), $1{,}08 \times 10^{-2}$ % em relação a Farshi e Alinia-Ziazi (2010) e $2{,}0 \times 10^{-6}$ % em relação a Souza (2025). Os gráficos apresentados na Figura 4 mostram o histórico de convergência da massa estrutural e a evolução da diversidade populacional durante as dez rodadas independentes. Observa-se que a maior redução da massa ocorre nas primeiras gerações, quando a população apresenta elevada diversidade e maior capacidade de exploração do espaço de busca. À medida que o processo evolutivo avança, as curvas tornam-se assintóticas e o desvio padrão médio das variáveis de projeto diminui gradativamente até atingir a tolerância especificada, caracterizando a convergência da população para uma região ótima do espaço de soluções.

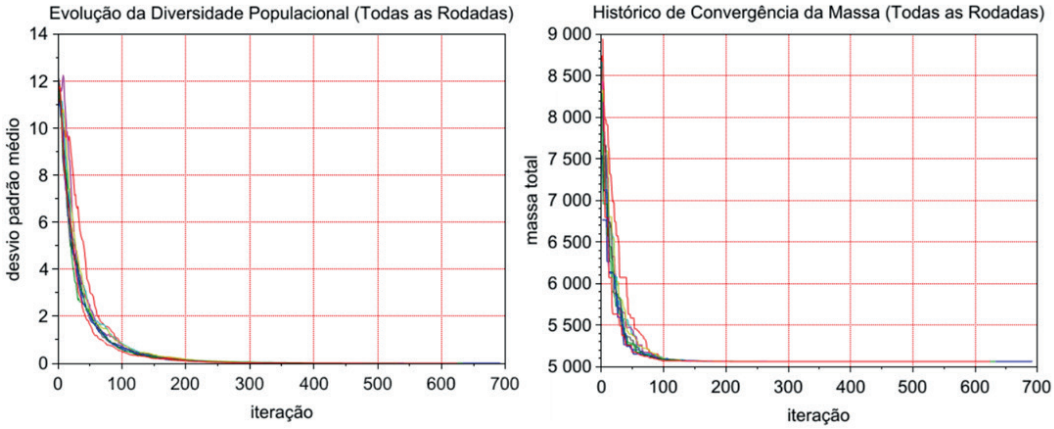
Tabela 1 - Áreas ótimas (pol^2) e massa total (lb) referentes à treliça com 10 barras.

Área	Este artigo	Sedaghati (2005)	Farshi e Alinia-Ziazi (2010)	Souza (2025)
A_1	30,5219	30,5218	30,5208	30,5218
A_2	0,1000	0,1000	0,1000	0,1000
A_3	23,2019	23,1999	23,2040	23,1999
A_4	15,2237	15,2229	15,2232	15,2229
A_5	0,1000	0,1000	0,1000	0,1000
A_6	0,5517	0,5514	0,5515	0,5514
A_7	7,4568	7,4572	7,4669	7,4572
A_8	21,0342	21,0364	21,0342	21,0364
A_9	21,5288	21,5284	21,5294	21,5284
A_{10}	0,1000	0,1000	0,1000	0,1000
Massa total	5060,8537	5060,8500	5061,4000	5060,8536

Fonte: Os Autores (2026).

Os resultados estatísticos das dez execuções independentes são apresentados na Tabela 2. A média das massas ótimas é de 5060,8538 lb, praticamente coincidente com a melhor solução encontrada, enquanto o desvio padrão de $4{,}9213 \times 10^{-5}$ lb evidencia a elevada estabilidade e repetibilidade do algoritmo, apesar de sua natureza estocástica. O método converge, em média, após 618,7 gerações, demandando tempo computacional médio de 147,1079 s, indicando boa eficiência para um problema com dez variáveis de projeto. A análise da solução ótima demonstra que todas as restrições estruturais são satisfeitas. Conforme apresentado na Tabela 2, a tensão máxima atinge o valor admissível de 25,0 ksi (tração), ocorrendo na barra 5, enquanto o deslocamento máximo é de -2,0 pol no nó 6, na direção vertical (Y), coincidindo com o limite imposto. Dessa forma, verifica-se que o problema possui simultaneamente restrições de tensão e deslocamento ativas na solução ótima.

