

AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS E DEMONSTRAÇÕES NOS LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

THE GEOMETRIC CONSTRUCTIONS AND ARGUMENTATION IN TEXTBOOKS FOR LAST GRADES OF ELEMENTARY SCHOOL

SUSILENE GARCIA DA SILVA OLIVEIRA*
MARILENA BITTAR**

RESUMO

Este artigo tem como referência um estudo cujo objetivo foi analisar o desenvolvimento da argumentação matemática por alunos de uma turma do 8º ano, por meio de atividades de construções geométricas. Entendemos que essas atividades são propícias para o desenvolvimento de argumentações e possíveis demonstrações. Neste texto apresentamos um estudo sobre como o livro didático tem apresentado as demonstrações em atividades de construções geométricas. Neste estudo analisamos os guias do Programa Nacional do Livro Didático dos anos finais do ensino fundamental, por entendermos que este documento apresenta os principais elementos que determinam a proposta que o livro didático deve apresentar além exercer uma forte influência na sua escolha.

Palavras-chave: Construções geométricas. Argumentação. Demonstração. Livro Didático.

ABSTRACT

This paper discuss part of the results of a research that aims to analyze the development of mathematics argumentation by students from an eighth grade class, through geometric construction tasks. We understand that these activities promote the development of argumentation and possible mathematics proofs. This text presents a study about how textbook have been showed mathematics proofs in geometric constructions activities. This study analyses the Guide from Brazilian Government Program of Textbook for last grades of elementary school, because we consider that this document show the main elements that determine the proposal that a textbook have to present, as well as, because it strongly influences its choice.

Keywords: Geometric constructions. Argumentation. Proofs. Textbooks.

* Mestre. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. susilenegarcia@gmail.com

** Doutora. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

INTRODUÇÃO

A Matemática constitui um campo de saber composto por outros tantos campos, que estudam os diferentes objetos matemáticos. Escolhemos trabalhar com a Geometria pela necessidade de revalorização deste campo (PEREIRA, 2001) e por ser lócus privilegiado de aplicação e compreensão do papel da demonstração na matemática escolar. Segundo Boavida (2005) o interesse da Educação Matemática pela argumentação matemática é recente se comparado a outras problemáticas de pesquisa. Ponte, Matos e Abrantes (1998), Ramalho (2002) e Boavida (2005) mostram que esta realidade está muito longe da sala de aula e que a não integração de atividades que levem ao uso de demonstrações pode resultar na ausência de respostas dos alunos em atividades deste tipo. Um fato que pode justificar tal ausência é apresentado por Chevallard, Bosch e Gascón (2001): os alunos, ao discutirem atividades matemáticas não sentem necessidade de avaliar ou analisar criticamente o que ouvem, não apresentando, portanto, justificativas quando estas lhes são cobradas. Autores como D'Ambrósio (1993), Chevallard (2001) e Pietropaolo (2005) mostram que a justificação e a validação de propriedades matemáticas por parte dos alunos, são fundamentais para sua compreensão acerca da Matemática e isso tanto no ensino fundamental quanto no médio.

Na Matemática, a problemática em torno da argumentação prende-se com a necessidade de cada vez mais os alunos interagirem comunicando quer oralmente quer por escrito, as suas ideias valorizando as linguagens naturais (DOUEK, 2005 apud MAGALHÃES e MARTINHO, 2014, p. 102)

A comunicação de ideias torna a aula de matemática um momento de partilha, de descobertas, de dúvidas, de argumentações, meios de prova, justificações (BOAVIDA; SILVA; FONSECA, 2009) e o professor tem um papel importante na proposição de atividades que auxiliem nessa comunicação. Apesar da importância do desenvolvimento de atividades de demonstração, estas ainda são pouco exploradas na educação básica. Neste artigo foi adotada uma perspectiva próxima da referida por Boavida *et al* (2008, p. 84) de que argumentações em Matemática são

conversações de carácter explicativo ou justificativo, centradas na matemática, em que assumem um papel preponderante a fundamentação dos raciocínios, a descoberta do porque de determinados resultados ou situações, a formulação, teste e prova de conjecturas e a resolução de desacordos através de explicações e justificações convincentes e válidas de um ponto de vista matemático.

Neste sentido a argumentação é considerada como um processo progressivo e dinâmico dando-lhe o carácter de demonstração. Para Boavida (2005, p. 1), a argumentação deve ser precedida de:

[...] condições favoráveis ao envolvimento dos alunos em experiências de aprendizagem cujo foco é a explicação e a fundamentação de raciocínios, a descoberta do porquê de determinados resultados ou situações e a formulação, avaliação e prova de conjecturas [...].

Em pesquisa anterior (GARCIA OLIVEIRA, 2009) discutiu esta temática restrita ao campo da Geometria por este ser um campo da Matemática propício ao fornecimento de condições favoráveis ao desenvolvimento

da argumentação, pois entendemos que um problema envolvendo conceitos geométricos pode levar o aluno a discutir, argumentar e fundamentar sua resolução. Para Duval (1988, p. 57)

[...] os problemas de Geometria apresentam uma originalidade em relação a outras tarefas matemáticas que podem ser propostas aos alunos. De um lado, suas resoluções exigem uma forma de raciocínio que implica a referência axiomática local, a qual se desenvolve no registro da língua natural.

Corroborando com a afirmação de Duval (1988), Arbach (2002) mostra que a Geometria contempla atividades nas quais podem ser utilizados diferentes tipos de argumentação e validação, apresentando condições favoráveis de apropriação do conteúdo e de competências essenciais ao aprendizado. Competência geral listada no Guia do PNLD/2014 (BRASIL, 2013, p.16), dentre as competências que contribuem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática: “compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação”.

Ao propor atividades de construção de triângulos para professores do ensino fundamental, Oliveira (2006) buscou incentivar e desenvolver nos docentes a valorização dos registros escritos dos alunos e a análise destes registros como uma estratégia para a aquisição de conceitos de Geometria. Para Zulatto (2003, p. 97) “[...] após realizar as construções é possível investigá-las. As atividades dessa natureza, por serem abertas, possibilitam que os alunos explorem propriedades, façam descobertas, levantem conjecturas [...]”. Araújo (2007) aborda as construções geométricas como ponto de partida para o estudo e a aprendizagem da prova, salientando a importância teórica de uma construção e de sua validação: “[...] toda construção geométrica tem que ter algum argumento que a justifique”. (ALMEIDA, 2007, p.72). Os problemas que envolvem as construções geométricas oferecem várias estratégias de resolução, podendo aparecer um encadeamento de ideias que podem atingir vários níveis de evolução, justificando essa resolução.

