

O ESTUDO DA FUNÇÃO SENO POR ALUNOS DO ENSINO MÉDIO: UMA PESQUISA BASEADA EM DESIGN¹

THE STUDY OF THE SINE FUNCTION BY HIGH SCHOOL STUDENTS: A DESIGN-BASED RESEARCH

**Aline Picoli Sonza², Débora de Sales Fontoura da Silva Frantz², Elisângela Fouchy Schons²,
Gabriel de Oliveira Soares², Marcelo de Freitas Bortoli², Nelson Luiz Reyes Marques²,
Rafaelle Ribeiro Gonçalves², Aline Grohe Schirmer Pigatto³ e Eleni Bisognin³**

RESUMO

Este trabalho utiliza-se da abordagem da Pesquisa Baseada em Design (PBD), organizada nas quatro fases da PBD e tem por objetivo investigar potencialidades de uma sequência de atividades voltada ao estudo de tópicos da Trigonometria, que foi aplicada em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública da região central do Rio Grande do Sul. Nesta, foram idealizados o planejamento e a execução de um estudo, por uma equipe de professores/pesquisadores, trabalhando com uma proposta interdisciplinar, aliada à perspectiva da Teoria Sociocultural de Vygotsky como alicerce teórico para o desenvolvimento do produto educacional. A metodologia fundamentada na PBD inclui a pré-análise do problema educativo, a validação e utilização de uma sequência de atividades desenvolvida; a intervenção através da aplicação da sequência de atividades na turma de Ensino Médio e; a avaliação, na qual foi analisada a intervenção e o artefato desenvolvido, a fim de propor caminhos para o redesign. Foram consideradas adaptações e também contribuições dos participantes, possibilitando um trabalho cooperativo. Os estudantes demonstraram interesse, participaram durante o processo e avaliaram positivamente a atividade, além de conseguirem relacionar os temas da Trigonometria com a Física, o que era a ideia central da intervenção. Concluímos que as fases delineadas foram eficazes no desenvolvimento do trabalho e que a PBD se mostrou essencial para respaldar adaptações para a sequência de atividades e refinar as análises sobre as atividades planejadas, desenvolvidas e aplicadas aos estudantes do Ensino Médio.

Palavras-chave: ensino de matemática no ensino médio, funções periódicas, pesquisa baseada em design.

ABSTRACT

This work uses the Design-Based Research (DBR) approach and it is organized in four phases. It aims to investigate the potentialities of a sequence of activities focused on the study of Trigonometry topics, which was applied in a class of the second year of High School in a public school in the central region of Rio Grande do Sul. We structured a team of professors/researchers to develop an educational product. The discussions were guided by the perspective of Vygotsky's Socio-Cultural Theory. The methodology is based on the DBR and it includes the pre-analysis of the educational problem, the validation and use of a sequence of activities developed; the intervention through the application of the sequence of activities in class; and evaluation,

¹ Trabalho oriundo da disciplina Abordagens Metodológicas para o Ensino de Ciências e Matemática II (PPGECIMAT).

² Doutorandos do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Universidade Franciscana. E-mails: alinepsonza@gmail.com; debora_frantz@hotmail.com; lisa.schons@gmail.com; gsoares8@outlook.com; marcelo.bortoli@ifpr.edu.br; nelsonreyes@terra.com.br; rafaellerg@gmail.com

³ Orientadoras. Docentes do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática - Universidade Franciscana. E-mails: alinepi@ufn.edu.br; eleni@ufn.edu.br

in which the intervention and the developed artifact were analyzed, in order to propose ways for a possible redesign. We considered some adaptations based on the contributions the students made. This promoted a playful and cooperative work. The students demonstrated interest and participation during the process, positively evaluated the activity, and were able to relate the themes of trigonometry to physics, which was the central idea of the intervention. We conclude that the phases were effective in the development of the work and that DBT was essential to support the adaptations to the sequence of activities and to refine our analyzes of the activities applied to the high school students.

Keywords: *design-based research, periodic functions, teaching mathematics in high school.*

INTRODUÇÃO

A Pesquisa Baseada em Design - PBD, consiste em uma possibilidade metodológica para pesquisas que envolvem perspectivas interdisciplinares, e que contém como foco problemas educativos voltados a sujeitos da aprendizagem, a partir de uma abordagem que prioriza a colaboração entre pesquisadores e os sujeitos envolvidos em práticas pedagógicas, neste caso, pesquisadores, professores e estudantes (RAMOS, 2010).

