MODELO PARA TRANSMISSÃO DE CALOR EM CONDUTOR CILÍNDRICO[1]

MODEL FOR TRANSFER OF HEAT IN CILINDRICAL CONDUCTOR

Jacson L. Hildebrandt[2]
Orildo Luis Battistel[3]

RESUMO

Neste trabalho, estudou-se um modelo físico-matemático para a transferência de calor por condução em uma tubulação cilíndrica, com revestimento isolante. Discutiu-se desde os conceitos básicos envolvidos nos processos de trocas de calor entre superfícies em contato, à analogia formal entre os sistemas térmicos e elétricos, ao definir capacitâncias e resistências térmicas, até sua aplicação ao problema específico. Mostrou-se, a partir da formulação deste modelo, a importância do revestimento isolante, ao avaliar-se a perda de energia térmica na tubulação, e como é possível otimizar-se a sua utilização, determinando-se a espessura crítica da isolação

Palavras-chave: termodinâmica, condução de calor, isolação térmica.

ABSTRACT

In this work we study a physical-mathematical model for transfer of heat by conduction in cilindrical tubs revested with isolating materials. We discuss the basic concepts involved in the heat transfer processes between surfaces in contact, as well as, the formal analogy between thermal and electrical systems by defining both thermal capacitance and resistance, and their applications in an specific problem. From this formulation, the importance of the isolation is shown, evaluating the loss of thermal energy in the tub, and its optimized utilization by determining the critical length of the insulator.

Key words: thermodynamics, heat conduction, thermal isolation.

---

[1] Trabalho final de Graduação.
[2] Curso de Matemática - Licenciatura Plena. UNIFRA.
[3] Orientador.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho realizaram-se estudos em uma das áreas da física de mais larga aplicação em nossa vida diária: A Termodinâmica. Fenômenos como os de troca de calor estão estreitamente relacionados com nossas experiências rotineiras, de modo que um conhecimento dos princípios desta ciência é de fundamental importância.

Neste estudo, o procedimento que se adotou foi o de desenvolver um modelo físico-matemático para uma situação real, com a qual se tem contato muito freqüente, procurou-se, desta forma, entender-se melhor os conceitos físicos envolvidos e as manipulações de cálculo utilizadas, tentando-se, na medida do possível, ver-se além de um conjunto de símbolos matemáticos.

Apesar de os princípios básicos envolvidos na formulação de modelos de sistemas térmicos estarem bem estabelecidos, a sua utilização para uma situação real é mais delicada que aquelas que se encontram na solução de problemas em contextos puramente "acadêmicos". Isso porque, na maioria dos casos, estes se referem a situações idealizadas, em que muitas hipóteses simplificadoras estão intrinsecamente incorporadas.

Verifica-se que a adequação de um modelo requer a adoção de certas aproximações que precisam ser bem justificadas, de modo que o modelo assim obtido seja suficientemente completo e apropriado, o que certamente repercutirá no momento de sua validação, na qual, comparam-se os resultados calculados com os valores empíricos.

Procurou-se, no decorrer do trabalho, abordar os conceitos gerais envolvidos, apresentando-se definições como as de temperatura e calor e uma discussão sobre os processos de transmissão de calor. A seguir, paulatinamente, introduziu-se na discussão novas grandezas como taxa de variação do calor, capacitância térmica e resistência térmica, com as quais pode-se discutir a dinâmica das trocas de calor. Neste ponto, é útil verificar-se a analogia formal entre os sistemas térmicos e elétricos, nos quais é possível extrapolar-se o conhecimento de um para o outro. Assim, adquiriu-se maior sensibilidade na transmissão de calor em estruturas compostas, à luz do formalismo utilizado no processo de condução de correntes elétricas em um circuito formado por resistores associados. Finalmente, após a obtenção de todas as relações necessárias, analisou-se o fluxo de calor através de paredes cilíndricas concêntricas: uma de material condutor e outra de material isolante, submetidas a diferentes temperaturas. Estudou-se a importância da isolação em um sistema com esta simetria, utilizando-se como protótipo, uma tubulação que transporta água quente. É possível, dentro deste modelo calcularem-se as perdas de calor, quando não se usa isolação, bem como otimizar-se a sua utilização.

CONCEITOS GERAIS

A termodinâmica baseia-se na investigação da temperatura, do calor e das trocas de energia, entre sistemas, a diferentes temperaturas.

Sabe-se que a matéria é constituída de moléculas e átomos e estas moléculas possuem movimento vibratório. Esta vibração varia de uma molécula para outra, porém pode considerar-se um nível de vibração médio para as moléculas que compõem um corpo. A esse nível médio de vibração, chama-se temperatura.

Quando se coloca um corpo "mais quente" (com maior nível de vibração) próximo a um corpo mais frio, parte da energia cinética de vibração se transfere para as moléculas desse corpo, provocando um aumento em seus movimentos vibratórios, elevando assim a temperatura do corpo. Essa energia se propaga através das moléculas, criando assim um fluxo, ao qual se denomina calor. Ou seja, "o calor é a energia transferida de um corpo para outro em virtude de uma diferença de temperatura"(TIPLER, 1995, p. 210).

