

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO¹

PROBLEM SOLVING AND TEACHING OF FUNCTIONS IN HIGH SCHOOL

José Nunes Ferreira² e Luis Sebastião Barbosa Bemme³

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar as contribuições que uma Sequência Didática, organizada nos princípios da Resolução de Problemas, traz para a compreensão de situações cotidianas, a partir da utilização dos conceitos de funções afim e quadrática. As ações deste estudo foram desenvolvidas com alunos do primeiro ano do Ensino Médio, matriculados em uma instituição de ensino da rede pública estadual na cidade de Boa Vista, capital do Estado de Roraima. A coleta de dados foi feita por meio da gravação das aulas (em áudio), dos registros fotográficos e dos registros escritos dos alunos. A análise dos dados deu-se a partir dos Princípios da Análise de Conteúdo de Bardin (2016). Como resultado, percebeu-se que a Sequência Didática proposta facilitou a internalização dos conceitos de função afim e quadrática, bem como a relação de tais conceitos com situações oriundas do cotidiano. Além disso, o trabalho colaborativo entre os alunos contribuiu para que eles pensassem em diferentes estratégias de resolução.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Educação Básica; Metodologia de Ensino; Função Afim; Função Quadrática.

ABSTRACT

This article aims to analyze the contributions that a Didactic Sequence, organized in the principles of Problem Solving, brings to the understanding of everyday situations, from the use of concepts of affine and quadratic functions. The actions of this study were developed with students of the first year of high school, enrolled in a public education institution in the city of Boa Vista, capital of the state of Roraima. Data collection was done through the recording of classes (audio), photographic records and written records of students. The data analysis was based on the Principles of Content Analysis by Bardin (2016). As a result, it was realized that the proposed Didactic Sequence facilitated the internalization of concepts of affine and quadratic function, as well as the relationship of such concepts with situations from everyday life. In addition, the collaborative work among students contributed to them thinking about different strategies of resolution.

Keywords: Teaching of Mathematics; Basic Education; Teaching Methodology; Affine Function; Quadratic Function.

¹ Trabalho oriundo de uma pesquisa de mestrado.

² Universidade Estadual de Roraima - ERR - Graduado em Matemática pela Universidade Federal de Roraima, Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Franciscana. Docente na Universidade Estadual de Roraima. E-mail: nunes.piaui@bol.com.br. ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-2132-9975>

³ Universidade Franciscana - UFN - Graduado em Matemática Licenciatura pela Universidade Federal de Santa Maria, doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Franciscana. Docente na Universidade Franciscana. E-mail: luis.bemme@ufn.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2306-1696>

INTRODUÇÃO

Segundo Brasil (2018) é através do ensino organizado e intencional que se desenvolve as ideias e os conceitos matemáticos, sendo que estes últimos se convertem em ferramentas que auxiliam na organização e compreensão dos fenômenos do mundo mental, social e natural. Além disso, a Matemática está a serviço de uma melhor compreensão da realidade vivida pelos alunos, com o objetivo de desenvolver as competências necessárias para uma intervenção cidadã e crítica nesta realidade. Com isso, as possibilidades de os estudantes resolverem problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração, se ampliam, uma vez que os mesmos terão mais elementos para analisar tais situações.

Deste modo, a matemática desempenha um papel fundamental na formação do sujeito, tanto do ponto de vista cognitivo, quanto do ponto de vista social. Sua importância vai além da simples aprendizagem de fórmulas e cálculos, abrangendo o desenvolvimento de habilidades e competências, que são essenciais para a compreensão do mundo e para a resolução de problemas cotidianos. Segundo Charlot (2001), o sujeito que aprende e que está inserido em diferentes ambientes de aprendizagem é um sujeito social que se constitui, como um sujeito único, um ser singular com história própria que interpreta e fornece sentidos ao mundo, à posição que nele ocupa e às suas relações com outros sujeitos.

Neste sentido, Monteiro e Nacarato (2005), revelam a necessidade de a escola valorizar o sujeito e suas contribuições culturais em situações de aprendizagem, justificando a possibilidade de um conhecimento matemático articulado, em que conhecimentos escolares e cotidianos se entrelacem e deem margem a construções e interações ricas de significados e sentidos aos sujeitos que participam do processo escolar.

Além disso, a área de Matemática e suas Tecnologias propõe que no Ensino Médio ocorra a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas na etapa anterior. É no Ensino Médio que os estudantes consolidarão a possibilidade de construir uma visão integrada da Matemática. Isso se dará a partir da aplicabilidade dos objetos de conhecimento à realidade, nos mais variados contextos, e ainda, se inter-relacionando com outras áreas do conhecimento. Para tanto, precisamos levar em conta as vivências cotidianas destes estudantes, bem como as características e culturas desses jovens. (Brasil, 2018).

Entendemos que uma possibilidade para que isso ocorra é a partir da utilização da metodologia da Resolução de Problemas, já que ela tem sido, historicamente, uma parte integrante da matemática. Essa afirmação é confirmada por Vale, Pimentel e Barbosa (2015), ao ressaltarem que, durante o último meio século surgiram inúmeras e distintas orientações que impulsionaram a Resolução de Problemas nos currículos de distintos países.

Junior e Onuchic (2015) destacam que a Resolução de Problemas é uma metodologia assentada em uma prática sociointeracionista, que no bojo de seu campo de estudos filosófico, pode ser

realizada através de atividades educacionais, nos âmbitos da formação de professores, nos processos de ensino e aprendizagem, na avaliação e no trabalho cooperativo e colaborativo. Na Resolução de Problemas o foco não está na resposta ou na solução, mas nos pensamentos produzidos e engendrados pelos conceitos que possam destacar a Resolução do Problema que se pretende estudar e avançar nos meios e não simplesmente no fim.

Para Onuchic (1999) a Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino, um ponto de partida e um meio de se ensinar Matemática. Sob esse enfoque, os problemas são propostos de modo a contribuir para a construção de novos conceitos, antes mesmo de apresenta-los na linguagem matemática formal.

No entanto, ao trazermos essa metodologia para o cenário do ensino se faz necessário esclarecer é o que se entende por problema. Onuchic e Allevato (2011, p. 81) destacam que um problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”. Essa definição ampla refere-se a qualquer problema, porém, no contexto de ensino da Matemática pode-se apontar mais precisamente um problema matemático como sendo uma determinada situação que não seja de total conhecimento do estudante e que não estejam claramente explícitos quais métodos ou caminhos devem ser utilizados para sua resolução (Vila; Callejo, 2006).