Essas estratégias de construção podem ser influenciadas também pelas tecnologias que se utilizam tais como os instrumentos de desenho, que em uma construção pode influenciar no desenvolvimento das argumentações (GOMES, 1999) dos alunos ao representar a figura.

Antes de prosseguir é importante esclarecer a diferença conceitual entre desenho e figura e entre desenhar e construir, uma vez que esta é “[...] uma discussão que está no centro dos estudos de muitos trabalhos em Didática da Matemática [...]” (CHAACHOUA, 1997, p. 9). Segundo Parzys (1989) a figura é um objeto geométrico e o desenho uma representação gráfica da figura e, para Laborde e Capponi (1994, pp. 168-169):

A figura é [...], o objeto abstrato que serve de substrato para o raciocínio, para o pensamento, enquanto tal pode ser identificada ao objeto da teoria. O desenho, por sua vez, é a materialização sobre uma folha de papel, uma tela do computador, etc. O desenho é um modelo da figura. A figura permite a determinação de propriedades, estabelecendo instrumentos de generalização, o desenho se refere ao objeto concreto que figura na folha de papel.

Neste sentido, a figura estará associada ao termo construir, tendo em vista que construir uma figura significa argumentar explorando propriedades e estabelecendo generalizações que levem à apropriação do conceito do objeto matemático em questão. Tal definição a diferencia do termo desenhar o que, segundo Bellemain (2001), é a representação de um modelo; um objeto de raciocínio

para o aluno traduzido pela simples representação plana. E é por meio dessas figuras que situações que contribuam para a apropriação de conceitos e validação de resultados podem surgir. A construção pode oferecer aos alunos meios para a apropriação autônoma de conceitos em determinados momentos (QUARANTA E TARASOW, 2004), utilizando seus conhecimentos como ferramenta na solução de problemas. Para essa apropriação é necessário organizar situações que promovam o processo de validação das suas respostas. Para Margolinas (1993, p. 78, tradução nossa)

A situação de validação é uma organização específica do meio de modo que as mensagens trocadas com o meio sejam afirmações, teoremas, demonstrações, emitidas e recebidas como tais. A situação de validação visa à produção explícita de provas pelos alunos. No caso da corrida ao 20, esta situação é realizada na cena final. O que caracteriza a situação de validação é o desafio explícito da verdade das afirmações.

Nesta situação, envolvido com a demonstração da sua resposta, o aluno estará se apropriando de conhecimentos (MARTINS; MANDARINO, 2014). Durante o processo de validação os alunos têm a possibilidade de elaborar explicações que, segundo Balacheff (1988), podem ser uma prova ou demonstração. Para este autor a explicação é um discurso que oferece uma ou várias razões para tornar compreensível uma afirmação e pode ser analisada em duas categorias: provas pragmáticas e provas intelectuais.

O possível acesso ou não a experiência constitui uma característica da situação e vai desempenhar um papel fundamental na aplicação do processo de validação. A execução de uma decisão, ou o conteúdo de uma afirmação, permite chamarmos validações pragmáticas ou provas pragmáticas as afirmações produzidas pelo aluno com o objetivo de estabelecer a validade de uma proposição. Quando o acesso a execução não é possível então as validações são intelectuais e as provas produzidas são provas intelectuais. (BALACHEFF, 1988, p. 110, Grifo do autor).¹

É preciso então criar condições favoráveis para o envolvimento dos alunos em atividades que envolvam a demonstração. O livro didático (LD) tem um papel importante, nesta tarefa. Estes modificaram a abordagem no campo da argumentação e demonstração (NASSER e TINOCO, 2001), mas, ainda há muito a percorrer, pois apesar de várias obras apresentarem uma maneira diferente de ensinar, um estilo mais inovador, “os jovens não estão habituados a pensar e comunicar suas ideias” (NASSER e TINOCO, 2001, p. 1). De modo geral as demonstrações não fazem parte das discussões feitas por professores em sala de aula (GARCIA OLIVEIRA, 2009) e ainda estão longe de frequentarem as páginas dos livros didáticos escolhidos. Inferimos que essas escolhas estejam pautadas na opção do professor, que prefere “aqueles com grande quantidade de exercícios que privilegiam a habilidade de cálculo, não oferecendo muita oportunidade para o aluno pensar de forma autônoma”. (MARTINS; MANDARINO, 2014, p. 113).

As pesquisas aqui apresentadas mostram que as construções geométricas podem fornecer atividades que favorecem a construção de argumentos e suas validações.

A demonstração é um modo de argumentação aceito na comunidade matemática para confirmar conceitos e suas propriedades (ORDEM, 2010). Pietropaolo (2005) em seu estudo sobre as possibilidades de se integrar as provas e demonstrações nos currículos de Matemática da Educação

¹ Tradução nossa

Básica critica o reduzido número de pesquisas sobre demonstrações e provas matemáticas feitas por educadores matemáticos brasileiros. Este autor encontrou um consenso entre pesquisadores em Educação Matemática e professores de Matemática da Educação Básica sobre a importância da “prova” como um conteúdo e como recurso pedagógico nas aulas de Matemática. E como as demonstrações irão, inicialmente, aparecer na sala de aula? Qual é o objeto escolar que viabilizará esse processo?

Como respostas às duas questões, apresentaremos a análise de três livros didáticos, por este ser um recurso que funciona como forte referência do saber escolar (PAIS, s.d). Na análise destacamos as construções geométricas e, como sugerido por Pietropaolo (2005), as demonstrações.

O LIVRO DIDÁTICO, CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS E ARGUMENTAÇÕES

O papel do LD, sua qualidade e caracterização têm sido tema de um número crescente de pesquisas nos últimos anos (TERTO, 2008; CARVALHO, 2010). Tal interesse deve-se, em parte, à expansão da política pública de análise, compra e distribuição de livros na rede pública, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Um dos objetivos deste programa é oferecer informações para subsidiar os processos de escolha e de uso do LD. Para Nuñez (1999, p.2) apesar do “desenvolvimento das novas tecnologias, da mídia e dos textos digitais [...] em várias regiões, o livro didático continua sendo o mais fiel aliado do professor e um recurso imprescindível para os alunos”. Este fato se dá, muitas vezes, não por escolha do professor, mas sim como consequência da falta de recursos disponíveis para o trabalho. É um recurso quase sempre presente no ensino da Matemática e tem o papel de referência para a validação do saber escolar (MARTINS; MANDARINO, 2014). Para alunos e professores, se constitui em uma importante fonte de informações para a elaboração de um tipo específico de conhecimento, o escolar.

