

CONHECIMENTOS DOCENTES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA EM UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TEACHING KNOWLEDGE FOR THE LECTURING ON GEOMETRY IN A BACHELOR'S DEGREE COURSE IN MATHEMATICS

GABRIEL LOUREIRO DE LIMA*
MARIA JOSÉ FERREIRA DA SILVA**

RESUMO

Quais conhecimentos devem ser construídos pelos futuros professores? Nesse artigo, considerando as categorias de conhecimentos docentes de conteúdo, pedagógicos e tecnológicos, já debatidas por diferentes autores, acrescentamos a categoria conhecimentos didáticos, com o objetivo de analisar os conhecimentos que podem ser desenvolvidos nas disciplinas de Geometria de um curso de Licenciatura em Matemática, na modalidade a distância, procurando identificar nos materiais didáticos de tais disciplinas, quais elementos podem dar condições para que os alunos relacionem diferentes tipos de conhecimentos. A partir da análise, pudemos inferir que, há elementos que permitem relacionar conhecimentos de conteúdo a conhecimentos pedagógicos, conhecimentos de conteúdo a conhecimentos didáticos e tecnológicos, e conhecimentos de conteúdo a conhecimentos tecnológicos, pois a maioria das disciplinas de Geometria utilizam ou o software Geogebra ou o Cabri 3D, para mostrar a possibilidade de representações dinâmicas para construções mais complexas e para levantamento de conjecturas e resolução de problemas.

Palavras chave: saberes docentes. Geometria. Formação inicial de professores.

ABSTRACT

What knowledge should be built by future teachers? In this article, considering the categories of content, pedagogical and technological knowledge, *already discussed by different authors we add the category didactical knowledge*, in order to analyze the knowledge that can be developed in Geometry disciplines of a Bachelor's Degree in Mathematics, through distant learning, *trying to identify in the teaching materials of such disciplines, which elements can provide conditions for students to relate different types of knowledge*. From the analysis, *we could infer that, there are elements that enable us to relate content knowledge to pedagogical knowledge, content knowledge to didactical and technological knowledge and content knowledge to technological knowledge*, since almost all Geometry disciplines use either the Geogebra *software or the Cabri 3D*, to show the possibility of dynamic representations to more complex constructions and *to raising of conjectures and problem resolution*.

Keywords: teaching knowledge. Geometry. Initial formation of teachers.

* Doutor em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, gllima@pucsp.br.

** Doutora em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, zeze@pucsp.br.

INTRODUÇÃO

Vários pesquisadores se propõem hoje a estudar quais conhecimentos devem ser construídos pelo professor e alguns voltam sua atenção, especificamente, para aqueles conhecimentos que possibilitam o ensino de Matemática. Shulman (1986) propôs duas categorias principais de conhecimentos docentes: o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico, especificando para o conhecimento do conteúdo três categorias: conhecimento da matéria, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular. Em 1987, partindo da ideia de conhecimentos básicos para a docência, Shulman amplia as categorias para sete: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico geral, conhecimento do currículo, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento dos estudantes e suas características, conhecimento dos contextos educativos e conhecimento dos fins, propósitos e valores da educação.

Em suas pesquisas referentes especificamente aos conhecimentos a serem construídos pelos professores de Matemática, Hill, Ball e Schilling (2008) aprofundam o modelo desenvolvido por Shulman (1986) e definem o conhecimento matemático para o ensino como sendo o conhecimento matemático que os professores utilizam em sala de aula para produzir instrução e possibilitar a aquisição de conhecimento por parte dos alunos.

Por outro lado, Mishra e Koehler (2006) partem dos conhecimentos definidos por Shulman (1986) e acrescentam o conhecimento tecnológico como sendo um conhecimento que também deve ser construído pelo professor, mas não isoladamente, e sim relacionado aos demais. Conforme destacam os autores, discutir apenas a introdução da tecnologia no processo educativo não é suficiente, é preciso analisar como ela é utilizada e os conhecimentos que os professores devem construir a fim de incorporá-la de forma adequada nos processos de ensino e de aprendizagem. Para os autores a introdução do conhecimento tecnológico, dentre as diversas categorias de conhecimentos docentes, é relativamente recente porque, quando Shulman iniciou suas reflexões a respeito desse assunto, questões relacionadas à presença das tecnologias nos processos de ensino e de aprendizagem não estavam em primeiro plano, como estão atualmente. Embora, ao longo do tempo, diferentes tecnologias tenham sido utilizadas em sala de aula, como, por exemplo, lápis, papel, lousa, livros didáticos, projetores, etc., estas foram se tornando tão comuns que não foram sequer consideradas como tecnologias. Passou-se a, de fato, fazer referências às tecnologias nos processos de ensino e de aprendizagem com o advento das tecnologias digitais, como computadores, softwares, determinados jogos educativos, e com o desenvolvimento e popularização da internet e suas inúmeras possibilidades de aplicações.

Silva e Lima (2015) acrescentam, àqueles conhecimentos apresentados por Mishra e Koehler, outro grupo, denominado conhecimentos didáticos, que estão relacionados à Didática da Matemática, entendida como “ciência que tem por objeto investigar os fatores que influenciam o ensino e a aprendizagem de Matemática e o estudo de condições que favorecem a sua aquisição pelos alunos” (ALMOULOU, 2010, p. 17). Para que a noção de conhecimentos didáticos possa ser efetivamente compreendida, é preciso diferenciá-la claramente da ideia de conhecimentos pedagógicos.

Para Mishra e Koehler (2006), o conhecimento pedagógico é aquele que trata de processos e práticas ou métodos de ensino e de aprendizagem de maneira global e não relacionados especificamente a determinado conteúdo ou determinada área. São aqueles conhecimentos aos quais Shulman (1987) se refere como conhecimentos pedagógicos gerais.

Acrescentamos, neste artigo, um aprofundamento em relação às diferenças entre os conhecimentos didáticos e os pedagógicos nos baseando em Bailleul e Batalle (2014). Salientamos

que a diferença principal que estamos considerando entre os conhecimentos pedagógicos e os conhecimentos didáticos e, conseqüentemente, entre a Pedagogia e a Didática é explicitada por Audigier (1990): “a Didática se diferencia da Pedagogia por levar em conta de maneira sistemática os conteúdos da disciplina” (AUDIGIER, 1990 apud D’AMORE, 2007, p. 32).

Entendemos que os conhecimentos apresentados por Shulman (1986, 1987), por Mishra e Koehler (2006) bem como por Hill, Ball e Schilling (2008) desempenham papel importante para que os docentes possam, de fato, colocar em práticas as diferentes interações (alunos/professores/saberes; situações de ensino/alunos/saberes; professores/situações de ensino/saberes) apresentadas por Bailleul (2014). A partir dessa ideia, Silva e Lima (2015) buscaram perceber quais categorias de conhecimentos docentes poderiam ser desenvolvidas, na formação inicial do professor de Matemática, por meio das disciplinas presentes na grade curricular de um curso de Licenciatura oferecido na modalidade a distância, desde 2009, por uma universidade privada da cidade de São Paulo.