Figura 4 - Gráficos referentes ao histórico de convergência e evolução da diversidade populacional para a treliça com 10 barras.



Fonte: Os Autores (2026).

Tabela 2 - Resumo da otimização referente à treliça com 10 barras.

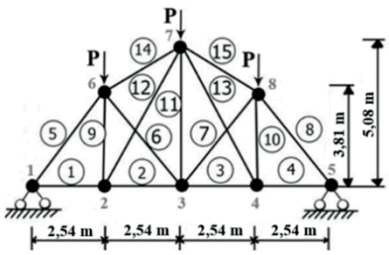
Melhor Massa ótima encontrada (lb)	5060,8537
Média das Massas Ótimas (lb)	5060,8538
Desvio Padrão das Massas (lb)	$4{,}9213 \times 10^{-5}$
Número Médio de Iterações	618,7
Tempo Computacional Médio (s)	147,1079
Tensões máximas (ksi)	25,0 (tração) na barra 5
Deslocamento máximo (pol)	-2,0 no nó 6 (Direção Y)
Principal restrição ativa	Deslocamento e tensão

Fonte: Os Autores (2026).

3.2 TRELIÇA BIAPOIADA COM 15 BARRAS

Na Figura 5 é apresentado o modelo estrutural da treliça biapoiada composta por 15 barras e oito nós, submetida a cargas concentradas P = 35 kN. O material adotado possui módulo de elasticidade de 200 GPa e massa específica de 7800 kg/m³. As restrições do problema consistem em tensão normal admissível de 120 MPa e deslocamento nodal máximo de 0,01 m nas direções horizontal e vertical. As áreas das seções transversais das barras são consideradas variáveis contínuas de projeto, limitadas ao intervalo $[A_{mín}, A_{máx}] = [100, 800]$ mm².

Figura 5 - Modelo estrutural da treliça com 15 barras.



Fonte: Os Autores (2026).

Para a execução do método DE são adotados os parâmetros $N_{POP} = 75$, $N_{ITER} = 1000$, $FS = 0{,}5$, $CR = 0{,}9$ e $TOL = 1{,}0 \times 10^{-10}$. As áreas ótimas obtidas pelo algoritmo implementado são apresentadas na Tabela 3 e comparadas com os resultados reportados por Souza (2025) por meio da função *fmincon* do Scilab. Observa-se boa concordância entre as soluções quanto às áreas ótimas e à massa final da estrutura. A massa mínima encontrada neste estudo é de 85,6506 kg, enquanto Souza (2025) obteve 85,6472 kg, correspondendo a uma diferença relativa inferior a 0,01%.

Tabela 3 - Áreas ótimas (mm^2) e massa total (kg) referentes à treliça com 15 barras.

Área	Este artigo	Souza (2025)
A_1	100,0000	99,99
A_2	100,0002	99,99
A_3	100,0002	99,99
A_4	100,0000	99,99
A_5	525,8096	525,8096
A_6	100,0000	99,99
A_7	100,0000	99,99
A_8	525,8096	525,8096
A_9	100,0001	99,99
A_{10}	100,0001	99,99
A_{11}	100,0000	99,99
A_{12}	100,0000	99,99
A_{13}	100,0000	99,99
A_{14}	321,7986	321,7988
A_{15}	321,7983	321,7988
Massa total	85,6506	85,6472

Fonte: Os Autores (2026).

