

INVESTIMENTOS IMOBILIÁRIOS E MODELAGEM MATEMÁTICA¹

REAL ESTATE INVESTMENTS AND MATHEMATICAL MODELING

Cristina Quatrin² e Leandra Anversa Fioreze³

RESUMO

O desenvolvimento econômico trouxe diferentes opções para a aquisição de empréstimo imobiliário, que vem sendo utilizadas pelos brasileiros para a compra da tão sonhada casa própria. Torna-se imprescindível que, ao adquirir um imóvel, seja realizada uma análise dos custos e despesas que estão embutidos na aquisição de financiamentos imobiliários. A matemática financeira tem sua ligação direta com os financiamentos, proporcionando uma melhor interpretação dos mesmos que com o auxílio da modelagem matemática tem-se uma metodologia de pesquisa que contribui para a construção dos modelos financeiros. Neste estudo fez-se um comparativo entre os rendimentos de juros de poupança e os investimentos na aquisição de imóveis na planta, bem como se analisou os custos envolvendo empréstimos imobiliários. Assim, esta pesquisa permite identificar e analisar as vantagens ao adquirir um imóvel como investimento ou como aquisição de moradia, bem como todas as taxas e tarifas que envolvem um empréstimo bancário para a aquisição de um imóvel novo.

Palavras-chave: imóveis, empréstimos, matemática financeira.

ABSTRACT

Economic development has brought different options for taking real estate loan, which has been used by Brazilians to purchase houses. It is essential that, when purchasing a property, an analysis of the costs and expenses embedded in the acquisition. Financial mathematics has a direct connection with the loans because it provides a better interpretation of it. Mathematical modeling has become a research methodology that contributes to the construction of financial models. In this study, it was carried out a comparison between the interest income from savings and the investment in real estate still being constructed, and it was also analyzed the costs involving real estate loans. Thus, this research allows us to identify and analyze the advantages to purchasing a property as an investment or as the acquisition of property, as well as all fees and charges involving a bank loan to purchase a new property.

Keywords: *real estate, loans, financial mathematics.*

¹ Trabalho Final de Graduação - TFG.

² Acadêmica do Curso de Matemática - UNIFRA - cristinaquatrin@yahoo.com.br

³ Orientadora - UFSM - leandra.fioreze@gmail.com

INTRODUÇÃO

A matemática financeira tem um papel fundamental na sociedade, pois está presente em diversas situações da realidade, como exemplo, ao adquirirmos um produto no comércio que tenhamos que tomar empréstimos ou efetuarmos um financiamento.

Assim, nesta pesquisa que resultou no Trabalho Final de Graduação (TFG)- Curso de Matemática - UNIFRA, foi realizado um comparativo entre os rendimentos de juros de poupança e os investimentos na aquisição de imóveis na planta no município de Santa Maria – RS, verificando quais as taxas e outras despesas que estão embutidas nos financiamentos imobiliários, os quais oneram a taxa de juros informada pela instituição fornecedora do crédito imobiliário.

O tema de pesquisa escolhido tem relação com tomadas de decisões ao adquirir diferentes opções de imóveis e comparar com investimentos da poupança. As informações foram obtidas nas instituições de crédito, usando o conhecimento do profissional da área para analisar a real situação dos financiamentos imobiliários. A modelagem matemática foi escolhida como metodologia de pesquisa e será descrita na sequência.

REFERENCIAL TEÓRICO

A Modelagem Matemática consiste em um processo da criação de um modelo que será utilizado na resolução de um problema que originou a criação do mesmo. Partir de um fato real ou parcialmente real e criar, por meio da coleta, análise e organização dos dados coletados, uma expressão em linguagem matemática “é fazer modelagem”.

O modelo matemático é obtido quando conseguimos remover o essencial da situação-problema e transformá-lo em linguagem matemática sistematizada. Neste sentido, pode-se concluir que a elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem (BIEMBENGUT; HEIN 2003). Para Barbosa et al. (2002, p. 6), “Modelagem é um ambiente de aprendizagem nos quais os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas do conhecimento”.

A matemática financeira pode ser ensinada de forma diferenciada através da modelagem, criando-se modelos para estudar a variação do dinheiro ao longo do tempo.

Os financiamentos imobiliários surgiram para auxiliar a todos os que gostariam de comprar sua casa própria e não possuem todo dinheiro, recorrendo assim a um empréstimo. O montante do financiamento - que em geral constitui uma porcentagem fixa do valor de avaliação do imóvel - vai depender da capacidade de pagamento do cliente. “As formas de pagamento dos empréstimos são chamadas de sistemas de amortização” (VERAS, 2005, p. 179).