Nem todas as categorias ou dimensões de conhecimentos docentes podem ser desenvolvidas na formação inicial do professor; pelo contrário, muitas serão construídas na prática e em formações continuadas. No entanto, é preciso que, durante a Licenciatura, um conjunto mínimo de conhecimentos docentes seja construído e que essa construção seja realizada por meio de uma abordagem que, ao longo do curso de graduação, forme professores autônomos, ou seja, capazes de aprender sem necessariamente haver alguém os ensinando. Sem dúvida, docentes formados de acordo com essa orientação estarão mais aptos para desenvolver, posteriormente, a proficiência no ensino de Matemática e buscar estratégias para lidar com as situações que se apresentarem em sala de aula. Conforme salientam Kilpatrick, Swafford e Findell (2001, p. 430):

Ao invés de focar em fatos isolados e competências, a formação de professores precisa ser geradora. Ou seja, o que os professores aprendem precisa servir de base para que eles continuem a aprender com sua prática. Eles precisam ver que a prática exige revisão (avaliação), análise e melhorias contínuas. Estudos de mudança do professor indicam que, em curto prazo, o desenvolvimento fragmentado é ineficaz para o desenvolvimento de proficiência do ensino.

Em razão do que foi apresentado, consideramos relevante voltar nossa atenção para um curso de formação inicial de professores de Matemática e, neste artigo, em particular, procuraremos identificar, baseado em Silva e Lima (2015), os conhecimentos que podem ser desenvolvidos nas disciplinas de Geometria do mesmo curso, buscando perceber, a partir da análise dos materiais didáticos de tais disciplinas, quais elementos podem dar condições para que os alunos relacionem diferentes tipos de conhecimentos (de conteúdo, didático, pedagógico e tecnológico) que estão sendo construídos ao longo do curso. Apresentaremos, inicialmente, algumas considerações a respeito das categorias e fontes de conhecimentos docentes. Em seguida, passaremos a discutir especificamente a questão dos conhecimentos docentes nas disciplinas de Geometria retomando, para isso, algumas noções apresentadas em Silva e Lima (2015), para, então, refletir a respeito das categorias de conhecimentos detectadas nas disciplinas desse conteúdo presentes no curso de Licenciatura analisado. Finalmente, teceremos algumas considerações referentes ao estudo realizado e seus possíveis desdobramentos.

Categories e Fontes de Conhecimentos Docentes

Conforme mostramos brevemente na introdução desse artigo, a formação do professor não se encerra na graduação. Assim como Shulman (1987), compreendemos que:

A formação do professor não se esgota na licenciatura e nem mesmo se inicia com tal curso, já que existem conhecimentos anteriores àqueles trabalhados pela universidade que os futuros professores devem mobilizar no decorrer de sua formação inicial. [...] Diversos aspectos do raciocínio pedagógico do docente, apontados pelo autor, são especialmente desenvolvidos durante a prática em sala de aula. Por exemplo, é durante a prática que o professor poderá compreender, de fato, como mostrar ao aluno a forma como os diferentes conteúdos ligados a uma mesma área ou de áreas diferentes se inter-relacionam. É também atuando que o licenciado será efetivamente levado a refletir a respeito do caminho que é necessário percorrer entre a sua própria compreensão de determinado conteúdo e o entendimento do aluno e como motivá-lo a aprender aquilo. (SILVA e LIMA, 2015, p. 10-11).

Para Shulman (1987) conhecimentos básicos para a docência (do conteúdo, pedagógico geral, do currículo e pedagógico do conteúdo) provêm das seguintes fontes: da formação na disciplina a ensinar; dos materiais e do contexto do processo educacional institucionalizado, como, por exemplo, os currículos, os livros didáticos, a organização, o financiamento escolar e a estrutura da profissão docente; das investigações a respeito da escolarização, organizações sociais, aprendizagem humana, ensino e desenvolvimento e ainda, por outro lado, de fenômenos sociais e culturais que afetam, de alguma forma, as possibilidades do trabalho docente; da sabedoria adquirida com a própria prática. Como podemos ver são conhecimentos construídos durante toda a escolaridade do professor, além da prática e de formações continuadas.

Focando especificamente nos conhecimentos de Matemática, Hill, Ball e Schilling (2008), em continuidade aos estudos de Shulman, dividem esses conhecimentos para o ensino em dois grandes grupos: o conhecimento do conteúdo (subdividido em conhecimento comum do conteúdo, conhecimento no horizonte matemático e conhecimento especializado do conteúdo) e o conhecimento pedagógico do conteúdo (que, por sua vez, é subdividido em conhecimento do conteúdo e dos estudantes, conhecimento do conteúdo e ensino e conhecimento do currículo). Os autores entendem que o professor de Matemática não deve ter apenas o domínio do conteúdo que lhe permita resolver problemas da área (isto é, o conhecimento comum do conteúdo); é preciso também que domine o conteúdo de forma a trabalhar de maneira eficiente em sala de aula, realizando, por exemplo, ordenações de sequências em que diferentes aspectos do que está sendo trabalhado poderão ser desenvolvidos (ou seja, é fundamental que os docentes possuam também o conhecimento especializado do conteúdo e o conhecimento no horizonte matemático).

Segundo os autores o professor deve conhecer como organizar e adaptar os conteúdos para o ensino e como torná-los compreensivos para os alunos. É necessário, portanto, que o docente construa um conhecimento que lhe permita transformar um conteúdo matemático em um conteúdo para o ensino. É nesse sentido que os autores salientam que, não necessariamente um adulto ou um matemático que dominam o conteúdo, possuem um domínio especializado do conteúdo.

A esse respeito, Schoenfeld e Kilpatrick (2008, p. 2), afirmam que, no início da docência, os professores buscam desenvolver aquilo que os autores chamam de proficiência no ensino de ma-

temática e que engloba uma série de dimensões, tais como: conhecimento da matemática escolar em profundidade e amplitude; conhecimento dos estudantes como pensadores; conhecimento dos estudantes como aprendizes; conhecimento de elaboração e gestão de ambientes de aprendizagem; conhecimento para desenvolver normas de sala de aula e discursos de apoio como parte de “ensinar para a compreensão”; conhecimento para construção de relações que apoiem a aprendizagem e, finalmente, conhecimentos para reflexão da própria prática. Quanto ao conhecimento da matemática escolar em profundidade e amplitude, os autores afirmam que esse tipo de conhecimento permite que os professores se tornem “proficientes em priorizar e organizar o conteúdo para que os alunos sejam apresentados às grandes ideias em vez de se perderem em uma confusão de detalhes” e também que respondam “com flexibilidade às questões levantadas por seus alunos.” (SCHOENFELD e KILPATRICK, 2008, p. 2). Associam ainda este tipo de conhecimento àquele que Ball e colegas denominam de “conhecimento de matemática para o ensino”.

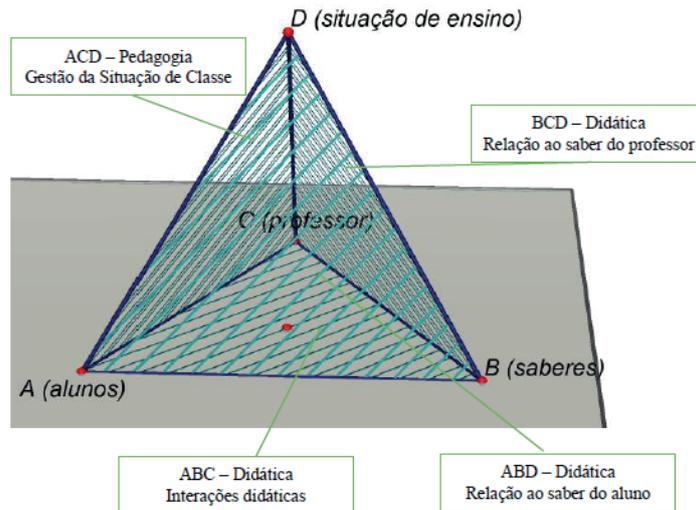
Assim, podemos inferir que as categorias de conhecimento citadas por Hill, Ball e Schilling (2008) são construídas, em grande parte, pelo professor em serviço, ou seja, depois de sua formação inicial, como aponta também Schoenfeld e Kilpatrick (2008). Entendemos que a construção de conhecimentos por um professor ocorre durante toda sua escolaridade, mas que há uma parte deles que são de responsabilidade da formação inicial de professores, ou seja, dos cursos de licenciatura em Matemática. No entanto, como já afirmamos anteriormente, tal construção depende de conhecimentos adquiridos no ensino básico e não se completa com essa formação, porque há conhecimentos que só serão possíveis com a prática de sala de aula.