É um tipo de pesquisa que busca investigar as possibilidades de melhoria educacional através do desenvolvimento de teorias sobre o processo de aprendizagem por meio do qual os alunos se familiarizam com um determinado tópico e como apoiar tal processo de aprendizagem. Essa metodologia tem muita semelhança com o que os professores fazem quando planejam, aplicam e avaliam suas lições, podendo, portanto, ser tomada como um ponto de referência para a pesquisa de professores. (GRAVEMEIJER; VAN EEDER, 2009).

É uma abordagem que integra, segundo Ramos (2010, p. 21), “intervenções pedagógicas em contextos reais de aprendizagem, com o objetivo tanto de promover a melhoria das práticas educativas quanto de produzir conhecimentos sobre processo ensino-aprendizagem”.

De acordo com Kneubil e Pietrocola (2017, p. 1), a Pesquisa Baseada em Design envolve

uma nova metodologia intervencionista que busca aliar aspectos teóricos da pesquisa em educação com a prática educacional. Na área de pesquisa em ensino de ciências, a DBR tem sido usada para planejar, implementar e avaliar sequências de ensino-aprendizagem (TLS) de conteúdos específicos.

Com base em estudos de Reeves (2000), Ramos (2010) descreve o processo da PBD dividido em quatro fases de pesquisa: o primeiro de investigação, no qual um problema educativo é analisado, com os sujeitos envolvidos nas práticas pedagógicas; seguido pelo desenvolvimento do artefato pedagógico, que é construído a partir da teoria norteadora e levando-se em conta as especificidades dos contextos; após, faz-se a intervenção, com o intuito de compreender e avaliar como o artefato desenvolvido contribuiu na prática para a solução do problema educativo; e a avaliação da intervenção, na qual os princípios de design são desenvolvidos sobre o processo de aprendizagem potencializado

pelo artefato, permitindo revisitar cada fase do processo e refinar a intervenção. Sendo assim, além de metodologia de pesquisa a PBD também é uma metodologia de ensino que pode ser avaliada a partir do desenvolvimento do artefato pedagógico.

Além disso, a Design-Based Research Collective - DBRC (2003), aponta que a Pesquisa Baseada em Design é uma metodologia importante para se entender como, quando e por que as inovações educacionais funcionam (ou não) na prática, ajudando a criar e ampliar os conhecimentos sobre o desenvolvimento, a promulgação e a sustentação de ambientes de aprendizagem. Assim, o trabalho com design está profundamente associado ao desenvolvimento de um produto através das relações entre teoria educacional, artefato projetado e prática.

Dessa forma, levando em consideração que as pesquisas que trazem essa metodologia elevam a importância do trabalho com a prática, envolvendo todos os sujeitos no projeto e também, sendo esta uma metodologia intervencionista que busca aliar aspectos teóricos da pesquisa em educação com a prática educacional, surgiu a ideia desse trabalho, advinda do desenvolvimento de uma disciplina em um Programa de Pós-Graduação na área de Ensino de Ciências e Matemática da região central do estado do Rio Grande do Sul.

Nesta, foram idealizados o planejamento e a execução de um estudo, por uma equipe de pesquisadores da área e professores que estão efetivamente nas escolas, trabalhando com uma proposta interdisciplinar, aliada à perspectiva da Teoria Sócio-Cultural de Vygotsky como alicerce teórico para o desenvolvimento do produto educacional.

Assim, para esse estudo, utilizou-se a abordagem da PBD com o objetivo de investigar potencialidades de uma sequência de atividades voltada ao estudo de tópicos da Trigonometria e a relação desta com outras áreas do conhecimento, como a Física, que foi aplicada em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública da região central do Rio Grande do Sul.

A PERSPECTIVA DA TEORIA SÓCIO-CULTURAL NO PLANEJAMENTO DA PBD

A teoria de Vygotsky foi escolhida, tendo em vista que a intervenção, fase da PBD, foi organizada a fim de ser feita de maneira participativa, favorecendo a interação social entre os professores e a turma, e dos alunos entre si. Dessa forma, consideramos que o compartilhamento, e a negociação de significados entre os participantes, professores e alunos, foram fundamentais para a aprendizagem.

Ostermann e Cavalcanti (2010) explicam que o conceito central da teoria de Vygotsky é o de atividade, que é a unidade de construção da arquitetura funcional da consciência; um sistema de transformação do meio com ajuda de instrumentos e signos. A atividade é entendida como mediação, onde o emprego de instrumentos e signos representa a unidade essencial de construção da consciência humana, compreendida como contato social consigo mesmo e, por isso, constituída de uma estrutura semiótica (estrutura de signos) com origem na cultura. Para Vygotsky, o desenvolvimento humano

está definido pela interiorização dos instrumentos e signos; pela conversão dos sistemas de regulação externa em meios de auto regulação.