Neste trabalho, é enfatizado o Sistema de Amortização Constante (SAC). O SAC consiste

no plano de amortizações de uma dívida em prestações periódicas, sucessivas e decrescentes, em progressão aritmética (KUHNEN; BAUER, 2001). As amortizações são constantes e as prestações decrescentes, sendo as prestações o resultado da soma da amortização com os juros e outros encargos a serem pagos.

Para encontrar a amortização, divide-se o valor do empréstimo pelo número de prestações. Os juros são decrescentes e calculados em relação aos saldos existentes mês a mês, por isso a primeira parcela é maior, o que reduz o montante dos juros pagos, gerando menos risco de inadimplência.

Existem vários custos que podem incidir em um financiamento e estes devem ser analisados quando da opção por um empréstimo imobiliário, como por exemplo: emolumentos, ITVBI (Imposto sobre a Transmissão Intervivos de Bens Imóveis), MIP (seguro de morte e invalidez permanente) e DFI (seguro contra dano físico ao imóvel), além da taxa de administração cobrada mensalmente pelo banco. Na resolução dos problemas serão destacados estes custos.

METODOLOGIA

Para alcançar os objetivos propostos, utilizou-se a metodologia da modelagem matemática, a qual segundo Biembengut e Hein (2003) tem os seguintes passos:

- Interação: foi realizado um estudo sobre o assunto em livros e também pesquisas em instituições bancárias, imobiliárias e sites da internet. Através de questionamentos feitos aos bancários e gerentes de imobiliárias, questões pertinentes ao estudo foram elaboradas.
- Matematização: formulou-se o problema baseado em fatos reais e buscou-se sua resolução, ocorrendo então à tradução da situação-problema para a linguagem matemática.
- Modelo matemático: obteve-se a validação e a interpretação da solução (avaliação), confrontando os valores obtidos na resolução da situação problema com os valores obtidos na coleta de dados realizada.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Serão apresentados a seguir, dois problemas envolvendo investimentos em imóveis na planta sem financiamento imobiliário, comparado com a aplicação na poupança e imóveis na planta com financiamento imobiliário pelo Sistema Financeiro de Habitação (SFH).

1) Um imóvel situado no centro de Santa Maria, com área total de 77,63 m², foi vendido na planta para o seu João por R\$ 97.787,49 no mês de novembro de 2007. O mesmo imóvel foi revendido para o seu Pedro (agora não mais na planta) no mês de abril do ano de 2009 por R\$ 145.000,00.

a) Considerando que ao fazer uma escritura na planta cobra-se R\$ 120,00 (0,01x R\$12.000,00, valor que corresponde à fração ideal desse apartamento) correspondente ao ITVBI sobre o valor do imóvel, registro

de R\$528,05 (0,0054 x 97.787,49) sobre a fração da planta, taxa de pesquisa no valor de R\$30,00 e procuração no valor de R\$ 28,00, quais são os custos envolvidos para comprar o imóvel na planta?

Os custos são de R\$706,05 (120,00 + 528,05 + 30,00 + 28,00).

b) Qual o valor efetivamente pago por seu João?

O valor efetivamente pago pelo seu João do imóvel na planta é de R\$ 98.493,54 (97.787,49 + 706,05).

c) Considerando que o seu João colocou o imóvel a venda em uma imobiliária, e sabendo que as imobiliárias cobram uma taxa de corretagem de 6% sobre o valor do imóvel, qual a despesa que seu João teve que desembolsar?

Como a corretagem é calculada sobre o valor final do imóvel, neste caso R\$145.000,00 e a taxa estipulada é de 6%, temos:

$$145.000,00 \times 0,06 = 8.700,00$$

Seu João teve uma despesa de R\$8.700,00 com a imobiliária.

d) Sem considerar as despesas pagas por seu João, qual a taxa nominal de juros que ele recebeu na venda do imóvel considerando todo o período?

Considerando que a fórmula do montante (FV) a juros compostos é dada por:

$$FV = PV(1+i)^n$$

onde PV é o capital, i a taxa de juros e n o tempo, tem-se:

$$145000 = 97787,49 (1+i)^1$$

$$i = 48,28\%$$

A taxa nominal recebida por seu João é de 48,28% a. p..

e) Sem considerar as despesas pagas por seu João, qual a taxa nominal mensal de juros que ele recebeu na venda do imóvel?