De acordo com a Tabela 3, a distribuição das áreas ótimas revela que a maior parte das barras converge para o limite inferior estabelecido de 100 mm^2, indicando que esses elementos possuem baixa influência no atendimento das restrições estruturais e, consequentemente, podem ser dimensionados com a menor área permitida. Em contrapartida, as barras 5 e 8 apresentam as maiores áreas ótimas, iguais a 525,8096 mm^2, enquanto as barras 14 e 15 atingem aproximadamente 321,8 mm^2. Esse comportamento evidencia que apenas um conjunto reduzido de barras é responsável pela maior parcela da resistência e da rigidez global da estrutura, concentrando os esforços internos mais significativos. Os resultados estatísticos provenientes das dez execuções independentes são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Resumo da otimização referente à treliça com 15 barras.

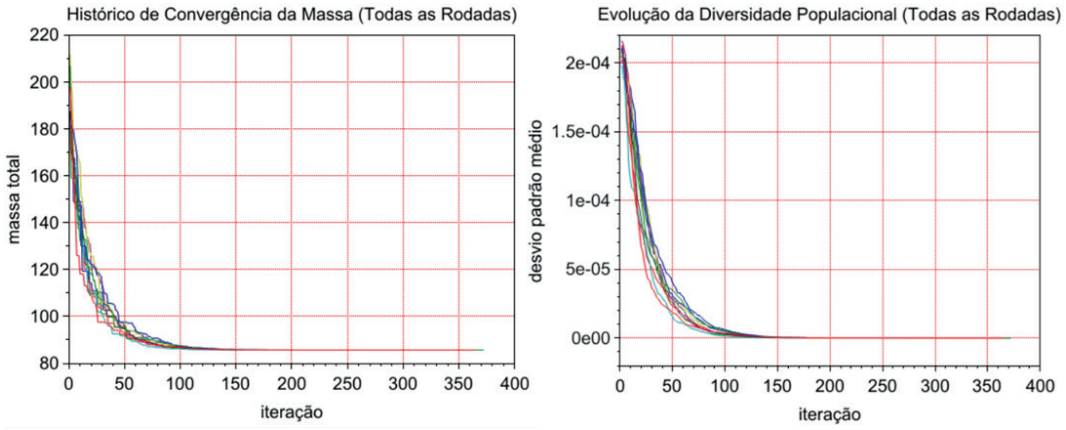
Melhor Massa ótima encontrada (kg)	85,6506
Média das Massas Ótimas (kg)	85,6506
Desvio Padrão das Massas (kg)	$3{,}0928 \times 10^{-6}$
Número Médio de Iterações	349,4
Tempo Computacional Médio (s)	135,5791
Tensão máxima (MPa)	-120,0 (compressão) nas barras 5, 8, 14 e 15
Deslocamento máximo (m)	$-5{,}2683 \times 10^{-3}$ no nó 3 (Direção Y)
Principal restrição ativa	Tensão

Fonte: Os Autores (2026).

Verifica-se, na Tabela 4, que a média das massas ótimas obtidas é de 85,6506 kg, coincidente com a melhor solução encontrada. O desvio padrão extremamente reduzido, da ordem de $3{,}0928 \times 10^{-6}$ kg, demonstra elevada repetibilidade dos resultados e baixa sensibilidade às diferentes inicializações aleatórias da população. Esse comportamento indica que, para este problema, o algoritmo apresenta forte tendência de convergir para a mesma região ótima do espaço de busca, independentemente da trajetória evolutiva seguida em cada execução.

Os gráficos da Figura 6 apresentam o histórico de convergência da massa estrutural e a evolução da diversidade populacional ao longo das dez rodadas independentes. Observa-se que a redução mais significativa da massa ocorre nas primeiras gerações, período em que a diversidade populacional é elevada e o algoritmo explora amplamente o espaço de busca. Com o avanço das iterações, as curvas de massa tendem à estabilização, enquanto o desvio padrão médio das variáveis de projeto diminui progressivamente, caracterizando a convergência da população para uma região comum de soluções.

Figura 6 - Gráficos referentes ao histórico de convergência e evolução da diversidade populacional para a treliça com 15 barras.



Fonte: Os Autores (2026).