Ampliando as categorias de conhecimentos apresentadas por Shulman (ANO), Mishra e Koehler (2006), acrescentam o conhecimento tecnológico e afirmam que é indispensável aos docentes adquirirem conhecimentos a respeito de como utilizar tecnologias digitais para o ensino, uma vez que elas mudaram a natureza do trabalho em sala de aula ou, ao menos, têm potencial para fazê-lo. Os autores destacam que, devido à acelerada evolução dessas tecnologias, o contexto atual é bastante diferente daquele anterior quando as tecnologias eram, de certa forma, padronizadas e estáveis e, por essa razão, as concepções a respeito dos conhecimentos docentes devem refletir tais mudanças. Diante desse panorama, consideram os conhecimentos docentes categorizados em conhecimentos de conteúdo, pedagógicos e tecnológicos e recorrendo a diagramas de Venn analisam suas possíveis interações.

Silva e Lima (2015) assumem essa concepção de Mishra e Koehler e, indo além, definem o conhecimento didático como sendo aquele relacionado especificamente aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, contemplando, portanto, teorias, processos e práticas que dizem respeito ao ensino e à aprendizagem de conceitos dessa ciência e também adaptações, que visam aplicação no processo educativo de Matemática, de noções pedagógicas gerais. As diferenças entre conhecimentos didáticos e pedagógicos são representadas por Bailleul (2014) por um tetraedro (figura 1) no qual se atribui à Pedagogia a gestão da situação de sala, ou seja, das interações entre a situação de ensino, o professor e os alunos, enquanto a Didática trata das relações entre alunos, professor e saberes (que caracterizam as interações didáticas), das relações entre situação de ensino, alunos e saberes (que caracterizam as relações referentes ao saber do aluno) e das relações entre professor, situação de ensino e saberes (que caracterizam as relações referentes ao saber do professor).

Aqui também percebemos que algumas dessas relações são aprimoradas com a prática do professor, embora, algumas experiências possam acontecer durante a formação inicial, nosso foco de estudo.

Figura 1 - Tetraedro didático



Fonte: Bailleul (2014, slide 12)

Silva e Lima (2015), assim como Mishra e Koehler (2006), representam as categorias de conhecimentos por um diagrama de Venn (figura 2) e definem os conhecimentos associados a cada uma, bem como os relacionamentos entre eles a partir das intersecções, para analisar um curso de Licenciatura em Matemática e verificar possíveis lacunas, a partir dessas categorias, na formação inicial de professores de Matemática. Dessa forma, no que segue, analisaremos as disciplinas de Geometria desse curso, com o intuito de melhor entender essas categorias de conhecimentos e suas relações.

Conhecimentos docentes nas disciplinas de Geometria

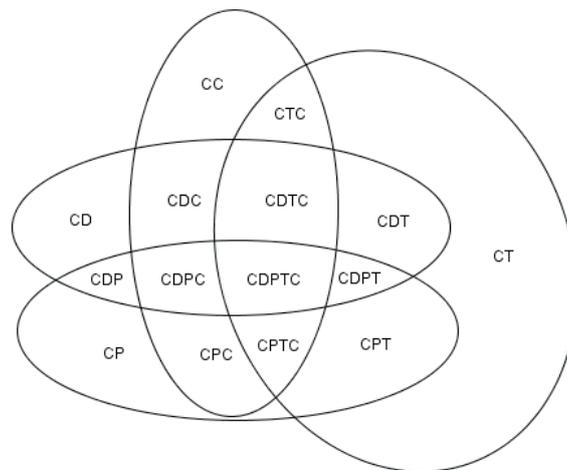
Observando, em um curso de licenciatura em Matemática, as disciplinas e suas ementas, nos deparamos, de fato, com conjuntos de conhecimentos que são transmitidos aos alunos, geralmente, de forma disjunta. Geralmente, são desenvolvidos conhecimentos pedagógicos, didáticos, de conteúdo e tecnológicos na esperança que o aluno, depois de formado e com sua prática, desenvolva as relações entre eles. Assim, na formação inicial, o professor que está ensinando Geometria, muitas vezes, não sabe o que os professores das disciplinas pedagógicas estão ensinando, ou mesmo, que professores trabalham com tecnologias e de que forma. Nesses termos, observando as disciplinas trabalhadas no curso que está sendo analisado, podemos dizer que esses quatro conjuntos disjuntos de conhecimentos são trabalhados.

No curso em análise, procura-se sempre adiantar algumas relações entre as quatro categorias de conhecimentos para melhor formar o professor. Destaca-se, no entanto, que não há um acordo a respeito de como o professor deve conceber determinada disciplina, nem de que forma devem ser organizados os materiais didáticos, principais fontes de estudo para os alunos e que podem contri-

buir para que o estudante (futuro professor) desenvolva determinadas concepções, em detrimento de outras, a respeito das disciplinas que compõem a grade curricular.

Em geral, se entende que as relações entre os conhecimentos de conteúdo, tecnológicos, didáticos e pedagógicos sejam feitas pelo aluno, pois os conhecimentos são por ele construídos. Normalmente, é considerando essa ideia que as disciplinas de um curso são planejadas. No entanto, neste curso inicial de formação de professores, a maior parte das disciplinas trabalha com conteúdos matemáticos procurando desenvolver o que Hill, Ball e Schilling (2008) definem como *conhecimento especializado do conteúdo*, ou seja, não apenas o domínio do conteúdo para resolver problemas matemáticos relativos a ele, mas também o domínio de conteúdo de forma a realizar ordenações de sequências com que podem ser desenvolvidos diferentes aspectos de um tópico matemático específico. Essa ideia dos autores de que, não necessariamente alguém, que possua conhecimento de conteúdo possui conhecimento especializado do conteúdo, reforça a importância de os cursos de Licenciatura, por terem objetivos distintos, de fato diferenciarem-se dos de bacharelado. Para o futuro professor, não é suficiente, na graduação, desenvolver simplesmente o conteúdo matemático, mas buscar propiciar relações entre as categorias de conhecimento. Em Silva e Lima (2015), a partir das categorias de conhecimentos explicitados na figura 2, as disciplinas do curso foram categorizadas.

Figura 2 - As diferentes categorias de conhecimentos docentes



Fonte: Silva e Lima (2015, p. 4).

Neste artigo, em continuidade, buscaremos, por meio da abordagem adotada no ambiente do curso e dos materiais didáticos utilizados para o ensino de Geometria, exemplificar cada uma das relações entre as quatro categorias de conhecimento adotadas. Baseados em Silva e Lima (2015), apresentamos uma primeira classificação desses conhecimentos (quadro 1), bem como suas relações para cada uma das disciplinas de Geometria, observando o que está mais explícito, embora outros conhecimentos possam ser desenvolvidos pelos alunos.