Vygotsky (2001) afirma que em colaboração o estudante sempre pode fazer mais do que sozinho. No entanto, cabe acrescentar: não infinitamente mais, mas só em determinados limites, rigorosamente determinados pelo estado do seu desenvolvimento e pelas suas potencialidades intelectuais. Em colaboração, o estudante se revela mais forte e mais inteligente do que trabalhando sozinho, projeta-se ao nível das dificuldades intelectuais que ele resolve, mas sempre existe uma distância entre o nível de desenvolvimento real do estudante, tal como medido por sua capacidade de resolver problemas sozinho, e seu nível de desenvolvimento potencial, tal como medido através da resolução de problemas sob orientação de alguém ou em colaboração com parceiro mais capazes (professor, colega, pai,...). “A possibilidade maior ou menor de que o estudante passe do que sabe para o que sabe fazer em colaboração é o sintoma mais sensível que caracteriza a dinâmica do desenvolvimento e o êxito do estudante” (VYGOTSKY, 2001, p. 329). Essa possibilidade coincide perfeitamente com sua zona de desenvolvimento proximal (ZDP).

A colaboração com outras pessoas, seja um adulto ou um colega mais adiantado, dentro da ZDP, conduz ao desenvolvimento dentro de parâmetros socioculturais apropriados. A ZDP tem um caráter dinâmico e complexo e seus limites variam de indivíduo para indivíduo em relação a diferentes âmbitos de desenvolvimento, tarefas e conteúdos. Ela reflete o caráter bidirecional das relações entre desenvolvimento e aprendizagem.

O conceito de interação social, fundamental na teoria vygotskyana, possui como condição essencial, o caráter assimétrico. A interação social só pode existir efetivamente em relação ao desenvolvimento de uma tarefa, se houver, entre os parceiros que a realizam, alguém que saiba fazê-la. Vygotsky deixa essa ideia muito clara quando vincula a colaboração à imitação, ao afirmar que o desenvolvimento da aprendizagem, decorrente da colaboração via imitação, é o fato fundamental. Na escola o estudante não aprende o que sabe fazer sozinho, mas o que ainda não sabe fazer e lhe vem a ser acessível em colaboração com o professor e sob sua orientação. Ainda, segundo Vygotsky, “o que a criança é capaz de fazer hoje em colaboração conseguirá fazer amanhã sozinha” (VYGOTSKY, 2001, p. 331).

Vygotsky (2001) denomina de conceitos espontâneos, os conceitos adquiridos no contexto cotidiano a partir de referentes concretos e os conceitos científicos, aqueles adquiridos, por meio do ensino, pela atribuição de significados em uma estrutura conceitual. Tal autor afirma que os conceitos científicos são construídos pela explicitação das suas relações com outros conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, os conceitos prévios.

Na teoria vygotskiana é destacada a importância do professor como agente do processo e parceiro mais capaz a ser imitado. Os sistemas de signos, a linguagem, os diagramas que o professor utiliza têm um papel relevante na teoria vygotskyana, pois a aprendizagem depende da riqueza do sistema de signos transmitido e como são utilizados os instrumentos. O objetivo geral

da educação, na perspectiva vygotskyana, seria o desenvolvimento da consciência construída culturalmente (OSTERMANN; CAVALCANTI, 2010, p. 28).

PERCURSOS METODOLÓGICOS: O DESENVOLVIMENTO DA PBD

Conforme anteriormente mencionado, utilizou-se a metodologia de Pesquisa Baseada em Design (PBD). Ela é definida pelo DBR-Collective (2003) como uma metodologia de pesquisa que combina empiricamente a pesquisa educacional teórica com contextos de aprendizagem. Assim, essa seria uma perspectiva metodológica de pesquisa que auxilia na compreensão de como, quando e por que inovações educacionais funcionam (ou não) na prática. Logo, a PBD promove uma espécie de gerenciamento de controle do processo de produção e implementação de uma inovação educacional em contextos escolares reais.

Para esse trabalho, organizaram-se os procedimentos de pesquisa baseados nas quatro fases da Pesquisa Baseada em Design, propostas por Reeves (2000). A primeira constituiu-se de uma pré-análise do problema educativo, relacionando o conteúdo estudado pela turma do 2º ano do Ensino Médio para qual o trabalho foi proposto; a segunda buscou validar e organizar uma sequência de atividades desenvolvidas por um grupo de professores e doutorandos de um Programa de Pós-Graduação na área de Ensino de Ciências e Matemática; na terceira fase, foi realizada a intervenção, através da aplicação da sequência de atividades pelos doutorandos na turma de Ensino Médio e; a quarta fase, na qual foi analisada a intervenção e o artefato desenvolvido, a fim de propor caminhos para o redesign.