Deste modo, a Resolução de Problema pode ser entendida como “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver (Onuchic, 1999, p. 05), isto é, qualquer situação que estimule os alunos a pensarem, que possa interessá-los ou que seja desafiadora e não trivial. Também é desejável que a situação apresentada aos alunos tenha reflexo na realidade na qual eles estão inseridos.

Onuchic e Allevato, (2011), a partir dos estudos desenvolvidos por Polya (1995), atualizam a metodologia para o contexto brasileiro e propõem nove etapas para o desenvolvimento da Resolução de Problemas, são elas: i. preparação do problema; ii. leitura individual do problemas; iii; leitura em conjunto do problema; iv. resolução do problema; v. observar e incentivar; vi. registro das soluções na lousa; vii. Plenária; viii. Busca do consenso e ix. formação do conteúdo.

Deste modo, entendemos que quando os professores ensinam matemática através da Resolução de Problemas, eles oferecem a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão. À medida que a compreensão dos alunos se torna mais profunda e mais rica, suas habilidades em usar matemática para resolver problemas aumentam consideravelmente (Onuchic 1999).

Neste sentido este artigo tem como objetivo analisar as contribuições que uma Sequência Didática, organizada nos princípios da Resolução de Problemas, traz para a compreensão de situações cotidianas, a partir da utilização dos conceitos de funções afim e quadrática.

METODOLOGIA

Esta pesquisa é de cunho qualitativo, pois de acordo com Minayo (2001), a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

As ações de pesquisa foram desenvolvidas na Escola Estadual Mario David Andreazza, uma instituição de ensino da rede pública na cidade de Boa Vista capital do Estado de Roraima, com alunos do primeiro ano Ensino Médio, com idades entre 15 e 16 anos, sendo que 40% são estrangeiros⁴.

Para este estudo, desenvolvemos uma Sequência Didática, a partir dos pressupostos teóricos da Resolução de Problemas, para o ensino de função afim e quadrática. As sequências didáticas são entendidas como um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas, que de forma intencional, visam a concretização de objetivos educacionais, sendo que as mesmas têm um princípio e um fim estabelecidos e conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos (Zabala, 1998).

A coleta de dados se deu de três formas distintas: Gravação das aulas, registros fotográficos e registros escritos. Já a análise dos dados foi baseada nos Princípios da Análise de Conteúdo de Bardin (2016). Tal metodologia de análise se divide em três passos, sendo eles: i. pré-análise, ii. exploração do material e iii. Tratamento dos resultados.

Na pré-análise foram definidas três categorias a priori de acordo com as habilidades descritas nos documentos oficiais são elas: Categoria I - Análise de gráficos sem e com auxílio de tecnologias digitais; Categoria II - Resolução de problemas cotidianos e Categoria III - Formalização dos conceitos de função afim e quadrática.

No segundo momento (exploração do material) foi feita a transcrição da gravação das aulas e uma organização do registro escritos dos alunos de acordo com as categorias previamente definidas. Por fim, no terceiro momento foi feito o tratamento desses dados, estabelecendo uma discussão teórica com autores da área da Educação Matemática.

Para este artigo apresentamos os resultados oriundos da segunda categoria, que tem como foco a resolução de problemas oriundos de situações cotidianas, que podem ser descritas ou compreendidas a partir do conceito de função. A primeira situação versa sobre o custo da água e a segunda sobre a irrigação de uma horta comunitária.

4 Devido ao estado de Roraima fazer fronteira com a Venezuela e a situação econômica que este país se encontra, eles procuram refúgio em Boa Vista, capital de Roraima

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nessa categoria a análise foi feita a partir de situações problemas do cotidiano. Para isso foi elaborado dois problemas: o primeiro deles é relativo ao cálculo do valor da fatura da conta de água cobrado pela Companhia de Água e Esgoto do Estado de Roraima (função afim), e o segundo, sobre a construção de hortas comunitárias conhecendo sua área e relacionando o consumo de água para fazer irrigação dessa área (função quadrática). Ou seja, esta categoria foca principalmente, no modo como os alunos resolveram, em grupos, os problemas geradores propostos. Inicialmente foi apresentado o seguinte problema aos alunos.

Quadro 1 - Tarifa social de água e esgoto categoria econômica (Residencial).

Problema 01: O consumo de água feito pela população do estado de Roraima de acordo com a resolução 02/2023 apresenta os valores da Tarifa social (Residencial) cobrados por metro cúbico (m^3) pela Companhia de Águas e Esgoto do Estado de Roraima (CAER), como mostra a tabela a seguir sendo que o valor final a ser cobrado na conta de água será o consumo vezes o valor do m^3 mais 80% do valor do consumo (para os bairros que possuem rede de esgoto).

| Faixa de Consumo | Valor total pago em R\$ (sem taxa de esgoto) | Valor total pago em R\$ (com taxa de esgoto) |
|------------------|---|---|
| 1 | 36,87 | 66,37 |
| 2 | 36,87 | 66,37 |
| 4 | 36,87 | 66,37 |
| 5 | 36,87 | 66,37 |
| 6 | 36,87 | 66,37 |
| 7 | 36,87 | 66,37 |
| 8 | 36,87 | 66,37 |
| 9 | 36,87 | 66,37 |
| 10 | 36,87 | 66,37 |

Fonte: Organização do autor de acordo com site da CAER.

Questão 01. Quantas e quais são as grandezas envolvidas no problema?

Questão 02. Que relação existe entre essas grandezas?

Questão 03. Uma família que consome $5 m^3$ e mora num bairro que não possui rede de esgoto, qual o valor a pagar pela conta?

Questão 04. Uma família que consome $5 m^3$ e mora num bairro que possui rede de esgoto, qual o valor a pagar pela conta?

Questão 05. Se o consumo dobrar e a família mora num bairro com rede de esgoto, o valor final da fatura dobra?

Questão 06. Se o consumo dobrar e a família mora num bairro que não possui rede de esgoto, o valor final da fatura dobra?