Quadro 1 - Conhecimentos docentes nas disciplinas de Geometria

DISCIPLINAS	CC	CP	CD	CT	
Geometria Analítica	X			x	CTC
Geometria Euclidiana Axiomática	X	X			CPC
Geometrias Não Euclidianas	X	X			CPC
Geometria Euclidiana 1 e 2	X		x	x	CDTC
Desenho Geométrico	X		x	x	CDTC
Geometria das Transformações	X		x	x	CDTC

Para que as reflexões a serem feitas neste artigo possam ficar claras, retomaremos, de Silva e Lima (2015), as definições de cada uma das quatro categorias de conhecimentos docentes. Segundo os autores, desenvolver nos alunos conhecimento do conteúdo (CC) “implica em uma formação acadêmica na disciplina que ensinará, pois [o professor] deve compreender e ser capaz de articular os conteúdos matemáticos, incluindo seus fatos centrais, conceitos, teorias e procedimentos”. Quanto ao conhecimento pedagógico (CP), os autores afirmam que este se refere ao “conhecimento a respeito de processos e práticas ou métodos de ensino e de aprendizagem”. Não diz respeito ao ensino e a aprendizagem de determinado conteúdo, mas as questões educacionais globais “tais como gestão de sala de aula, desenvolvimento de situações de aprendizagem, a importância de se valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, diferentes estratégias para avaliar a compreensão do aluno”. Trata também de “noções a respeito de aspectos históricos e filosóficos da educação, da Psicologia, da Sociologia, etc.”. O Conhecimento Didático (CD) nos reporta “aos processos de ensino e de aprendizagem especificamente de Matemática, às teorias, processos e práticas que dizem respeito ao ensino e aprendizagem de conceitos desta área”. Já o Conhecimento Tecnológico (CT) “envolve ter habilidades para operar tecnologias padrão, como, por exemplo, régua, compasso e esquadro, e tecnologias mais avançadas, como a Internet, softwares educacionais, vídeos digitais, etc.”. Especificamente em relação às mídias digitais, “o conhecimento tecnológico engloba conhecimentos não superficiais de hardware e software, além da capacidade do indivíduo em adaptar-se às novas tecnologias”.

De posse dessas noções, na sequência, apresentaremos alguns elementos presentes nos materiais didáticos de cada uma das disciplinas de Geometria para exemplificar quais são os aspectos que, a nosso ver, têm permitido aos alunos estabelecerem, nessas atividades curriculares, relações entre diferentes categorias de conhecimentos.

Conhecimentos didático, tecnológico de conteúdo em Geometria

Silva e Lima (2015) entendem por *Conhecimento Didático Tecnológico do Conteúdo (CDTC)* aquele que permite ao professor, analisar, com base nas teorias da Didática da Matemática, como as diferentes tecnologias podem ser utilizadas para o ensino e para a aprendizagem de um determinado objeto matemático.

Entendemos que esses conhecimentos são construídos no curso nas disciplinas Geometria Euclidiana 1, Geometria Euclidiana 2, Desenho Geométrico e Geometria das Transformações. Como exemplo, trataremos neste artigo das duas primeiras. A disciplina Geometria Euclidiana 1 é ministra-

da no segundo semestre do curso (concomitante com Desenho Geométrico) e a disciplina Geometria Euclidiana 2 no terceiro semestre. No quadro 1, por meio dos elementos presentes nos materiais didáticos dessas duas disciplinas, pressupomos que, os licenciandos poderão relacionar conhecimentos de conteúdo, conhecimentos didáticos e conhecimentos tecnológicos. Os conhecimentos de conteúdo construídos por essas duas disciplinas são, de acordo com as ementas, os seguintes:

Geometria Euclidiana 1: planificação de superfícies de sólidos. Geometria de Posição (conceitos primitivos e postulados, posições relativas de retas e planos). Poliedros (noções iniciais, poliedros convexos). Ângulos, polígonos, perímetro e área. Quadriláteros, semelhança de figuras e Teorema de Tales. Triângulos (noções básicas, congruência, teorema de Pitágoras, pontos notáveis). Poliedros (relação de Euler). Prismas e pirâmides: elementos e propriedades geométricas. Grandezas e medidas: área, volume e capacidade.

Geometria Euclidiana 2: circunferência e círculo: relações de posição, arcos, cordas e ângulos, potência de pontos, relações entre tangentes e secantes, comprimento da circunferência e área do círculo. Corpos redondos: cone, cilindro e esfera: elementos e propriedades geométricas; grandezas e medidas: áreas, volume e capacidade. Secções e troncos de cones e de pirâmides. Sólidos arquimedianos e medidas de volumes por decomposição de sólidos.

A maneira como essas disciplinas foram planejadas prevê, em ambas, a discussão tanto de conceitos da Geometria Plana quanto da Geometria Espacial, como orientam os Parâmetros Curriculares Nacionais. Busca-se deixar claro aos alunos que essa divisão é artificial, pois a Geometria Euclidiana é um corpo único de conhecimentos que, por motivos didáticos e práticos, costuma ser separado em “espacial” e “plana”. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais:

O ponto, a reta, o quadrado não pertencem ao espaço perceptivo. Podem ser concebidos de maneira ideal, mas rigorosamente não fazem parte desse espaço sensível. Pode-se então dizer que a Geometria parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico — dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos. (BRASIL, 1997, p. 81)

É por essa razão que, na organização pensada para as disciplinas de Geometria Euclidiana, opta-se por iniciar as discussões por meio de noções de Geometria Espacial para então, com base em alguns conceitos iniciais, introduzir os primeiros tópicos de Geometria Plana e, posteriormente, relacioná-los a outros conceitos de Geometria Espacial, voltar a discutir elementos de Geometria Plana e assim sucessivamente.

Além disso, opta-se por levar o aluno a construir o próprio conhecimento, por meio de atividades preparadas especialmente para esse fim, ao invés de apresentar diretamente a ele o conteúdo já institucionalizado. E, nessas atividades, as tecnologias digitais, especificamente a utilização dos softwares Geogebra e Cabri 3D, desempenham um papel importante que evidencia a potencialidade de tais ferramentas para o ensino e a aprendizagem do que está sendo trabalhado sem abandonar lápis e papel.

Assim, podemos inferir que, embora não tenha esse objetivo explícito, a forma como as ideias estão encadeadas e a maneira como os materiais didáticos estão organizados permitem que os

alunos (futuros professores) mesmo que implicitamente, possam refletir a respeito de questões didáticas. Por exemplo, as diferentes formas de abordagem e sequenciamento do conteúdo que podem ser utilizadas no processo de ensino de Geometria Euclidiana, bem como do papel das tecnologias nesse processo. Inferimos, portanto, que os alunos, além de construírem conhecimentos referentes a conteúdos matemáticos, podem também, ao cursar essas duas disciplinas, adquirir conhecimento especializado do conteúdo de Geometria Euclidiana e inter-relacioná-lo com conhecimentos didáticos e tecnológicos.

Vejam, por exemplo, uma atividade, desenvolvida na disciplina Geometria Euclidiana 1, que trabalha com a propriedade de que se um quadrilátero $ABCD$ está circunscrito em uma circunferência, então as somas das medidas de seus lados opostos são iguais, e que, a nosso ver, permite que os alunos relacionem conhecimentos de conteúdo com conhecimentos didáticos e tecnológicos, por ser uma atividade que solicita a ação do aluno e não prevê qualquer modelo específico de solução e, ao mesmo tempo, pede que ele utilize o Geogebra tanto para a construção, quanto para a utilização da representação dinâmica para que levante conjecturas.