A análise da solução ótima mostra que todas as restrições estruturais são atendidas. Conforme apresentado na Tabela 4, a tensão máxima atinge o valor admissível de -120 MPa (compressão) nas

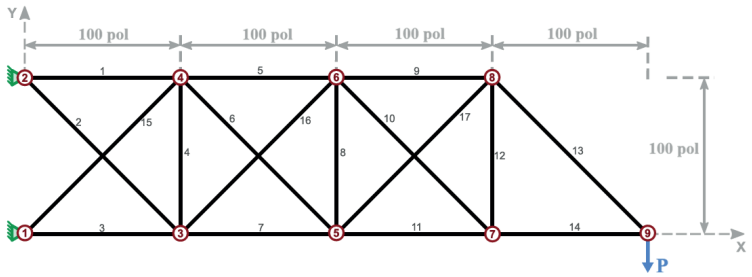
barras 5, 8, 14 e 15, caracterizando uma restrição ativa de tensão. Em contraste, o deslocamento máximo é de -5,2683 × 10^{-3} m no nó 3, direção vertical, correspondendo a aproximadamente 53% do limite permitido. Esses resultados indicam que o dimensionamento ótimo é governado predominantemente pela restrição de tensão, enquanto a restrição de deslocamento permanece distante da condição crítica.

3.3 TRELIÇA BIAPOIADA COM 17 BARRAS

O terceiro exemplo corresponde à otimização dimensional de uma treliça plana composta por 17 barras, cuja geometria e condições de carregamento são apresentadas na Figura 7. As propriedades materiais da estrutura são o módulo de elasticidade E = 3,0 × 10^4 ksi (≅ 206,843 GPa) e a massa específica ρ = 0,268 lb/pol^3 (≅ 7418,214 kg/m^3). A treliça está submetida a uma carga concentrada de P = 100 kip (≅ 444,822 kN) aplicada no nó 9. O problema de otimização considera 17 variáveis de projeto, correspondentes às áreas das seções transversais das barras, limitadas ao intervalo [$A_{mín}$, $A_{máx}$] = [0,1, 35] pol^2 (≅ [0,645, 225,806] cm^2). A tensão admissível é fixada em $\sigma_{máx}$ = 50 ksi (≅ 344,738 MPa), tanto para tração quanto para compressão, enquanto o deslocamento máximo permitido é definido como $u_{máx}$ = 2,0 pol (≅ 0,0508 m). Para a execução do método de DE foram adotados os seguintes parâmetros: N_{POP} = 170; N_{ITER} = 1000; FS = 0,3; CR = 0,9; e TOL = 1,0 × 10^{-3}.

As áreas ótimas obtidas pelo algoritmo desenvolvido são apresentadas na Tabela 5, juntamente com os resultados reportados por Georgioudakis e Plevris (2020) utilizando as variantes CODE (*Composite Differential Evolution*) e JDE (*Self-adaptive Differential Evolution*). Observa-se a concordância entre os resultados, com diferenças pouco significativas nas áreas das barras e na massa total da estrutura. A massa mínima encontrada neste trabalho é de 2581,9090 lb, o que equivale a um erro relativo percentual de 7,36 × 10^{-4} % em relação à variante CODE (2581,8900 lb) e de 5,42 × 10^{-4} % frente à variante JDE (2581,8950 lb), evidenciando a precisão da implementação computacional proposta.

Figura 7 - Modelo estrutural da treliça com 17 barras.



Fonte: Os Autores (2026).

Tabela 5 - Áreas ótimas (pol^2) e massa total (lb) referentes à treliça com 17 barras.