Como podemos observar, o livro didático exerce forte influência na atividade didática e pedagógica do professor e na aquisição do conhecimento pelo aluno. Diante deste fato, analisamos algumas edições de livros didáticos de Matemática, observando particularmente as resenhas apresentadas nas últimas três edições do PNLD do ensino fundamental. Esta análise é baseada, unicamente, na leitura das resenhas de livros que fizeram parte dessas três últimas edições, com o objetivo de explicitar tendências adotadas pelos autores ao apresentarem as construções geométricas e as demonstrações.

Após vários anos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é possível observar algumas mudanças tanto nos critérios de avaliação quanto nas coleções aprovadas nestas edições. Não temos a pretensão, nesse artigo, de acompanhar estas mudanças, mas, sim, apoiadas neste documento oficial, apresentar um panorama, em relação ao aparecimento de demonstrações em alguns livros didáticos quando mobilizam conceitos de Geometria a partir de atividades de construção geométricas.

Os Guias do PNLD são disponibilizados aos professores das escolas públicas para efetuarem suas escolhas. Um dos critérios de análise de livros didáticos destinados aos anos finais do ensino fundamental, nas edições de 2008, 2011 e 2014, é a existência ou não de aspectos que possibilitem o desenvolvimento de competências como “(...) argumentar, tomar decisões e criticar; visualizar; utilizar a imaginação e a criatividade; conjecturar e provar; e expressar e registrar ideias e procedimentos” (BRASIL, 2010, p.28). E

percebe-se que ao mencionar as competências que devem ser abrangidas pelos livros didáticos, o guia não trata como necessária e indispensável a formalidade

da demonstração. Pelo contrário, enfatiza que os livros didáticos devem permitir e estimular o desenvolvimento da capacidade de argumentação e de verificação de soluções pelos estudantes deixando claro que, não se deve superestimar que o aluno já possua o raciocínio lógico-dedutivo completamente desenvolvido, apresentando uma Matemática meramente formal e sistematizada (DEUS, 2015, p.3)

O Guia do PNLD corrobora com a ideia de que o livro didático deve apresentar situações que envolvam verificações de procedimentos e resultados. Em muitos momentos apresenta informações que podem ajudar a compreender e superar dificuldades relativas aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. E ainda, por vezes, apresenta textos que indicam o que pode ser compreendido como desejável para conduzir a prática escolar.

As atividades matemáticas no mundo atual requerem, desde os níveis mais básicos aos mais complexos, a capacidade de contar edições, comparar e quantificar grandezas e realizar codificações. Ainda nesse campo, convém lembrar a necessidade de se compreender os vários significados e propriedades das operações fundamentais e de se ter o domínio dos seus algoritmos. Saber utilizar o cálculo mental, as estimativas em contagens, em medições e em cálculos, e conseguir valer-se da calculadora são outras capacidades indispensáveis. Tais competências podem ser associadas à aritmética, à álgebra e à combinatória, mas, evidentemente, não são as únicas a serem visadas. (BRASIL, 2008, p. 15)

Isso contribui para que autores de LD repensem suas coleções a cada edição do Guia se apropriando do que está proposto, mobilizando ações para mudar, evoluir na apresentação dos conceitos. Diante deste fato, analisamos alguns livros didáticos, observando particularmente a apresentação e exploração do conteúdo de construções geométricas e como as demonstrações são trabalhadas, acompanhando, neste levantamento, o que está sendo proposto para o ensino da Geometria.

Para este texto, escolhemos 2 (duas) coleções aprovadas nas três últimas edições do PNLD e uma coleção utilizada na pesquisa de mestrado de uma das autoras (GARCIA OLIVEIRA, 2009). Em seguida, elaboramos um quadro (Quadro 1) observando itens como: uso de instrumentos de desenho, aparecimento de termos que lembrem construções, demonstração ou argumentação, a relação entre Geometria e construções geométricas e as atividades exploradas.

Quadro 1 - Itens observados nas edições

A	A palavra demonstrações aparece na avaliação dos pareceristas.
B	Enfatiza o conteúdo de Geometria trazendo atividades que levam à demonstração geométrica utilizando construções com o uso da régua e do compasso.
C	Propõe momentos (atividades, conteúdo), ao aluno, que incentivam o uso de argumentação oral ou escrita.
D	Contempla termos que lembrem construções geométricas: construções, uso da régua e compasso, instrumentos de desenho.
E	Manteve ao longo das três avaliações uma constante, no que tange a demonstração.

As coleções escolhidas foram:

- Coleção 1: Matemática
- Coleção 2: Matemática, Ideias e Desafios
- Coleção 3: Novo Praticando Matemática

As coleções 1 e 2 foram aprovadas em três edições consecutivas do PNLD, 2008, 2011 e 2014, o que justifica nossa escolha visto que assim, inferimos, possuem dados em suas avaliações que poderão nos fornecer um panorama da valorização das demonstrações ao longo de nove anos e das possíveis mudanças ocorridas. A coleção 3, apesar de não aparecer na edição de 2011, está neste grupo por ter feito parte da pesquisa de uma das autoras, e ser, até pouco tempo atrás, uma coleção adotada em muitas escolas de Mato Grosso do Sul, estado de origem das pesquisadoras. Gostaríamos, neste sentido, de analisar sua evolução.

Para a coleção 1 (um) foi possível notar que “a abordagem da Geometria se caracteriza pelo cuidado com a visualização, com o estudo das representações planas das figuras espaciais e pelo bom trabalho de desenho geométrico”. (BRASIL, 2007, p. 114). Tal constatação contempla o item D. Também foi possível observar que as demonstrações geométricas são iniciadas adequadamente, na 6ª série e aprimoradas ao longo da coleção o que, segundo a avaliação, favorece o desenvolvimento do raciocínio dedutivo. Os alunos,

são chamados a observar, explorar e investigar diferentes situações, muitas vezes para estabelecer relações ou generalizar as ideias exploradas e tomar decisões. Também é pedido a eles para argumentar e criticar os resultados obtidos, oralmente ou por escrito. Na edição, são valorizadas diferentes estratégias para resolução de problemas e verificação de resultados, o que contribui para o desenvolvimento da autonomia do aluno. (BRASIL, 2007, p. 118)

Com isso foi possível identificar o item C, o que também contribui, segundo Boavida (2005), com o envolvimento dos alunos em situações de aprendizagem. Ainda para esta coleção, nas três avaliações foi possível identificar os itens D e B, os volumes da coleção apresentam as construções geométricas com o uso de instrumentos de desenho o que se estende nas atividades propostas para os alunos. “A abordagem dedutiva é feita de forma apropriada, pela apresentação de demonstrações simples ou pela solicitação para que o aluno realize tais deduções lógicas”. (BRASIL, 2010, p. 62.). Com isso fica contemplado o item A.