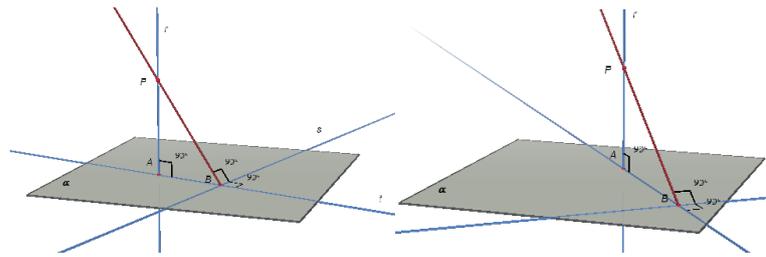
Atividade: propriedades dos quadriláteros circunscritos

Com o auxílio do Geogebra:

- a) Determine em uma circunferência de centro O , os pontos P, Q, R e S , nessa ordem.
- b) Construa o quadrilátero $ABCD$ de tal forma que \overline{AB} tangencie a circunferência no ponto P , \overline{BC} no ponto Q , \overline{CD} no ponto R e \overline{AD} no ponto S .
- c) Meça os segmentos $AP, AS, BP, BQ, CR, CQ, DS$ e DR .
- d) Que relação existe entre as medidas dos lados do quadrilátero $ABCD$?
- e) Enuncie e valide essa relação

Muitas das figuras que ilustram definições e teoremas presentes nos materiais didáticos de Geometria Euclidiana 1 e 2 são apresentadas, em ambientes virtuais de aprendizagem das disciplinas, no formato de arquivos html, construídos por meio do software Cabri 3D ou arquivos Geogebra, para que os alunos manipulem suas representações dinâmicas e percebam que, de fato, respeitando as hipóteses dos teoremas que estão sendo enunciados ou as condições previstas em definições ou exercícios, diferentes configurações podem ser obtidas. Entendemos que o tipo de reflexão que o aluno poderá realizar por meio da manipulação dessas figuras também contribui para o desenvolvimento de conhecimentos de conteúdo atrelados a conhecimentos didáticos e tecnológicos. Como exemplo, apresentamos duas diferentes configurações (dentre as tantas possíveis de serem obtidas) que os alunos podem obter manipulando o arquivo html contendo uma figura relativa ao Teorema das Três Perpendiculares, trabalhado em Geometria Euclidiana 1:

Teorema das Três Perpendiculares: São dados um plano α , uma reta s contida em α e um ponto P fora de α . Por P traçamos a reta r perpendicular a α e que o intercepta no ponto A , $A \notin s$. Se por A traçarmos a reta t perpendicular à reta s e, se s intercepta t em B , então a reta PB é perpendicular à reta s . O ponto A é chamado de **traço** da reta r no plano α .



Outro exemplo que, para nós, pode conduzir o aluno a construir conhecimentos didáticos, tecnológicos do conteúdo está presente no material didático de Geometria Euclidiana 2. Para que o aluno compreenda como determinar medidas de volumes de sólidos arquimedianos a partir da medida de sólidos platônicos, inspirado no que propõem Almeida (2010), Silva (2012) e Silva e Almouloud (2013), sugere-se que, com o auxílio do software Cabri 3D, o aluno obtenha o arquimediano cuboctaedro a partir do cubo.

Geração do cuboctaedro a partir do cubo no Cabri 3D

Passo 1: Iniciamos o processo de geração do cuboctaedro com a criação do cubo. Para que o cubo seja criado, como mostram as Figuras 4.9 e 4.10, acionamos, na caixa de ferramenta “poliedro”, a ferramenta cubo. Em seguida clicamos com o mouse no plano de base, arrastando-o, e por fim um duplo clique.

Figura 4.9. Ferramenta cubo

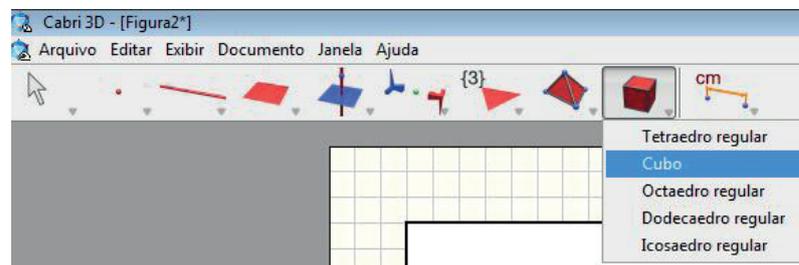
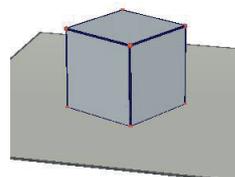
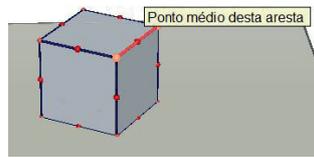


Figura 4.10. Cubo



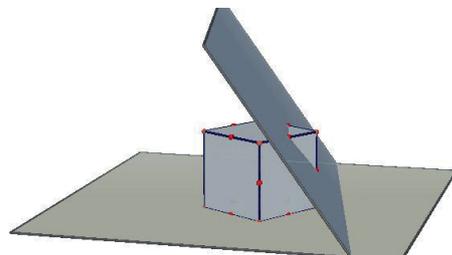
Passo 2: Com o cubo já criado, marcamos o ponto médio de cada aresta. Para isso, como mostra a Figura 4.11, acionamos a ferramenta ponto médio e indicamos com o clique do mouse as arestas do cubo.

Figura 4.11. Pontos médios das arestas do cubo.



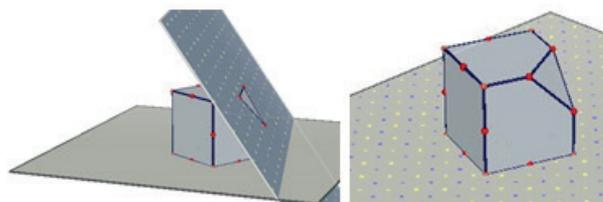
Passo 3: Nesse passo, iniciamos o processo de eliminação dos cantos do cubo com a determinação do plano que deve ser criado. Para isso, com a utilização da ferramenta plano e com a indicação de três pontos médios das arestas que concorrem em um vértice, conforme mostra a Figura 4.12, obtemos o plano de secção.

Figura 4.12. Plano de secção (cubo).



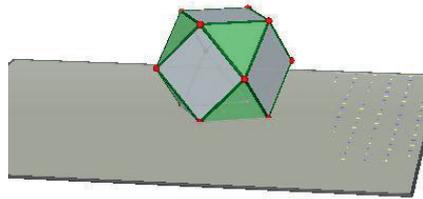
Passo 4: Com a ferramenta recorte de poliedro, o primeiro canto do cubo será eliminado. Como mostra a Figura 4.13, indicamos o plano obtido no passo 3 e o canto do cubo que contém o vértice desejado. Com o recurso esconder/mostrar podemos optar em esconder o plano, o que facilita a eliminação dos demais cantos do cubo.

Figura 4.13. Eliminação do canto do cubo.



Passo 5: Nesse passo efetua-se o mesmo procedimento do passo 4 para a eliminação dos demais cantos do cubo. A Figura 4.14 mostra o resultado obtido, isto é, o cuboctaedro.

Figura 4.14. Cuboctaedro.