Área	Este artigo	Georgioudakis e Plevris (2020) - CODE	Georgioudakis e Plevris (2020) - JDE
A_1	15,9402	15,9220	15,9334
A_2	0,1036	0,1000	0,1000
A_3	12,0915	12,0751	12,0650
A_4	0,1000	0,1000	0,1000
A_5	8,0617	8,0728	8,0616
A_6	5,5445	5,5607	5,5598
A_7	11,9173	11,9277	11,9116
A_8	0,1000	0,1000	0,1000
A_9	7,9710	7,9419	7,9789
A_{10}	0,1000	0,1000	0,1000
A_{11}	4,0419	4,0535	4,0585
A_{12}	0,1000	0,1000	0,1000
A_{13}	5,6467	5,6603	5,6558
A_{14}	3,9976	4,0017	3,9987
A_{15}	5,5742	5,5600	5,5523
A_{16}	0,1013	0,1000	0,1000
A_{17}	5,5704	5,5779	5,5819
Massa total	2581,9090	2581,8900	2581,8950

Fonte: Os Autores (2026).

Os indicadores estatísticos referentes às dez execuções independentes são apresentados na Tabela 6. Verifica-se que a melhor massa ótima encontrada é de 2581,9090 lb, enquanto a média das massas ótimas é de 2582,0087 lb, resultando em um desvio padrão de apenas $2{,}1801 \times 10^{-1}$ lb. Esses resultados demonstram boa repetibilidade do algoritmo, mesmo considerando sua natureza estocástica. O número médio de iterações até a convergência é de 713,7 gerações, com tempo computacional médio de 529,6913 s.

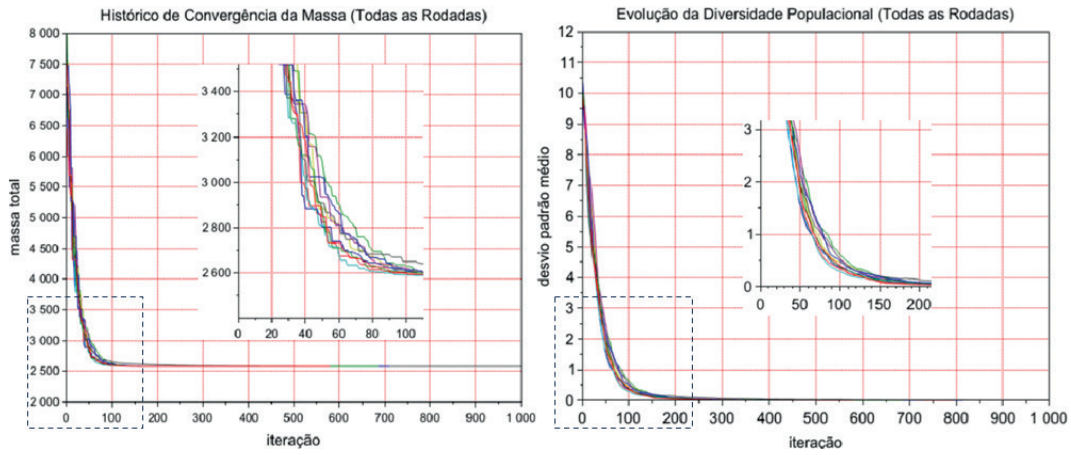
Os gráficos de histórico de convergência da massa e evolução da diversidade populacional são apresentados na Figura 8. Observa-se que, nas primeiras gerações, ocorre uma redução significativa da massa estrutural devido à elevada capacidade exploratória do método DE. Com o avanço das iterações, a população converge gradualmente para regiões promissoras do espaço de busca, resultando na estabilização da função objetivo e na redução do desvio padrão médio das variáveis de projeto.

Tabela 6 - Resumo da otimização referente à treliça com 17 barras.

Melhor Massa ótima encontrada (lb)	2581,9090
Média das Massas Ótimas (lb)	2582,0087
Desvio Padrão das Massas (lb)	$2{,}1801 \times 10^{-1}$
Número Médio de Iterações	713,7000
Tempo Computacional Médio (s)	529,6913
Tensão máxima (ksi)	-25,084 (compressão) na barra 11
Deslocamento máximo (pol)	-2,0 no nó 9 (direção Y)
Principal restrição ativa	Deslocamento

Fonte: Os Autores (2026).