As atividades de demonstração são, igualmente, bem conduzidas. O aluno é orientado a utilizar várias estratégias para resolver os problemas, além de ser incentivado a comparar resultados e a trabalhar em duplas ou em pequenos grupos. Os materiais concretos usados na obra são simples, tais como papel quadriculado, tangram, planificações, além dos moldes para reprodução. Destacam-se, também as atividades em que se solicita o uso da calculadora e de instrumentos de desenho e de medição. (BRASIL, 2013, p. 50)

Pudemos observar que esta coleção contempla atividades que favorecem a demonstração, ao longo das três edições, e que as atividades de Geometria cumpriram o papel descrito por Duval (2005) de apresentar características que favorecem a argumentação e validação de conjecturas.

Na coleção 2 (dois) foi dada atenção ao uso dos instrumentos de desenho, “entretanto, algumas atividades de traçado de figuras geométricas são sequências de passos a serem seguidos, sem

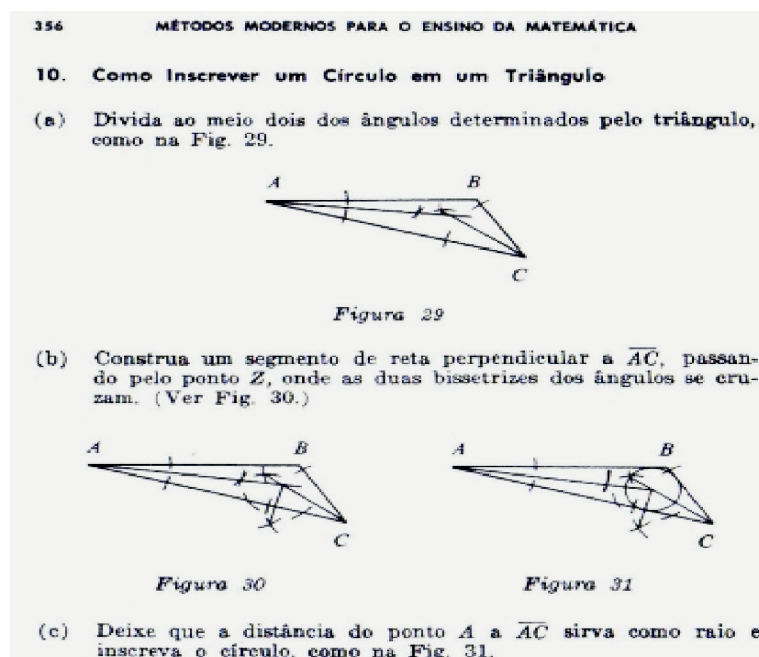
justificativa [...]” (BRASIL, 2007, p. 73). A relação entre procedimentos e propriedades geométricas presentes nessas construções não foi estabelecida. Nesta coleção “a demonstração de resultados da Geometria é pouco enfatizada. Muitas vezes, a validação é feita empiricamente ou em situações particulares.” (BRASIL, 2007, p. 147).

Apesar de apresentar textos que favorecem a participação ativa do aluno e situações que contribuem para a fixação dos conceitos e procedimentos, desenvolvem as capacidades de observação e de decisão, ou exigem o registro de ideias e requerendo justificativas ou provas, acabam por tolher no aluno o desenvolvimento de suas próprias estratégias. Apresentam dicas para a solução (BRASIL, 2007, p 148.).

Identificamos os itens A e C, no entanto isto não garante que as demonstrações contribuam para a apropriação do conhecimento conforme expõe Boavida (2005). Ao longo das três edições do PNLD esta coleção contemplou o que entendemos por atividades que privilegiam a demonstração, mas acabou por não oportunizar, ao aluno, desenvolver suas estratégias, argumentar, demonstrar. Apesar das tentativas na coleção, de acordo com a avaliação, nos três anos, não foi possível identificar o item E.

As construções geométricas como apresentadas nesta coleção não se diferenciam muito do que tínhamos no final do Movimento da Matemática Moderna (MMM). O ensino das construções como as que observamos no livro de D’Augustine (1970), um dos únicos da época a apresentar as construções geométricas, trazia uma enorme lista de conteúdos que eram apresentados como receitas de como fazer, seguindo passos previamente estipulados, em que muitas construções aparecem em forma de problema, como o que podemos observar na figura 1.

Figura 1 - Como inscrever um círculo em um triângulo.



Fonte: D’AUGUSTINE, Charles. 1970, p. 356.

Esse livro apresenta alguns procedimentos de construção e explora, as vezes por meio de exercícios propostos no final do livro, tais procedimentos, solicitando ao aluno que os refaça, o que podemos observar na coleção 2, nas dicas dadas ao longo da coleção. Entretanto, mesmo fazendo a articulação entre os conteúdos matemáticos, o que não era feito no MMM, não

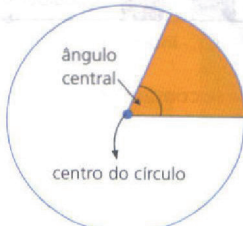
[...] há articulação e equilíbrio adequados entre atividades experimentais e dedutivas, já que e destinado pouco espaço para investigações, levantamento de hipóteses e verificação de propriedades pelo aluno. As construções geométricas com régua e compasso estão presentes desde o volume 7, porém sem as necessárias justificativas para os procedimentos empregados. (BRASIL, 2013, p.43)

Há uma diferença enorme entre as edições de 1970 e as edições de agora, o que comprova a apropriação dos autores das recomendações dadas pelos documentos oficiais, mas ainda é possível perceber que no que concerne a argumentação o caminho ainda é longo.

A terceira coleção analisada apresenta a Geometria em blocos que são intercalados e estanques ao longo do livro o que dificulta a sua integração entre os diversos campos. Os conteúdos relacionados à Geometria aparecem no final do primeiro volume, não contemplando assim, os itens B, C e D, o que se repete no volume 2. A utilização dos instrumentos de desenho pode ser verificada na figura 2.

Figura 2 - O uso do transferidor

Vamos ver como se constrói o gráfico de setores.