Ao se elevar a temperatura de um corpo, adicionando-se ao mesmo mais energia, nota-se que diferentes corpos reagem de formas distintas. Uns se aquecem mais rapidamente que outros, ou seja, corpos têm maior capacidade térmica que outros.

A capacidade térmica (C) é definida como a razão entre a quantidade de calor fornecido ao corpo (ΔQ) e a mudança de temperatura (ΔT) provocada nesse corpo. Assim:

$$\mathbf{C} = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \,. \tag{1}$$

Também se pode considerá-la como a quantidade de calor fornecida ao corpo para que sua temperatura varie uma unidade.

Como a variação de temperatura é proporcional ao calor fornecido ao corpo, e isso continua válido no limite de transferência de pequenas quantidades de calor, pode utilizar-se a notação em termos da derivada como taxa de variação, ou seja:

$$C = \frac{dQ}{dT} \,. \tag{2}$$

É conveniente definir-se a capacidade térmica por unidade de massa do corpo, usualmente denominada calor específico. Essa grandeza depende da natureza da substância da qual o corpo é feito, sendo dada por:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dT} . \tag{3}$$

Sua unidade usual é a cal /g°C, sendo que, no Sistema Internacional (SI), é fornecida em J/kg.K.

Os calores específicos de algumas substâncias são dados na tabela 1.

Tabela 1 - Calores específicos de algumas substâncias à temperatura ambiente.

Substância	Calor Específico	
	Cal/g.K	J/kg.K
Sólidos Elementares		
Chumbo	0,0305	128
Tungstênio	0,0321	134
Prata	0,0564	236
Cobre	0,0923	386
Aluminío	0,2150	900
Outros Sólidos		
Latão	0,092	380
Granito	0,190	790
Vidro	0,200	840
Gelo (-10ºC)	0,530	2.220
Líquidos		
Mercúrio	0,033	140
Álcool etílico	0,580	2430
Água do mar	0,930	3900
Água doce	1,000	4190

FONTE: HALLIDAY, David; RESNICK, Robert. 1984. Física 2. Rio de Janeiro:LTC S. A. p. 185.

Ressalte-se que a quantidade de calor necessária, para se elevar a temperatura de um corpo a volume constante, é diferente da que é necessária para se elevar a temperatura à pressão constante. Em geral, é necessário distinguir-se o calor específico a volume constante (c_v), do calor específico à pressão constante (c_p). No caso de sólidos e líquidos, como aqueles que se vai tratar neste trabalho, esta diferença é muito pequena à temperatura ambiente e pode ser desprezada.

A equação (3) permite expressar a quantidade de calor fornecida ao corpo em função do correspondente aumento de temperatura.

$$dQ = m.\ c.\ dT. \tag{4}$$

Quando a temperatura do corpo varia de uma temperatura T_i para T_f obtem-se:

$$Q = m \int_{Ti}^{Tf} c\, dT \; . \qquad (5)$$

Cabe aqui o questionamento a respeito da dependência de c com a temperatura. Em geral, o calor específico é função da temperatura, porém esta variação é pouco significativa para os sólidos e líquidos. No caso da água, por exemplo, quando a temperatura varia de 40°C para 100°C, a correspondente variação no calor específico é de 0,09 %, como se pode constatar analisando-se a figura 1. Portanto, pode considerar-se o calor específico para os estes propósitos como constante, tal que:

$$Q = mc \int_{Ti}^{Tf} dT = mc\, \Delta T \qquad (6)$$

onde: $\Delta T = T_f - T_i$. (7)

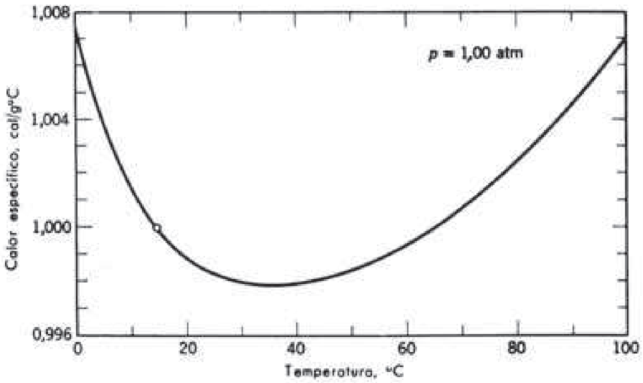

Figura 1 - O calor específico da água em função da temperatura.

CONDUÇÃO DO CALOR

Uma das questões mais importantes relacionadas ao estudo do calor e da termodinâmica diz respeito à transmissão do calor, de um meio para outro, ou de um ponto a outro de um material. Há três processos distintos de transmissão de calor: Radiação, Convecção e Condução.

Na radiação, o calor é transmitido de um corpo de alta temperatura para outro de temperatura mais baixa, mesmo que entre estes exista vácuo. A radiação térmica é constituída de ondas eletromagnéticas que transportam energia, essa energia é denominada calor radiante. Em alguns problemas de engenharia, o aquecimento radiante pode ser desprezado.

Na convecção, o calor é transmitido com um transporte de matéria. No caso do aquecimento de água em um recipiente, por exemplo, a que está próxima à fonte de calor se aquece por contato e sofre uma dilatação, com isso sua densidade diminui e ela sobe, a água mais fria que está em cima, mais densa, desce até se aquecer e tornar a subir. Forma-se assim, uma corrente interna de água com a de calor.