Fonte: Organização do autor

Depois de apresentado o problema inicial foi feita a leitura de maneira individual e em seguida os alunos apresentaram suas contas de água⁵ e localizaram na fatura o consumo de água e o valor pago. Após este momento inicial os alunos formaram grupos e fizeram novamente a leitura do problema e iniciaram as discussões sobre as possíveis soluções.

Nesse momento cada grupo apresentou as possíveis soluções e estratégias que utilizaram para chegar as respostas, destacando as reflexões e a problematização a respeito do conceito de função

⁵ Na aula anterior o professor havia solicitado que os alunos trouxessem as faturas da conta de água de suas residências.

afim. Para auxiliar este momento da atividade foi disponibilizado um quadro demonstrativo dos valores do metro cúbico cobrados pela CAER⁶ a partir de 10 metros cúbicos.

No primeiro grupo, a medida que a discussão avançava sobre o problema, os alunos começaram a comparar as faturas, o que levou ao questionamento, de porquê duas faturas com consumos de 9 e 10 metros cúbicos (m^3), possuíam o mesmo valor de cobrança. A partir de uma pesquisa realizada em casa o Aluno A explica para os colegas o motivo pelo qual os valores são iguais. Tal fato pode ser acompanhado no diálogo a seguir:

Aluno A: Eu encontrei uma tabela no site da CAER que diz: “o menor valor cobrado pela fatura da conta de água é referente ao consumo 10 metros cúbicos (m^3) e para consumo acima de 10 metros cúbicos os valores são diferentes”.

Aluno B: Se gastar de 1 até 10 é o mesmo valor sempre? (se referindo de 1 até 10 metros cúbicos de consumo).

Aluno A: Sim, só aumenta (o valor) se for gastado mais de 10 m^3 .

Aluno B: Entendi.

Após a discussão os alunos apresentarem suas soluções. De modo geral foi possível perceber que os grupos conseguiram responder corretamente as questões dadas. Para esta análise trazemos a resolução de três grupos. A Figura 1 ilustra a solução apresentada pelo grupo 01.

Figura 1 - Apresentação das soluções do grupo 01.

Questão 1- O consumo de água em m^3 , tarifa social, valor final da conta e o valor da porcentagem adicional de 80%.

Questão 2- O valor final depende do consumo.

Questão 3- Se a família consome $5 m^3$ e mora num bairro que não possui rede de esgoto, o valor básico de $5 m^3 = 3,67 = 18,35$ portanto o cálculo fica: $f(5) = 5 \cdot (3,67) = 18,35$.

Questão 4- Valor básico $5 m^3 = 3,67 = 18,35$ + adicional do esgoto 80%.
valor total a pagar = 33,03.

Questão 5- Dobra porque o adicional do esgoto também aumenta (muda de 33,03 para 66,06).

Questão 6- O valor da fatura dobra de 18,35 para 36,70 porque não tem adicional do esgoto.

Fonte: Elaborado pelos alunos do grupo 01.

De modo geral os alunos tiveram dificuldades na questão 5, já que a maioria dos discentes confundiram ao dizer que, se o consumo dobrar o valor a ser pago pela fatura também dobrará.

Acreditamos que eles fizeram uma comparação direta entre o consumo e o valor final da fatura e não

6 Tal documento pode ser acessado pelo seguinte link: <https://www.caer.com.br/downloads/pdf/caer-estrutura-tarifaria-2023-2024.pdf>.

consideraram as cobranças da taxa mínima. Isso significa dizer que alguns alunos não assimilaram que para o consumo de 1 a 10 metros cúbicos, o valor da fatura não dobra mesmo se o consumo dobrar, porque o valor da fatura é constante.

Já no segundo grupo, as discussões iniciaram a partir da observação dos boletos de cobrança distintos que tinham o consumo 9 e 10 metros cúbicos respectivamente, e valores iguais a R\$ 36,87, os alunos ficaram se questionando porque isso aconteceu. Após tentarem fazer os cálculos para descobrir o motivo de tais valores, eles perceberam que o valor encontrado não era igual ao cobrado pela CAER e iniciou o seguinte diálogo:

Aluno A: Fiz os cálculos e o resultado não bate com o valor da fatura cobrado pela CAER.

Aluno B: É porque de acordo com seu consumo que é entre 1 e 10 metros cúbicos você paga a taxa mínima.

Aluno A: Ai não dá para calcular desse jeito (indicando o cálculo que o colega havia feito).

Após o diálogo os alunos constataram que o consumo de 9 m³ está dentro da taxa mínima cobrado pela companhia, ou seja, quem consome de 1 a 10 metros cúbicos pagará o valor de R\$ 36,87 se não tiver rede de esgoto, com rede de esgoto o valor será $36,87 + 80\% (36,87) = 36,87 + 29,50 = 66,37$, que é a taxa mínima.

A partir dessa situação foi possível perceber que através do trabalho em grupo os alunos chegaram a uma conclusão correta para o problema posto. Isso corrobora com as considerações de Vergara (2009), que ressalta a importância de se realizar um trabalho em equipe, porque é por meio do esforço coletivo para resolver um problema, realizar uma tarefa ou um determinado trabalho, que é possível a troca de conhecimento e agilidade no cumprimento de metas e objetivos compartilhados.

Acreditamos que essa “descoberta” foi importante na vida de cada aluno, porque agora eles sabem que existe o consumo mínimo, para ter direito a pagar a fatura mínima da conta de água, porque antes de realizarem a pesquisa eles pensavam que somente quem não tinha hidrômetro pagaria a fatura mínima de água. Além da conscientização sobre o desperdício de água a pesquisa terá impacto positivo na aprendizagem de função afim através da Resolução de Problemas aplicado ao cotidiano dos alunos e ainda poderá trazer um equilíbrio financeiro no orçamento familiar.

Além de responderem as questões propostas os alunos foram muito aplicados ao realizarem a pesquisa. Isso significa que a aprendizagem através da Resolução de Problemas faz com que os alunos fiquem curiosos e façam um aprofundamento sobre a aplicação do conteúdo. Na Figura 2 é possível observar a resolução realizada pelo Grupo 2.