A intervenção foi realizada com uma turma de 2º ano do Ensino Médio, com 25 alunos presentes na data, em um período de três horas. Além disso, a mesma foi gravada, para posterior análise e discussão do grupo e avaliação do artefato.

Quanto ao grupo de pesquisadores participantes da intervenção, contou-se com três professores aplicadores, sendo dois de Matemática e um de Física; e quatro professores observadores, sendo três de Matemática e uma professora de Biologia, para a realização dos registros pertinentes à sequência de ensino e aprendizagem proposta.

Diferentes formas de registro, como a observação, anotação e filmagem, são importantes na metodologia da Pesquisa Baseada em Design uma vez que, a partir da análise e avaliação, é possível produzir os princípios para o redesign do artefato proposto.

Inicialmente, na aplicação da proposta, apresentamos questões ou situações reais que os alunos conhecem e presenciam e que estão envolvidas nos temas. Nesse momento, os alunos são desafiados a expor o que pensam sobre as situações, a fim de que os pesquisadores/professores compreendam o que eles sabem. A finalidade foi propiciar um distanciamento crítico dos alunos ao se defrontarem com as interpretações das situações propostas para discussão e fazer com que eles reconheçam a necessidade de se obterem novos conhecimentos, a partir do que já conhecem (conceitos espontâneos), com os quais possam interpretar as situações mais adequadamente.

Buscamos também apresentar problemas que contivessem elementos dentro da Zona de Desenvolvimento Real (ZDR) dos alunos, mas que contivessem também elementos da zona cognitiva que se encontra em fase de desenvolvimento, a ZDP.

Para isso, a atividade foi interativa, com a utilização de materiais experimentais, os alunos trabalhando em grupos, com o auxílio dos professores/pesquisadores. Todo o trabalho ocorreu de forma cooperativa entre os estudantes e os pesquisadores/professores, o que levou os alunos a avançarem, transformando, assim, a ZDP em ZDR. A noção de zona de desenvolvimento proximal levou-nos a planejar o trabalho tendo em vista que, de acordo com Vygotsky, “o bom aprendizado é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento” (VYGOTSKY, 1991, p. 117).

ANÁLISE DO PROBLEMA

Inicialmente, foram levantadas possíveis temáticas que poderiam ser trabalhadas, no âmbito do ensino da Matemática. Dentre diversos temas apontados nas discussões do grupo de pesquisadores, ficou evidenciada que a Trigonometria é um conteúdo em que os alunos geralmente apresentam dificuldades, o que corrobora com as ideias apresentadas dos trabalhos de Linck (2010), Duarte Filho (2017) e Feijó (2018).

Após a escolha do tema, refletiu-se sobre a importância da apropriação do conceito da função seno, por parte dos estudantes, que é necessário para a compreensão de fenômenos que envolvem funções periódicas. Além disso, elencou-se diversas aplicações em Física e Biologia, as quais dependem, direta ou indiretamente, da compreensão de período e frequência de uma função periódica.

Essa discussão levou à procura de fenômenos que pudessem ser utilizados como “gatilhos” norteadores das atividades a serem propostas na sequência de ensino e aprendizagem. Assim, definido o problema inicial, o grupo começou a etapa da construção do artefato pedagógico, o qual foi sendo lapidado com a participação de todos.

CONSTRUÇÃO DO ARTEFATO PEDAGÓGICO

O artefato pedagógico, proposto neste trabalho, consiste em uma sequência de ensino e aprendizagem para a apresentação dos conceitos envolvidos no estudo da função trigonométrica seno, $f(x) = \text{sen}(x)$, $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1; 1]$, em como a aplicação desses conceitos em fenômenos cotidianos.

Para introduzir o assunto, foi escolhido um vídeo sobre a ponte de *Tacoma Narrows*⁴, que retrata um fenômeno físico que pode ser interpretado por uma função periódica.

⁴ Ponte do tipo pênsil, localizada no condado Pierce, Washington, EUA, que sofreu um colapso total em 7 de novembro de 1940, após sofrer com a ação da força dos ventos. Disponível em: <https://youtu.be/mfQk6ac4res>. Acesso em: 06 abr. 2019.