A condução é o modo de transferência de energia que ocorre entre as partes próximas de um corpo ou de um corpo para outro, quando estes são colocados em contato. Esse fluxo de calor ocorre da região de temperatura mais alta para a de temperatura mais baixa. Nessa forma de transmissão de calor, a energia é transmitida por meio de comunicação molecular direta, segundo determinados princípios da teoria cinética. De acordo com esta teoria, quando as moléculas em uma região adquirem uma energia cinética maior do que a energia das moléculas da região vizinha, ocorre uma transmissão de parte desta energia para essas moléculas.

A condução é o único mecanismo pelo qual o calor pode ser transmitido em sólidos opacos. Ela também é importante nos fluídos (líquidos e gases), mas nos meios não-sólidos ela é usualmente combinada com a convecção e, em alguns casos também com a radiação.

Em algumas aplicações, no entanto, os problemas surgidos por essas combinações podem ser reduzidos pela utilização de determinadas aproximações simplificadoras. Estes modelos simplificados utilizados em primeira análise, são em muitos casos, bastante apropriados para o tratamento da situação real.

Considere-se, inicialmente, o processo simples de condução de calor que ocorre em uma barra metálica, cujas faces sejam mantidas à temperaturas diferentes. Descrever-se-a como se dá a transmissão de uma quantidade de calor ΔQ, perpendicularmente às faces da barra, em um intervalo de tempo Δt. Suponha-se que a área de secção reta da barra seja A e que a mesma seja subdividida em lâminas de espessura Δx. A relação empírica para esta situação é obtida na seguinte forma:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \approx A \frac{\Delta T}{\Delta x} \tag{8}$$

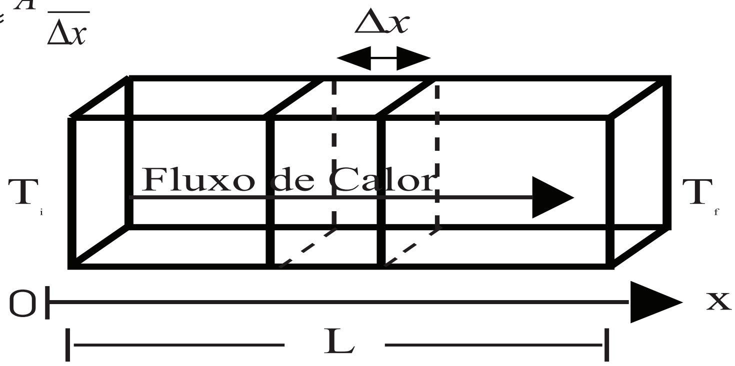

Figura 2 - Condução de calor através de uma barra dividida em lâminas de espessura Δx. Neste caso $T_i > T_f$.

Esse resultado é comumente referido na literatura como Lei de Fourier. No limite em que a espessura da lâmina torna-se muito pequena temos:

$$H = - k \,.\, A \,.\, \frac{dT}{dx} \,. \qquad (9)$$

Na equação acima, $H = \frac{dQ}{dx}$ representa a taxa de transferência de calor, ou seja, o calor transmitido por condução na unidade de tempo. A razão $\frac{dT}{dx}$ é denominada gradiente de temperatura, e mede a variação de temperatura na seção da lâmina por unidade de comprimento (eixo $0x$).

A constante de proporcionalidade k é denominada condutividade térmica da substância, e expressa a "facilidade" com que o calor se transmite através do material, ou seja, um bom condutor de calor possui um valor de k alto.

O sinal negativo na equação (9) é introduzido devido ao fato do fluxo de calor ter sentido contrário ao do gradiente de temperatura. Isto significa que, como o calor flui da temperatura mais alta para a temperatura mais baixa, se se considerar este sentido como o sentido positivo do eixo $0x$, de tal modo que a face esquerda da lâmina esteja a uma temperatura mais alta que a da direita, o fluxo de calor dar-se-á então, da esquerda para a direita e $\frac{dT}{dx}$ é negativo. Veja a ilustração na figura 3.

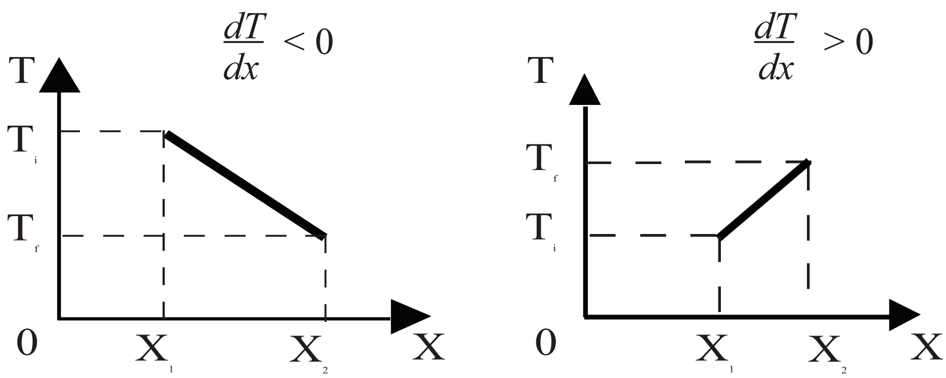

Figura 3 - Esquema ilustrando a convenção de sinais para o fluxo de calor por condução.