Como são 17 meses entre a compra e a venda do imóvel, tem-se:

$$FV = PV(1+i)^n$$

$$145000 = 97787,49 (1+i)^{17}$$

$$i = 2,344\%$$

Seu João recebeu na venda do imóvel uma taxa nominal de 2,34% ao mês.

f) Qual a taxa efetiva (do período e mensal) que seu João recebeu pela venda do imóvel considerando todos os custos que ele teve?

Considerando o custo de corretagem, então o valor efetivamente recebido foi de R\$145.000,00 – R\$8.700,00 = R\$136.300,00. A taxa efetiva do período é de:

$$136.300 = 98.493,54 (1+i)^1$$

$$i = 0,3838 = 38,38\%$$

A taxa efetiva mensal é de:

$$136.300 = 98.493,54 (1+i)^{17}$$

$$i = 1,93\% \text{ ao mês.}$$

g) Se o seu João resolvesse aplicar na poupança o valor efetivamente pago pelo imóvel em novembro de 2007, quanto ele receberia em abril de 2009?

No quadro 1, apresenta-se as taxas de rendimentos mensais da poupança neste período, bem como o montante obtido pela aplicação:

MÊS	Nº	INVESTIMENTO	TAXA MÊS	JUROS
nov/07	0	98.493,54		
dez/07	1	99.045,10	0,56%	551,56
jan/08	2	99.639,37	0,60%	594,27
mar/08	4	100.698,35	0,54%	540,85
jun/08	7	102.491,24	0,61%	621,41
out/08	11	105.370,31	0,75%	784,39
nov/08	12	106.065,76	0,66%	695,44
dez/08	13	106.818,83	0,71%	753,07
fev/09	15	108.125,94	0,54%	580,74
mar/09	16	108.817,94	0,64%	692,01
abr/09	17	109.405,56	0,54%	587,62

Quadro 1 - Rendimentos da Poupança.

Em abril de 2009, seu João receberia o valor de R\$ 109.405,56 de rendimento da poupança.

No gráfico que segue (figura 1) mostra-se uma comparação entre o rendimento da poupança e o rendimento real do imóvel durante os 17 meses, demonstrando que a aplicação neste imóvel foi bem mais rentável, quando comparado com a poupança:

Rendimento Imóvel x Rendimento Poupança

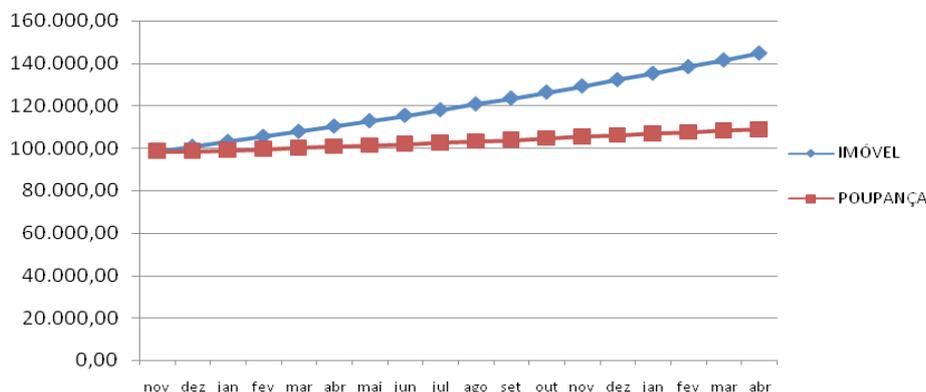


Figura 1 - Rendimento Imóvel x Rendimento Poupança.

h) Quanto por cento ele estará recebendo a mais se optar por investir em imóveis do que na poupança considerando a taxa de rendimento efetiva obtida em b)?

Como a aplicação na poupança neste período gera um rendimento de 11,08% $(109.405,56/98.493,54 - 1)$, tem-se:

$$i_t = (0,3838 - 0,1108) / 0,1108$$

$i_t = 246,39\%$ de rendimento superior à poupança.

2) Um imóvel na planta situado no centro de Santa Maria, com área total de 95 m² está avaliado pela imobiliária em R\$ 104.400,00. Seu Paulo usará o valor do FGTS (Fundo de Garantia por Tempo de Serviço) para pagamento da entrada na aquisição do imóvel, o que corresponde a 15% do valor total. O financiamento tem o prazo de 240 meses para ser quitado. Na aquisição deste financiamento seu Paulo tinha 35 anos, e irá saldar o imóvel quando completar 55 anos de idade.

a) Calcular o valor da entrada, o valor do ITVBI e o valor da primeira prestação. Utilizou-se o SAC, como sistema de amortização, onde as prestações são decrescentes.