Por meio dessa construção, o aluno pode perceber que, para a obtenção do cuboctaedro devem ser retirados, do cubo original, oito tetraedros congruentes e que a medida da altura de cada um desses tetraedros é $\frac{a}{2}$, sendo a a medida da aresta do cubo. Pode ainda notar que a medida da área da base de cada um desses tetraedros será igual à metade da medida da área de um quadrado de lados medindo $\frac{a}{2}$, ou seja, $\frac{a^2}{8}$. E, dessa forma, a medida do volume de cada tetraedro retirado é $\frac{a^3}{48}$. Essa exploração da situação com o auxílio de uma tecnologia digital – no caso o software Cabri 3D – permite, em nossa visão, que o aluno mobilize outras estratégias e, conseqüentemente, construa outras categorias de conhecimento que não apenas os de conteúdo, em relação ao que possivelmente ocorreria se fosse proposta apenas a situação que dá prosseguimento a ela, que é a seguinte:

Atividade

Considere que, em um cubo de arestas com medida a , serão feitas truncaturas para se obter um cuboctaedro. Obtenha, a partir da medida do volume do cubo original, uma expressão, em função de a , que permita determinar a medida do volume do cuboctaedro que foi gerado. Explique qual foi procedimento adotado.

A partir do que foi percebido com o auxílio do Cabri 3D, entendemos que, nessa atividade, será natural para o aluno a conclusão de que a medida do volume (V_{cot}) do cuboctaedro será igual à medida do volume (V_c) do cubo menos as medidas dos volumes (V_t) de cada um dos oito tetraedros retirados e que, como tais tetraedros são congruentes, $V_{cot} = V_c - 8 \cdot V_t$. A seguir propõe-se a generalização para o cálculo da medida do volume de um cuboctaedro qualquer.

Entendemos assim que conhecimentos didáticos a respeito de situações de ensino diversas, ou mesmo, a respeito de representar objetos matemáticos em diferentes registros ou mesmo diferentes pontos de vista, percorrem as escolhas nessas disciplinas. Nesse sentido, em Geometria das Transformações, por exemplo, as tratamos primeiro por um ponto de vista da Geometria Euclidiana, para depois trabalhar no ponto de vista da Geometria Analítica. O mesmo acontece com o estudo dos vetores.

Conhecimento pedagógico de conteúdo em Geometria

Silva e Lima (2015) entendem que o *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (CPC)* relaciona conhecimentos pedagógicos gerais com a área específica, no caso, a Matemática, e na disciplina Geometria Euclidiana Axiomática, ministrada no quinto período do curso, os conhecimentos de conteúdo trabalhados são: o método axiomático; argumentação e prova; Geometria Absoluta; teoremas da geometria plana e espacial. Já na disciplina Geometrias Não Euclidianas, que é ministrada no sexto período do curso, os conteúdos discutidos são: aspectos históricos da geometria; o postulado das

paralelas e suas formas equivalentes; modelos de geometria não euclidiana; noções de geometria hiperbólica; definições e noções básicas da geometria elíptica.

Entendemos que, no curso que está sendo investigado, esses conhecimentos são construídos nessas disciplinas, pois os conhecimentos pedagógicos de conteúdo, conforme já destacamos, estão relacionados também aos aspectos históricos e filosóficos da área em que o professor está sendo formado, no caso a Matemática. Portanto, os materiais didáticos dessas disciplinas, ao proporem reflexões a respeito das leis básicas do raciocínio, das noções de verdade e de validade, de argumento e de proposição; do que é um sistema axiomático, dos elementos que o compõem e das propriedades que um sistema desse tipo deve satisfazer, possibilitam o desenvolvimento desse tipo de conhecimento. Também ao discutir as deficiências lógicas presentes na obra *Os Elementos* de Euclides, ao apresentar questões referentes às tentativas históricas de demonstrar o quinto postulado da Geometria Euclidiana, ao refletir a respeito dos trabalhos de estudiosos que contribuíram significativamente para o desenvolvimento das geometrias não euclidianas e ao discutir os diferentes modelos para a Geometria Hiperbólica, entendemos que estejam sendo dadas oportunidades aos alunos para que conhecimentos pedagógicos referentes aos conteúdos que estão sendo trabalhados sejam construídos.

Apesar de a classificação presente em Silva e Lima (2015), sintetizada por meio do quadro 1, não explicitar a presença de conhecimentos pedagógicos de conteúdo nas disciplinas de Desenho Geométrico e de Geometria das Transformações, a partir de uma análise mais apurada dos materiais didáticos de tais disciplinas, entendemos que conhecimentos desse tipo também podem ser construídos nas mesmas. Em Desenho Geométrico quando conduzimos os alunos a construções com régua e compasso, para depois fazê-los trabalhar com construções no Geogebra e em Geometria das Transformações quando levamos os alunos a observarem as transformações com dobradura, malha quadriculada e construções geométricas, para então utilizarem o Geogebra na resolução de problemas. Acreditamos que, a partir dessas ideias, os futuros professores podem construir conhecimentos que privilegiam possíveis escolhas pedagógicas associadas ao ensino de Geometria.

Conhecimento tecnológico de conteúdo em geometria

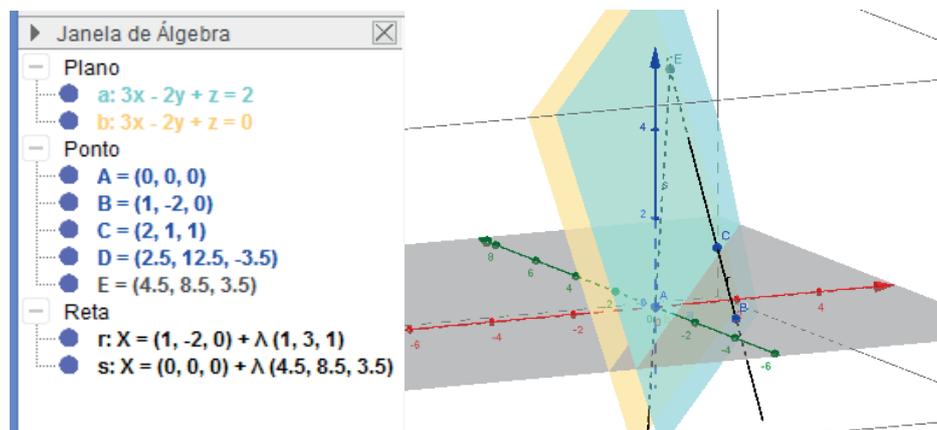
Silva e Lima (2015) entendem que o *Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (CTC)* é o conhecimento a respeito da maneira pela qual a tecnologia e determinado conteúdo (ou determinado campo) da Matemática estão relacionados. A tecnologia pode permitir novas formas de representação de objetos matemáticos que trazem outras discussões a respeito do conteúdo que está sendo trabalhado. Em todas as disciplinas de Geometria do curso existe algum trabalho envolvendo ou o software Geogebra ou o Cabri 3D, para mostrar a possibilidade de representações dinâmicas para objetos geométricos ou gráficos que contribuem, principalmente, para construções mais complexas, para levantamento de conjecturas e resolução de problemas.