A expressão para a taxa de transferência de calor no caso da barra, pode ser obtida a partir da equação (9), que, nesse caso, pode ser escrita como:

$$\int_0^L H dx = - \int_{Ti}^{Tf} k\, A\, dT \,, \qquad (10)$$

em que L é o comprimento da barra.

No caso de uma barra homogênea, após atingido o regime estacionário, no qual a temperatura da barra em cada ponto não varia com o tempo e considerando k e A constantes, obtém-se:

$$H = k\,A\,\frac{\Delta T}{L}\,, \tag{11}$$

em que $\Delta T = T_i - T_f$, com $T_i > T_f$.

Considere-se agora, uma barra formada por dois materiais de espessuras L_1 e L_2 e condutividades térmicas k_1 e k_2, respectivamente. As temperaturas das faces externas são T_1 e T_2, como indicado na figura 4.

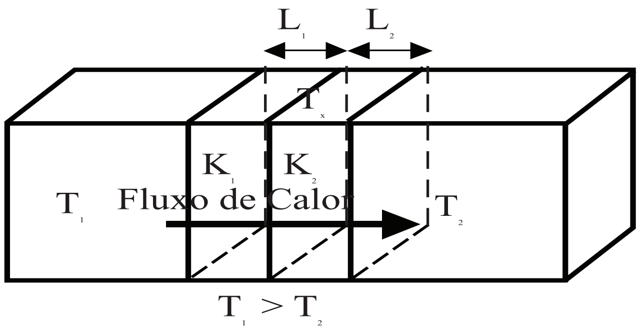

Figura 4 - Condução de calor através de duas barras de condutividades térmicas diferentes

Para se determinar a taxa com que o calor é transmitido através dessa barra composta, considere-se T_x a temperatura na superfície de separação dos dois meios, no estado estacionário. Então,

$$H_1 = \frac{k_1 A(T_1 - T_x)}{L_1} \tag{12}$$

e

$$H_2 = \frac{k_2 A(T_x - T_f)}{L_2}\,. \tag{13}$$

Como no regime estacionário, $H_2 = H_1 = H$ ter-se-á:

$$H = \frac{k_1 A(T_1 - T_x)}{L_1} = \frac{k_2 A(T_x - T_f)}{L_2}\,. \tag{14}$$

Trabalhando-se algebricamente esta igualdade e isolando-se T_x, ter-se-á:

$$T_x = \frac{(L_1 k_2 T_2 + L_2 k_1 T_1)}{L_2 k_1 + L_1 k_2}\,. \tag{15}$$

Substituindo-se o valor T_x na equação (12), obtem-se:

$$H = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{L_1}{Ak_1} + \frac{L_2}{Ak_2}} . \qquad (16)$$

Como se verá seguir esta expressão tem a forma semelhante àquela obtida na associação de resistores em série se $R_T = L/kA$ for identificado à resistência térmica de cada barra.

ANALOGIA DE SISTEMAS TÉRMICOS COM SISTEMAS ELÉTRICOS

Existe uma perfeita analogia formal entre o fluxo de calor devido a uma diferença de temperatura e o fluxo de carga q devido a uma diferença de potencial elétrico. Assim, identificaram-se as seguintes analogias:

$\Delta T \leftrightarrow \Delta V$

$H \leftrightarrow i$

$Q \leftrightarrow q$

em que $\Delta V = (V_f - V_i)$ representa a diferença de potencial elétrico (d.d.p.) mantida entre dois pontos de um condutor (expressa em Volts) e i a corrente elétrica que circula entre os dois pontos (expressa em Ampères). Ainda há as seguintes definições análogas.

$$H = \frac{dQ}{dT} \qquad (17)$$

e

$$i = \frac{dq}{dT} . \qquad (18)$$

Na eletrodinâmica, verifica-se que a corrente elétrica é diretamente proporcional à d.d.p.:

$$(V_f - V_i) \approx i. \qquad (19)$$

Pode introduzir-se uma constante de proporcionalidade, usualmente designada por R, tal que:

$$(V_f - V_i) = R \cdot i \qquad (20)$$

Este R é identificado à resistência elétrica do material condutor e é uma medida da "dificuldade" encontrada em se fazer as cargas elétricas circularem no mesmo. Ela pode ser escrita na forma:

$$R = \frac{\Delta V}{i} , \qquad (21)$$

e sua unidade é o Ohm (Ω).

Escrita desta forma fica claro que a resistência elétrica expressa "quantos volts são necessários para cada Ampére de corrente elétrica que estabelecemos no condutor" (HALLIDAY, 1984). Verifica-se, por outro lado, que a resistência elétrica é inversamente proporcional à área de secção reta do material e diretamente proporcional ao seu comprimento, L:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad , \tag{22}$$

em que a constante ρ é uma grandeza microscópica, característica do material, denominada resistividade. Por vezes, é conveniente falar-se da condutividade, que é a recíproca de ρ :

$$\sigma = 1/\rho. \tag{23}$$

A condutividade elétrica (σ) tem como unidade $(\Omega.m)^{-1}$ e a resistividade o $(\Omega.m)$.