Como financiará 85%, já que 15% correspondem aos recursos do FGTS, o valor a ser financiado é de R\$88.740,00. Estes cálculos de percentual financiado são de acordo com a renda do cliente, levando em consideração sua idade. No ato da compra deve-se pagar o imposto ITVBI. Como é um imóvel na planta o valor do ITVBI é calculado sobre o valor da fração ideal a que corresponde este imóvel. O ITVBI deste imóvel é R\$ 84,93, ou seja, (R\$ 8.493,52 x 1%= R\$84,93).

Apresentam-se os modelos construídos para obtenção da planilha do sistema de amortização constante:

Considera-se A (amortização), PV (valor do empréstimo) e n (número de prestações). Para calcular a amortização, usa-se a fórmula,

$$A = \frac{PV}{n} \quad (1)$$

pois as amortizações são constantes.

Para o cálculo das prestações, consideramos P_n (prestação), em que todas as prestações são calculadas adicionando-se o valor dos juros, a taxa de administração, a amortização, o seguro MIP e o seguro DFI. A taxa de administração é cobrada pela Caixa, sendo que seu percentual varia, de acordo com os serviços contratados. Tem-se:

$$P_n = A + J_n + M_n + D + TA \quad (2)$$

Sendo J_n (juros), M_n (seguro MIP), D (seguro DFI) e TA (taxa de administração) que é uma taxa fixa em todas as prestações.

Para calcular os juros usa-se a fórmula:

$$J_n = SD_{n-1} \times \frac{i}{100} \quad (3)$$

sendo i a taxa de juros em porcentagem.

O seguro MIP é dado por $M_n = I \times SD_{n-1}$, sendo I = índice de idade e SD_{n-1} = saldo devedor correspondente do mês anterior.

O seguro DFI é dado por $D = I \times VA$, sendo I = índice (constante) e VA = valor de avaliação do imóvel.

O saldo devedor é obtido através da diferença entre o saldo devedor inicial e a amortização:
 $SD_n = SD_{n-1} - A$.

Através dos modelos construídos são realizados os cálculos para construção da planilha. Considerando o valor financiado de R\$88.740,00, tem-se.

$$A = \frac{PV}{n} = \frac{88740}{240} = 369,75$$

E como a taxa de juros informada pela Caixa é de $i = 8,6604\%$ a.a., e conferindo com os valores fornecidos pelo simulador, verificou-se que a taxa tem capitalização mensal. Portanto:

$$i = 8,6604\% : 12 = 0,7217\% \text{ a.m.}$$

Os índices do seguro MIP fornecidos pela Caixa que variam de acordo com a idade são:

Idade	Índice
31 a 35	0,000178
36 a 40	0,000246
41 a 45	0,000318
46 a 50	0,000472
51 a 55	0,000807

Quadro 2 - Índices do seguro MIP.

Na assinatura do contrato paga-se seguro MIP no valor de:

$$M_0 = 0,000178 \times 88.740 = 15,80.$$

O seguro DFI é dado por:

$$D = I \times VA = 0,000108 \times 104.400 = 11,27$$

Sendo o pagamento antecipado, na fase de obra, antes do início das prestações do financiamento.

Para calcular os juros do primeiro mês, usa-se a equação (3):

$$J_1 = SD_0 \times \frac{i}{100} = 88.740 \times \frac{0,721667}{100} = 640,41$$

Para calcular a primeira prestação usa-se a equação (2):

$$P_1 = A + J_1 + M_1 + D + TA$$

$$P_1 = 369,75 + 640,41 + 15,80 + 11,28 + 25 = 1.062,24.$$

O saldo devedor é dado por:

$$SD_1 = SD_0 - A = 88.740,00 - 369,75 = 88.370,25$$

b) Elaborar a planilha considerando que o financiamento será pago em 240 meses.