Figura 2 - Respostas dos alunos do grupo 02

- 3) O consumo que é dado em m^3 e o valor final a pagar.
- 2) Uma grandeza depende de outra, ou seja, o valor final depende do consumo.
- 3) $f(x) = a \cdot x$
 $f(10) = 10 \cdot (3,687)$
 $f(10) = 36,87 \rightarrow$ O valor final a pagar pelo conto é $= 36,87$ referente a taxa mínima
- 4) $f(x) = a \cdot x + 80\% (a \cdot x)$
 $f(10) = 10 \cdot (3,687) + 80\%$
 $f(10) = 36,87 + 80\% = 36,87 = 66,37$ que é a taxa mínima referente a quem tem rede de esgoto.
 $80\% \text{ de } 36,87 = 29,50$
 $f(10) = 36,87 + 29,50 = 66,37 \rightarrow$ O valor final a pagar com a rede de esgoto é $= 66,37$.
- 5) Se uma pessoa mora em um bairro com rede de esgoto, o consumo dobra o valor não dobra.
- 6) Se o consumo de água dobrar, a conta dobrará, mas o valor final não incluirá um valor adicional referente ao esgoto.

Fonte: Elaborado pelos alunos do grupo 02

Na questão 3, embora eles tenham calculados o valor da fatura para o consumo de 10 metros cúbicos e não 5 como pedia o problema, os mesmos já utilizam a notação de função, mesmo sem o professor ter formalizado este conteúdo, o que denota que este grupo de alunos já haviam tido contato com este conceito anteriormente.

Já na questão 4 eles realizaram os cálculos para o consumo de 10 metros cúbicos e chegaram no valor de R\$ 36,87 que é aproximadamente o valor onde não é cobrado taxa de esgoto, no entanto, aconteceu a mesma situação da questão 03 já que eles utilizam a notação de função. Na questão 6 eles se confundiram, se o consumo dobra o valor da fatura não dobra.

No entanto precisamos ficar atentos e distinguir os símbolos dos conceitos. Para Bravo (2018) o conceito se refere ao significado e o símbolo a sua representação. O autor sublinha ainda que os livros textos confundem uma coisa com a outra e que, existe uma didática do símbolo o que por vezes leva uma imprecisão na apropriação do conceito. Com isso queremos dizer, que mesmo que esses alunos tenham utilizado a notação de função, isto não é garantia que eles tenham claro o conceito de função afim.

Por fim, o terceiro grupo após discutirem sobre o consumo de água de 1 a 10 metros cúbicos apresentados no problema e observarem que na tabela disponibilizada o consumo começa com 10 metros cúbicos, começou a surgir os questionamentos entre eles, porque uma residência que consome $5 m^3$ paga o mesmo valor da residência que consome $10 m^3$? Fizeram uma pesquisa no site da CAER e estabeleceu o seguinte diálogo:

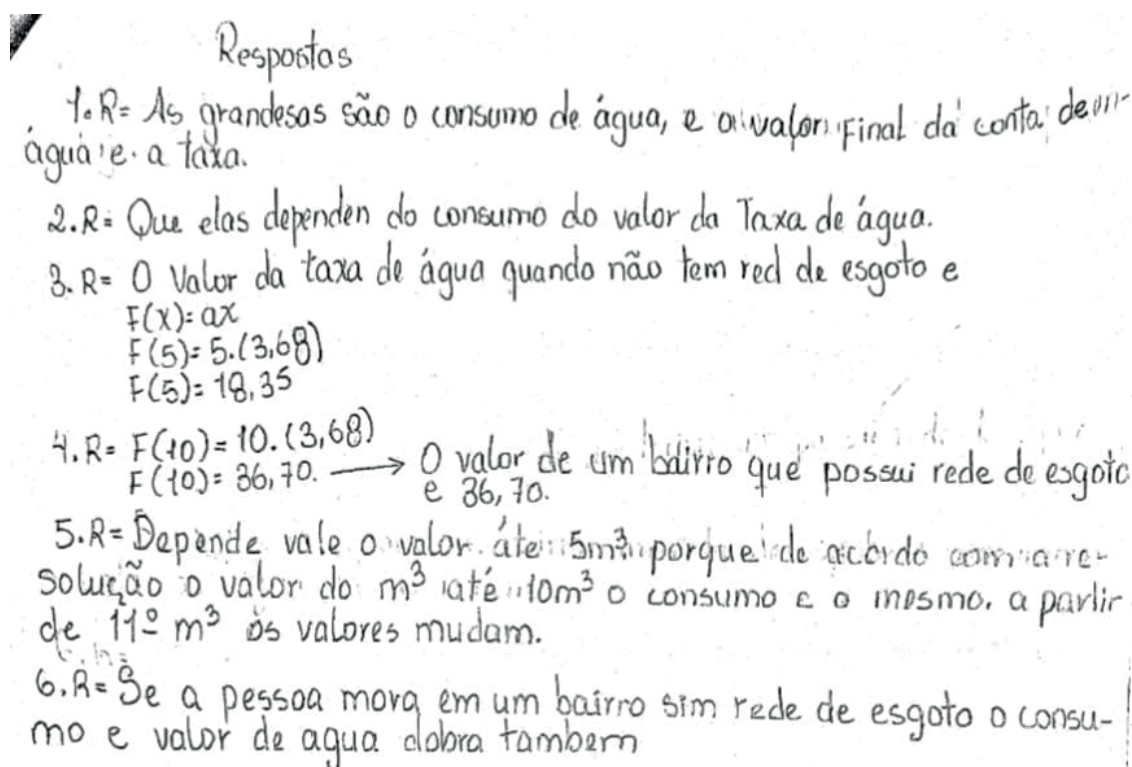
Aluno A: Encontrei no site a seguinte afirmação: "É lícita a cobrança da taxa de água pela tarifa mínima, mesmo que haja hidrômetro."

Aluno B: E se tiver hidrômetro qual é o consumo mínimo para que a fatura seja mínima?

Aluno C: Se o consumo até 10 m³ a tarifa será a mesma R\$ 36,87 sem rede de esgoto e R\$ 66,37 com rede de esgoto.

A pesquisa realizada pelos alunos no site da CAER evidencia os quanto motivados e interessados eles estavam em resolver o problema proposto. Nesse ponto destacamos o papel do professor ao incentivar que os alunos buscassem informações para além do material proposto. Além disso, ficou evidente o papel que a Resolução de Problemas teve na promoção da aprendizagem uma vez que eles se sentiram motivados e interessados em resolver (Junior; Onuchic, 2015). Ainda referente ao primeiro problema apresentado, sobre o valor da fatura de água, a Figura 3 apresenta a resolução do Grupo 3.