Suponha-se um condutor de forma cilíndrica, de área A e comprimento L, nos extremos do qual se estabelece uma diferença de potencial . Para uma secção de espessura dx , a corrente elétrica que passa neste condutor é expressa por:

$$i = \frac{A\, dV}{\rho\, dx} \quad , \tag{24}$$

ou ainda:

$$\frac{dq}{dt} = -\sigma A \frac{dV}{dx}^{1}. \tag{25}$$

A analogia entre os sistemas elétrico e térmico pode ser verificada comparando-se a equação (25) com a equação (09). Além disso, é bem conhecido o fato de que tanto a energia térmica como a carga elétrica são transportadas pelos elétrons livres do metal, de forma que um bom condutor de calor também é um bom condutor de eletricidade.

Para se completar a analogia, resta ainda definir-se a resistividade térmica. Por comparação direta entre as equações acima, é fácil verificar-se que a resistência térmica R_T para um caso de geometria simples, como o condutor de secção plana, tem a seguinte forma.

$$R_T = \frac{L}{kA} \quad , \tag{26}$$

cuja unidade no sistema internacional será (K/W).

---

[1] O sinal negativo está relacionado ao fato de que a carga positiva se move na direção em que o potencial diminui

Como se pode verificar na equação (16), para o caso de estruturas compostas, é possível obter-se a resistência térmica equivalente de forma completamente análoga ao caso de associação de resistores elétricos.

A CONDUÇÃO DE CALOR EM UM SISTEMA COM SIMETRIA CILÍNDRICA.

Um problema de considerável importância prática é o da condução de calor através de um cilindro circular vazado. Exemplo típico desta aplicação é o escoamento de fluidos através de tubos, em que se precisa determinar a perda de calor e a otimização na utilização de isolação.

Considere-se um cilindro homogêneo vazado de raio interno r_i e raio externo r_e. Suponha-se que a temperatura da superfície interna T_i e que a temperatura da superfície externa T_e sejam mantidas constantes, como indicado na figura abaixo.

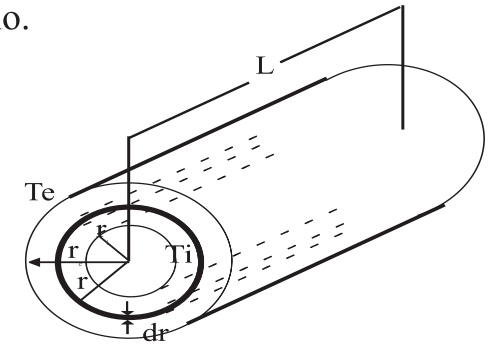

Figura 5 - Esquema para condução de calor através de um cilindro vazado.

Considere-se ainda que $T_i > T_e$, de modo que a transmissão do calor se dá na direção radial, de dentro para fora, a uma taxa

$$H = -kA\frac{dT}{dr}, \tag{27}$$

em que r é o raio da pequena casca cilíndrica de espessura dr, cujas temperaturas das superfícies interna e externa diferem de uma quantidade dT.

A área efetiva de transmissão de calor é a da superfície lateral do cilindro dada por:

$$A = 2\pi r L. \tag{28}$$

Em condição de regime estacionário, separando as variáveis, tem-se:

$$\frac{Hdr}{2\pi rkL} = -dT. \tag{29}$$

Integrando-se sobre toda a espessura do cilindro:

$$\int_{ri}^{re} \frac{Hdr}{2\pi\, rkL} = - \int_{Ti}^{Te} dT \quad , \tag{30}$$

obtem-se:

$$H = \frac{(T_i - T_e)\, 2\pi\, kL\,.}{ln\,(\frac{r_e}{r_i})} \tag{31}$$

Que mostra que a taxa de transmissão de calor para um sistema com esta geometria é inversamente proporcional ao logaritmo natural da razão entre os raios externo e interno.

A temperatura em um dado ponto, no interior do cilindro $T(r)$, é obtida integrando-se a equação (30) do raio interno r_i a um raio arbitrário r, utilizando-se o resultado da equação (31), tem-se

$$\int_{ri}^{r} \frac{H}{k(2\pi L)} \quad \frac{dr}{r} = - \int_{Ti}^{T(r)} dT\,, \tag{32}$$

que fornece

$$T(r) = T_i - \frac{(T_e - T_i)}{ln\,(\frac{r_e}{r_i})}\, ln \;(\frac{r}{r_i})\;, \tag{33}$$

cuja dependência com r é indicada na figura 6.

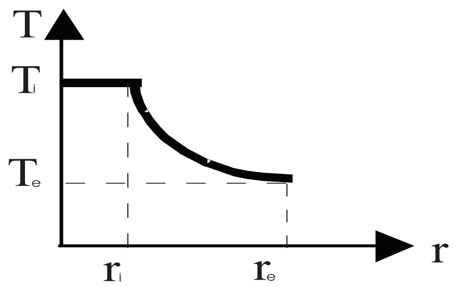

Figura 6 - Dependência da temperatura em função do raio do cilindro.