Figura 8 - Gráficos referentes ao histórico de convergência e evolução da diversidade populacional para a treliça com 17 barras.



Fonte: Os Autores (2026).

A análise da solução ótima indica que todas as restrições impostas ao problema são atendidas. Conforme mostrado na Tabela 6, a tensão máxima obtida é de -25,084 ksi (compressão), valor correspondente a aproximadamente 50 % da tensão admissível, ocorrendo na barra 11. Já o deslocamento máximo é de -2,00 pol no nó 9, na direção vertical (Y), coincidindo com o limite estabelecido para o problema. Dessa forma, conclui-se que a restrição ativa da otimização é o deslocamento nodal, enquanto a restrição de tensão permanece distante do valor limite.

3.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os três estudos de caso analisados demonstram que a implementação computacional do método de DE acoplado MEF é capaz de reproduzir, com boa concordância, soluções de referência reportadas na literatura. As diferenças observadas entre as áreas ótimas das barras e as massas mínimas obtidas são reduzidas, evidenciando a consistência da implementação e validando o procedimento computacional desenvolvido neste trabalho.

Em todos os problemas analisados, as soluções ótimas atendem às restrições de tensão e deslocamento estabelecidas. Observa-se que a restrição ativa varia conforme as características estruturais de cada exemplo: na treliça com 10 barras, tensão e deslocamento atingiram simultaneamente seus limites admissíveis; na treliça com 15 barras, a restrição de tensão governou a solução ótima; e, na treliça com 17 barras, o deslocamento constituiu a condição limitante. Esses resultados demonstram que a função objetivo penalizada é eficaz em direcionar o processo evolutivo para regiões viáveis do espaço de busca, penalizando adequadamente soluções que violavam as restrições impostas.

Os históricos de convergência da massa estrutural e da evolução da diversidade populacional apresentam comportamento semelhante nos três exemplos. Nas primeiras gerações ocorreu uma redução expressiva da massa, associada à elevada diversidade da população e à maior capacidade exploratória do

algoritmo. Com o avanço das iterações, verifica-se a estabilização da função objetivo e a redução gradual da diversidade populacional, indicando que as soluções convergem para uma mesma região do espaço de busca. O critério de parada baseado na diversidade mostra-se adequado para identificar a convergência da população e evitar iterações adicionais com ganhos pouco significativos na função objetivo.

As dez execuções independentes realizadas para cada estudo de caso permitem avaliar a influência da natureza estocástica do algoritmo. Os baixos desvios padrão das massas ótimas e a pequena dispersão entre as soluções obtidas evidenciam boa repetibilidade da implementação, ainda que tenham sido observadas diferenças no número de gerações necessárias para a convergência e no tempo de processamento. Esse comportamento é esperado em algoritmos evolucionários, cujas trajetórias de busca dependem da população inicial e dos operadores estocásticos de mutação e cruzamento, justificando a adoção de uma análise estatística para uma avaliação mais representativa do desempenho do método.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou a implementação, validação e sistematização computacional de uma metodologia para otimização dimensional contínua de treliças planas, baseada no acoplamento do método de DE com a análise estrutural linear via o MEF, desenvolvida integralmente no ambiente Scilab. Embora a aplicação da DE à otimização estrutural seja amplamente consolidada na literatura, a principal contribuição desta pesquisa consistiu na integração dessas ferramentas em uma plataforma livre, na descrição detalhada da implementação computacional e na validação do procedimento por meio de exemplos clássicos de referência.

A metodologia foi validada utilizando três problemas de otimização de treliças planas reportados na literatura, envolvendo estruturas com 10, 15 e 17 barras. Em todos os casos, as soluções obtidas apresentaram boa concordância com os resultados publicados, tanto em relação às áreas ótimas das barras quanto às massas mínimas encontradas, confirmando a consistência da implementação desenvolvida. Complementarmente, a realização de dez execuções independentes para cada exemplo permitiu avaliar a influência da natureza estocástica do algoritmo, demonstrando boa repetibilidade das soluções por meio da análise estatística das massas ótimas, do número de gerações até a convergência e do tempo de processamento.