Figura 3 - Respostas dos alunos do Grupo 3.



Fonte: Elaborado pelos alunos do grupo 03

No entendimento do grupo na questão 1 as grandezas envolvidas no problema são: o consumo, o valor final da conta de água e a taxa, só que a taxa referente a rede de esgoto já está inclusa no valor final da fatura. O grupo considerou a taxa de esgoto como uma grandeza independente, sendo que na fatura já está inclusa a taxa no caso onde tem rede de esgoto.

Na questão 2 se confundiram entre as variáveis dependentes e independentes. Eles concluíram que as grandezas são quem dependem do consumo e do valor da taxa. O grupo considerou a taxa de esgoto como uma parte separada, quando, na realidade, ela já faz parte da fatura final. Um fator que precisa ser considerado para entender a fatura total é o consumo de água, pois ele afeta tanto o valor da água consumida quanto a taxa de esgoto.

Na questão 3 quando eles calcularam o valor da fatura para o consumo de 5 metros cúbicos esse valor não existe na prática, porque para o consumo de 5 metros cúbicos o valor da fatura é taxa mínima, já na questão 4 eles fizeram com os cálculos para o consumo de 10 metros cúbicos e chegaram no valor de R\$ 36,87 que é aproximadamente o valor onde não é cobrado taxa de esgoto. Assim como o Grupo 2, estes alunos também utilizam a notação de função para responder as questões 3 e 4, o que evidencia que em algum momento esta turma já teve contato com o conceito de função e estabeleceu uma relação entre este conceito e o problema apresentado.

Na questão 6 eles se confundiram ao dizer que se o consumo dobrar o valor da fatura também dobra. Na verdade, eles observaram que o consumo de 1 a 10 metros cúbicos o valor final da fatura é o mesmo, pois é a taxa mínima.

De acordo com as repostas apresentadas pelos alunos e seguindo as etapas previstas na Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato, (2011) podemos observar que de maneira geral foi satisfatório as respostas dadas e que os objetivos propostos foram alcançados. Destacamos como um ponto positivo desse momento a conexão entre o conteúdo função afim e o cálculo da fatura da conta de água cobrado pela CAER, o que favoreceu o desenvolvimento do raciocínio lógico, além de motivar os alunos, pois os mesmos estavam resolvendo problemas do cotidiano. No entanto, uma limitação desse momento foi a dificuldade de alguns alunos, principalmente os estrangeiros, de fazer a interpretação dos dados apresentados na fatura de água e diferenciar a dependência e independência entre as grandezas envolvidas no problema.

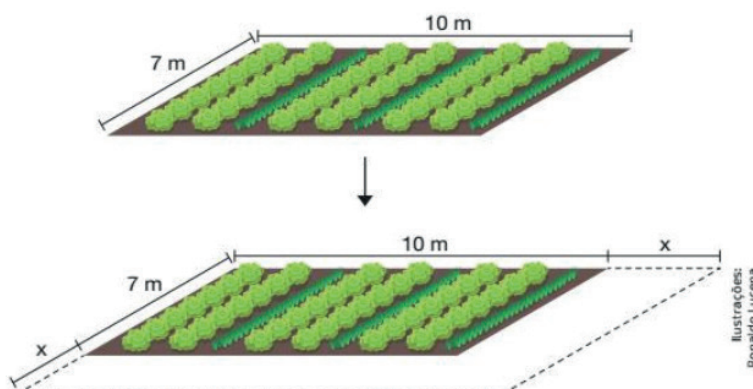
Desde modo acreditamos que em alguma medida os alunos, através dessa atividade, puderam vivenciar o conceito de função de forma viva a dinâmica, o que pode ter favorecido a compreensão dos mesmos. O tipo de atividade apresentada favoreceu a relação com este conceito matemático, uma vez que a ideia de função foi desenvolvida a partir da necessidade de resolver problemas do dia a dia (Chaves; Carvalho, 2004).

O contexto para o trabalho com as funções quadráticas foi a construção e manutenção das hortas comunitárias. As hortas comunitárias são alternativas para a ocupação de terrenos baldios e espaços não utilizados. Essas hortas fornecem alimentos frescos e saudáveis aos moradores locais, além de, em alguns casos servirem como fonte de renda. No entanto, para a manutenção dessas hortas, são necessárias uma quantidade semanal de água para fazer a irrigação. Por exemplo, em uma horta de 7m largura por 10m de comprimento são necessários, em média 20 litros de água por m^2 .

Partindo desse contexto, elaboramos uma questão com base em Souza e Garcia (2016), em que os alunos teriam que discutir e compreender o problema pelo viés da função quadrática. O Quadro 2 apresenta o problema que foi apresentado aos alunos:

Quadro 2 - Construção das hortas comunitárias.

Em certa horta comunitária, um canteiro de verduras retangular será ampliado em uma mesma medida, tanto no comprimento quanto na largura, como mostra a figura.



Questão 01. Quantas e quais são as grandezas envolvidas no problema?

Questão 02. Que relação existe entre essas grandezas?

Questão 03. É possível montar um quadro com variações para o valor de x ?

Questão 04. Que relação existe entre o tamanho do terreno e o consumo de água para a sua manutenção?

Fonte: Organização do autor

Para a análise dos dados destacamos a solução de três grupos. A Figura 4 apresenta a resolução realizada pelo grupo 01.

Figura 4 - Respostas do grupo 01.

Respostas.

- 1) Área, Largura, comprimento, consumo de água.
- 2) A área do terreno é obtida multiplicando o comprimento pela largura, e o consumo de água é diretamente proporcional à área, com uma média de 20 litros por metro quadrado.
- 3)

| x | Largura ($7+x$) | comprimento ($10+x$) | Área | consumo de água (Litros) |
|---|-------------------|------------------------|--------------------|--------------------------|
| 0 | 7 m | 10 m | 70 m ² | 1400 Por semana |
| 1 | 8 m | 11 m | 88 m ² | 1760 Por semana |
| 2 | 9 m | 12 m | 108 m ² | 2160 Por semana |
| 3 | 10 m | 13 m | 130 m ² | 2600 Por semana |

- 4) Sim. É possível montar um quadro com variações para o valor de x .