Após, foi planejada uma retomada de conceitos de Trigonometria, através de questionamentos aos estudantes sobre o vídeo apresentado e o conteúdo estudado anteriormente, a fim de perceber as concepções científicas que eles possuíam e assim definir quais os conceitos que deveriam ser retomados.

Dando continuidade ao trabalho, optou-se por realizar a construção do gráfico da função seno em colaboração dos professores e estudantes, em dois materiais, papel e por meio do software GeoGebra, contribuindo para a visualização e compreensão do comportamento da função.

Por fim, planejou-se a retomada do vídeo e a utilização de materiais didáticos, valorizando as contribuições dos estudantes, com o propósito de discutir novos fenômenos descritos por funções periódicas em que, de forma colaborativa, os alunos, deveriam predizer, observar e explicar.

DESENVOLVIMENTO: A INTERVENÇÃO

A intervenção teve início com a apresentação do vídeo sobre a ponte de *Tacoma Narrows*. Para criar um ambiente motivador, o grupo propôs que não houvesse qualquer interferência do professor durante a apresentação, isto é, sem qualquer explicação prévia do fenômeno, para que a sua visualização fosse impactante e, logo, motivadora à construção do conceito de função periódica. Ao término do vídeo foram feitas perguntas aos estudantes deixando que eles respondessem livremente, respeitando a ZDP.

Logo após, iniciou-se a discussão sobre as possíveis causas do colapso da ponte a partir das respostas dadas pelos alunos. Essa discussão foi conduzida pelo professor de Física do grupo de pesquisadores. Conforme o esperado, os estudantes demonstraram curiosidade sobre o fato, participaram ativamente das discussões e conseguiram concluir que a ação do vento ocorreu com rajadas intervaladas por um mesmo período de tempo, logo com uma frequência constante. De posse dessa informação, o professor de Física fez o levantamento de outros fenômenos que estão relacionados evidenciando a necessidade do aprofundamento dos estudos sobre funções periódicas.

Após a exibição do vídeo, os conceitos de trigonometria foram retomados, por parte do professor de Matemática, bem como um levantamento dos conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema. Para tal, os alunos foram questionados sobre a circunferência trigonométrica, as unidades de medidas para arcos (graus e radianos) e as definições das razões trigonométricas (seno e cosseno).

Conforme eram realizados os apontamentos dos alunos, o professor realizava explicações para sanar dúvidas, sendo que, a interação aluno-professor levou a construção de um quadro com os ângulos notáveis do primeiro quadrante da circunferência trigonométrica, bem como os seus correspondentes nos demais quadrantes, além dos ângulos divisores dos quadrantes. Os valores foram apresentados em graus, sendo que a correspondência para radianos foi realizada de forma dinâmica pelos alunos com a orientação professor.

Logo em seguida, os alunos foram questionados sobre as projeções da extremidade desses arcos sobre os eixos coordenados, sendo constatado que alguns alunos não apresentavam conhecimentos

prévios sobre as razões trigonométricas seno e cosseno. Para sanar as dúvidas, o professor realizou a explicação sobre cada um dos eixos coordenados, bem como as projeções dos arcos sobre os mesmos, construindo, com os alunos, os conceitos das razões seno e cosseno.

Como o foco da aula era a compreensão da função seno, foi construída uma circunferência de raio unitário com a representação dos ângulos notáveis (30° , 45° e 60°), em graus e radianos, e as projeções das extremidades desses arcos sobre o eixo correspondente. Para validar os valores encontrados na figura exposta no quadro, o professor incentivou o uso de calculadoras científicas, capazes de fornecer os correspondentes valores de seno, para cada um dos arcos. Além disso, foi explanado sobre as funções das calculadoras com relação a possibilidade de ser trabalhado tanto em graus (DEG), quanto em radianos (RAD). Entretanto, foi alertado aos alunos que o algoritmo utilizado pela calculadora, quando opera na forma RAD, leva em consideração a aproximação do número $\pi = 3,1415\dots$, onde a quantidade de dígitos depende da programação utilizada em cada uma das mesmas.

Na sequência, foram distribuídas folhas de papel milimetrado e proposto aos alunos que construíssem o gráfico da função seno. Para isso, foi necessário que utilizassem no eixo das abscissas (x) os valores dos ângulos, em radianos, sempre considerando a aproximação do valor de 3,14 e, para o eixo das ordenadas (y), os valores de seno, correspondentes a cada um dos arcos.

Durante a construção do gráfico, os professores interagiram com os alunos e os alunos interagiram entre si, o que demandou um pouco mais de tempo, mas que foram importantes para a compreensão da representação do número na reta dos números reais.