Os conhecimentos de conteúdo trabalhados em Geometria Analítica, ministrada no terceiro período do curso, são os seguintes: estudo das propriedades de entes geométricos contidos no espaço tridimensional sob um ponto de vista geométrico e algébrico, aprofundando o estudo de sistemas de coordenadas que permitem representar o objeto geométrico por ternas ordenadas e equações; coordenadas e vetores no espaço; estudo da reta e do plano no espaço; e cônicas. Deve-se salientar que, ao contrário das disciplinas Geometria Euclidiana 1 e Geometria Euclidiana 2, que, teoricamente, tratam de conteúdos já vistos no ensino básico, em Geometria Analítica são trabalhados conteúdos novos, uma vez que o tratamento vetorial da Geometria não faz parte dos currículos de Matemática

do Ensino Básico. Em razão disso, as estratégias didáticas dessas disciplinas também são diferentes: enquanto nas duas de Geometria Euclidiana os recursos tecnológicos são utilizados para explorar diferentes aspectos e sob outros enfoques noções que, a princípio, já são de domínio dos alunos, em Geometria Analítica as tecnologias têm especialmente a função de auxiliar, quando possível, na visualização daquilo que está sendo introduzido e que talvez não fosse bem compreendido se fosse representado apenas algebricamente. Em seu material, as construções apresentadas para o ensino são feitas com o Cabri 3D, no entanto, durante a realização dos exercícios, geralmente, feitos apenas algebricamente, optamos por utilizar o Geogebra 3D para conduzir os alunos na busca de soluções e da visualização da situação.

Por exemplo, para determinar a reta que passa pela origem, é paralela ao plano $\pi: 3x-2y+z-2=0$ e intercepta a reta $r: x-1=(y+2)/3=z$, em primeiro lugar, o aluno busca representar os dados do problema. Ele pode fazer um esboço em lápis e papel, que nem sempre o auxilia a resolver o problema ou, usando o Geogebra 3D, digitar a equação no campo de entrada para que o software represente o plano, como mostra a figura 3. Para obter a representação da reta o aluno deve buscar dois pontos pertencentes a ela, porque a equação como é apresentada no problema não é aceita pelo software e, a partir daí buscar a solução. Se a reta procurada deve passar pela origem e ser paralela a um plano, então ela está contida em um plano paralelo ao plano dado e que passa pela origem. A equação desse plano seria $3x-2y+z=0$. Mas a reta procurada deve ainda interceptar a reta r e, por isso, deve-se determinar o ponto de intersecção (E) dessa reta com o plano que passa pela origem. Assim, a reta procurada (s) será determinada pela origem (A) e o ponto (E) e na janela de Álgebra aparecerá sua equação. Essa janela, por sua vez, ajuda o aluno a associar a representação gráfica e a representação algébrica de objetos da geometria analítica.

Figura 3 - Solução de um problema de Geometria Analítica utilizando o Geogebra 3D



Fonte: os autores

Acreditamos que os alunos desenvolvam conhecimentos a respeito dos dois softwares utilizados no curso para o trabalho com o espaço: o Cabri 3D e o Geogebra 3D. Enquanto o primeiro, como vimos no exemplo de Geometria Euclidiana 2, permite o trabalho com Geometria mas, embora, apresente a representação da base canônica do \mathbb{R}^3 a partir do plano de base, não permite o trabalho

com equações, o Geogebra 3D torna-se um bom software para o trabalho com Geometria Analítica, tendo em vista que possibilita a associação da representação algébrica com a representação gráfica o que auxilia no desenvolvimento da visualização desses objetos no espaço.

Além disso, os dois softwares admitem o trabalho com objetos de geometria que dificilmente poderiam ser tratados com lápis e papel, como é o caso dos sólidos arquimedianos, uma vez que, como afirmam Almeida e Silva (2012, p. 206) “o Cabri 3D é um habitat para o estudo dos sólidos arquimedianos”, pois possibilita as truncaturas necessárias para sua construção e o “reconhece como objeto, bem como reconhece todos os saberes que determinam a existência desse objeto matemático como objeto de ensino”. O ponto principal para essa construção é a representação dinâmica que admitirá mudar o ponto de vista do cubo inicial o que não é possível em lápis e papel.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo da formação de professores é uma área complexa que envolve muitas reflexões e diversos pontos de vista. É muito comum um professor perceber que não tem conhecimento a respeito de algum tema de sua área e, imediatamente, argumentar que o mesmo não lhe foi ensinado durante seu curso de graduação. Ao mesmo tempo, se ouve, com frequência, pedidos de melhoria de qualidade tanto para o ensino básico, quanto para as graduações que formam professores. E aí parece se estabelecer um círculo vicioso, pois, afinal, são os professores formados pelos cursos de Licenciatura quem atuarão na formação dos estudantes que, posteriormente, ingressarão nos cursos de Licenciatura e depois de formados reiniciarão o ciclo. Se um ingressante em um curso de Licenciatura em Matemática não teve uma formação adequada e, conseqüentemente, não desenvolveu os conhecimentos básicos dessa disciplina que deveriam ser de domínio de todo egresso dos ensinos fundamental e médio, certamente terá dificuldades de desenvolvê-los durante a graduação, porque têm que ampliá-los com outros conteúdos que fazem parte da formação inicial. E o futuro professor que, durante a Licenciatura, não conseguiu sequer desenvolver satisfatoriamente os conhecimentos básicos da área em que lecionará, muito provavelmente contribuirá para uma formação matemática insatisfatória de seus alunos, dentre os quais aqueles que, posteriormente, ingressarão nos cursos de formação de professores e realimentarão o já citado círculo vicioso. Parece-nos evidente, portanto, que a melhoria de qualidade da educação básica passa obrigatoriamente por reflexões a respeito da qualidade dos cursos de formação inicial de professores.

Esse tipo de reflexão parece ainda mais necessário no contexto atual brasileiro, em que:

(i) Foram definidas as novas Diretrizes Curriculares Nacionais para cursos de licenciatura (Resolução nº 02/2015 – CP – CNE, de 1º de julho de 2015), que ampliam de 2.800 horas (distribuídas em três anos) para 3.200 horas (distribuídas em quatro anos) a carga horária mínima desse tipo de curso.

(ii) Está em discussão uma primeira proposta de uma *Base Nacional Comum Curricular*, visando explicitar, de acordo com o Ministério da Educação (MEC), “os conhecimentos essenciais aos quais todos os estudantes brasileiros têm o direito de ter acesso e se apropriar durante sua trajetória na Educação Básica, ano a ano, desde o ingresso na Creche até o final do Ensino Médio”¹.

É impossível pensar em obter, de fato, algum tipo de melhoria nos ensinos fundamental e médio por meio da adoção de um currículo oficial para a Educação Básica brasileira se tal medida não estiver atrelada a um repensar nos cursos de formação inicial de professores e, da mesma forma, um aumento na carga horária mínima destinada a tais cursos não necessariamente resultará em um sal-

¹ Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/base/o-que> - último acesso em 18 de setembro de 2015.

do positivo se não houver clareza a respeito dos tipos de conhecimentos que competem, realmente, às licenciaturas desenvolverem.

Dessa forma, escolhemos Shulman (1986, 1987) e alguns de seus seguidores para tentar verificar o que realmente compete à formação inicial. Em outras palavras, procurando contribuir para o aperfeiçoamento da formação inicial de professores de Matemática oferecida por uma instituição específica, iniciamos uma investigação visando identificar quais os conhecimentos que efetivamente seriam da alçada de uma formação desse tipo.