Fonte: Elaborado pelos alunos do grupo 1

Após analisarem a área do terreno para fazer o canteiro, eles observaram que poderiam aumentar a largura e o comprimento do retângulo e consequentemente a área do canteiro também ia aumentar. Essa discussão pode ser acompanhada no trecho a seguir:

Aluno A: Se eu aumentar 1 metro na largura e um metro no comprimento, qual será a nova área?

Aluno B: (Você) Multiplica a largura pelo vezes do comprimento que você terá a nova área e o consumo de água para irrigação também aumentara.

Aluno A: Acho que entendi.

Nesse primeiro momento da atividade, embora não fosse o foco da aula, os alunos tiveram que relembrar o conceito de área de um retângulo e o modo como é feito o cálculo da mesma. Esse diálogo foi importante pois, os alunos que lembravam deste conceito puderam auxiliar os que não tinham clareza do modo como se calcula a área em questão.

Sobre este aspecto Ponte (2009) salienta que, os alunos precisam ser mais ativos nos processos de construção de novos conhecimentos, e para isso o professor pode iniciar um novo conteúdo apresentado uma tarefa que utilize os conhecimentos que os alunos já possuem e ao mesmo tempo, permita que eles desenvolvam novos conceitos ou processos.

Após a discussão/revisão do conceito de área de um retângulo, os alunos montaram a tabela atribuindo valores a x (domínio) e consequentemente encontraram uma nova área (imagem), ou seja, quando x aumenta a área também aumenta. Desta forma, foram associando as novas áreas com a quantidade de água necessária para fazer a irrigação, sabendo que para cada metro quadrado são necessários 20 litros de água por semana. Esse dado foi validado por uma aluna, pois o seu pai trabalha com horta.

Eles associaram a área do retângulo de 7m x 10m como sendo a área mínima e se preocuparam em saber a quantidade suficiente de água para fazer a irrigação dessa área e chegaram que são necessários 1.400 litros de semanais, em seguida foram aumentando a largura e o comprimento do retângulo e observaram que a área foi aumentada, consequentemente o consumo de água também aumentou. No entanto só fizeram os cálculos para o consumo semanal quando na verdade deveriam ter feitos para o consumo mensal para ter a ideia do valor da fatura de conta de água.

A resolução do segundo grupo pode ser vista na Figura 5.

Figura 5 - Respostas do Grupo 2.

1.R=As grandezas envolvidas no problema são:

- Comprimento
- Largura
- Área

2.R= A relação entre essas grandezas: Área é igual ao produto do comprimento pela largura: $A = (7+x) \cdot (10+x)$

3.R=

| X | L | C | A |
|----|----|-----|-------------------|
| 1 | 8m | 11m | 88m ² |
| 2 | 9 | 12 | 108m ² |
| 3 | 10 | 13 | 130m ² |
| 4 | 11 | 14 | 154m ² |
| 5 | 12 | 15 | 180m ² |
| 6 | 13 | 16 | 208m ² |
| 7 | 14 | 17 | 238m ² |
| 8 | 15 | 18 | 270m ² |
| 9 | 16 | 19 | 304m ² |
| 10 | 17 | 20 | 340m ² |

Fonte: Elaborado pelos alunos do grupo 02.

Após receberem as questões os integrantes do grupo iniciaram uma discussão sobre a resolução das mesmas. Parte desse diálogo pode ser visto no trecho que segue:

Aluno A: Se eu tiver um terreno de 310 metros até quantos metros eu posso aumentar a largura e o comprimento do retângulo?

Aluno B: não faço a mínima ideia.

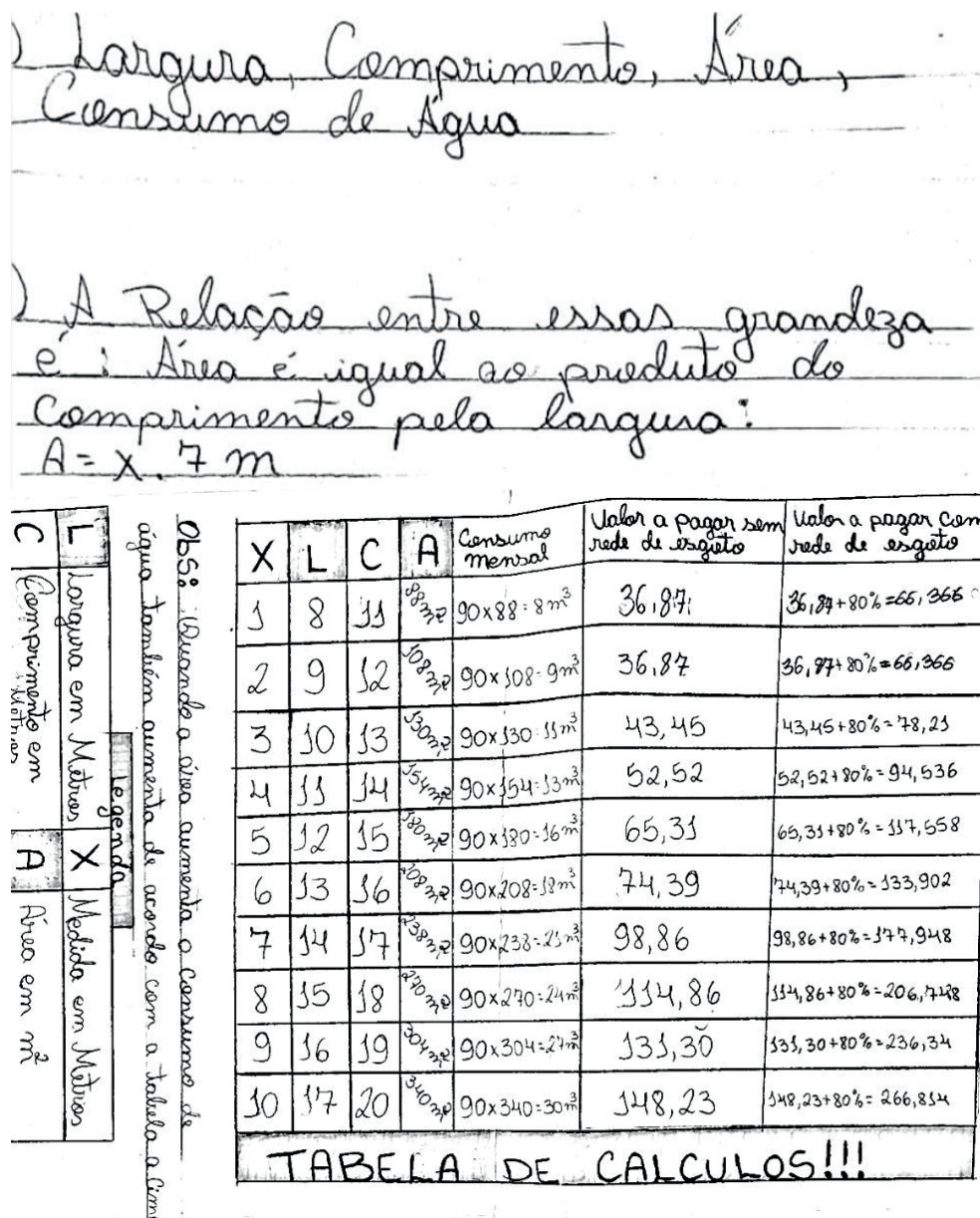
Aluno C: Eu sei, vamos aumentar um metro de cada vez, na largura e no comprimento e ver quanto dá a área, se for menor ou igual a 310 metros quadrados.