É fácil encontrar a expressão para a resistência térmica neste caso, a partir da eq. (31) :

$$R^T = \frac{ln\,(r_e\,/\,r_i)}{2\pi\, kL}\;. \tag{34}$$

Verifique-se agora como se dá a condução do calor em um estrutura composta com simetria cilíndrica. Considere-se um sistema composto de duas camadas cilíndricas concêntricas superpostas como o indicado na figura 7:

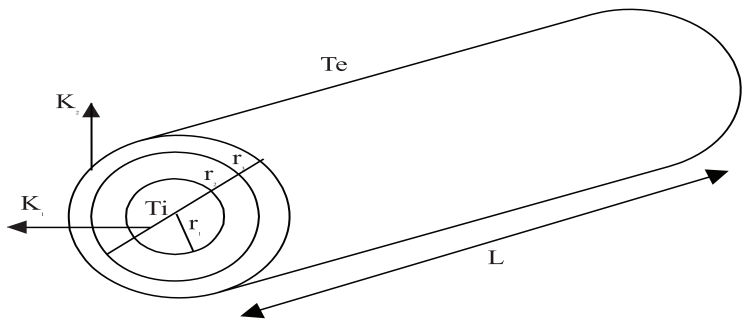

Figura 7 - Esquema para condução de calor em uma estrutura composta com simetria cilíndrica.

Nela, k_1 e k_2 são as condutividades térmicas dos dois materiais, r_1, r_2 e r_3, seus raios e T_i e T_e as temperaturas na superfície interna e externa do cilindro composto, respectivamente. Repetindo-se o procedimento adotado para o caso da estrutura plana, o raciocínio, em termos de analogia com o sistema elétrico, fornece a taxa de transmissão de calor na forma

$$H = \frac{(T_i - T_e)}{\dfrac{ln(r_2/r_1)}{2\pi k_1 L} + \dfrac{ln(r_3/r_2)}{2\pi k_2 L}} \quad . \tag{35}$$

Usando a equação (34), podemos expressar H em termos das resistências térmicas R^T_1 e R^T_2.

$$H = \frac{T_i - T_e}{R^T_1 + R^T_2} \quad , \tag{36}$$

verificando-se novamente a analogia com o sistema elétrico, uma vez que $R^T = R^T_1 + R^T_2$, pode ser entendido como a resistência térmica equivalente de dois cilindros em série.

UM MODELO PARA A CONDUÇÃO DO CALOR EM UMA TUBULAÇÃO CILÍNDRICA.

Uma importante aplicação do formalismo desenvolvido até aqui consiste em estudar como se dá a transmissão de calor através de uma tubulação como, por exemplo, na rede hidráulica de casas e prédios.

Nestes casos, os problemas envolvidos são, sobretudo relacionados às perdas de energia em um sistema de distribuição de água quente e à necessidade de evitar que a água congele em locais frios, quando essa tubulação está exposta ou passa através de uma parede externa. Usualmente estes problemas são resolvidos pela adequada utilização de revestimentos com materiais que possuem propriedades de isolação térmica. Neste ponto outro fator importante a ser considerado é o fator econômico, que requer a otimização na utilização destes materiais no sentido de baratear os custos.

É possível dentro deste tratamento, modelar o processo de condução de calor entre paredes de uma estrutura composta, ou seja, onde a tubulação seja revestida com uma camada de isolante, e determinar a espessura crítica da isolação para que a taxa de transmissão de calor seja mínima.

Considere-se então uma tubulação cilíndrica de comprimento L, constituída de um tubo de material condutor (como o cobre), revestido por um material isolante, de condutividades térmicas K_c e K_i, respectivamente. Os raios internos e externos r_1, r_2 e r_3 seguem a mesma notação da figura 7.

Expressar-se-á, inicialmente, as resistências térmicas dos materiais envolvidos. Para o cobre temos:

$$R^T{}_c = \frac{ln(r_2/r_1)}{2\pi\, k_c L} \tag{37}$$

e para o material isolante:

$$R^T{}_i = \frac{ln(r_3/r_2)}{2\pi\, k_i L}. \tag{38}$$

Na tabela 1, apresentam-se as condutividades térmicas do cobre, do aço e de alguns isolantes comumente utilizados na indústria.

Tabela 1 - A condutividade térmica de alguns materiais.

Material	Cond. Térmica W/(m.k)
Cobre puro	386
Aço inxodável	16,3
Amianto	0,154
Cortiça granulada	0,045
Lã de vidro	0,038
Serragem	0,059

Fonte: Adaptado de J.P.HOLMAN, Transferência de calor. 1983. São Paulo: MCGRAW-HILL.

Tome-se um tubo de 5,0 mm de espessura, com raio externo de 20,0 mm e raio interno de 15,0 mm. Neste caso, a resistência térmica para 1,0 m de comprimento do tubo será de:

$$R^{T}_{\text{cobre}} = \frac{ln\left(\frac{20,0}{15,0}\right)}{2\pi\, 386.1} = 1,19 \text{ x } 10^{-4} \text{ K/W},$$

se ele for feito de cobre, e

$$R^{T}_{\text{aço}} = \frac{ln\left(\frac{30,0}{15,0}\right)}{2\pi\, 16,3.1} = 2,81 \text{ x } 10^{-3} \text{ K/W},$$

no caso do aço inoxidável (18% Cr, 8% Ni). Se uma camada de 10,0 mm de isolante for adicionada, obtem-se:

$$R^{T}_{\text{AM}} = \frac{ln\left(\frac{30,0}{20,0}\right)}{2\pi\;\; 0,154.1} = 0,42 \text{ K /W},$$

$$R^{T}_{\text{co}} = \frac{ln\left(\frac{30,0}{20,0}\right)}{2\pi\;\; 0,45.1} = 1,43 \text{ K/W},$$

para amianto e cortiça, respectivamente.