Finalizada a construção do gráfico no papel milimetrado por parte dos estudantes, o professor realizou a construção do gráfico utilizando uma animação no GeoGebra⁵, sendo projetado, em tempo real. Foi possível perceber que, conforme o professor manipulava a extremidade do arco e o gráfico era construído, a atenção dos alunos direcionava-se para o movimento de oscilação da curva, conseguindo verificar que a construção realizada no papel milimetrado assemelhava-se ao projetado.

Para finalizar essa etapa, o professor apresentou o gráfico da função seno quando a extremidade do arco ultrapassa o valor de 2π rad, no sentido anti-horário e, também, quando a extremidade do arco é movimentada no sentido horário da circunferência, incorporando os conceitos, já discutidos anteriormente, de repetição do movimento em razão da periodicidade.

Após, houve a retomada do vídeo inicial, sobre a ponte de *Tacoma Narrows*, com objetivo de relacionar o apresentado aos conceitos matemáticos trabalhados. Para tanto, foram propostas algumas questões, como, “Qual é a relação entre o movimento realizado pela estrutura da ponte e a função seno?”, “O que causou esse fenômeno?”, “Que outros fenômenos vocês conhecem que apresentam movimentos repetitivos?”

Em seguida foram apresentados exemplos práticos de outros fenômenos, que envolviam conceitos de biologia e física, como a apresentação de um vídeo sobre os batimentos cardíacos, relacionado

⁵ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/nsV2DSZx>. Acesso em: 06 abr. 2019.

à função seno. A partir das discussões realizadas, os alunos conseguiram esclarecer dúvidas sobre as temáticas envolvidas e as associaram com outros eventos do cotidiano.

AVALIAÇÃO DA INTERVENÇÃO PELO GRUPO DE ESTUDANTES

A avaliação da intervenção foi realizada por meio de um questionário distribuído aos estudantes após a realização da atividade para que estes pudessem refletir e auxiliar no *redesign* do artefato pedagógico proposto. Assim, nesse trecho serão trazidas algumas das respostas dos estudantes, para exemplificar as discussões.

No geral, a avaliação do grupo de estudantes foi positiva. Eles conseguiram relacionar os temas da Trigonometria com a Física, o que era, também, uma ideia central da intervenção.

Inicialmente, quando perguntados sobre os conceitos essenciais que foram trabalhados, surgiram em suas respostas, a função seno (23 respostas), as ondas e o movimento ondulatório (22 respostas), a interpretação gráfica da função seno (14 respostas) e a ideia da ressonância e das frequências (12 respostas). Desse ponto de vista, pode-se perceber que as ideias centrais trabalhadas foram bem identificadas pelos alunos, ou seja, que estes compreenderam o que foi proposto no modelo idealizado.

Além disso, em um primeiro momento, relataram o fenômeno que foi apresentado no vídeo de acordo com seu entendimento.

E3: “O fenômeno é a ressonância, que fez com que o vento atingisse a mesma frequência da ponte.”

E11: “As frequências da ponte e do vento se igualaram, aumentando a velocidade do sistema, balançando a ponte”.

E25: “A ressonância é o causador desse fenômeno, e aconteceu devido as vibrações em frequência de um sistema”.

Também, conseguiram citar outros fenômenos que possuíam o mesmo princípio físico de maneira coerente. Nesses exemplos, apareceram principalmente as ideias da quebra de uma taça e os terremotos e os sistemas antissísmicos, como visto na avaliação de E2 e E11.

E2: “A quebra de uma taça de vidro através do som, também pelo fenômeno de ressonância”

E11: “Terremotos, emitem uma frequência que ocasiona a queda dos prédios e os sistemas antissísmicos”.

Quando questionados sobre quais dos recursos que foram utilizados no decorrer da intervenção na sala de aula, foram mais importantes na compreensão da temática, os alunos citaram principalmente a utilização dos vídeos (12 alunos) e também a importância da explicação do professor nesse momento (11 alunos). Foram citados ainda, a utilização dos objetos manipuláveis (7 alunos) e de figuras (4 alunos).

E3: “A explicação dos professores é fundamental, mas o auxílio dos outros meios ajudou na compreensão, como imagens, vídeo e alguns aparelhos também”

E7: “A explicação dos professores e vídeos e figuras, porque todos trazem diferentes tipos de explicação tendo mais facilidade em entender o conteúdo”.

E22: “Figuras e vídeos, pois eles nos ajudam a visualizar e compreender de uma forma melhor o conteúdo”.