Após o diálogo, os alunos identificaram as grandezas, mas não souberam fazer a relação existente entre elas (Questão 2). Já na questão 3 fizeram uma tabela com os x e suas respectivas imagens que representam as novas áreas, escreveram a lei de formação e fizeram a relação entre a largura e o comprimento do terreno, ou seja, quando a largura aumenta e comprimento aumentam, a área aumenta e consequentemente o consumo de água para fazer a irrigação também aumentará e concluíram que era possível aumentar 9 metros na largura e 9 metros no comprimento do retângulo, que ficariam com um canteiro 304 metros quadrados.

Sobre este aspecto Bravo (2018) salienta que o conhecimento matemático não pode ser mensurado pela quantidade de exercícios que os alunos fazem, mas pela atividade mental realizada elas, ou seja, pela ação de interpretar, resolver, formular, calcular e aplicar corretamente os conceitos matemáticos.

Ainda no que se refere a esse segundo problema, a Figura 6 apresenta a solução realizada pelo Grupo 3.

Figura 6 - Respostas do Grupo 3.



Fonte: Elaborado pelos alunos do grupo 03

No momento em que o grupo recebeu os problemas com suas respectivas questões, estabeleceu o seguinte diálogo:

Aluno A: Vamos aumentar a área e ver a quantidade de água para irrigar a horta.

Aluno B: Será que vai ficar muito caro a fatura da água?

Aluno C: Depende, se não que pagar taxa de esgoto, vamos ver com e sem taxa de esgoto.

Aluno B: Tem que ver como faz para calcular.

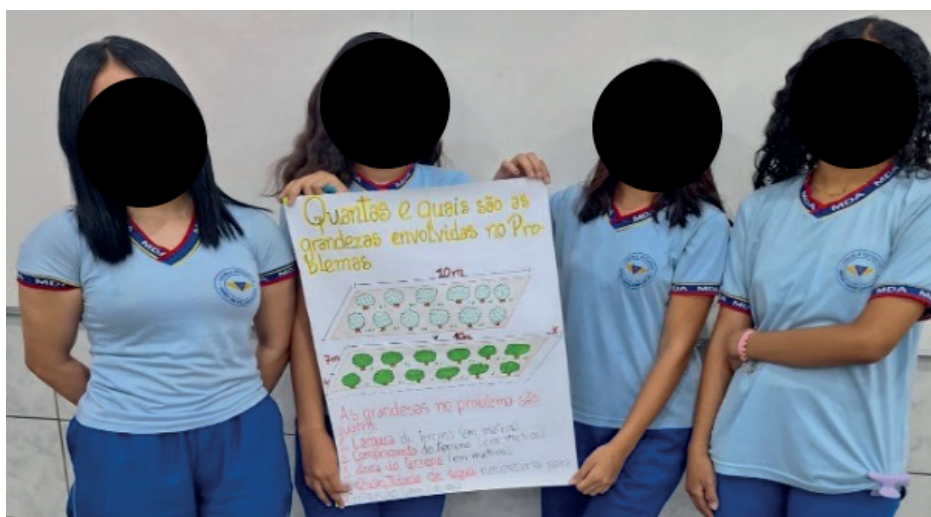
Aluno C: É igual a parte... outra conta que fizemos (se referindo ao cálculo feito no primeiro problema proposto).

Depois do diálogo, os alunos tiveram dificuldades em fazer a relação entre as variáveis de forma clara na questão 2. Já nas questões 3 e 4 eles fizeram uma única tabela respondendo as duas questões, quando aumentaram 1 metro tanto na largura quanto no comprimento a área aumentou e consequentemente o consumo de água aumentou também. Como são necessários 20 litros de água por metro quadrado para fazer a irrigação da área eles concluíram que mensalmente são necessários 90 litros de água por metro quadrado, a partir daí foram calculando o valor da fatura da conta de água, com e sem rede de esgotos de acordo com o aumento da área.

A ideia que o grupo teve para resolver o problema está de acordo com que Damm (2007) pontua, ao dizer que para se resolver um problema se faz necessário suscitar a hipótese antes de resolver um problema, pois, quando as informações acerca dos elementos - incógnitas e os números - estão indicados claramente, será facilitada a construção da resposta.

Eles pensaram em variar a largura e comprimento do retângulo, ao fazer isso, observaram o aumento da área e o aumento do consumo para fazer a irrigação dessas áreas. Observaram também que na primeira e segunda áreas os valores das respectivas faturas serão iguais, pois os consumos estão dentro da faixa mínima 8 e 9 metros cúbicos (m^3) e a partir da terceira área perceberam que o consumo estava fora da faixa mínima que é de 10 metros cúbicos (m^3). Para continuar fazendo a relação da área com o consumo, consultaram a tabela, e realizaram os cálculos para saber o valor da fatura da água dessas novas áreas. Os grupos utilizaram-se de representações (desenhos) para auxiliar na resolução da atividade. A Figura 7 evidencia este momento.

Figura 7 - apresentação cálculo de área



Fonte: Acervo do autor.