Os procedimentos utilizados para elaborar a planilha serão os mesmos do realizado na letra a) deste problema. A seguir, é apresentada uma parte da planilha de amortização:

Nº Parc.	Prestação	Taxa Adm	Seguro MIP	Seguro DFI	Juros	Amort.	Saldo Devedor	Idade (anos)
0			15,8	11,28			88.740,00	35
1	1062,23	25	15,8	11,28	640,41	369,75	88.370,25	35
2	1059,49	25	15,73	11,28	637,74	369,75	88.000,50	35
3	1056,76	25	15,66	11,28	635,07	369,75	87.630,75	35
13	1035,15	25	20,74	11,28	608,39	369,75	83.933,25	36
25	1002,04	25	19,65	11,28	576,37	369,75	79.496,25	37
37	968,93	25	18,56	11,28	544,35	369,75	75.059,25	38
49	935,82	25	17,46	11,28	512,33	369,75	70.622,25	39
181	573,18	25	7,05	11,28	160,1	369,75	21.815,25	50
193	539,75	25	5,64	11,28	128,08	369,75	17.378,25	51
205	506,32	25	4,23	11,28	96,06	369,75	12.941,25	52
217	472,89	25	2,82	11,28	64,04	369,75	8.504,25	53

229	439,46	25	1,41	11,28	32,02	369,75	4.067,25	54
240	397,54	25	0	0	2,67	369,75	0	55

Quadro 3 - Planilha de Amortização.

Pode-se observar que a amortização, a taxa de administração e o seguro DFI permanecem iguais em todas as 240 prestações; as alterações ocorrem nos juros e no seguro MIP que varia de acordo com a idade. Também, se verifica que o total pago pelo financiamento é de R\$ 177.541,55.

A taxa efetiva de juros mensal deste financiamento, considerando todos os gastos (juros sobre o saldo devedor, taxa administrativa, seguro MIP e DFI), é de 0,81% que foi calculada diretamente na planilha do EXCEL, através da função TAXA (Nper, Pgto, Vp, Vf, Tipo).

A taxa efetiva anual é de 10,16%, superior a taxa informada pela caixa (nominal, de 8,66%) em 17,32%. Tanto a taxa efetiva de juros quanto a variação da taxa nominal para a taxa efetiva são relativamente baixas, quando comparado com outros financiamentos bancários existentes, o que faz com que mais pessoas busquem financiamentos imobiliários para adquirir a casa própria e assim não pagar aluguel.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa foi realizada em instituições bancárias e em uma imobiliária na cidade de Santa Maria. As informações repassadas pela imobiliária e pelas agências da Caixa Econômica Federal (2009) foram importantíssimas e auxiliaram totalmente no desenvolvimento do trabalho.

Através desta pesquisa, realizada na área de matemática financeira, com ênfase em sistemas de amortização e em investimentos imobiliários, pode-se concluir que a utilização dos financiamentos para aquisição de imóveis torna realidade o sonho da casa própria. Atualmente, os custos envolvidos na aquisição de imóveis são mais baixos quando comparados com outras épocas, o que acarreta este grande número de construções de imóveis e o grande crescimento de vendas em materiais de construção.

Na aquisição de imóveis na planta, se verificou que os mesmos possuem um valor menor se comparados a imóveis novos. Observa-se a incidência na valorização do imóvel ano a ano. Analisou-se também, em um outro estudo de caso, que a aplicação de determinada quantia na poupança não possui um bom rendimento, considerando a rentabilidade do mesmo valor empregado em investimento em imóvel.

Em financiamentos imobiliários, se o comprador do imóvel utilizar os recursos próprios ou do FGTS, o valor financiado é menor, diminuindo assim os custos do financiamento, pois o total dos juros irá diminuir e o total do seguro MIP também, pois ambos incidem sobre o saldo devedor.

Com a pesquisa finalizada, pode-se verificar que além de pagar o financiamento existem muitos custos na aquisição de imóveis, como exemplo, a capitalização da taxa, onde é informada a taxa anual e na verdade a capitalização ocorre mês a mês, o seguro DFI, o seguro MIP, dentre outros. Neste sentido, este trabalho vem contribuir com os cidadãos que objetivam fazer um financiamento

imobiliário e precisam saber quais são os custos envolvidos e como são calculados.

Esta pesquisa relatada neste trabalho é um exemplo de situação que poderá ser aplicada em sala de aula. Outros temas poderão ser explorados, que estão relacionados à matemática financeira, onde os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, situações oriundas de outras áreas do conhecimento.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2003.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

CAIXA ECONÔMICA FEDERAL. Disponível em:< <http://www.caixa.gov.br>>. Acesso em: 9 out. 2009.

KUHNEN, O. L.; BAUER, U. R. **Matemática Financeira Aplicada a Análise de Investimentos**. 3^a. Ed. São Paulo: Atlas 2001.

VERAS, L. L. **Matemática Financeira**. São Paulo: Atlas, 2005.