Outra questão presente no objeto de avaliação do artefato pedagógico por parte dos estudantes foi se os conceitos apresentados no desenvolvimento da intervenção melhoraram o seu entendimento do conceito da função seno. Pode-se destacar, das respostas dos estudantes, a utilização do software GeoGebra na construção do gráfico da função seno.

E1: “Sim, ajudou muito. Pois eu tinha entendido pouco em aula e em videoaulas. E a explicação do professor foi boa demais, inclusive o material trazido”.

E15: “Sim, com o auxílio do GeoGebra ficou muito mais fácil de aprender”.

E16: “De certa forma, sim, pois foi possível visualizá-lo de uma maneira melhor no gráfico”.

Esse resultado corrobora com as ideias de Gravina e Basso (2012), ao afirmarem que a utilização das tecnologias digitais em sala de aula disponibiliza ferramentas interativas nas quais se pode criar objetos dinâmicos e manipuláveis, que auxiliam o processo de aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo dos educandos.

Por fim, foi perguntado aos estudantes se a proposta de atividades serviu para uma melhor compreensão dos conceitos estudados e para que fizessem uma análise geral da atividade.

E2: “Consideravelmente sim, mas no início pude compreender melhor, consegui entender como é completado o gráfico com os valores em radianos, porém as atividades poderiam trazer uma maior interação com os alunos, saindo um pouco do quadro negro”.

E13: “Sim, acredito que atividades diferenciadas como essa, com exemplos e materiais práticos, além de melhorarem o entendimento, também fizeram com que a turma participasse mais, tanto em perguntas como no interesse de realizar a tarefa”.

E20: “Sim, assim fica muito mais fácil de absorver os ensinamentos, com uma explicação mais interativa”.

E22: “A atividade foi bem legal e informativa, diversificou o padrão normal de uma aula e aulas assim são necessárias para o melhor aprendizado”.

Nesse sentido, como comentado anteriormente, cremos que, de modo geral, a avaliação por parte dos estudantes foi positiva. Reitera-se que esse instrumento, assim como as observações dos professores observadores e do relato dos professores aplicadores, foi levado em consideração para iniciarmos a proposta do redesign.

ANÁLISE DA INTERVENÇÃO E DA AVALIAÇÃO: O REDESIGN

A última fase proposta para finalizar o primeiro ciclo de aplicações é pensar o redesign, partindo das avaliações dos alunos, professores observadores e aplicadores. Steffe e Thompson (2000) citam que essa fase é essencial nos estudos que se utilizam da PBD, pois

a intenção dos investigadores é permanecerem atentos às contribuições dos estudantes para a trajetória de interações de ensino e para os estudantes testarem as hipóteses de pesquisa seriamente [...] os investigadores voltam retroativamente às hipóteses de pesquisa depois de completar os episódios de ensino (p. 273).

Para essa pesquisa, após analisar todos os aspectos da intervenção, alguns pontos necessitam ser revistos para as próximas aplicações. O primeiro ponto que podemos destacar foi observado durante a apresentação do vídeo inicial. O mesmo não apresentava som, somente as imagens que, embora fossem suficientes para a compreensão e para atingir os objetivos traçados, a ausência de áudio parece ter causado certo desconforto ao longo de sua exibição.

Outro ponto a ser destacado para o redesign, é a organização do tempo para cada etapa da atividade. Após a implementação, concluímos que o tempo dispensado com a retomada de conceitos pode ser reduzido e acrescentado as etapas que apresentaram maior envolvimento, interesse e participação dos alunos.

Evidenciamos, portanto, que podemos valorizar e aprimorar o trabalho nas etapas em que foram apresentadas situações práticas, com a utilização de materiais pedagógicos e, também, enfatizar a conexão entre as áreas envolvidas: Matemática, Física e Biologia.

CONCLUSÃO

Como o objetivo geral deste trabalho foi investigar potencialidades de uma sequência de atividades voltadas ao estudo de tópicos da Trigonometria, que foi aplicada em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública da região central do Rio Grande do Sul, tomamos como base os estudos Reeves (2000) que descreve o processo das fases da PBD.

Podemos afirmar que a fase de investigação, na qual o problema educativo foi analisado, com o auxílio do grupo de professores/pesquisadores envolvidos nas práticas pedagógicas, se consolidou durante as discussões e refinamentos da pré-análise, nas quais foi possível redefinir os desafios e reavaliar o artefato do ponto de vista da sua estrutura material.

Outro aspecto de relevância foi a utilização da teoria de Vygotsky na fundamentação, pelo fato do trabalho ter sido concebido de forma participativa. O uso dessa teoria favoreceu a interação social entre os professores e os estudantes, e dos alunos entre si, bem como, o compartilhamento e a negociação de significados entre os participantes.