Inicialmente eles imaginavam que mesmo fazendo a variação da largura e do comprimento do retângulo com dimensões da horta a área ia aumentar, mas o consumo de água permanecia constante, só depois que fizeram os cálculos chegaram à conclusão que o consumo de água também aumentará e, consequentemente o valor das faturas para fazer a irrigação também irá aumentar de valor.

Fazendo uma análise geral desse momento, podemos observar que os alunos estavam mais motivados, participativos e determinados. Acreditamos que essa mudança na postura dos alunos esteja ligada ao tipo de atividade proposta, uma vez que eles se tornaram mais protagonistas do processo de aprendizagem.

Neste sentido, o grande desafio das aulas de Matemática, e das escolas de modo em geral, consiste no desenvolvimento de um processo de aprendizagem que seja capaz de permitir ao aluno a construção de conceitos. Nesse sentido, é necessário “promover o ensino através de uma metodologia interativa e participativa que permita o desenvolvimento gradativo da autonomia do educando” (Maldaner, 2016).

O que mais se destaca nesta categoria foi o envolvimento de todos os alunos na resolução dos problemas do cotidiano e a maneira como isso gerou curiosidade e a compreensão de como a matemática impacta o dia a dia. Esse fato acabou motivando-os e levando-os a busca de mais informações (como fizeram com a pesquisa no site da CAER). De modo sintético essa categoria pode ser resumidas nos seguintes pontos:

- a) Os alunos conseguiram perceber a utilidade da matemática no dia a dia, o que torna o aprendizado mais significativo e motiva os estudantes a se envolverem mais ativamente nas atividades propostas;
- b) Através da metodologia de Resolução de Problemas os alunos desenvolveram não só habilidades matemáticas, mas também se motivaram na busca pelas soluções dos problemas propostos;
- c) O trabalho colaborativo entre os alunos, permitiu que os mesmos compartilhassem diferentes estratégias de resolução e discutissem soluções de forma crítica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este sentido este artigo tem como objetivo analisar as contribuições que uma Sequência Didática, organizada nos princípios da Resolução de Problemas, traz para a compreensão de situações cotidianas, a partir da utilização dos conceitos de funções afim e quadrática.

A escolha por essa temática tem a ver com a importância de se trabalhar os conteúdos de função afim e quadrática através dos princípios de Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato, (2011) como uma metodologia eficaz no ensino de matemática, relacionando o conceito de função com problemas do cotidiano dos alunos, como a conta de água e o cálculo de área para utilização de hortas comunitárias.

No que se refere aos resultados alcançados nessa investigação podemos destacar alguns pontos de acordo com a categoria de análise elaboradas. Essa categoria nos permite concluir que os alunos conseguiram estabelecer uma relação entre os conceitos matemáticos e situações do cotidiano, o que torna o aprendizado mais significativo e leva os alunos a terem uma postura mais atividade diante das atividades propostas.

Outro aspecto importante que pode ser pontuado é que a metodologia da Resolução de Problema prevê momentos de trabalho em conjunto, de forma colaborativa entre os alunos, o que favorece o compartilhamento de diferentes estratégias de resolução de forma crítica e consciente.

Deste modo é possível inferir que a pesquisa contribuiu para a integração dos conceitos de funções afim e quadrática, fazendo uma conexão na aplicação dos problemas, facilitando a compreensão teórica destes conceitos e promovendo a importância de se trabalhar a Resolução de Problemas em situações do cotidiano dos alunos. Ao associar as funções afim e quadrática a situações problemas vividos no cotidiano dos alunos facilita o trabalho do professor, tornando as aulas mais dinâmicas e preparando os alunos para que eles compreendam melhor o mundo ao seu redor.

A compreensão do conceito de função pode ser considerada abstrata, quando não trabalhado problemas que seja do cotidiano dos alunos, fazendo com que o aluno considere a matemática como uma disciplina difícil, mas quando aplicadas em situações presentes no dia a dia através da Resolução de Problemas tem impacto positivo na aprendizagem, pois desperta no aluno o interesse e a curiosidade em entender os conceitos de função para poder resolver esses problemas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2016.

BRAVO, J. A. F. **La numeración y las cuatro operaciones matemáticas**. Bogotá: Ediciones de la U, 2018.

CHAVES, M. I. A.; CARVALHO, H. C. Formalização do Conceito de Função no Ensino Médio: uma sequência de ensino-aprendizagem. In: **Anais do VIII ENEM**. Recife - PE: Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

CHARLOT, B. **Os jovens e o saber: perspectivas mundiais**. Porto Alegre: Ed. Artmed, 2001.

DAMM, R. F. Representação, compreensão e resolução de problemas aditivos. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. 3. ed. Campinas/SP: Papirus, 2007, p. 35-47.

JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. R. **Ensino e Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas como Prática Sociointeracionista**. Rio Claro: Bolema, v. 29, n. 53. dez/ 2015.

MALDANER, A. **Aprendendo Matemática nos anos iniciais**. Porto Alegre: Mediação, 2016.

MINAYO, M. C. de L. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 19. Petrópolis: Vozes, 2001.

MONTEIRO, A.; NACARATO, A.M. **As relações entre saberes cotidiano e escolar presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática**. Pro-Posições, Campinas, v. 16, n. 3, p. 165-179, set. /dez. 2005.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.): **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa Em Resolução de Problemas: Caminhos, Avanços e Novas Perspectivas**. Bolema, Rio Claro - São Paulo. 2011.

PONTE, J. P. **O novo programa de matemática como oportunidade de mudança para os professores do ensino básico**. Interações, v. 5, n. 12, 2009, p. 96-114.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**: Rio de Janeiro - RJ, 1995.

RORAIMA. **Documento Curricular de Roraima (DCRR)**. Secretaria Estadual de Educação e Desporto (SEED). Boa Vista-RR, SEED, 2019.

SOUZA, J. R.; GARCIA, J. S. R. **Contando matemática**. 1º ano. São Paulo: FTD, 2016.

VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A. **Ensinar matemática com resolução de problemas**. Quadrante, v. 24, n. 2, 2015. p. 39-60. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22923/16989>. Acesso em 18 out. 2024.

VERGARA, C. **Hortas comunitárias: soluções e desafios**. 1. ed. São Paulo: Editora XYZ, 2009.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar: O papel das crenças na resolução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2006. 212 p.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Trad. Ernani F. da Rosa - Porto Alegre: ArtMed, 1998.