A região pintada no círculo ao lado é um setor circular. No gráfico que vamos fazer, precisamos dividir o círculo em 3 setores circulares. Cada setor terá um ângulo central proporcional à participação do setor no todo.

100% (círculo todo) corresponde a um ângulo central de 360° .

100% \longrightarrow 360°

Então,

1% \longrightarrow $360 : 100 = 3,6^\circ \approx 4^\circ$

O transferidor não marca décimos de graus, por isso arredondamos as medidas.

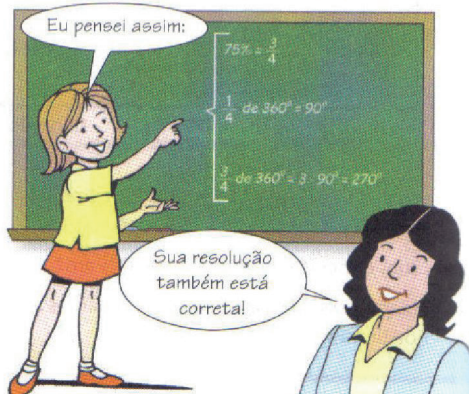
O ângulo central correspondente ao setor das usinas é de 4° .

Se 1% corresponde a $3,6^\circ$,

24% \longrightarrow $24 \cdot 3,6 = 86,4^\circ \approx 86^\circ$

75% \longrightarrow $75 \cdot 3,6 = 270^\circ$

Veja, ao lado, como Aninha pensou.



Eu pensei assim:

$75\% = \frac{3}{4}$

$\frac{1}{4}$ de $360^\circ = 90^\circ$

$\frac{3}{4}$ de $360^\circ = 3 \cdot 90^\circ = 270^\circ$

Sua resolução também está correta!

Fonte: Andrini e Vasconcelos. Novo Praticando Matemática. São Paulo: Editora do Brasil FTD, 2006, volume 2, p. 66.

Isso segue uma tendência apresentada por Costa (1998, p. 89-90) e que “[...] o desenho geométrico já havia sido transformado numa coleção de receitas memorizadas, em que muito mal se aproveitava o mérito da prática no manejo dos instrumentos do desenho [...]”.

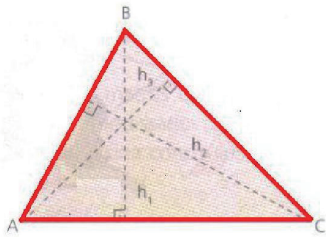
Neste volume da coleção, construções geométricas não aparecem e quando citadas não se referem ao que denominamos construções. Não foi possível identificar momentos que favorecessem a argumentação e nem o uso de instrumentos de desenho, o que caracteriza ausência do item D e não contempla a validação. “A metodologia de sistematização dos conceitos e procedimentos limita a participação do aluno na construção de significados.” (BRASIL, 2007, p. 85).

Figura 3 - O uso do esquadro para desenhar as alturas de um triângulo.

Use o esquadro!

Um triângulo tem três alturas: uma altura relativa a cada um dos seus lados.

No cálculo de áreas, qualquer lado do triângulo pode ser tomado como base e só nos interessa a altura relativa a essa base. A altura é o *segmento perpendicular* à base, com extremidade no vértice oposto a ela.



Na figura estão traçadas as três alturas do triângulo ABC.

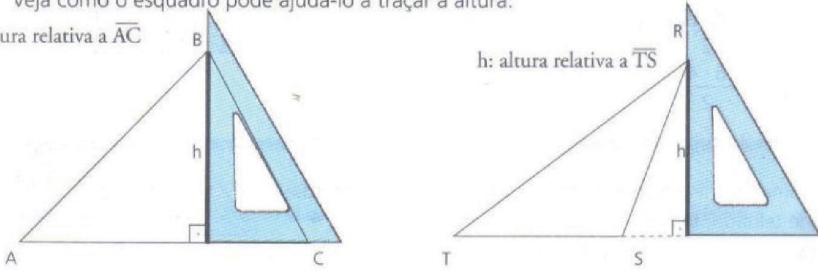
- h_1 : altura relativa ao lado \overline{AC}
- h_2 : altura relativa ao lado \overline{AB}
- h_3 : altura relativa ao lado \overline{BC}

Agora é sua vez!

- Meça h_1 e \overline{AC} . Multiplique as medidas.
- Meça h_2 e \overline{AB} . Multiplique as medidas.
- Meça h_3 e \overline{BC} . Multiplique as medidas.

O que você observou?

Veja como o esquadro pode ajudá-lo a traçar a altura:



h : altura relativa a \overline{AC}

h : altura relativa a \overline{TS}

Fonte: Andrini e Vasconcelos. Novo Praticando Matemática.
São Paulo: Editora do Brasil FTD, 2006, volume 2, p. 145

Essas pequenas exposições permeiam toda a unidade. Na segunda metade do livro é possível encontrar conteúdos geométricos em todas as unidades: congruência e semelhança de figuras, relações métricas, trigonometria no triângulo retângulo, entre outros.

O autor, ainda nessas unidades, remete ao uso do esquadro e transferidor para falar sobre ângulos e triângulos, mas encontramos na unidade referente às relações métricas no triângulo retângulo, particularmente sobre o Teorema de Pitágoras, um exemplo em que é possível observar procedimentos de construção com o uso da régua e do compasso (Figura 4).

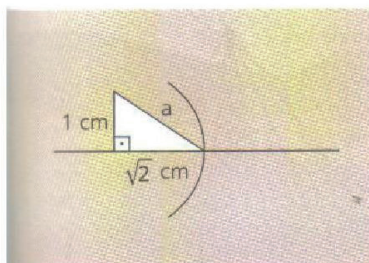
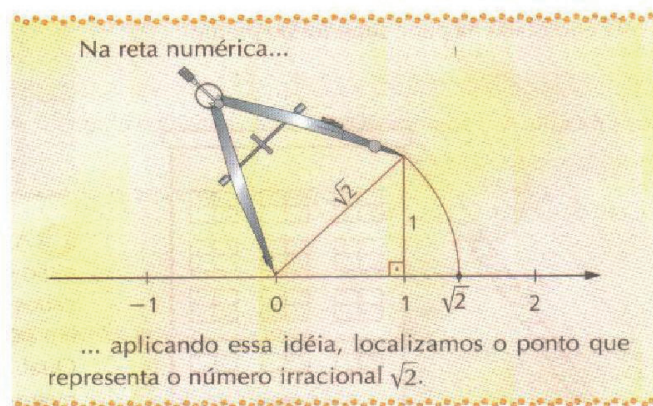
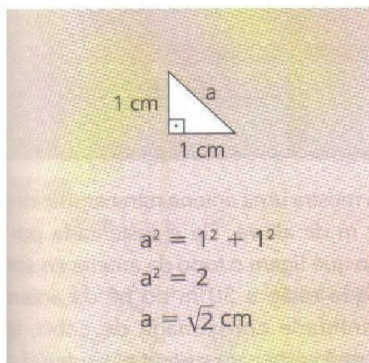
Figura 4. Demonstração utilizando compasso.