Os históricos de convergência da massa estrutural e da diversidade populacional mostraram comportamento coerente com a dinâmica do método de DE, caracterizado por intensa exploração do espaço de busca nas primeiras gerações, seguida pela redução gradual da diversidade e estabilização da função objetivo. O critério de convergência baseado na diversidade populacional mostrou-se adequado para interromper o processo evolutivo quando não havia ganhos significativos na qualidade das soluções, contribuindo para maior eficiência computacional.

Com relação à engenharia estrutural, a metodologia pode ser empregada como ferramenta de apoio ao dimensionamento de treliças submetidas à análise linear elástica, permitindo a obtenção de configurações estruturalmente viáveis com menor consumo de material. A redução da massa estrutural implica benefícios econômicos e ambientais, visto que contribui para a diminuição do consumo de material, dos custos de fabricação e transporte e, consequentemente, das emissões de dióxido de carbono (CO_2) associadas à produção dos materiais, em consonância com os princípios de sustentabilidade aplicados ao projeto estrutural.

Entre as principais vantagens da implementação desenvolvida destacam-se a simplicidade computacional do método, a ausência da necessidade de cálculo de derivadas, a facilidade de integração com rotinas de análise estrutural via MEF e a sistematização da avaliação estatística dos resultados, permitindo uma análise mais consistente do desempenho do algoritmo. Entretanto, o escopo da metodologia limita-se à análise estrutural linear, considerando comportamento elástico do material, deformações infinitesimais e desconsiderando os efeitos de flambagem das barras comprimidas. Portanto, os resultados numéricos apresentados devem ser interpretados dentro dessas hipóteses de modelagem, não sendo extrapolados para problemas envolvendo não linearidades geométricas, não linearidades físicas ou fenômenos de instabilidade estrutural.

Como perspectivas para trabalhos futuros, propõe-se a extensão da metodologia para a análise de treliças com não linearidade geométrica e física, a inclusão de critérios de estabilidade associados à flambagem local e global das barras comprimidas, a consideração de múltiplos casos de carregamento e ações dinâmicas, bem como a incorporação de formulações multiobjetivo envolvendo simultaneamente massa, custo, emissões de CO_2 e desempenho estrutural. Também se mostra promissora a investigação de estratégias adaptativas ou híbridas do método DE visando à redução do custo computacional e à ampliação da aplicabilidade da ferramenta em problemas estruturais de maior porte.

REFERÊNCIAS

BEKDAŞ, G.; NIGDELI, S. M.; TÜRKAKIN, O. H. Non-Linear programing for sizing optimization of truss structures. **International Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 1, p. 274-284, 2016.

DAS, S.; SUGANTHAN, P. N. Differential evolution: A survey of the state-of-the-art. **IEEE transactions on evolutionary computation**, v. 15, n. 1, p. 4-31, 2010.

DERRAC, J.; GARCÍA, S.; MOLINA, D.; HERRERA, F. A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 1, n. 1, p. 3-18, 2011.

ETAATI, B.; NESHAT, M.; DEHKORDI, A. A.; PARGOO, N. S.; EL-ABD, M.; SADOLLAH, A.; GANDOMI, A. H. Shape and sizing optimisation of space truss structures using a new cooperative coevolutionary-based algorithm. **Results in Engineering**, v. 21, p. 101859, 2024.

FARSHI, B.; ALINIA-ZIAZI, A. Sizing optimization of truss structures by method of centers and force formulation. **International Journal of Solids and Structures**, v. 47, n. 18-19, p. 2508-2524, 2010.

GEORGIOUDAKIS, M.; PLEVRIS, V. A comparative study of differential evolution variants in constrained structural optimization. **Frontiers in Built Environment**, v. 6, p. 102, 2020. DOI: https://doi.org/10.3389/fbuil.2020.00102.