A próxima fase constou do processo de intervenção, através do qual, foi possível compreender e avaliar como o artefato desenvolvido contribuiu na prática para a solução do problema educativo que evidenciava a Trigonometria como um conteúdo em que os alunos geralmente apresentam dificuldades. Esta fase se consolidou satisfatória, pois foi vivenciada de forma íntegra pela turma. Observou-se que durante a realização da atividade os alunos ficaram atentos a todas as explicações e muitos deles participaram ativamente dos questionamentos mostrando curiosidade nas demonstrações práticas.

Aos alunos que apresentaram algumas dúvidas, realizaram-se explicações pontuais, que foram importantes para a compreensão destes. Essas explicações esclareceram questões sobre as temáticas envolvidas, colaborando na associação do que estava sendo estudado com outros eventos do cotidiano dos estudantes.

A avaliação da intervenção, pela qual os princípios de design são desenvolvidos, foi feita através de um questionário distribuído aos estudantes após a realização da atividade para que os mesmos pudessem auxiliar no redesign do artefato pedagógico proposto. O grupo avaliou positivamente a atividade, sendo que os alunos conseguiram relacionar os temas da trigonometria com a física, o que era a ideia central da intervenção.

Considerando os princípios de design, o artefato foi revisto pelos professores/pesquisadores, assim como os procedimentos metodológicos para a utilização da sequência de atividades em sala de aula. Após analisar todos os aspectos da intervenção, verificou-se a necessidade de um redesign, com a reformulação de alguns pontos, como o vídeo inicial a ser utilizado e o tempo destinado a cada etapa da atividade.

Partindo desses resultados preliminares, conclui-se que é possível conceber essas fases de Reeves (2000) como produto de um processo de construção e desconstrução mediado pelas vivências dos participantes da sequência de atividades planejadas, desenvolvida e aplicada e pelo aprofundamento do conhecimento do professor/pesquisador e dos estudantes do Ensino Médio.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e da Fundação de Amparo à pesquisa do Estado do RS (FAPERGS).

REFERÊNCIAS

DESIGN-BASED RESEARCH COLLECTIVE (DBRC). Design-based research: an emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, v. 32, n. 1, p. 5-8, 2003. Disponível em: <https://bit.ly/1ToCq8u>. Acesso em: 09 jan. 2019.

DUARTE FILHO, S. R. A. **Uma abordagem do ensino de funções trigonométricas por meio de atividades interdisciplinares**. 2017. 129f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2017.

FEIJÓ, R. S. A. A. **Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria**: um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal. 2018. 108f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade de Brasília, Brasília, 2018.

GRAVINA, M. A.; BASSO, M. V. A. Mídias digitais na educação matemática. *In*: GRAVINA, M. A. *et al.* (org.). **Matemática, mídias digitais e didática**: tripé para formação do professor de Matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012. p. 11-35.

GRAVEMEIJER, K.; VAN EEDER, D. Design research as a means for building a knowledge base for teachers and teaching in mathematics education. **The Elementary School Journal**, v. 109, n. 5, p. 510-524, 2009.

KNEUBIL, F. B.; PIETROCOLA, M. A Pesquisa baseada em Design: Visão Geral e contribuições para o ensino de Ciências. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 22, n. 2, p. 1-16, 2017.

LINCK, F. G. **O GeoGebra e a música como recursos auxiliares no ensino das funções trigonométricas**. 2010. Disponível em: <https://bit.ly/2TUmlAC>. Acesso em: 01 mar. 2019.

OSTERMANN, F.; CAVALCANTI, C. J. **Teorias de aprendizagem**. Porto Alegre: UFRGS, 2010.

RAMOS, P. **Ambiente virtual vivências**: análise do processo de desenvolvimento na perspectiva da pesquisa baseada em design. 2010. 240f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Saúde, Núcleo de Tecnologia Educacional para a Saúde, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

REEVES, T. C. Enhancing the worth of instructional technology research through “design experiments” and other developmental research strategies. *In*: Annual meeting of the American Educational Research Association (AERA), 10, New Orleans, LA, 2000. **Proceedings....** New Orleans, LA: American Educational Research Association, 2000. p. 1-15.

STEFFE, L. P.; THOMPSON, P. W. Teaching Experiment Methodology: Underlying Principles and Essential Elements. *In*: LESH, R.; KELLY, A. E. (Ed.). **Research design in mathematics and science education**. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 2000. p. 267-307.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.