3. Você sabe que $\sqrt{2}$ é um número irracional: possui infinitas casas decimais e não apresenta período. Diante disso, como construir um segmento de reta de medida $\sqrt{2}$ cm?

O teorema de Pitágoras nos ajuda nessa tarefa:

Traçamos um triângulo retângulo onde ambos os catetos medem 1 cm.

A hipotenusa desse triângulo mede $\sqrt{2}$ cm.

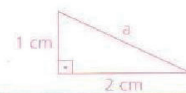


Para traçar um segmento de medida $\sqrt{3}$ cm, transportamos com compasso o segmento de medida $\sqrt{2}$ cm, construímos o triângulo retângulo cujos catetos medem $\sqrt{2}$ cm e 1 cm. A hipotenusa desse triângulo mede $\sqrt{3}$ cm.

$$a^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$a^2 = 3$$

$$a = \sqrt{3}$$
 cm



Com base nos exemplos acima, determine em seu caderno um segmento de medida $\sqrt{5}$ cm.

Fonte: Andrini e Vasconcelos. Novo Praticando Matemática.
 São Paulo: Editora do Brasil FTD, 2006, volume 3, p.167.

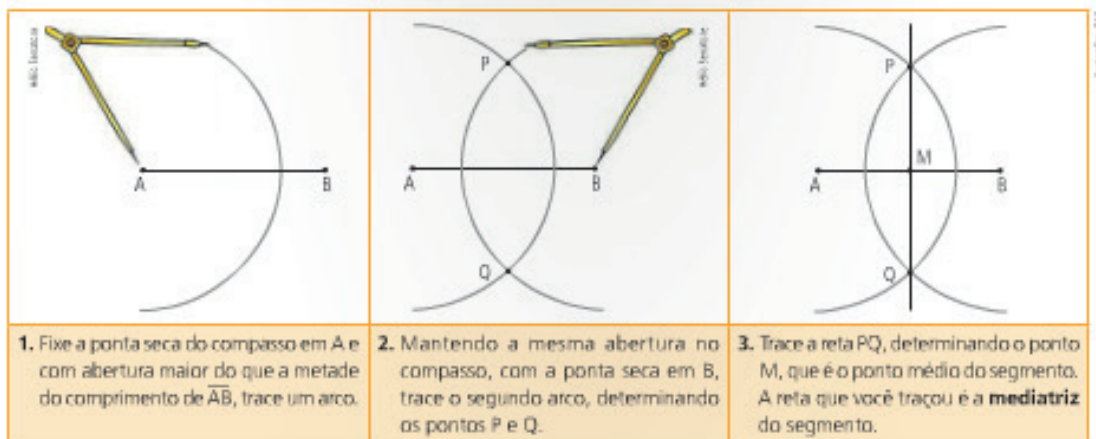
As duas coleções apresentam a Geometria, muitas vezes, desarticulada dos vários campos da Matemática. Segundo Brasil (2007), a coleção caracteriza-se por concentrar os campos matemáticos por série, dando ênfase a Números e Operações, no volume do 6º ano. Além disso, “a distribuição dos campos, em cada volume, dificulta a integração entre eles”. (BRASIL, 2007, p. 80). Na coleção de 2014 a Geometria está articulada de outros conteúdos e suas atividades “são apresentadas com base em atividades de visualização de imagens de objetos e de cenas do cotidiano” (BRASIL, 2013, p. 62).

A coleção, Novo Praticando Matemática (ANDRINI e VASCONCELOS, 2008) privilegia, majoritariamente, o conteúdo algébrico fazendo pouca alusão à articulação desse saber com outros campos da Matemática. Essa articulação acontece ao apresentar conteúdos como áreas e volumes em que as construções de figuras remetem às construções geométricas e, também, produtos notáveis em que a Geometria, por meio do conceito de área, é utilizada para ilustrar regras.

Nas duas coleções observamos que algumas atividades são privilegiadas com o uso de instrumentos como régua e compasso e outros instrumentos de desenho, mas estas não se integram às aulas de modo a favorecer a aprendizagem de Geometria o que não contribui para a apropriação do saber matemático. Tal escolha parece atribuir às construções geométricas um caráter lúdico em detrimento à aprendizagem matemática. Quando surgem indícios de Construções Geométricas observamos que algumas atividades propostas e executadas pelos autores mostram o uso da régua e do compasso, já que as duas coleções inserem o uso de instrumentos euclidianos, tais como estes citados, para executar traçados de retas e de algumas figuras planas.

Figura 5 - O uso do compasso

Podemos determinar o ponto médio de um segmento usando régua e compasso. Vamos construir a **mediatriz** de um segmento dado.



Chamamos de **mediatriz** a reta que é perpendicular a um segmento e passa pelo ponto médio desse segmento.

Fonte: Name e Vasconcelos. Praticando Matemática.
São Paulo: Editora do Brasil, 2012, volume3, p. 164.

Entretanto, essa inserção não foi observada nas atividades propostas ao aluno nas duas edições; tampouco seu uso é justificado pelos autores que não o relacionam ao conteúdo de Geometria, explorando propriedades, lugares geométricos ou justificando sua construção. As demonstrações não se fazem presentes em atividades e quando presentes na coleção, exploradas, por meio, de construções geométricas não tem as devidas justificativas. Entretanto, na coleção que aparece no PNLD/2014, (BRASIL, 2013, p.62) “são apresentadas demonstrações matemáticas de modo adequado”, mas não é possível observar estas demonstrações em atividades para os alunos, ou seja o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

ca parece não contemplar uma das competências listadas: “compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação (BRASIL, 2013, p. 16).

Na coleção apresentada no PNLD/2008 apesar de haver uma separação dos conteúdos, os autores afirmam, no manual do professor, que desenvolvem os conteúdos geométricos em paralelo a outros temas, o que de fato não acontece. Entretanto, na avaliação do PNLD/2014, esse desenvolvimento é feito.