Verifica-se que a resistência térmica do isolante é muito maior que a dos metais, que são condutores térmicos. Na comparação entre os dois metais vê-se que o cobre, por ser melhor condutor, apresenta uma resistência térmica menor que o aço. Além do fator econômico, a escolha de qual dos dois metais utilizar-se-á, está na adequação do mesmo em função da necessidade específica. No caso de uma tubulação transportando água quente, como num sistema de distribuição com um aquecedor central, em que se requer perda mínima de energia, o material mais indicado para a tubulação é certamente o aço inoxidável.

Calcule-se agora a perda de calor em uma tubulação que transporta água quente, como a mencionada anteriormente. Tome-se, inicialmente, um tubo exposto que transporte água a uma temperatura de 60° C, em um dia de inverno em que a temperatura ambiente seja de 0° C. Neste caso, com os dados da tubulação citados anteriormente, usando a equação (43), tem-se, para cada metro da tubulação de cobre,

$$H = \frac{(60 - 0)\; 2\pi \;.\; 386,0 \;.\; 1,0}{ln\;\left(\frac{20,0}{15,0}\right)} = 5,096 \text{ x } 10^{3} \text{ J/s},$$

e, no caso do tubo de aço inoxidável,

$$H = \frac{(60\ \text{-}0)2\pi\ .16{,}3\ .\ 1{,}0}{ln\left(\dfrac{20{,}0}{15{,}0}\right)} = 2{,}136\text{x}10^4\ \text{J/s.}$$

Na tabela 2, apresentam-se resultados obtidos para uma tubulação construida a partir de três metais diferentes, com ou sem os isolantes indicados.

Tabela 2 - Perda de calor por metro de tubulação para três metais com dois tipos de isolamentos de 10 mm de espessura, para uma variação de temperatura de 60 °C [2].

Material Espessura	**Alumínio** **Perda de calor (J/s)**		**Aço Inox** **Perda de calor (J/s)**		**Cobre** **Perda de calor (J/s)**	
½"	199.335,55		20.477,82		483.870,97	
¾"	246.913,58		25.316,46		600.000,00	
1"	264.317,18		27.149,32		643.776,82	
	c/cortiça	**c/amianto**	**c/cortiça**	**c/amianto**	**c/cortiça**	**c/amianto**
½"	25,64	88,20	25,61	87,86	25,64	88,22
¾"	30,30	103,40	30,27	103,03	30,30	103,43
1"	36,14	124,94	36,10	124,43	36,14	124,98

Pela análise dos dados fornecidos pela tabela 2, concluí-se que a utilização de uma camada de isolante térmico reduz, em mais de 99%, o fluxo de calor, tornando o conjunto (tubo metálico + revestimento isolante) muito mais eficiente. Quanto aos materiais utilizados, o conjunto mais recomendável é o de aço inox com revestimento de cortiça, apesar da diferença ser pequena.

Na abordagem inicial, consideraram-se os três mecanismos de transmissão de calor separadamente e passou-se a tratar mais detalhadamente do processo de condução que é o mais importante nessas aplicações. Na prática, entretanto, nos problemas envolvendo ligações em série de várias seções, como as estruturas compostas consideradas ou aquelas situações que envolvem o fluxo de um determinado fluido por uma tubulação, é necessário levar em conta que o calor é transmitido por meio de uma combinação de mais de um dos mecanismos de transmissão.

[2] A espessura da tubulação, como comumente é feito no comércio, esta dada em polegadas: 1” = 2,54 cm.

Nesses casos, a análise do fluxo de calor nos contornos pode ser simplificada pela utilização de um coeficiente global denominado coeficiente combinado de transmissão de calor $\bar{h}$. Ele combina os efeitos da transmissão de calor por meio de convecção e radiação entre uma superfície e um fluido específico. Suas unidades são W/m^{2}K (ou kcal/Km^2 °C). Os valores encontrados na literatura, são da ordem de 6 a 30 W/m^{2}K para o ar e 3.000 a 60.0000 W/m^{2}K para a água (KREITH, 1977).

Para se levar em conta a transmissão de calor nas superfícies interna e externa da tubulação pelos processos citados, incluir-se-ão na equação (35) os termos devidos, utilizando coeficientes $\bar{h}_i$ e $\bar{h}_e$, respectivamente para a parede interna, em contato com a água, e para a parede externa, ao ar livre. Deste modo, a expressão resultante terá a seguinte forma.

$$H = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{1}{2\pi r_1 L\bar{h}_i} + \frac{ln(r_2 / r_1)}{2\pi k_1 L} + \frac{ln(r_3 / r_2)}{2\pi k_2 L} + \frac{1}{2\pi r_3 L\bar{h}_e}} . \qquad (39)$$

Na prática, verifica-se que a resistência térmica está concentrada na isolação e na superfície externa, uma vez que os metais são bons condutores e que os seus coeficientes $\bar{h}_i$ são muito grandes. Assim, admitindo-se que a temperatura na superfície interna da isolação seja T_1 e que a temperatura externa seja T_2, a equação fica simplificada para:

$$H = \frac{T_1 - T_2}{\frac{ln\,(r_3 / r_2)}{2\pi k_2 L} + \frac{1}{2\pi r_3 L\bar{h}_e}} . \qquad (40)$$

Utilizando-se um valor típico para $\bar{h}_e$ da ordem de 7,0 W/m^{2}K, obtém-se para o nosso tubo de cobre com isolação de cortiça com 1,0 m de comprimento.

$$\mathrm{H} = \frac{(60 - 0)}{1{,}43 + \frac{1}{2\pi .30 .10^{-3} .1 .7{,}0}} \quad 27{,}42 \text{ J/s.}$$

Finalmente, analisa-se a relação entre a taxa de transferência de calor e a espessura da isolação. A partir da equação (40), vê-se que, para um dado valor de r_2 (raio interno da isolação), o calor transmitido por unidade de tempo é função do raio externo r_3

$$H = \frac{2\pi kL(T_1 - T_2)}{ln\,(r_3 / r_2) + \frac{k}{\bar{h}_e r_3}}, \qquad (41)$$

em que k é o coeficiente de condutividade térmica do isolante. Esta função terá um mínimo para o valor de r_3 tal que

$$\frac{dH}{dr_3} = \frac{-2\pi kl(T_1 - T_2)\left[\frac{1}{r_3} - \frac{k}{h_e r_3^2}\right]}{\left[ln\,(r_3 / r_2) + \frac{k}{h_e r_e}\right]^2} = 0 .$$

Este raio é denominado raio crítico e seu valor é

$$r_3 = \frac{k}{h_e} \quad . \tag{42}$$

Na prática, a escolha da isolação deve estar associada aos custos, estabelecendo-se um compromisso entre uma mínima dissipação de calor e um baixo custo. Para os valores que utilizamos nas nossas estimativas, no caso de um isolamento de cortiça, ter-se-ia um raio crítico da ordem de 6,0 mm.

Esta análise é importante na determinação da região ótima de custo x benefício. Apesar de verificar-se que o aumento da camada de isolação reduz o fluxo de calor, em alguns casos, o aumento no gasto com o material nem sempre acarreta uma substancial economia de energia.

CONCLUSÕES

Várias considerações importantes devem ser feitas no desenvolvimento de um modelo para a transmissão de calor. Inicialmente, é preciso reconhecer-se quais os modos de transmissão de calor que participam, ou ao menos determinar-se qual é o dominante e, se for o caso, levar-se em conta os modos minoritários de modo efetivo. No caso de superfícies mantidas em contato, desconsideradas "bolhas" e impurezas, esta transmissão se dá, sobretudo, por condução. No entanto, se houver o contato com um fluido, como a água no interior da tubulação ou ar na superfície externa, é preciso levar-se em conta os processos de convecção e radiação, os quais podem ser introduzidos de forma conjunta pela adição de um coeficiente de transmissão. Outro aspecto importante, neste estudo, é o fato de o processo ser permanente ou não. Em geral, os problemas de transmissão de calor envolvidos na engenharia tratam de sistemas em regime permanente, o que facilita o seu tratamento matemático, uma vez que os regimes transitórios são mais complexos e exigem quase sempre soluções aproximadas.

Em sistemas envolvendo o transporte de fluídos, como água em um sistema de aquecimento, a utilização de isolantes térmicos é muito importante, pois os materiais utilizados na confecção dos tubos, em geral metais, são bons condutores de calor, permitindo assim uma grande dissipação de energia e grandes perdas. Os materiais isolantes, como a cortiça e o amianto, por possuírem grande resistência térmica, reduzem significativamente a perda de calor, contribuindo para uma grande economia de energia. Em regiões de clima frio, em que a temperatura atinge valores negativos, a utilização dos isolantes é vital, uma vez que, em tubulações expostas, a água pode congelar-se e causar o rompimento dos canos, ou seu entupimento.

Outro aspecto importante na utilização da isolação, diz respeito ao custo. O aumento da camada de isolante, acima do raio crítico da isolação não proporciona um acréscimo considerável na energia economizada. Em determinados casos, dobrando-se a espessura da camada do material isolante, é possível reduzir-se em torno de 2% apenas, a taxa de perda de calor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GARCIA, Cláudio. 1997. **Modelagem e simulação de Processos Industriais e de sistemas Eletromecânicos.** São Paulo: Ed. da Universidade de São Paulo.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert. 1984. **Física 2.** 4ª ed. Rio de Janeiro: LTC S.A.

_____. 1984. **Física 3.** 4ª ed. Rio de Janeiro: LTC. S.A.

HOLMAN, Jack Philip. 1983. **Transferência de calor.** São Paulo: MaGraw-Hill do Brasil.

KREITH, Frank. 1997. **Princípios da transmissão de calor.** São Paulo: Edgard Blücher Ltda.

TIPLER. Paul. 1995. **Física:** Gravitação, Ondas e Termodinâmica. 3ª ed. v. 2. Rio de Janeiro: LCT S.A.