HO-HUU, V.; NGUYEN-THOI, T.; NGUYEN-THOI, M. H.; LE-ANH, L. An improved constrained differential evolution using discrete variables (D-ICDE) for layout optimization of truss structures. **Expert Systems with Applications**, v. 42, n. 20, p. 7057-7069, 2015.

JALILI, S.; HOSSEINZADEH, Y. Design optimization of truss structures with continuous and discrete variables by hybrid of biogeography-based optimization and differential evolution methods. **The Structural Design of Tall and Special Buildings**, v. 27, n. 14, p. e1495, 2018.

KAO, C.-Y.; HUNG, S.-L.; SETIAWAN, B. Two strategies to improve the differential evolution algorithm for optimizing design of truss structures. **Advances in Civil Engineering**, v. 2020, n. 1, p. 8741862, 2020.

LI, L. J.; HUANG, Z. B.; LIU, F. A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete variables. **Computers & structures**, v. 87, n. 7-8, p. 435-443, 2009.

MARTINELLI, L. B.; ALVES, E. C. Analysis of damping ratio on the optimization of geometrically nonlinear truss structures subjected to dynamic loading. **Revista de la construcción**, v. 19, n. 3, p. 321-334, 2020.

MEZURA-MONTES, E.; VELÁZQUEZ-REYES, J.; COELLO, C. A. C. A comparative study of differential evolution variants for global optimization. In: **Proceedings of the 8th annual conference on Genetic and evolutionary computation**. 2006. p. 485-492.

NGUYEN, T.-H.; VU, A.-T. An efficient differential evolution for truss sizing optimization using AdaBoost classifier. **Optimization (CBO)**, v. 14, p. 15, 2023.

OGATA, M. W.; GOMES, H. M.; ALMEIDA, F. S. Design of transmission line towers by metaheuristic algorithms: A comparative study. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 228, p. 109426, 2025.

OPENAI. **ChatGPT** (modelo GPT-5.5). Disponível em: https://chatgpt.com. Acesso em: 9 jul. 2026.

PEPPER, D. W.; HEINRICH, J. C. **The finite element method: basic concepts and applications with MATLAB, MAPLE, and COMSOL**. CRC press, 2017.

SCILAB, versão 2026.0.0. Dassault Systèmes, 2026.

SEDAGHATI, R. Benchmark case studies in structural design optimization using the force method. **International journal of solids and structures**, v. 42, n. 21-22, p. 5848-5871, 2005.

SOUZA, L. A. F. Otimização dimensional contínua e discreta de treliças com a função fmincon. **Revista da Estrutura de Aço**, v. 14, n. 3, p.186-206, 2025

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of global optimization**, v. 11, n. 4, p. 341-359, 1997.

TRUONG, Viet-Hung. Optimizing nonlinear steel trusses using enhanced differential evolution with linear population reduction. **Steel and Composite Structures**, v. 58, n. 5, p. 567, 2026.

TUNG, N. T.; NGA, N. T. H. Using optimized MATLAB in mechanical design. **Thu Dau Mot University Journal of Science**, v. 6, n. 1, p. 45 - 53, 2024.

VARGAS, D. E.; LEMONGE, A. C. C.; BARBOSA, H. J. C.; BERNARDINO, H. S. Um algoritmo baseado em evolução diferencial para problemas de otimização estrutural multiobjetivo com restrições. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, v. 32, n. 2, p. 91-99, 2016.

ZARBILINEZHAD, M.; GHOLIZAD, A. Hybrid optimization algorithm based on chaos game and differential evolution for constrained optimization of structures. **Engineering Optimization**, v. 57, n. 8, p. 2077-2108, 2025.

YANCANG, L.; JIE, W.; LIBO, L.; JIE, Z. Improved artificial bee algorithm for reliability-based optimization of truss structures. **The Open Civil Engineering Journal**, v. 11, n. 1, 2017.