As duas edições não fazem uma discussão das construções geométricas

[...] identificando-as como resultante da formulação de uma proposição, a qual admite diferentes maneiras de se abordar, o que, conseqüentemente, implica em diferentes formas de construir, mas que são subordinadas às condições iniciais e às próprias propriedades da figura. (ALMEIDA, 2007, p.68)

Neste sentido, não contribuem, efetivamente, com propostas de atividades que promovam e estimulem o desenvolvimento da argumentação matemática.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

No quadro 2 apresentamos alguns excertos retirados dos Guias do PNLD de 2008, 2011 e 2014, comentando as coleções 1, 2 e 3, no que concerne construções geométricas e demonstrações.

Quadro 2 - Excertos dos Guias PNLD

	2008	2011	2014
Coleção 1	A abordagem da Geometria caracteriza-se pelo cuidado com a visualização, com o estudo das representações planas das figuras espaciais e pelo bom trabalho de desenho geométrico. (BRASIL, 2007, p. 114)	Uma característica importante da obra são as construções geométricas com o uso de instrumentos de desenho, apresentadas na obra e propostas em atividades para os alunos. [...] apresentação de demonstrações simples. (BRASIL, 2010, p. 62).	A coleção destaca-se pelas boas atividades propostas e pela abordagem equilibrada de conceitos, algoritmos e procedimentos. Além disso, as atividades são variadas bem contextualizadas e são pontos de partida para que o aluno desenvolva o uso da linguagem, tanto oral quanto escrita. (BRASIL, 2013, p. 46)
Coleção 2	A demonstração de resultados da Geometria é pouco enfatizada. Muitas vezes, a validação é feita empiricamente ou em situações particulares. (BRASIL, 2007, p. 147)	O uso de instrumentos de desenho é valorizado, o que é positivo. Mas nas construções geométricas a ênfase recai, muitas vezes, nos procedimentos utilizados e não nas suas justificativas. (BRASIL, 2010, p. 56)	[...] é destinado pouco espaço para investigações, levantamento de hipóteses e verificação de propriedades pelo aluno. As construções geométricas com régua e compasso estão presentes desde o volume 7, porém sem as necessárias justificativas para os procedimentos empregados. (BRASIL, 2013, p. 43)
Coleção 3	Percebe-se, na obra, a articulação entre os diferentes significados do mesmo conceito, equilíbrio entre conceitos, algoritmos e procedimentos. (BRASIL, 2007, p.80)		Exercícios e atividades são propostos de forma equilibrada após a apresentação de cada tema; em geral, visam às aplicações e a sistematização de procedimentos ou propriedades. No entanto, as propostas de investigação e de descoberta são pouco presentes na obra. (BRASIL, 2013, p. 59)

Fonte: Guias PNLD 2008/ 2011, 2014.

Pela análise feita, inferimos que, no que concerne construções geométricas e demonstrações, as escolhas dos autores das coleções foram diferentes em relação às competências complexas “argumentar, tomar decisões e criticar”. (BRASIL, 2010, p. 28) e em apenas uma das edições, quando analisamos as avaliações, foi possível identificar uma apropriação, por parte dos autores desta competência.

Foi possível observar também que na segunda coleção há atividades que permitem explorar, de forma esporádica, a resolução de problemas, mas nesta coleção e na terceira instrumentos de desenhos continuam sendo explorados para traçar desenhos e não para construir figuras. Sendo assim não contemplam atividades de construção que privilegiem argumentações o que, segundo Balacheff (1988) é um fator essencial à prova. Para Pietropaolo (2005, p.12)

A prova deve fazer parte da formação da Educação Básica, desde que o significado a ela atribuído seja ampliado e que se caracterize por um processo de busca, de questionamento, de conjecturas, de contraexemplos, de refutação, de aplicação e de comunicação e não no sentido formalista que a caracterizou nos currículos praticados em outros períodos.

Pudemos observar esse sentido formalista em alguns livros no Movimento Matemática Moderna assim como foi possível confirmar (GARCIA OLIVEIRA, 2009) que a Geometria não era discutida em muitos desses livros. E, ainda quando isso era feito não tínhamos uma discussão do conteúdo e mesmo quando provas e demonstrações eram realizadas não contemplavam a ideologia de um movimento que tinha como objetivo o rigor na apresentação do conteúdo.

Quando a análise se voltou para os livros atuais nos deparamos com uma discussão aparente de atividades, ou seja, poucas tentativas que são representadas por atividades às vezes sem qualquer ligação com o conteúdo ou o processo contrário, apresentar o conteúdo utilizando uma demonstração matemática, mas que não está sendo discutida nas atividades subsequentes. Das edições analisadas, tendo como referência os Guias do PNLD, pudemos constatar que atividades que levem à discussão, argumentação e possíveis demonstrações, são contempladas em uma única coleção. Ao longo das três últimas avaliações as mudanças neste campo não foram sentidas, o que sugere dificuldade com a implementação de atividades que o contemplem ou o que é proposto parece ser suficiente para os autores.

O estudo que realizamos mostra que ainda há muito a ser feito para que as construções geométricas sejam integradas ao ensino fundamental, apesar de pesquisas mostrarem que atividades de construções geométricas serem potencialmente pertinentes não somente para o estudo de Geometria, mas também do desenvolvimento da argumentação.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Iolanda Andrade Campos. **Identificando rupturas entre significados e significantes nas construções geométricas: um estudo em traçados de lugares geométricos bidimensionais, envolvendo pontos, retas e circunferências**. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Pernambuco – Centro de Educação, Recife, 2007.

ANDRINI Álvaro e ZAMPIROLO, Maria José Couto de Vasconcellos. **Novo Praticando Matemática**. Editora do Brasil. São Paulo, 2006.