Um primeiro passo dessa investigação, apresentado em Silva e Lima (2015), foi perceber, a partir da análise dos materiais didáticos das disciplinas presentes na matriz curricular do curso de Licenciatura em Matemática oferecido pela instituição em questão na modalidade a distância, quais categorias de conhecimentos docentes podem ser desenvolvidas nessa formação inicial. Observou-se que tanto conhecimentos de conteúdo, quanto didáticos, pedagógicos e tecnológicos são trabalhados e que, em geral, essas quatro categorias de conhecimentos não são tratadas isoladamente. Embora, usualmente, se conceba que o estabelecimento de relações entre as diferentes categorias de conhecimento seja realizado pelo aluno, já que é ele quem constrói tais conhecimentos, a análise dos materiais didáticos do curso evidenciou que, com o objetivo de melhor formar o professor e desenvolver nesse futuro profissional do ensino o conhecimento especializado do conteúdo (HILL, BALL e SCHILING, 2008), busca-se sempre que possível estabelecer, ainda que implicitamente, relações entre as quatro categorias de conhecimento supracitadas.

Finalizada essa primeira análise a respeito dos conhecimentos docentes que são desenvolvidos por meio do curso de Licenciatura em questão, partimos para uma segunda etapa, exatamente a que foi relatada nesse artigo. A partir da abordagem presente nos ambientes virtuais de aprendizagem, desenvolvidos na plataforma Moodle, e nos materiais didáticos utilizados nas disciplinas de Geometria, procuramos, com o intuito de melhor compreender as diferentes categorias de conhecimentos docentes que, de acordo com o que investigamos na primeira etapa de nosso estudo, estão sendo desenvolvidas na Licenciatura em tela, exemplificar de que forma são estabelecidas, nessas disciplinas, relações entre tais categorias.

Observamos que, embora o objetivo específico das disciplinas de Geometria seja construir conhecimento de conteúdo matemático, a maneira como os materiais didáticos das mesmas foram organizados possibilitam ao aluno, ainda que implicitamente, realizar reflexões a respeito de questões didáticas aliadas ao papel desempenhado pelas tecnologias no processo de ensino e de aprendizagem de tais conteúdos (conhecimentos didáticos, tecnológicos de conteúdo), construir conhecimentos pedagógicos referentes aos conteúdos matemáticos trabalhados (conhecimentos pedagógicos de conteúdo) ou ainda perceber a ampla gama de possibilidades trazidas pelas tecnologias digitais, que permitem representações dinâmicas para os objetos geométricos, no que diz respeito à resolução de problemas, levantamento de conjecturas e realização de construções mais complexas (conhecimentos tecnológicos do conteúdo).

Os estudos realizados até o presente momento parecem indicar ser de alçada dos cursos de formação inicial de professores mais do que o desenvolvimento de conhecimentos de conteúdos matemáticos, de conhecimentos didáticos, pedagógicos e tecnológicos isolados, possibilitar aos graduandos que comecem a estabelecer relações entre essas categorias de conhecimento, dando início, já na formação inicial, ao efetivo de desenvolvimento de um conhecimento especializado do conteúdo, fundamental para a docência e que diferencia um professor de matemática de um matemático. Parece-nos que as atividades de estágio supervisionado deveriam ser especialmente ricas para tal

desenvolvimento, mas, como destacam Silva e Lima (2015), da forma como são realizadas atualmente, não são suficientes para que o futuro professor experimente, de maneira efetiva, a prática docente. A construção de boas práticas não é garantida quando o estágio se resume ao acompanhamento de professores em sala de aula; ao contrário, muitas vezes, por acompanharem docentes que não tiveram uma formação adequada, acabam assimilando ideias equivocadas e seguindo maus exemplos.

Um estudo a respeito das atividades desenvolvidas pelos estudantes da Licenciatura em análise durante o estágio supervisionado é um dos próximos passos de nossa investigação. Além disso, como pudemos ver nos autores que apresentamos, há muitos outros conhecimentos que só são possíveis de serem desenvolvidos durante a prática profissional; são aspectos que nem mesmo atividades adequadas de estágio supervisionado permitiriam desenvolver e que poderiam ser trabalhados, a partir da prática profissional do professor, por meio de formações continuadas. A partir dos resultados apresentados nesse artigo, alguns questionamentos podem indicar caminhos futuros para investigações nessa direção. Por exemplo, especificamente em relação à Geometria, o que poderia ser desenvolvido em uma formação continuada? Existiriam ainda conhecimentos outros ou aprofundamento desses já trabalhados durante a formação inicial possíveis de serem desenvolvidos durante a prática? Quais seriam? São questões que, juntamente com muitas outras, continuam servindo de estímulo para diferentes investigações visando contribuir para a melhoria de qualidade dos cursos de formação inicial de professores e, conseqüentemente, da educação básica. Esperamos que você, leitor desse trabalho, sinta-se também estimulado a contribuir com esse processo.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, T.C.S.. **Sólidos Arquimedianos e Cabri 3D: um estudo de truncaturas baseadas no renascimento**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.
- ALMEIDA, T.C.S.; SILVA, M. J. F. S.. **O Cabri 3D como habitat para o estudo dos sólidos de Arquimedes**. In: Actas do VI Congresso Iberoamericano de Cabri – IberoCabri, 2012, p. 201-211. Disponível em: <http://textos.pucp.edu.pe/pdf/2654.pdf>
- ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Editora da Universidade Federal do Paraná (UFPR), 2010.
- BAILLEUL, M., BATAILLE, P.. **Les adaptations pédagogiques: quelle réalité?** Adaptado pelos autores de Вестник Московского государственного областного социально-гуманитарного института (Cahiers de la Recherche de l'Université de la Région de Moscou), Université de Kolomna, n. 2-2011, ISSN ISSN 2219-925, para curso ministrado na PUC-SP, 2014.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997, 142p.
- D'AMORE, B.. **Elementos de didática da matemática**. tradução Maria Cristina Bonomi, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007
- HILL, H. C.; BALL, D. L.; SCHILLING, S. G.. Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Teachers' topic-specific knowledge of students. In: **Journal for Research in Mathematics Education**, 2008, v. 39, n. 4, p. 272-400.

KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; FINDELL, B.. Adding it up: helping children learn mathematics. **Mathematics Learning Study Committee**, National Research Council, ISBN: 0-309-50524-0, 480 pages, 2001. Disponível em: <http://www.nap.edu/catalog/9822.html>

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: a framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, v. 108, n.6, 1017–1054.

SCHOENFELD, A. H.; KILPATRICK, J.. **Toward a theory of proficiency in teaching mathematics**. In: Wood, T. (series ed.) & Tirosh, D. (vol. ed.). International Handbook of mathematics teacher education: v.2. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education, 2008.

SHULMAN, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v.15, n.2, 4-14.

_____. (1987). Knowledge and Teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, 57 (1), 1-22.

SILVA, M. J. F.; LIMA, G.L. **Conhecimentos desenvolvidos em um curso de licenciatura em matemática na modalidade a distância**. In: XIV CIAEM – Conferência Interamericana de Educación Matemática. Tuxtla Gutierrez, México, 2015. Disponível em http://xiv.ciaem-iacme.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/138/95. Acesso em: 07/07/2015.

SILVA, M. J. F. **A construção de situações problema utilizando o Cabri 3D**. 2012. In: Actas do VI Congresso Iberoamericano de Cabri – IberoCabri, 2012, p. 23-37. Disponível em: <http://textos.pucp.edu.pe/pdf/2654.pdf>

SILVA, M. J. F.; ALMOULOU, S. A. **Estudo de uma organização didática para construção de fórmulas para a medida de volume de sólidos**. Montevideo, Uruguai, 2013. Disponível em: <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/204.pdf>

RECEBIDO EM: 15 ago. 2015

CONCLUÍDO EM: 21 set. 2015