- ARBACH, Nelson. **O ensino de Geometria Plana: o saber do aluno e o saber escolar**. Dissertação de mestrado em Educação Matemática, PUC, São Paulo, 2002.
- ARTIGUE, Michèle. **Ingénierie didactique. Recherches en didactique dès mathématiques**, Grenoble, France: v. 9, n. 3, 1988.
- BALACHEFF, Nicolas. **Processus de preuves et situations de validation**. Educational Studies in mathematics, v. 18, n. 2, p. 147-176, 1987.
- BALACHEFF, Nicolas. **Une étude des processus de preuves em mathématiques chez des élèves de collège**. Université de Grenoble, 1988.
- BOAVIDA, Ana Maria Roque. **A argumentação em matemática: Investigando o trabalho de professoras em contexto de colaboração**. Tese de doutoramento não publicada. Lisboa: Universidade de Lisboa, Portugal, 2005.
- BOAVIDA, Ana Maria Roque, PAIVA, Ana Luisa, CEBOLA, Graça, VALE, Isabel, & PIMENTEL, Tereza. **A Experiência matemática no Ensino Básico. Programa de formação contínua em Matemática para professores do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2008.
- BOAVIDA, Ana Maria, SILVA, Margarida, FONSECA, Paulo. **Pequenos investigadores matemáticos Do pensamento a comunicação e da comunicação ao pensamento**. Educação e Matemática, 102, 2009, p. 2–10.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica (SEB). **Guia de livros didáticos PNLD 2008: Matemática**. Brasília, MEC, 2007.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica (SEB). **Guia de livros didáticos PNLD 2011: Matemática**. Brasília, MEC, 2010.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica (SEB) **Guia de livros didáticos PNLD 2014: Matemática**. Brasília, MEC, 2013.
- CARVALHO, João Batista de Paz; LIMA, P. F.(c) **O uso do livro didático de Matemática**, v.17, Brasília. 2010. p. 137-169.
- CHAACHOUA, Hamid. **Fonctions du dessin dans l'enseignement de la géométrie dans l'espace. Etude d'un cas: la vies des problèmes de construction et rapports des enseignants à ces problèmes**. Tese de doutorado. Universidade Joseph Fourier, Grenoble, França, 1997.
- CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Mariana; GASCÓN, Joseph. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2001.
- COSTA, Mário Duarte da. **O desenho básico na área tecnológica**. In: Congresso Nacional de Desenho, 2, Florianópolis, 1981. Anais... Florianópolis: UFSC, 1982, p.89-93.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **A transdisciplinaridade como acesso a uma história holística in: Rumo a nova transdisciplinaridade: sistemas abertos de conhecimento**. São Paulo, Summus, 1993.
- D'AUGUSTINE, Charles. **Métodos Modernos para o ensino de Matemática**. Livro Técnico S.A. Rio de Janeiro, 1970.

DEUS, Karine Angélica. **O Recurso de Demonstração em Livros Didáticos de Diferentes Níveis do Ensino de Matemática**. Disponível em: <<http://bit.ly/1PVDlyZ>>. Acessado em 01/11/2015.

DUVAL, Raymond. **Approche cognitive des problemes de geometrie em termes de congruence**. Annales de Didactique et de sciences cognitives. IREM de Strasbourg, v. 1, p. 57-74. 1988

GARCIA OLIVEIRA, Susilene. **Um estudo de argumentações produzidas por alunos do 8º ano em atividades de construções geométricas envolvendo pontos notáveis do triângulo**. Dissertação (mestrado). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, UFMS. Campo Grande, 2009.

GOMES, Alex. Sandro, VERGNAUD, Gerard. (2004). **On the learning of geometric concepts using dynamic geometry software**. RENOTE: Novas Tecnologias na Educação, 2(1). Disponível em: <<http://www.cinted.ufrgs.br/renote/>>. Acesso em: 26 jan. 2009.

IMENES, Luis Marcio Pereira, LELLIS, Marcelo Cestari. **Matemática**. Editora Moderna, 2 Edição, 2012.

LABORDE, Colette, CAPPONI, Bernard. **Aprender a ver e manipular o objeto além do traçado no Cabri-Géomètre**. Em Aberto, nº 62, 1994.

MAGALHÃES, Maria da Graça, MARTINHO, Maria Helena. **O desenvolvimento da argumentação matemática no estudo das funções racionais**. Revista Quadrante, v. XXIII, n. 1, p. 100-132, 2014.

MARGOLINAS, Claire. **De L'importance du Vrai et du Faux dans la classe de Mathématiques**. La Pensée Sauvage Editions, 1993.

MARTINS, Rachel Bloise, MANDARINO, Mônica Cerbella Freire **Argumentação, prova e demonstração em geometria: análise de edições de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental**. Boletim Gepem. n. 62. jan./jul. 2013, p. 101-115.

NAME, Miguel Assis e ZAMPIROLO, Maria José Couto de Vasconcellos. **Praticando Matemática**. Editora do Brasil. São Paulo, 3. Edição 2012.

NEVES, Edna Rosele da Cunha. **Uma trajetória pela história da atividade editorial brasileira: Livro Didático de Matemática, autores e editoras**. Dissertação (Mestrado). Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. PUC, São Paulo, 2005.

NÚÑEZ, Beltrán Isauro, et. al. **A seleção dos livros didáticos: um saber necessário ao professor. O caso do ensino de ciências**. Revista Iberoamericana de Educación, 2003.

ONAGA Dulce Satiko, MORI, Iracema. **Matemática – Ideias e desafios**. Editora: Saraiva Livres Editores - 17ª Edição, 2012.

PAIS, Luiz Carlos. Estratégias de ensino de Geometria em livros didáticos de matemática em nível de 5ª. a 8ª série do ensino fundamental. Disponível em: <<http://bit.ly/1LvTgOP>>. Acessado em: 12 de novembro de 2015.

PARZYSZ, Bernard. **Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée**, Tese de doutorado, Universidade de Paris, 1989.

PEREIRA, Maria Regina de Oliveira. **A Geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino.** Dissertação (Mestrado). São Paulo: PUC-SP, 2001.

PERES, Gilmer, ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Avaliando o ensino das construções geométricas para a construção do conhecimento de geometria.** Reunião anual da SBPC, 53, 2001, Salvador. Anais “Nação e diversidade, patrimônio do futuro”. (CD-ROM), Salvador, Universidade Federal da Bahia, 2001.

PIETROPAOLO, Ruy Cesar. **(Re)significar a demonstração nos currículo da educação básica e da formação de professores de matemática.** 2005. 388 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

PONTE, João Pedro da, MATOS, João & ABRANTES, Paulo. **Investigação em educação matemática - Implicações curriculares.** Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1998.

QUARANTA, Maria Emília e TARASOW, Paola. **Validación y producción de conocimientos sobre las interpretaciones numéricas.** Revista Latino Americana de Investigación en Matemática Educativa. Ano/vol. 7, nº 003, 2004. México, p. 219-223.

TERTO, Lucicleide Lavor. **Funções Quadráticas nos Livros Didáticos sob a Ótica da Resolução de Problemas.** Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma História da Matemática Escolar no Brasil (1730-1930).** Annablume/FAPESP, São Paulo, 1999.

ZULLATO, Rubia Barcellos Amaral. **Professores de Matemática que utilizam softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas** (dissertação de Mestrado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Campus de Rio Claro, São Paulo, 2003.

RECEBIDO EM:
CONCLUÍDO EM:

