VIDYA

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 327-353, jan./jun. - Santa Maria, 2025.

Recebido em: 14.10.2025. Aprovado em: 10.11.2025.
ISSN 2176-4603 | DOI: doi.org/10.37781/vidya.v45i1.5579

ENTRE A ANÁLISE REAL E A MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO: OPORTUNIDADES DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

BETWEEN REAL ANALYSIS AND SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS: PROFESSIONAL LEARNING OPPORTUNITIES FOR PROSPECTIVE TEACHERS

ENTRE EL ANÁLISIS REAL Y LAS MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA: OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE PROFESIONAL DE FUTUROS PROFESORES

MARCELO EDUARDO PEREIRA[1]
ALESSANDRO JACQUES RIBEIRO[2]

RESUMO

No presente artigo investigamos como a negociação de significados em uma comunidade de prática de futuros professores oportuniza aprendizagens profissionais sobre a relação entre a Análise Real e a Matemática do Ensino Médio. Inserido em um processo formativo apoiado em Tarefas de Aprendizagem Profissional, o estudo analisou episódios de interação, triangulando discussões em grupo e protocolos escritos. A análise, guiada pela concepção de aprendizagem situada e pela mobilização de práticas matemáticas pedagógicas, focalizou três categorias de significação. Os resultados demonstram que a negociação de significados é um processo constitutivo da aprendizagem docente, evidenciando uma articulação entre as matemáticas acadêmica e escolar. O estudo reforça a importância de processos formativos que integrem a análise da prática docente a fim de (re)significar o conhecimento acadêmico.

Palavras-chave: Formação inicial de professores de Matemática; Análise Real na Licenciatura em Matemática; Negociação de significados; Práticas Matemáticas Pedagógicas.

ABSTRACT

In this article we investigate how the negotiation of meanings within a community of practice of prospective teachers fosters professional learning about the relationship between Real Analysis and Secondary School Mathematics. Embedded in a formative process supported by Professional Learning Tasks, the study analyzed episodes of interaction by triangulating group discussions and written protocols. The analysis, guided by the conception of situated learning and the mobilization of pedagogical mathematical practices, focused on three categories of meaning-making. The results show that the negotiation of meanings is a constitutive process of teacher learning, revealing an articulation between academic and school mathematics. The study reinforces the importance of formative processes that integrate the analysis of teaching practice in order to (re)signify academic knowledge.

Keywords: *Mathematics initial teacher education; Real Analysis in Mathematics Teacher Education; Negotiation of Meanings; Pedagogical Mathematical Practices.*

1 Mestre em Ensino de Matemática. Instituto Federal de São Paulo. E-mail: pereira.marcelo@ifsp.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9119-993X

2 Doutor em Educação Matemática. Universidade Federal do ABC. E-mail: alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9647-0274

RESUMEN

En este artículo investigamos cómo la negociación de significados en una comunidad de práctica de futuros profesores posibilita aprendizajes profesionales sobre la relación entre el Análisis Real y las Matemáticas de la Educación Secundaria. Inserto en un proceso formativo sustentado en Tareas de Aprendizaje Profesional, el estudio analizó episodios de interacción, triangulando discusiones en grupo y protocolos escritos. El análisis, guiado por la concepción del aprendizaje situado y por la movilización de prácticas matemáticas pedagógicas, se centró en tres categorías de significación. Los resultados muestran que la negociación de significados es un proceso constitutivo del aprendizaje docente, evidenciando una articulación entre las matemáticas académicas y escolares. El estudio refuerza la importancia de procesos formativos que integren el análisis de la práctica docente con el fin de (re)significar el conocimiento académico.

Palabras clave: *Formación inicial de profesores de Matemáticas; Análisis Real en la formación del profesorado de Matemáticas; Negociación de significados; Prácticas Matemáticas Pedagógicas.*

1. INTRODUÇÃO

O debate sobre o conhecimento matemático na formação de professores tem evidenciado a desarticulação entre a Matemática Acadêmica e a Escolar (Fiorentini; Oliveira, 2013; Moreira; David, 2003). Essa problemática parece acentuar-se particularmente no caso da Análise Real, disciplina frequentemente caracterizada pelo rigor formal, dedutivo e abstrato (Wasserman *et al.*, 2018), cujos conceitos carecem de conexão explícita com as demandas da Educação Básica. Alguns estudos já nos sinalizam a necessidade de ressignificar essa disciplina com vistas à prática docente na Educação Básica. (Camargo *et al.*, 2023; Moreira; Vianna, 2016).

A Análise Real vem sendo valorizada por educadores matemáticos por trazer ao futuro professor uma fundamentação necessária a uma visão aprofundada do conhecimento matemático da Educação Básica (Moreira; Vianna, 2016). Isso permite que os futuros professores percebam problemas epistemológicos importantes em conceitos como números racionais, sequências e continuidade. Contudo, estudos anteriores observam que as razões para essa importância permanecem obscuras (Camargo *et al.*, 2023) não se indicando claramente como esses elementos contribuiriam efetivamente para a prática do professor de Matemática da Educação Básica.

Tais pesquisas sugerem que o centro desse problema pode residir, não tanto nos conteúdos, mas sim na forma de abordá-los (Moreira; Vianna, 2016), reforçando a necessidade de propostas formativas capazes de ressignificar a Análise Real com vistas ao Ensino da Matemática Escolar. A desarticulação entre a Matemática Acadêmica e a Escolar vai além de uma desconexão de conteúdos. Ela é a manifestação de um problema estrutural na formação inicial do professor que Fiorentini e Oliveira (2013) chamam de *quase tricotomia* entre a formação matemática, a formação didático-pedagógica e a prática profissional. Essa separação tem se imposto sobre as licenciaturas brasileiras, muitas vezes na forma da combatida estrutura “3+1” (Gatti, 2010), em que o conhecimento matemático acadêmico se dissocia do didático.

Para romper com essa tradição, consideramos desenvolver práticas formativas que promovam uma interlocução problematizadora entre a Matemática Acadêmica e a Escolar, no sentido de articular e ressignificar o rigor formal da Análise Real em face da complexidade das práticas de ensino.

No intuito de responder à questão “*Como a negociação de significados em uma comunidade de prática de futuros professores oportuniza aprendizagens profissionais acerca da relação entre Análise Real e Matemática do Ensino Médio?*”, o presente estudo adota uma abordagem de formação

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 327-353,
jan./jun. - Santa Maria, 2025.

ancorada na prática (Ball; Ben-Peretz; Cohen, 2014; Ribeiro; Ponte, 2020), concebendo a aprendizagem profissional como um processo situado e coletivo (Lave; Wenger, 1991), permeado pela interação entre pares.

Inserido no contexto de uma disciplina de Análise Real, o estudo tem como foco a negociação de significados (Bruner, 1997; Lave; Wenger, 1991) como um elemento que pode promover oportunidades de aprendizagem profissional (Ribeiro; Ponte, 2020). Por sua vez, o processo formativo se apoia no uso de tarefas de aprendizagem profissional (Ball; Cohen, 1999), elaboradas a partir de registros autênticos da prática escolar. Tais tarefas visaram promover discussões sobre a articulação entre o rigor da Análise Real e a prática docente escolar.

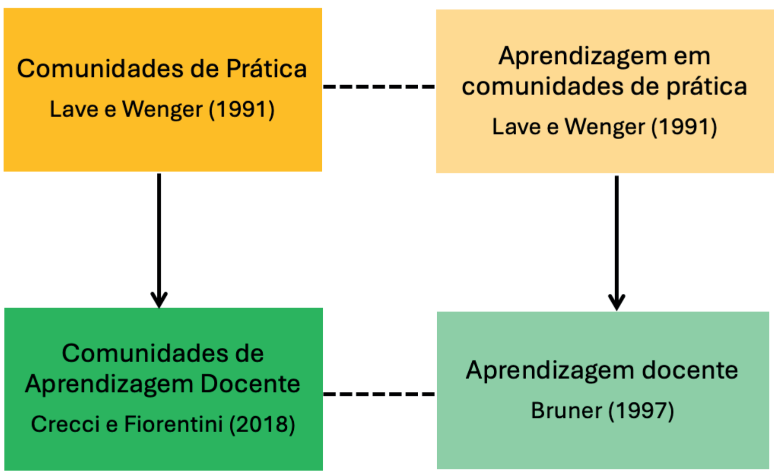
2. REFERENCIAL TEÓRICO

Apresentamos nessa seção as perspectivas teóricas que orientam o desenho da intervenção, bem como, a recolha e a análise dos dados. Iniciamos discutindo a forma como compreendemos o que se entende por aprendizagem (Lave; Wenger, 1991; Bruner 1997; Crecci; Fiorentini, 2018), seguido pela conceitualização de formação baseada na prática (Ball; Ben-Peretz; Cohen, 2014; Ball; Cohen, 1999). Passamos para a exploração da caracterização da matemática acadêmica e matemática escolar, com ênfase no modelo de ensino que tomamos como referência em nosso estudo (Wasserman *et al.*, 2016). Finalizamos a seção apresentando as práticas matemáticas pedagógicas (Wasserman *et al.*, 2022; 2023) que contribuem para a organização das categorias de análise dos dados.

2.1. APRENDIZAGEM COMO PARTICIPAÇÃO EM COMUNIDADES DE PRÁTICA E A NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS

Neste estudo, a aprendizagem é compreendida como fenômeno social, situado e interativo. Essa escolha se apoia na perspectiva da Aprendizagem Situada (Lave; Wenger, 1991), nas contribuições de Bruner (1997) sobre aprendizagem, e nas formulações de Comunidades de Aprendizagem Docente (Crecci; Fiorentini, 2018). A Figura 1 ilustra como articulamos essas concepções.

Figura 1 - Articulação dos conceitos de Comunidade e Aprendizagem.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Nessa perspectiva, a aprendizagem é então entendida como um processo que emerge de interações e práticas compartilhadas, processo esse orientado pela construção coletiva de sentidos e pela reflexão crítica. Lave e Wenger (1991) concebem a aprendizagem como participação ativa em Comunidades de Prática, marcada por engajamento mútuo, objetivos comuns e repertório compartilhado, onde os significados são negociados e as identidades continuamente moldadas.

Por seu lado, Bruner (1997) aproxima essa visão de aprendizagem do ambiente escolar, destacando a intersubjetividade e a linguagem como elementos centrais na aprendizagem. Para o autor, o significado é uma interpretação culturalmente situada da experiência e, a negociação de significados, um processo dialógico de construção e alinhamento de interpretações. Nesse quadro, a escuta pedagógica permite valorizar as ideias dos estudantes e reconstruí-las para conectá-las aos objetivos de aprendizagem.

Em complemento, Crecci e Fiorentini (2018), ao focar nas Comunidades de Aprendizagem Docente, reforçam que a aprendizagem profissional é um processo situado e coletivo, orientado pela postura investigativa e pela negociação de sentidos. Nessa perspectiva, a significação é compreendida como a (re)construção ou recontextualização de saberes *da* prática, o que exige que a formação docente ocorra em contextos autênticos de ensino, nos quais a análise da prática constitui uma dimensão fundamental para o desenvolvimento profissional.

2.2. A FORMAÇÃO ANCORADA NA PRÁTICA

Em diferentes estudos, Ball e colaboradores (Ball; Ben-Peretz; Cohen, 2014; Ball; Cohen, 1999) defendem que a formação docente seja ancorada na prática, de modo que a aprendizagem profissional emerja da análise de situações autênticas de ensino. Essa abordagem busca que professores investiguem o ensino em contextos reais para desenvolver um conhecimento específico sobre como ensinar. Um de seus componentes é o uso de registros de prática, como gravações, trabalhos de alunos e anotações de professores, que permitem revisitar e analisar a experiência. Nesse contexto, registros de prática são entendidos:

> (...) como uma coleção de materiais primários que representam elementos essenciais de uma experiência, um evento ou uma interação. Um registro de prática é uma documentação da experiência de alguma forma que permite recuperá-la e reconsiderá-la em diferentes momentos, por diferentes públicos e em vários contextos. (Ball; Ben-Peretz; Cohen, 2014, p. 322).

Embora relevantes, os registros de prática não substituem a experiência direta em sala de aula. Ball *et al.* (2014) destacam que o trabalho cuidadoso com esses registros pode reorganizar a relação entre pesquisa e prática e favorecer a aprendizagem docente.

Entre os modelos alinhados à formação ancorada na prática, utilizamos o Modelo “Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Professores” (PLOT, da sigla em inglês), proposto por Ribeiro e Ponte (2020), modelo este que atua como referencial teórico-metodológico para o *design* da proposta formativa.

O modelo PLOT articula três domínios: Papel e Ações do Formador (PAF), Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) e Interações Discursivas entre os Participantes (IDP), oferecendo uma estrutura em que a aprendizagem emerge da análise da prática. Sendo o domínio das TAPs o que

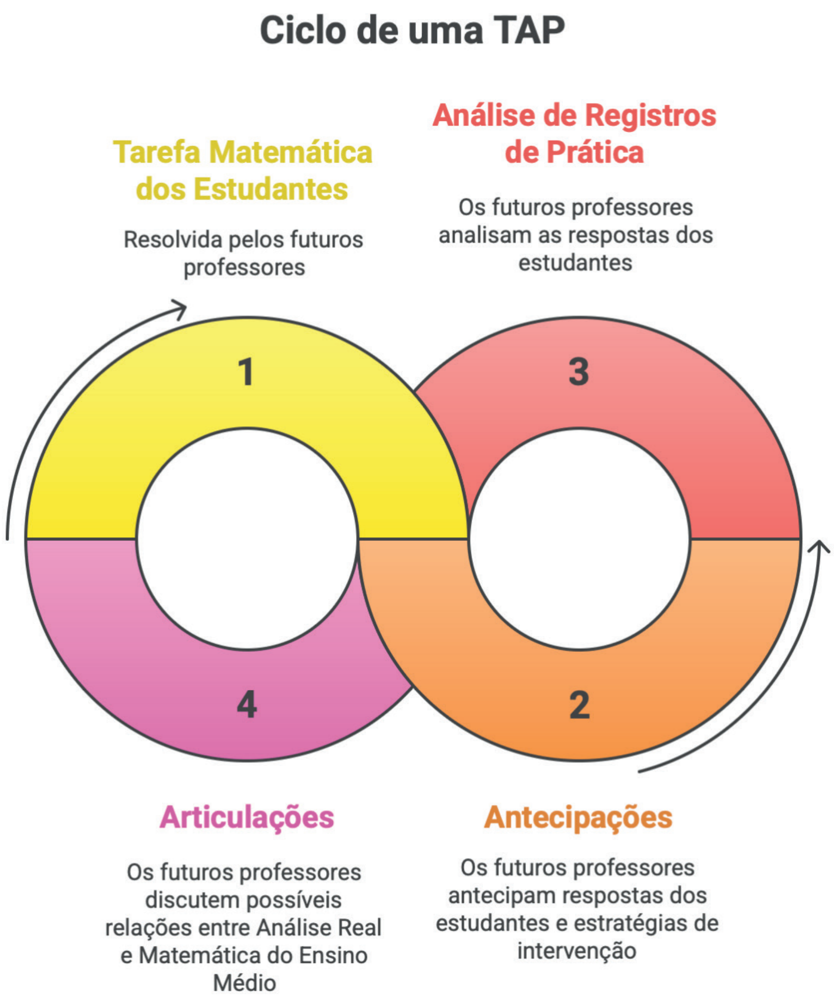
VIDYA

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 327-353,
jan./jun. - Santa Maria, 2025.

mais nos importa no presente estudo, ratificamos o entendimento dos autores, concebendo as TAPs como dispositivos centrais para articular conhecimentos matemáticos e didáticos, as quais são organizadas em quatro componentes: (1) Conhecimento Profissional; (2) Ensino Exploratório (como um ambiente de aprendizagem); (3) Tarefa Matemática (de alto nível cognitivo); e (4) Registros de Prática.

No presente estudo, as TAPs foram elaboradas a partir de registros autênticos da prática escolar, incluindo produções escritas e interações discursivas de estudantes do Ensino Médio, e foram utilizadas para promover discussões sobre aspectos matemáticos e didáticos entre futuros professores. Cada TAP foi estruturada em quatro etapas: (1) resolução da Tarefa Matemática dos Estudantes (TME); (2) antecipação de possíveis respostas dos estudantes; (3) análise dos registros de prática; e (4) proposição de estratégias de ensino. A Figura 2 sintetiza essas etapas. Sobre o *design* do estudo, voltamos à discussão em seção posterior do artigo.

Figura 2 - Etapas vivenciadas em uma TAP.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Essa organização buscou aproximar conceitos da Análise Real aos desafios do ensino da Matemática Escolar, articulando o fazer acadêmico às demandas do ensino escolar. Sua pertinência como referência para propostas formativas ancoradas na prática é confirmada por estudos recentes (Doná *et al.*, 2024; Jardim, 2024; Theodorovski, 2025).

2.3 MATEMÁTICA ACADÊMICA E MATEMÁTICA ESCOLAR

A dificuldade em articulação entre Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar foi caracterizada por Klein (1932) como *Dupla Descontinuidade*. Segundo o autor, a primeira descontinuidade surge na transição do estudante para a universidade e, a segunda, quando o professor, ao retornar à escola para ensinar, se depara com o desafio de mobilizar o conhecimento acadêmico para o ensino na Educação Básica.

Em nosso estudo a Matemática Acadêmica é caracterizada pelo rigor formal, dedutivo e abstrato, sendo o conhecimento especializado de nível superior (como a Análise Real) que visa a apropriação de uma cultura e pensamento matemático, o que Moreira e David (2003) definem como Matemática Científica, ou seja, o conhecimento produzido e validado pela comunidade científica, caracterizado por abstração, formalização, generalidade e rigor lógico.

Por sua vez, a Matemática Escolar distingue-se pelas finalidades pedagógicas, sendo o conhecimento recontextualizado da matemática científica, adaptado às condições e finalidades do ensino básico. Ela não é mera simplificação da matemática científica, mas um conhecimento próprio, com funções pedagógicas e culturais específicas, que visam à formação dos estudantes e à inserção social do conhecimento (Moreira; David, 2003).

A tensão emerge da diferença entre os modos de produzir o conhecimento no contexto acadêmico e os modos de mobilizá-lo no contexto escolar e essa tensão é particularmente evidente no caso da Análise Real. Embora conceitos como limite e convergência possam emergir implicitamente no Ensino Médio, a disciplina é frequentemente vista por professores e futuros professores como excessivamente formal e desconectada da prática (Camargo *et al.*, 2023). Apesar disso, no estudo de Camargo *et al.* (2023), futuros professores de Matemática reconheceram a importância da disciplina em oferecer uma visão aprofundada do conhecimento que irão lecionar.

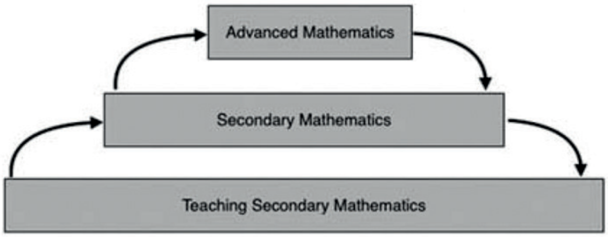
> (...) [futuros professores] manifestaram um sentimento de que a Análise Real executa um importante papel na formação dos futuros professores de Matemática. O que pudemos perceber é que há unanimidade com relação à importância de se aprender essa disciplina, mas as razões para explicar tal posição permanecem, segundo a visão de grande parte das pessoas, um pouco obscuras. (Camargo *et al.*, 2023, p. 16).

Para enfrentar essa descontinuidade e buscar a articulação entre os contextos acadêmico e escolar, Wasserman *et al.* (2016) propõem um modelo formativo (Figura 3) que organiza essa relação em dois movimentos complementares:

1. “Construir a partir da prática” (*building up from practice*): Parte-se de situações escolares autênticas para discutir e refinar a compreensão por meio de conceitos da Matemática Acadêmica, explorando definições, teoremas e provas.

2. “Retornar à prática” (*stepping down to practice*): Os conceitos elaborados no âmbito acadêmico são revisitados e ressignificados de modo a informar, orientar e transformar as práticas de ensino na escola.

Figura 3 - Modelo para o ensino de Análise Real.



Fonte: Wasserman *et al.* (2016, p. 562)

A articulação da Matemática Acadêmica com as demandas da sala de aula se dá por meio de um construto teórico proposto por Wasserman e colaboradores, que busca desenvolver nos futuros professores práticas que são produtivas em ambos os domínios. Esse construto são as Práticas Matemáticas Pedagógicas (PMPs) (Wasserman *et al.*, 2022; 2023), que surgem empiricamente a partir da reformulação de um curso de Análise Real e, posteriormente, são exploradas a partir da perspectiva de professores do Ensino Secundário[3].

O conceito de PMP representa a interseção de dois domínios de práticas: as Práticas Matemáticas como aquelas ações que matemáticos realizam, como provar e definir; e as Práticas Pedagógicas, sendo ações e rotinas de sala de aula realizadas pelo professor de Matemática. As PMPs são definidas como ações, atividades, hábitos, processos ou normas que podem ser produtivas tanto como prática matemática quanto como prática pedagógica.

A principal finalidade das PMPs é permitir que professores em formação desenvolvam compreensões pedagógicas a partir do engajamento com o conteúdo da Matemática Acadêmica. Ao focar explicitamente nas PMPs, o modelo de Wasserman *et al.* (2016) busca evitar que o professor/futuro professor utilize o que os autores chamam de *modelo de transporte* em que o valor do conhecimento matemático acadêmico depende da capacidade de transportar literalmente a explicação formal para a sala de aula do Ensino Médio. Em vez disso, o foco passa a ser o desenvolvimento de práticas matemáticas que informam a prática docente.

O presente estudo utilizou um conjunto de oito Práticas Matemáticas Pedagógicas (PMPs), selecionadas e adaptadas a partir dos trabalhos de Wasserman *et al.* (2022; 2023). No Quadro 1 apresentamos essas PMPs.

Quadro 1 - Práticas Matemáticas Pedagógicas.

Prática Matemática Pedagógica		Descrição
1	Reconhecer e revisitar suposições e restrições matemáticas	Trata-se de identificar suposições e restrições que fundamentam as afirmações matemáticas e manifesta-se quando o futuro professor avalia argumentos dos estudantes, reconhecendo o que está sendo assumido em suas falas e respostas.
2	Utilizar casos especiais para testar ou ilustrar ideias matemáticas	Envolve a consideração e o uso de casos específicos para ilustrar um caso mais complexo. Considerar o uso de casos especiais por parte dos estudantes pode ser um recurso didático para que o futuro professor interprete suas afirmações.

3 O que corresponde, no contexto brasileiro, a professores do Ensino Médio.

3	Usar múltiplas representações	Envolve a identificação de formas de representar um problema, conceito ou seus aspectos. O uso de representações múltiplas (como visual, numérica, gráfica) pode ajudar a conectar o formalismo com o raciocínio informal.
4	Evitar o uso de regras sem explicações matemáticas	Exige que se forneçam explicações por trás de uma regra. Pedagogicamente, o futuro professor mobiliza essa prática ao buscar a compreensão dos estudantes, em lugar da memorização.
5	Buscar e usar múltiplas explicações	Consiste em buscar diferentes maneiras de abordar o mesmo problema ou conceito. No ensino, ter múltiplas abordagens pode ajudar diferentes estudantes com formas distintas de aprender.
6	Demonstrar afirmações	Refere-se à construção de argumentos para justificar afirmações matemáticas e é mobilizada quando o futuro professor buscar compreendê-los dentro do contexto escolar, propondo intervenções didáticas.
7	Usar objetos mais simples para estudar objetos mais complexos	Essa prática é mobilizada ao se obter conclusões sobre objetos menos conhecidos a partir de objetos familiares. Pedagogicamente, valoriza o uso de linguagem mais simples ou informal, como a utilizada pelos estudantes, como recurso para comunicar noções matemáticas mais sofisticadas.
8	Usar a lógica como base para explicações	Esta prática foca em expor a lógica como sustentação da interpretação matemática. Sua mobilização pode ajudar o professor a diagnosticar como o estudante está interpretando o conteúdo ou a lógica de uma afirmação.

Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Wasserman *et al.* (2022, 2023).

3. METODOLOGIA

O estudo se desenvolve em uma abordagem qualitativa, de natureza interpretativo-descritiva (Amado, 2014), investigando a aprendizagem profissional de futuros professores em uma comunidade de prática. Adotamos o método do *Design-Based Research* (Akker *et al.*, 2006; Cobb *et al.*, 2003), entendido como um processo cíclico que articula teoria e prática em contextos reais de ensino. O estudo organiza-se em três microciclos de DBR, nos quais Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAPs) foram concebidas, implementadas, analisadas e progressivamente refinadas. Cada microciclo envolveu a recolha e análise de dados provenientes de interações em pequenos grupos, de protocolos escritos e de discussões plenárias.

3.1 CONTEXTO E PARTICIPANTES DO ESTUDO

A recolha de dados ocorreu no Instituto Federal de São Paulo (IFSP), instituição de ensino superior que oferece, entre outros, o curso de Licenciatura em Matemática. Com um corpo discente diverso, proveniente de diferentes localidades e contextos socioeconômicos da região metropolitana, o IFSP constitui um espaço singular por reunir simultaneamente Ensino Médio e Licenciatura, configurando-se como cenário favorável à investigação proposta.

A pesquisa[4] foi desenvolvida em uma disciplina de Análise Real cursada por 14 futuros professores no oitavo semestre da Licenciatura. O formador responsável pela disciplina, e que organizou seu planejamento ao longo do semestre, dedicou três aulas, de 3 horas cada, para que fossem conduzidas como encontros formativos e para a realização do estudo. O intervalo entre cada microciclo (cada TAP) foi de aproximadamente um mês.

Assim, o processo formativo estruturou-se em três encontros, cada um centrado em uma Tarefa de Aprendizagem Profissional (TAP). Além dos futuros professores, participaram o professor da disciplina (formador) e o primeiro autor do presente artigo, que realizou intervenções pontuais.

4 Os resultados apresentados neste artigo são parte de uma pesquisa mais ampla, realizado no âmbito de um curso de doutorado do primeiro autor, sob a orientação do segundo autor.

3.2. RECOLHA DE DADOS

A recolha de dados ocorreu durante a vivência de três TAPs, por meio de (i) protocolos escritos advindos do trabalho com as TAPs; (ii) registros em áudio das discussões em pequenos grupos; (iii) registros em vídeo das discussões plenárias mediadas pelo formador.

A TAP-1 buscou promover discussões sobre a equivalência entre diferentes representações decimais, em especial a relação entre 0,4999... e 0,5, buscando favorecer a negociação de significados em torno das ideias de infinito. A TAP-2 abordou a construção do número como soma de uma série infinita, no intuito de promover negociações sobre convergência. Na TAP-3 os futuros professores discutiram sobre a soma de áreas de quadrados em um retângulo áureo, negociando significados acerca das ideias de soma infinita e de convergência.

3.3 SELEÇÃO DOS DADOS

A seleção dos episódios[5] analisados considerou a densidade discursiva e a relevância dos diálogos e registros escritos para evidenciar a negociação de significados. Optou-se por episódios em que emergiam articulações conceituais e argumentativas que permitiriam distinguir as categorias analíticas adotadas.

Esses episódios apresentam: (a) envolvimento dos participantes na produção de justificativas, uso de analogias ou diálogo entre a Matemática Escolar e a Análise Real; (b) tensões interpretativas ou conflitos conceituais; e (c) mobilização de linguagem matemática formal por parte dos futuros professores em articulação com a linguagem matemática informal dos estudantes do Ensino Médio.

3.4 ANÁLISE DOS DADOS

A partir da recolha de dados percorremos o percurso ilustrado na Figura 4.

5 Considerando as diferentes formas pelas quais o termo “episódio” vem sendo utilizado na pesquisa em Educação Matemática, em nosso estudo estamos entendendo episódio como um evento ou experiência específica e delimitada no tempo, estudada em detalhes para entender melhor os processos de ensino e aprendizagem.

Figura 4 - Etapas da análise de dados.

Fonte: Elaborado pelos autores.

A análise dos dados foi apoiada na perspectiva da Análise Qualitativa de Conteúdo (Schreier, 2012), método que consideramos adequado à interpretação de significados em interações e que preservam o caráter contextualizado dos dados.

As categorias foram construídas de forma dedutiva (Schreier, 2012), a partir de aportes teóricos prévios. Inspiradas em Lave e Wenger (1991) e Bruner (1997), elas capturam três movimentos: olhar a prática escolar à luz da Análise Real; reinterpretar a Análise Real a partir da realidade escolar; e retornar à escola com práticas docentes informadas por esse diálogo. Tal enquadramento se aproxima do modelo proposto por Wasserman *et al.* (2016), que articula esses dois movimentos ("construir a partir da prática" e "retornar à prática") no contexto da formação de professores em uma disciplina de Análise Real.

A análise dos dados iniciou-se com a transcrição dos áudios das interações discursivas entre os futuros professores ao vivenciarem as três TAPs. A transcrição foi seguida de uma leitura exploratória para localizar momentos de negociação de significados (matemáticos e didáticos). Foi elaborado um quadro analítico com três categorias mutuamente exclusivas: (A) Significação da Matemática Escolar a partir da Análise Real; (B) Significação da Análise Real a partir da Matemática Escolar; e (C) Significação de aspectos didáticos da Matemática Escolar.

As categorias foram complementadas por oito PMPs no intuito de focalizar a compreensão de cada significação a partir das práticas mobilizadas pelos futuros professores.

Desse modo, codificamos as interações discursivas entre os futuros professores e, entre eles e o formador, atribuindo a cada uma delas duas classificações: a categoria de significação e a(s) PMP(s) mobilizada(s) (Quadro 2).

Quadro 2 - Categorias analíticas.

Negociação de Significados
A. Significação da Matemática Escolar a partir da Análise Real
B. Significação da Análise Real a partir da Matemática Escolar
C. Significação de aspectos Didáticos da Matemática Escolar

Práticas Matemáticas Pedagógicas
1. Reconhecer e revisitar suposições e restrições matemáticas
2. Utilizar casos especiais para testar ou ilustrar ideias matemáticas
3. Usar múltiplas representações
4. Evitar o uso de regras sem explicações matemáticas
5. Buscar e usar múltiplas explicações
6. Demonstrar afirmações
7. Usar objetos mais simples para estudar objetos mais complexos
8. Usar a lógica como base de explicações

Fonte: elaborado pelos autores.

Os momentos em que a negociação de significados, processo mediador da aprendizagem profissional, tornaram visíveis as significações compartilhadas entre os futuros professores foram o foco da análise. Tais momentos constituem-se no meio para a identificação de Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAPs). A análise dessas interações foi orientada e complementada pela triangulação das três categorias de significação (A, B e C) e pelo construto das Práticas Matemáticas Pedagógicas (PMPs). Deste modo, neste estudo, a ocorrência conjunta de uma dessas categorias de significação e a PMP mobilizada é o que caracterizamos como uma oportunidade de aprendizagem profissional.

4. RESULTADOS

Nesta seção, trazemos os resultados de nosso estudo. Os resultados são apresentados a partir da constituição de cinco episódios compostos por evidências advindas dos dados, as quais são interpretadas a partir dos conceitos discutidos anteriormente na seção de enquadramento teórico.

4.1 EPISÓDIO 1 - UMA ALTERNATIVA PARA EXPLICAR A ADIÇÃO DE FRAÇÕES

Neste episódio, os futuros professores (re)significam a operação de adição de frações (Matemática Escolar) a partir da propriedade do elemento neutro da multiplicação (Análise Real). A discussão tem início quando Gabriel propõe resolver a tarefa da TME-1 sem recorrer à regra do Mínimo Múltiplo Comum, optando por justificar a equivalência de frações por meio da multiplicação por 1. A Figura 5 apresenta um trecho da quarta questão que compõe a tarefa matemática do estudante (TME-1).

Figura 5 - Questão 4 da TME-1 (1ª parte da TAP-1).

4) Se $a = \frac{8}{55}$ e $b = \frac{39}{110}$, calcule $a + b$, dê o resultado na forma de fração irredutível e, depois, na forma decimal.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Vejamos o diálogo entre Gabriel e Neusa:

> **Gabriel***: O que a gente precisa fazer para somar frações com denominadores diferentes?*
> **Neusa***: Calcular o mínimo, né?* [Referindo-se ao Mínimo Múltiplo Comum].
> **Gabriel***: A gente pode fazer o MMC ou a gente pode fazer, ó, uso do elemento neutro.*

Na sequência, Gabriel passa a explicar para Neusa como utilizar a propriedade do elemento neutro da multiplicação. A figura 6 mostra o registro desse procedimento no protocolo escrito pelos futuros professores.

Figura 6 - Respostas dos futuros professores à Questão 4 da TME-1.

4) Se $a = \frac{8}{55}$ e $b = \frac{39}{110}$, calcule $a + b$ e dê o resultado na forma de fração irredutível e, depois, na forma decimal.

$$1 \cdot \frac{8}{55} + \frac{39}{110} \cdot 1 = \frac{2}{2} \cdot \frac{8}{55} + \frac{39}{110} \cdot \frac{1}{1} = \frac{16}{110} + \frac{39}{110} = \frac{55 \div 55}{110 \div 55} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

ou

$$\boxed{0,5}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Gabriel, ao invés de acionar a regra do Mínimo Múltiplo Comum (MMC), reconstrói o procedimento multiplicando as frações por 1, baseando-se em fundamentos estruturais da Análise Real e mobilizando a PMP.4 (Evitar o uso de regras sem explicações matemáticas) e a PMP.5 (Buscar e usar múltiplas explicações).

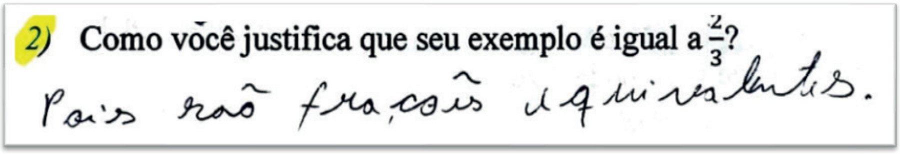
Nota-se, nas falas a seguir, que Neusa identifica essa prática (PMP.4) mobilizada por Gabriel, ao se dar conta de que a regra do MMC foi substituída por uma explicação apoiada em um conhecimento matemático acadêmico, evidência de que a oportunidade de aprendizagem se deu, tanto pela interação discursiva entre os futuros professores, quanto pelo foco colocado por Gabriel na significação da regra do MMC para adição de frações.

> **Neusa***: Ah, e você não precisa calcular o MMC, né?*
> **Gabriel***: Não.*

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 327-353, jan./jun. - Santa Maria, 2025.

Essa disposição pela busca de explicações, ao invés do uso de regras, é coerente com uma postura anterior de Gabriel, manifestada na Questão 2 da TME-1. Após escrever a resposta da questão (Figura 7), Gabriel se dirige ao formador.

Figura 7 - Resposta dos futuros professores à Questão 2 da TME-1.


2) Como você justifica que seu exemplo é igual a $\frac{2}{3}$?

Pois são frações equivalentes.

Fonte: Dados da pesquisa.

Gabriel*: Eu ia perguntar se tinha que fazer um exemplo algébrico, algo assim”*.

A fala de Gabriel mostra que a tarefa matemática atuou como uma condição para que ele considerasse o uso de diferentes registros para esclarecer conceitos, mobilizando assim, a PMP.5. A lançar mão da PMP.5, nota-se o esforço de Gabriel em construir múltiplas formas de justificação, como a menção ao uso de um exemplo algébrico, revelando uma disposição para transitar entre registros e diferentes níveis de formalização.

Os registros apresentados evidenciam que o grupo evita a aplicação mecânica de uma regra (PMP.4), procurando uma explicação apoiada em significados matemáticos estruturais, o que torna visível a articulação entre as matemáticas acadêmica e escolar.

Em síntese, os excertos analisados revelam que os futuros professores mobilizam, de forma articulada, a PMP.4 e a PMP.5. A primeira emerge na crítica à aplicação de regras sem compreensão conceitual; a segunda, nas tentativas de construir diferentes formas de explicação para justificar a adição de frações. Essas práticas ocorrem em um ambiente de interação coletiva, no qual os futuros professores negociam significados, articulando a Matemática Escolar à Análise Real.

Esse movimento aponta para uma significação da Matemática Escolar a partir da Análise Real, caracterizando o episódio como pertencente à Categoria A. Trata-se de uma negociação de significados em que os participantes buscam compreender e reinterpretar conceitos matemáticos, mobilizando conhecimentos acadêmicos em favor da construção de estratégias didáticas mais fundamentadas.

4.2 EPISÓDIO 2 - ÉPSILON E A MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

No Episódio 2, identificado a partir do item (a) da 4ª parte da TAP-1 (Figura 8), observa-se que a negociação de significados se desenvolve a partir de uma busca por simplificação da linguagem, ou seja, uma significação de um objeto da Análise Real.

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 327-353,
jan./jun. - Santa Maria, 2025.

Figura 8 - Enunciado do item (a) da 4ª parte da TAP-1.

4ª parte: Conectando a Análise Real com a matemática do Ensino Médio

a) Vejamos uma definição de igualdade no contexto da Análise Real. Que relação(ões) você identifica entre essa proposição e a tarefa matemática dos estudantes?

$$\boxed{\text{Se } |a-b| < \varepsilon, \forall\, \varepsilon > 0, \text{ então } a = b.}$$

> **Gabriel**: *Ó, a gente tem os Reais aqui, certo? Aqui a gente tem o zero, beleza?* [Nesse momento Gabriel traça uma representação da reta real e marca um ponto na reta para representar o zero]. *O épsilon tem que ser qualquer valor para cá, certo?* [Indicando o lado da reta à direita do zero].
> **Herbert**: *Positivo.*
> **Gabriel**: *Então, o zero para lá* [Apontando para a esquerda de *épsilon*]. *Agora, se essa diferença for menor que o épsilon... então, tipo, épsilon tem que ficar por aqui* [Apontando para a direita do zero], *certo? Se essa diferença for menor do que ele [épsilon], ela vai estar aqui* [Apontando para o intervalo entre zero e épsilon], *certo? Então, tipo, a diferença é menor que o próprio épsilon. Beleza.*
> **Jean**: *Como que o "a" vai ser igual a "b"? Só se épsilon for muito pequeno, eu acho.*
> **Gabriel**: *Se você faz isso daqui, ó...*
> **Jean**: *Você vai chegar muito perto da diferença de zero.*
> **Gabriel**: *Ó, você faz aqui, zero, e o épsilon...*
> **Jean**: *Vamos pensar se o épsilon for zero...se o épsilon for zero...*
> **Gabriel**: *Essa diferença, é...se o épsilon for, tipo, zero vírgula, zero, zero, zero, um. Certo? O que que "cê" acha? Aqui "cê" tem o zero e o épsilon deu isso aqui* [0,0001]. *Se essa diferença* [a - b] *for menor que o épsilon, esse número vai estar aqui* [indicando o intervalo entre zero e épsilon], *certo?*
> **Herbert**: *Correto, o épsilon já é pequeno, né?*

Gabriel clarifica que deve se localizar à direita do zero (PMP.1 - Reconhecer e revisitar suposições e restrições matemáticas), relacionando-o, em seguida, à diferença entre "a" e "b" e buscando visualizar essa compreensão por meio de um esquema visual.

Jean complementa, em linguagem natural, que ϵ deve ser "muito pequeno" de modo que o "'a' vai ser igual a 'b'", chegando a propor, na sequência do diálogo, o caso de $\epsilon=0$. Apesar da tentativa equivocada de atribuir esse valor a ϵ, Jean mobiliza a PMP.2 (Utilizar casos especiais para testar ou ilustrar ideias matemáticas), já que busca uma explicação para a situação, apoiando-se em um caso particular.

A sugestão de Jean não é acatada pelo grupo. Gabriel retoma o caso de um épsilon maior que zero (0,0001) para discutir a situação em jogo, adequando a discussão à restrição de épsilon na definição de igualdade ($\varepsilon>0$), ao que Herbert complementa afirmando que o épsilon já é pequeno. Consideramos que essa afirmação pode sinalizar que Herbert entende o papel de épsilon na definição ou que, está buscando compreender esse papel.

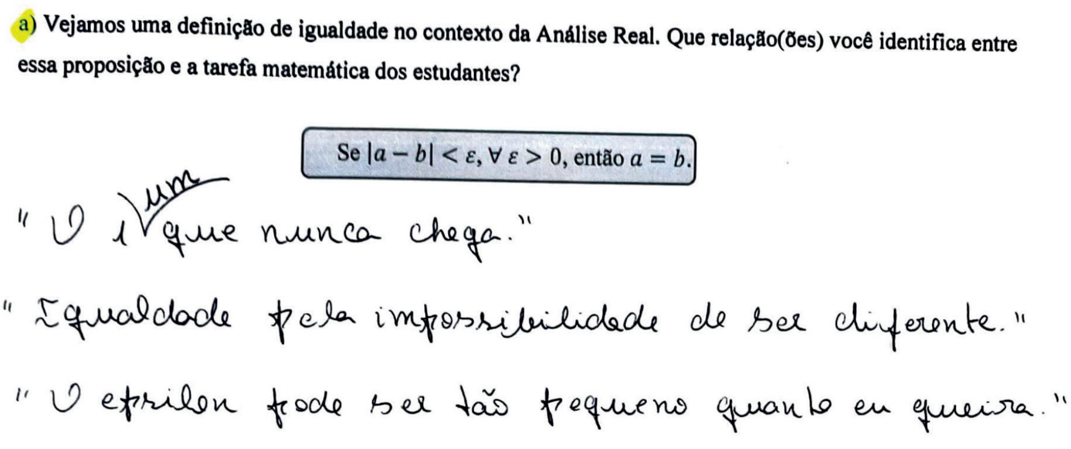
Em outro momento da discussão os futuros professores negociam o significado de ϵ.

> **Jean**: *Não faz sentido o épsilon ser grande. Porque, por exemplo, assim, o épsilon entra nessa definição da 0,9 dízima, como se esse pedacinho bem pequeno ali, do 0,9 até chegar no 1 fosse desprezível, mas matematicamente não é nem desprezível. Aliás, é exatamente igual. Então, esse épsilon de fato eu acho tem que ser muito pequeno, para isso acontecer.*
> **Herbert**: *Positivo, né? Vai estar naquele intervalo ali* [Referindo-se ao intervalo entre 0,999... e 1].
> **Jean**: *Positivo. Apesar de ser pequeno, é positivo. Porque de zero vírgula qualquer coisa já é positivo. Mas tem que ser pequeno.*
> **Neusa**: *Então, mas esse épsilon não tem um valor específico? Ou a gente que atribui valor pro épsilon?*
> **Jean**: *Eu acho que não tem nem como atribuir um valor pro épsilon.*
> **Neusa**: *Ele é um valor tão pequeno, tão pequeno...*
> **Jean**: *Tão pequeno, é ... a professora chama de "tão pequeno quanto eu queira".*

As expressões "muito pequeno", "tão pequeno quanto se queira", denotam essa busca por uma significação de épsilon. Jean sugere que o épsilon, um elemento muito presente na Análise Real, deve ser menor que a diferença entre 0,999... e 1 (elemento da Matemática Escolar). Assim, tomando-se as discussões entre os futuros professores, identificamos uma oportunidade de aprendizagem em que a formalização de um conceito da Análise Real (o épsilon), ocorre a partir de significados já disponíveis em seu repertório escolar (a diferença entre 0,999... e 1), oportunidade que emerge coletivamente no grupo.

Essas interpretações ganham reforço no protocolo escrito do grupo (Figura 9), onde os futuros professores relacionam a proposição da Análise Real com a Tarefa Matemática dos Estudantes.

Figura 9 - Resposta escrita dos futuros professores ao item (a) da 4ª Parte da TAP-1.



a) Vejamos uma definição de igualdade no contexto da Análise Real. Que relação(ões) você identifica entre essa proposição e a tarefa matemática dos estudantes?

$$\boxed{\text{Se } |a-b| < \varepsilon, \forall \varepsilon > 0, \text{ então } a = b.}$$

"O 1 um que nunca chega."

"Igualdade pela impossibilidade de ser diferente."

"O epsilon pode ser tão pequeno quanto eu queira."

Fonte: Dados da pesquisa.

Entendemos que os futuros professores demonstraram no protocolo escrito que foram capazes de identificarem três relações centrais: (1) A citação direta do que foi dito por um estudante do Ensino Médio, "o 1 que nunca chega", aproximando a noção de limite (Análise Real) da representação decimal dos estudantes (Matemática Escolar); (2) A interpretação da igualdade como “impossibilidade de ser diferente”, destacando um aspecto lógico da proposição como critério para afirmá-la; e (3) A afirmação de que “o épsilon pode ser tão pequeno quanto se queira”, reforçando a compreensão do caráter infinitesimal e variável dessa quantidade.

Nesse episódio os futuros professores mobilizam, de forma articulada, a PMP.1, ao tratar das restrições da definição de igualdade com ε, e a PMP.2, ao explorar casos particulares para compreender seu significado. A aprendizagem consiste na construção coletiva de significados para ε, articulando rigor formal e intuições escolares por meio de exemplos, linguagem acessível e representações visuais.

Esse movimento caracteriza o episódio como pertencente à Categoria B, ao evidenciar uma significação da Análise Real a partir da Matemática Escolar. Trata-se de uma negociação de significados em que ε é reinterpretado, favorecendo sua apropriação no contexto da formação docente.

4.3 EPISÓDIO 3 - DIFERENÇA ENTRE SEQUÊNCIAS E SÉRIES E A INFORMALIDADE DA ESCRITA MATEMÁTICA DOS ESTUDANTES.

Na Questão 4 da TME-2 foram apresentadas tabelas preenchidas para valores de *x* de 1 a 8. Destacamos aqui a tabela (Figura 10) da função dada por $f(x) = \frac{x}{x+1}$ e da soma $S_f(x)$, onde *x* é um inteiro positivo.

Figura 10 - Tabela da Questão 4 da TEM-2 com os valores de *f(x)* e $S_f(x)$.

Veja o que acontece quando completamos essas mesmas tabelas até o 8º termo.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	0,5000	0,6667	0,7500	0,8000	0,8333	0,8571	0,8750	0,8889
$S_f(x)$	0,5000	1,1667	1,9167	2,7167	3,5500	4,4071	5,2821	6,1710

Fonte: Elaborado pelos autores.

Trazemos na Figura 11 a resposta dos estudantes do Ensino Médio - Grupo A à Questão 4, referente à função *f*.

Figura 11 - Questão 4 da TME-2 (resposta dos estudantes do Ensino Médio - Grupo A)

4) As somas S_f, S_g e S_h estão crescendo, mas cada uma tem seu jeito próprio de crescer. O que você acha que causa essa diferença nos crescimentos dessas somas?

A sequência f sempre será um número dividido pelo seu sucessor, logo haverá o crescimento, mas ao decorrer diminui, porém continua crescendo.

Fonte: Dados da pesquisa.

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 327-353, jan./jun. - Santa Maria, 2025.

A análise da justificativa escrita dos estudantes do Grupo A se inicia com a fala seguinte, de Jean, mostrando que essa resposta dos estudantes para a Questão 4 da TME-2 foi objeto de crítica, do ponto de vista conceitual.

> **Jean***: Pra mim, assim: tem umas certas incoerências aqui. Por exemplo...começa falando assim: "A sequência f será sempre um número dividido pelo seu sucessor", beleza. A interpretação da função. Aí fala assim: "Logo, haverá o crescimento, mas ao decorrer, diminui, porém continua crescendo". Como que ele pode relacionar crescimento com termos da sequência? Crescimento é relacionado a soma, não sequência. Então tem que haver uma diferenciação entre sequência e soma. Parece que juntou as duas coisas.*

Nessa fala, Jean evidencia seu esforço em tensionar a resposta dos estudantes a partir do rigor esperado, questionando a coerência no uso dos termos "sequência" e "soma". Essa postura ilustra a mobilização da PMP.1 (Reconhecer e revisitar suposições e restrições matemáticas), na medida em que Jean busca a precisão terminológica. Por outro lado, ao interpretar, a partir da redação dos estudantes, que eles confundem os valores de $f(x)$ com as somas $S_f\,(x)$, Jean parece ignorar a possibilidade de que os estudantes estivessem, na verdade, tentando descrever um fenômeno matematicamente legítimo: o crescimento contínuo da soma com incrementos cada vez menores.

Posteriormente, durante a discussão coletiva com a turma toda, Jean reitera sua preocupação.

> ***Jean**: Eu acho que o que está mais aparecendo aqui pra gente é a diferença entre a soma e as sequências*.

As discussões lideradas por Jean, parece evidenciar o papel que a resposta dos estudantes do Ensino Médio (um registro de prática autêntica), e que compõe a TAP, ganha ao oportunizar que o futuro professor lance mão de práticas como a PMP.1.

O futuro professor Jean, ainda que crítico quanto à precisão dos termos utilizados pelos estudantes, demonstra levar em consideração o contexto escolar ao se posicionar na discussão plenária:

> **Jean**: *Quando a gente olha assim, 'permanece constante', a nossa tendência, pelo menos a minha, é 'tá, constante', já tem uma certa definição do que é constante. Mas aí, transcrevendo para o que eles quiseram dizer, aí eu acho que a gente entendeu o que eles tentaram fazer, mas em conflito com o que a gente conhece, é bem diferente.*

Essa fala sugere uma interpretação da produção dos estudantes, indicando uma disposição em compreender suas intenções, mesmo quando a terminologia utilizada diverge do rigor acadêmico (da Análise Real, por exemplo). Essa disposição evidencia uma oportunidade de aprendizagem profissional ao promover a reflexão sobre o uso da linguagem matemática e suas interpretações no contexto escolar.

Os excertos analisados revelam que os futuros professores mobilizam simultaneamente a PMP.1, ao discutir o uso adequado de termos matemáticos, e a PMP.7 (Usar objetos mais simples para estudar objetos mais complexos), ao considerar formas mais acessíveis de comunicação de ideias complexas, como a convergência de séries. A aprendizagem, nesse caso, refere-se à construção de critérios de precisão conceitual e de adequação didática da linguagem, desenvolvida por

VIDYA

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 327-353, jan./jun. - Santa Maria, 2025.

meio da análise coletiva de justificativas de estudantes e viabilizada pelas interações entre os colegas durante a discussão em grupo e na plenária.

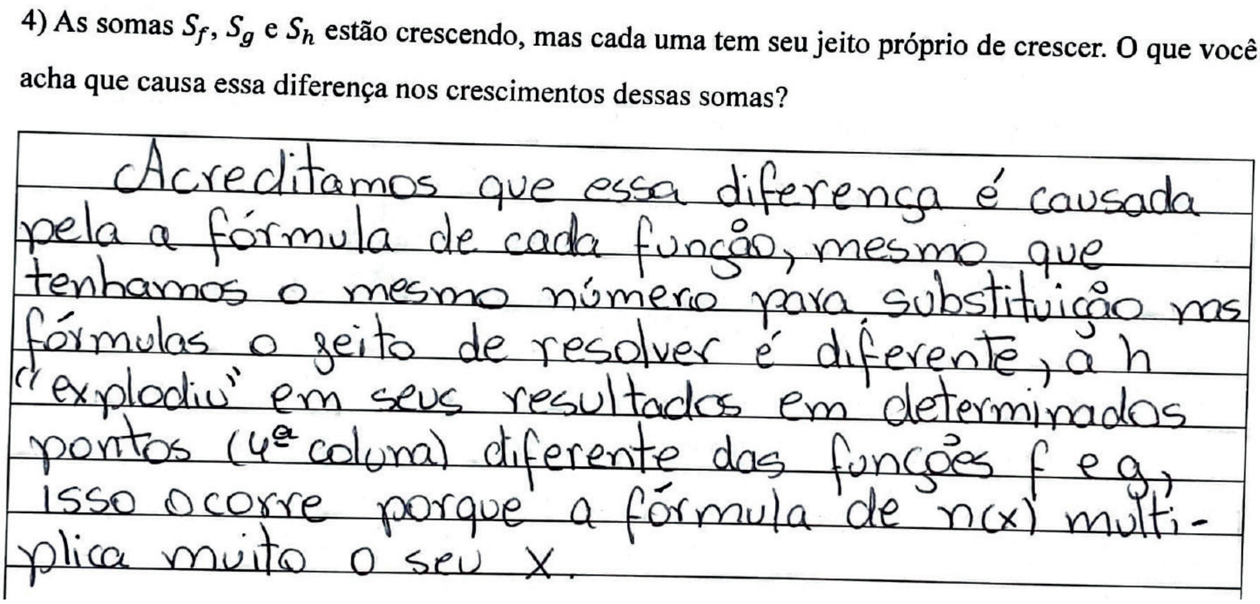
A articulação entre essas duas práticas aponta para um movimento de significação da Matemática escolar a partir da Análise Real, caracterizando este episódio como pertencente à Categoria A. Trata-se de uma negociação de significados em que se busca compreender e reinterpretar conceitos matemáticos, levando em conta tanto a precisão conceitual quanto as estratégias didáticas.

4.4 EPISÓDIO 4 - PERCEPÇÕES E REPRESENTAÇÕES DAS NOÇÕES DE CONVERGÊNCIA E DIVERGÊNCIA POR ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

Ao mesmo tempo em que os futuros professores buscam rigor conceitual, observa-se que a linguagem informal dos estudantes é legitimada como um recurso de expressão de ideias matemáticas.

Na resposta dos estudantes do Ensino Médio - Grupo G à Questão 4 da TME-2 (Figura 12), a palavra “explodiu” chama a atenção dos futuros professores.

Figura 12 - Questão 4 da TME-2 (resposta dos estudantes do Grupo G).



4) As somas S_f, S_g e S_h estão crescendo, mas cada uma tem seu jeito próprio de crescer. O que você acha que causa essa diferença nos crescimentos dessas somas?

Acreditamos que essa diferença é causada pela a fórmula de cada função, mesmo que tenhamos o mesmo número para substituição nas fórmulas o jeito de resolver é diferente, a h "explodiu" em seus resultados em determinados pontos (4ª coluna) diferente das funções f e g, isso ocorre porque a fórmula de h(x) multiplica muito o seu x.

Fonte: Dados da pesquisa.

> **Gabriel**: *Essa parte aqui que... “mesmo que tenhamos o mesmo número para a substituição nas fórmulas, o jeito de resolver é diferente, a h explodiu”. Por mais que seja um termo irreverente...*
> **Jean**: *Não tem sentido!*
> **Gabriel**: *Não!!!!* [discordando de Jean] *...total sentido. É uma forma dele* [o estudante do Ensino Médio] *olhar e falar: “Não, ó, isso daqui tá diferente”. Eu acho que essa ideia de entender que o h explodiu, que cresce muito, né? Eu acho que ele compreende essa diferença. É simplório? É, mas compreende.*

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 327-353,
jan./jun. - Santa Maria, 2025.

Nesse caso, embora o vocabulário utilizado pelos estudantes do Ensino Médio seja marcado pela informalidade, Gabriel reconhece seu valor comunicativo ao perceber que ele expressa, de modo intuitivo, uma ideia correta sobre a divergência da função . Entendemos tal reconhecimento como uma evidência da mobilização da PMP.7 (Usar objetos mais simples para estudar objetos mais complexos), visto que Gabriel valoriza o uso de uma linguagem mais simples, normalmente utilizada no contexto da escola, como recurso legítimo para comunicar uma noção matemática sofisticada (da Análise Real).

O consenso do grupo em relação ao uso do termo "explodiu" é ilustrado pela resposta dos futuros professores no protocolo escrito.

Figura 13 - Respostas dos futuros professores à Questão 3 da TAP-2.

3) Destaque, nas respostas de cada grupo, uma palavra ou um trecho em que você entende que foi identificada a causa da diferença entre os crescimentos das somas. Justifique suas escolhas.

No grupo 6 a palavra "explodiu" exemplifica bem o entendimento sobre o crescimento da função e da diferença entre as demais.

Fonte: Dados da pesquisa.

A análise do protocolo nos revela que os futuros professores reconhecem, na palavra "explodiu", um indício de compreensão conceitual por parte dos estudantes, ao relacionarem o termo a uma percepção intuitiva de crescimento rápido da função e à diferenciação entre comportamentos de crescimento distintos. Essa leitura, construída coletivamente por Gabriel e Jean, evidencia uma escuta atenta às formas de expressão dos estudantes e uma disposição para traduzir enunciados informais em significados matemáticos mais precisos.

Em um momento posterior, a questão 5 da TAP-2 (Figura 13) se apresenta como condição para que os futuros professores tenham a oportunidade de mobilizar a PMP.7, o que ocorreu anteriormente (Questão 4, Figura 12) de forma espontânea e que agora, na Figura 14, se manifesta por um comando da TAP-2.

Figura 14 - Enunciado da Questão 5 da TAP-2.

5) Os três grupos utilizaram expressões que fazem referência à noção de tempo: "uma hora", "um momento" e "algum momento". Essas expressões estão relacionadas a que conceito matemático?

Fonte: Dados da pesquisa.

> **Gabriel** *[em resposta à Questão 5]: Convergência, né? Uma hora vai chegar naquilo. Mas aqui não dá para usar a palavra convergência com eles, né?*
> **Herbert***: A palavra convergência dá para usar. Converge, vai tendendo.*
> **Gabriel***: Então posso usar convergência?*
> **Neusa***: Uhum.*

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 327-353,
jan./jun. - Santa Maria, 2025.

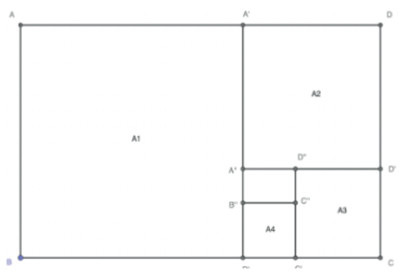
Das falas de Gabriel e Hebert é possível depreender a mobilização da PMP.7, aproximando expressões informais de conceitos da Análise Real, como o de convergência. A discussão indica que os futuros professores reconhecem significados matemáticos válidos nessas expressões, mesmo que formuladas de modo não acadêmico, ou seja, uma oportunidade de aprendizagem em que os futuros professores identificam compreensões intuitivas que podem ser legitimadas e aprofundadas no contexto da formação docente.

As interações deste episódio evidenciam que os futuros professores reconhecem e valorizam formas intuitivas de expressão utilizadas pelos estudantes do Ensino Médio, interpretando-as como representações legítimas de conceitos mais complexos, como divergência e convergência. Esse reconhecimento revela a mobilização da PMP.7 ao atribuírem sentido matemático a termos não acadêmicos e ao utilizarem-nos como ponto de partida para discussões conceituais. O episódio mostra, assim, uma oportunidade de aprendizagem profissional em que se busca comunicar noções sofisticadas da Análise Real por meio da linguagem escolar. Ao estabelecer essa ponte entre registros informais e ideias formais, os futuros professores constroem significados compartilhados que articulam Matemática Acadêmica e Matemática Escolar, caracterizando este episódio como pertencente à Categoria A.

4.5 EPISÓDIO 5 - A TENSÃO ENTRE O FINITO E O INFINITO PARA OS ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

Na TME-3, a professora do Ensino Médio mostrou aos estudantes como construir uma sequência de quadrados a partir de um retângulo áureo. Após a explicação, os estudantes receberam uma folha A4 com a figura que resultou da explicação da professora e uma questão a ser respondida (Figura 15).

Figura 15 - Enunciado da Questão da TME-3.



Tarefa Matemática: "Quadrados infinitos"

A soma das áreas dos infinitos quadrados, obtidos dessa maneira, é exatamente igual à área do retângulo ABCD? Por quê?

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na 2ª parte da TAP-3 (Figura 16), os futuros professores discutiram possíveis respostas dos estudantes à TME-3 apresentada acima.

Figura 16 - Enunciado da Questão 1 da TAP-3.

2ª Parte: Antecipação das respostas dos estudantes.

1) Quais justificativas vocês esperam de estudantes que responderam que as áreas são iguais?

Fonte: Elaborado pelos autores.

A partir do trabalho em pequenos grupos, observamos o diálogo entre Laura e Neusa, acerca da discussão sobre a 2a parte da TAP-3 (Figura 15):

> **Lara***: Eu acho que eles responderiam que estão confusos. Porque, como que uma soma infinita pode resultar em um valor? Bom, sei lá, pensando em um estudante* [do Ensino Médio]*, eu diria que ele não saberia como faria a soma, mas que, olhando geometricamente, dá para ver que o quadrado é fechado e que o resultado* [área] *é um valor específico.*
> **Neusa***: É, eles vão enxergar que os infinitos quadrados é uma fração do total, né? Então, quando a gente divide...por exemplo, se ele começasse pela metade, seria até mais fácil de visualizar, né? Então, aqui, quando a gente começa a dividir, a gente começa a enxergar melhor.*
> **Lara***: E, também, é porque aqui acontece um fenômeno da infinitude, né? Porque você sempre vai poder dividir.*

As futuras professoras manifestam inquietação sobre como os estudantes lidariam com a ideia de soma infinita, antecipando a dificuldade em aceitar que somas infinitas podem gerar uma quantidade finita (valor numérico).

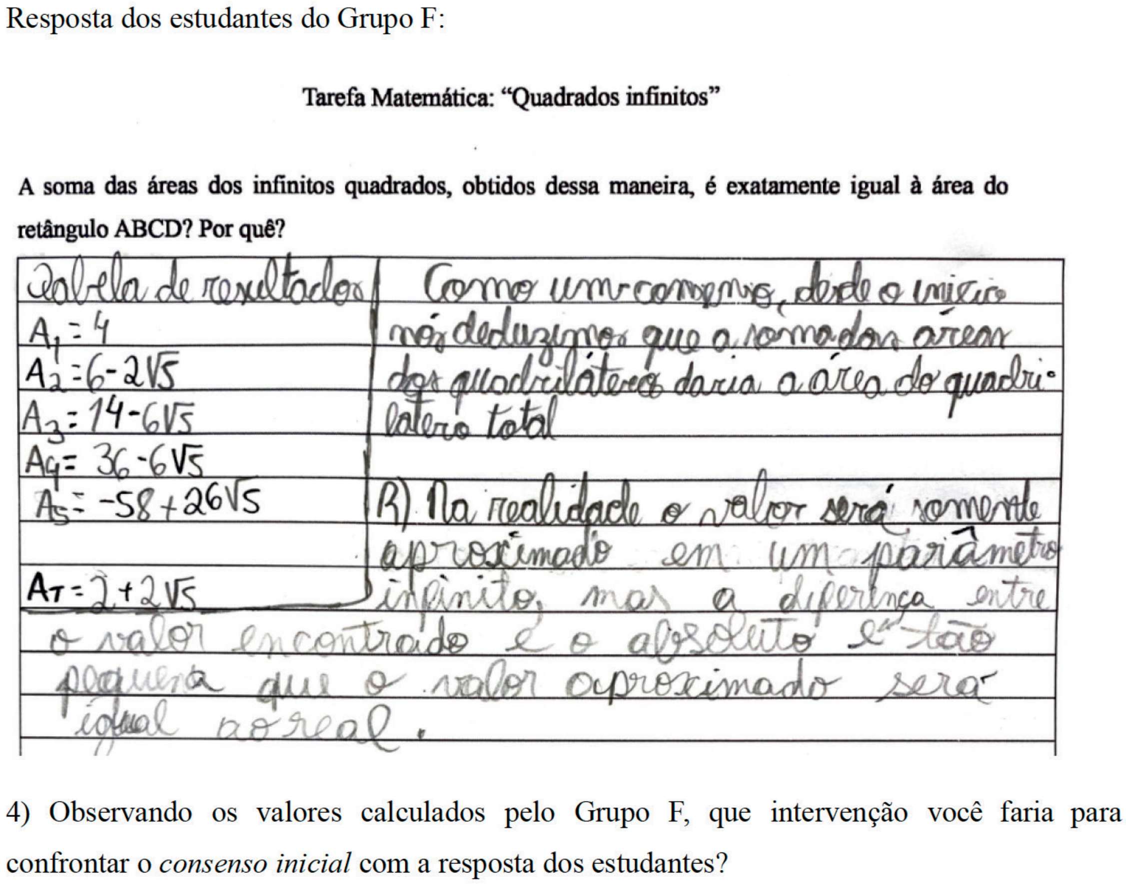
Lara inicia a discussão projetando a dúvida: "*Como que uma soma infinita pode resultar em um valor?*", preocupação que remete à dificuldade de entender séries infinitas (elemento da Análise Real). Na sequência, Neusa sugere uma forma alternativa de visualização, propondo uma mediação didática baseada na exploração do caráter geométrico da situação. Com isso, entende-se que Neusa mobiliza a PMP.3 (Usar múltiplas representações), apontando para o uso de uma linguagem visual e intuitiva como forma de acesso à compreensão do conceito.

Além disso, quando Neusa afirma que "se ele começasse pela metade, seria até mais fácil de visualizar", está propondo um caso particular como recurso para elucidar a situação matemática mais ampla, sugestão que evidencia a mobilização da PMP.2 (Usar casos especiais para testar ou ilustrar ideias matemáticas), ao empregar a divisão inicial por dois como exemplo facilitador da compreensão da soma infinita.

Essa análise, centrada na antecipação de dificuldades dos estudantes e na compreensão de como o conceito de infinito pode ser mal compreendido, caracteriza-se como Significação de aspectos didáticos da Matemática Escolar (Categoria C).

Ao analisarem a resposta dos estudantes do Ensino Médio (Grupo F), o que era solicitado pela questão 4 da TAP-3 (Figura 17), as futuras professoras trazem para a discussão coletiva a generalização da soma de infinitas áreas, mobilizando a PMP.6 (Demonstrar afirmações).

Figura 17 - Enunciado da Questão 1 da TAP-3.



Resposta dos estudantes do Grupo F:

Tarefa Matemática: "Quadrados infinitos"

A soma das áreas dos infinitos quadrados, obtidos dessa maneira, é exatamente igual à área do retângulo ABCD? Por quê?

Tabela de resultados
$A_1 = 4$
$A_2 = 6 - 2\sqrt{5}$
$A_3 = 14 - 6\sqrt{5}$
$A_4 = 36 - 6\sqrt{5}$
$A_5 = -58 + 26\sqrt{5}$
$A_T = 2 + 2\sqrt{5}$

Como um consenso, desde o início nós deduzimos que a soma das áreas dos quadriláteros daria a área do quadrilátero total

R) Na realidade o valor será somente aproximado em um parâmetro infinito, mas a diferença entre o valor encontrado e o absoluto é tão pequena que o valor aproximado será igual ao real.

4) Observando os valores calculados pelo Grupo F, que intervenção você faria para confrontar o *consenso inicial* com a resposta dos estudantes?

Fonte: Dados da pesquisa.

Nas falas de Lara e Neusa, identificamos que a discussão parece levar à significação da Matemática Escolar a partir da Análise Real, uma vez que elas buscam introduzir a ideia de generalização como aspecto central da justificativa matemática esperada para a tarefa.

> **Lara**: *Ele dividiu...ele pegou o retângulo, dividiu um quadrado e sobrou isso* [Apontando para o primeiro retângulo restante]. *Aí ele pegou isso aqui* [O primeiro retângulo restante], *achou um quadrado e sobrou isso aqui* [Apontando para o segundo retângulo restante]. *Aí ele pegou isso aqui* [O segundo retângulo restante], *dividiu, tirou um quadrado e sobrou isso aqui* [O terceiro retângulo restante]. *Aí ele dividiu...sobrou um quadrado aqui, aí ele dividiria de novo...sobraria um retângulo aqui.* [Apontando para o quarto retângulo restante].
> **Neusa**: *Que ele dividiria de novo. Sobraria esse retângulo* [O quinto retângulo restante].
> **Lara**: *Isso, aí ele dividiria...entendeu? É infinita essa operação. A intervenção que eu faria aqui é o seguinte. Que eles somaram cinco áreas, mas essa soma, ela é infinita. Como que eles vão...entende? Como que eles ampliariam isso? Eles não generalizaram a ponto de mostrar que todas as áreas funcionam.*
> **Neusa**: *Ah, sim. Isso, generalizar, né?*

Lara inicia reconstituindo o raciocínio dos estudantes e apontando a ausência de uma generalização que permita extrapolar a soma de cinco áreas para uma soma infinita. A proposta de intervenção que se segue, revela a mobilização da PMP.6, na medida em que Lara busca ir além da resposta dos estudantes, centrada em exemplos finitos, apontando a necessidade de um raciocínio que sustente a infinitude do processo e sua convergência.

Em sua próxima fala, ao propor uma analogia com o uso do número ϖ, Lara ilustra a ideia de aproximações sucessivas.

> **Lara**: *Eles somaram só 5 áreas! Se você vai aumentando o número de casas, você vai aumentando seu número, tipo assim, você quer um exemplo disso? Quando os engenheiros vão usar o pi. Por que que às vezes usa 3, às vezes usa 3,14, às vezes usa 3, vírgula, não sei quantas casas à frente. Você vai aumentando isso.*

A analogia sugere uma aproximação progressiva de um valor-limite (neste caso, a área total do retângulo) e pode ser interpretada como uma manifestação da PMP.5 (Buscar e usar diferentes explicações para o mesmo objeto), uma vez que Lara recorre a um exemplo externo ao problema (o uso de ϖ em contextos aplicados) para esclarecer o conceito de aproximação por etapas.

As falas das futuras professoras expressam um movimento de ampliação do raciocínio, buscando reinterpretar uma tarefa da Matemática Escolar à luz de ideias da Análise Real, como a aproximação de um valor-limite por meio de somas infinitas.

Essa articulação entre visualização geométrica, somas infinitas e raciocínio aproximativo revela que as futuras professoras mobilizam simultaneamente a PMP.2, ao propor casos particulares que favorecem a compreensão, a PMP.3, ao utilizar representações visuais, a PMP.5, ao recorrer a analogias para explicar a aproximação a um valor-limite, e a PMP.6, ao buscar formas de demonstrar generalizações a partir das respostas dos estudantes. A análise sugere que a interação com as ideias dos estudantes impulsiona a construção de explicações progressivas, que aproximam o raciocínio escolar de conceitos da Análise Real.

Nesse processo, as futuras professoras atribuem significados didáticos à noção de limite por meio de somas infinitas, reinterpretando uma tarefa da Matemática Escolar a partir de conhecimentos acadêmicos. Trata-se, portanto, de uma negociação de significados que caracteriza este episódio como pertencente à Categoria A, na medida em que envolve a reconstrução de sentidos escolares à luz da Análise Real, com foco tanto na compreensão conceitual quanto na comunicação didática.

5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Iniciamos a seção interpretando os resultados apresentados anteriormente e integrando-os às categorias de significação (A, B e C) e à mobilização de Práticas Matemáticas Pedagógicas (PMP 1 a 8). Tal integração toma por base os autores e os conceitos discutidos no referencial teórico, e sintetizados no Quadro 2, de modo a responder nossa questão de pesquisa.

Os achados de nosso estudo revelam que a negociação de significados, mediada pelas Tarefas de Aprendizagem Profissional, incluindo-se aí, a análise de registros de prática, tornou-se um processo constitutivo da aprendizagem dos futuros professores. Nossos resultados evidenciam uma trajetória de (re)significação recíproca entre Matemática Acadêmica e Matemática Escolar, manifestada nas categorias A e B, o que passamos a explorar a seguir.

A trajetória de (re)significação recíproca observada a partir das interações e respostas escritas dos futuros professores reflete o modelo formativo para o ensino de Análise Real proposto por Wasserman *et al.* (2016), ao estabelecer um trânsito bidirecional entre a Análise Real e a Matemática do Ensino Médio.

Por um lado, a Categoria A (Significação da Matemática Escolar a partir da Análise Real) ilustra o movimento de "retornar à prática", no qual o rigor da Análise Real é acionado para fundamentar conceitos da Matemática Escolar. Por exemplo, no Episódio 1, a mobilização da propriedade do elemento neutro dos números reais para justificar a adição de frações ressignifica a adição de frações. Tal movimento é complementado pela mobilização de PMPs, como evitar regras sem explicações (PMP.4).

De outro lado, a Categoria B (Significação da Análise Real a partir da Matemática Escolar) manifesta o movimento de "construir a partir da prática", utilizando as situações e a linguagem do contexto escolar para ancorar o formalismo e ressignificar conceitos abstratos da Análise Real, como a ideia de infinitésimo.

A mediação desse processo pelas Tarefas de Aprendizagem Profissional (Ribeiro; Ponte, 2020), que incorporaram a análise de registros de prática (Ball; Ben-Peretz; Cohen, 2014), mostrou-se central nesse estudo ao engajar os futuros professores na análise crítica das respostas dos estudantes, potencializaram a mobilização das Práticas Matemáticas Pedagógicas (Wasserman, 2022; Wasserman, 2023), orientando os futuros professores a desenvolver compreensões didáticas e matemáticas. Dessa forma, o estudo evidencia que a ocorrência conjunta das categorias de significação e das PMPs mobilizadas se configura como base empírica para a identificação das Oportunidades de Aprendizagem Profissional.

Outra situação que merece destaque refere-se ao Episódio 2, momento no qual os futuros professores exploram conceitos da Análise Real, como a ideia de infinitésimo, de modo a ressignificá-los ao serem interpretados pela linguagem informal da escola ("muito pequeno"). Nesse movimento de "construir a partir da prática" (*building up from practice*) (Wasserman, *et al.*, 2016) utiliza-se o contexto escolar para ancorar o formalismo e demonstra a mobilização da PMP.3 (Uso de múltiplas representações). Esse achado mostra que a Análise Real pode informar a prática docente, para além de ser um conhecimento tomado de forma isolada. Aqui ressaltamos o uso dos registros de prática como um recurso analítico que colocou o conhecimento matemático dos futuros professores como objeto de estudo (Ball & Cohen, 1999). Essa concretude, ilustrada pela ação dos futuros professores de problematizar a linguagem escolar (o "muito pequeno"), gerou o desequilíbrio para estimular a reconsideração e a investigação mais sistemática da relação entre o formalismo da Análise Real e a adequação didática.

No que se refere à Categoria C (Significação de Aspectos Didáticos), nossos resultados revelam a capacidade dos futuros professores de construir critérios de intervenção a partir da tensão entre as matemáticas Acadêmica e Escolar. A discussão do Episódio 2 desloca o foco do cálculo propriamente dito, para a intervenção didática que poderia ser realizada pelo futuro professor. Ao reconhecer a restrição (PMP.1) e questionar a pertinência do rigor em contextos distintos, os futuros professores ensaiaram formas de agir profissionalmente (Crecci; Fiorentini, 2018) , demonstrando que a negociação de significados levou à construção coletiva de sentidos (Bruner, 1997).

Os episódios, portanto, indicam que a vivência com as TAPs favoreceu o desenvolvimento de uma postura que se manifesta na escuta reconstrutiva (Bruner, 1997) e na análise crítica das produções dos estudantes.

O Modelo PLOT (Ribeiro; Ponte, 2020) e o uso de registros de prática (Ball; Ben-Peretz; Cohen, 2014) propiciaram a articulação do rigor matemático à prática de ensino por meio de um *design* formativo situado e intencional que busca ancorar a aprendizagem em um processo de desenvolvimento profissional coletivo (Crecci; Fiorentini, 2018).

Para apresentar as conclusões de nosso estudo, entendemos por bem retomarmos seu propósito, qual seja, *compreender como a negociação de significados em uma Comunidade de Prática pode oportunizar aprendizagens profissionais acerca da articulação entre Análise Real e Matemática do Ensino Médio*. Nossos resultados parecem ter evidenciado que, por um lado, as tarefas de aprendizagem profissional (Ball; Cohen, 1999) mostraram-se potencializadoras na geração de oportunidades de aprendizagem (Ribeiro; Ponte, 2020) aos futuros professores, especialmente promovendo a mobilização das Práticas Matemáticas Pedagógicas (PMPs) (Wasserman, 2022; Wasserman, 2023). Por outro, notamos que o engajamento dos futuros professores nas interações discursivas evidencia a aprendizagem como participação em comunidades de prática (Lave; Wenger, 1991), onde a linguagem e a intersubjetividade (Bruner, 1997) foram centrais para a construção coletiva de sentidos.

Em síntese, nosso estudo possibilitou favorecer que o rigor e o formalismo da Análise Real levasse a uma fundamentação de conceitos da Matemática Escolar, enquanto o contexto escolar possibilitou ressignificação do formalismo da Análise Real. Em complemento, a negociação de significados didáticos resultou em escolhas didáticas dos futuros professores, situadas no diálogo entre Matemática Acadêmica e Matemática Escolar, articulando assim, precisão e adequação da linguagem na prática docente.

Nossos resultados fornecem uma resposta à questão do estudo ao demonstrar que a negociação de significados em uma comunidade de prática (Lave; Wenger, 1991) oportuniza aprendizagens profissionais (Ribeiro; Ponte, 2020) ao atuar como processo mediador capaz de articular os domínios da Análise Real e da Matemática do Ensino Médio (Wasserman *et al.*, 2016). Verificamos que essa articulação foi favorecida pelas Tarefas de Aprendizagem Profissional, que se mostraram potencializadoras na geração de oportunidades de aprendizagem (OAPs).

Dentre algumas limitações, ressaltamos que este estudo se concentrou em cinco episódios de interações em apenas uma turma de Análise Real, o que impede a generalização dos resultados a outros contextos formativos. Além disso, o curto intervalo de tempo da formação limita a investigação das aprendizagens e dos efeitos dessas práticas na atuação docente dos futuros professores. No entanto, tais aspectos podem servir de ponto de partida para novos estudos que busquem superar tais limitações.

Os resultados reforçam nosso julgamento de que os currículos de Licenciatura em Matemática devem integrar a análise de registros da prática escolar, formando futuros professores capazes de interpretar e negociar os sentidos do rigor matemático.

Esta abordagem procura avançar na superação de lacunas identificadas na formação de professores. Salientamos o desafio da desarticulação entre a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar, um problema que se manifesta na quase tricotomia (Fiorentini; Oliveira, 2013) entre a formação matemática, a didático-pedagógica e a prática profissional, e que remete à problemática da *Dupla Descontinuidade* (Klein, 1932).

Trazemos evidências empíricas para propostas formativas ancoradas na prática (Ball; Ben-Peretz; Cohen, 2014) que visam a mobilizar e ressignificar o conhecimento matemático acadêmico, com vistas a qualificar o futuro professor a explorar e problematizar os conceitos de forma didaticamente fundamentada.

Ao evidenciar a relevância da articulação promovida pela negociação de significados, este estudo oferece contribuições para a superação da lacuna marcada pela desarticulação entre a Matemática Acadêmica e a Escolar.

Por fim, queremos destacar alguns contributos que percebemos a partir da realização de nosso estudo. O primeiro deles reside na evidência de que a negociação de significados, mediada por registros de prática, é o eixo central para a aprendizagem profissional, promovendo um olhar crítico orientado pelo rigor matemático. O segundo, complementar ao anterior, parece-nos relevante ao tomar a compreensão da formação docente como participação situada (Bruner, 1997; Lave; Wenger, 1991), evidenciando a negociação de significados como um processo mediador que oportuniza aprendizagens profissionais (Ribeiro; Ponte, 2020).

AGRADECIMENTOS

O presente estudo recebeu financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq (processo 405631/2023-5).

REFERÊNCIAS

AKKER, J. van den; GRAVEMEIJER, K.; MCKENNEY, S.; NIEVEEN, N. **Educational Design Research**. Abingdon, Oxon (UK) / New York (USA): Routledge, 2006.

BALL, D. L.; BEN-PERETZ, M.; COHEN, R. B. Records of Practice and the Development of Collective Professional Knowledge. **British Journal of Educational Studies**, [*s. l.*], v. 62, n. 3, p. 317-335, 3 jul. 2014. https://doi.org/10.1080/00071005.2014.959466.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing Practice, Developing Practitioners Toward a Practice-Based Theory of Professional Education. **Teaching as the Learning Profession: Handbook of Policy and Practice**. [*S. l.*]: Sykes e L. Darling-Hammond, 1999. p. 3-32. Disponível em: https://www.thefreelibrary.com/Teaching+as+the+Learning+Profession%3a+Handbook+of+Policy+and+Practice.-a088571030. Acesso em: 3 jun. 2024.

BRUNER, J. **Atos De Significacao**. [*S. l.*]: Artmed, 1997.

CAMARGO, L. B. F.; TARRAN, M. M.; SAVIOLI, A. M. P. das D.; POLEGATTI, G. A. A disciplina Análise Real e o futuro professor de Matemática: um repensar. **Zetetiké**, [*s. l.*], v. 31, p. 1-21, 2023. https://doi.org/10.20396/zet.v31i00.8667533.

COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. Design Experiments in Educational Research. **Educational Researcher**, [*s. l.*], v. 32, n. 1, p. 9-13, jan. 2003. https://doi.org/10.3102/0013189X032001009.

CRECCI, V. M.; FIORENTINI, D. Desenvolvimento profissional em comunidades de aprendizagem docente. **Educação em Revista**, [*s. l.*], v. 34, n. 0, 18 jan. 2018. DOI 10.1590/0102-4698172761. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982018000100111&lng=pt&tlng=pt. Acesso em: 29 jun. 2024.

DONÁ; GOEDERT, E.; RIBEIRO; JACQUES, A. Como Futuros Professores Reconhecem Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Ensinar Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Uma Experiência Envolvendo o Pensamento Algébrico. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [*s. l.*], 2024. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2024000100567&lang=pt.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. D. C. C. D. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 27, n. 47, p. 917-938, dez. 2013. https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000400011.

GATTI, B. A. Formação de professores no Brasil: características e problemas. **Educação & Sociedade**, [*s. l.*], v. 31, n. 113, p. 1355-1379, dez. 2010. https://doi.org/10.1590/S0101-73302010000400016.

JARDIM, V. B. F. **Aprendizagem profissional e o conhecimento matemático para o ensino: uma experiência com futuros professores envolvendo a estrutura algébrica de Grupos**. 2024. Tese de Doutorado - UFABC, Santo André, 2024.

KLEIN, F. **Elementary mathematics from an advanced standpoint**. [*S. l.*]: Springer, 1932. v. I: Arithmetic, algebra, analysis, .

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation**. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. **Zetetiké**, [*s. l.*], v. 11, p. 57-80, 2003. https://doi.org/10.20396/zet.v11i19.8646950.

MOREIRA, P. C.; VIANNA, C. R. Por Que Análise Real na Licenciatura? Um Paralelo entre as Visões de Educadores Matemáticos e de Matemáticos. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 30, n. 55, p. 515-534, ago. 2016. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a11.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. D. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetike**, [*s. l.*], v. 28, p. e020027, 4 dez. 2020. https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8659072.

SCHREIER, M. **Qualitative content analysis in practice**. London: Sage Publications, 2012.

SILVA, S. R. D.; ALMEIDA, J. R. D. Explorando as propriedades da igualdade: uma tarefa de aprendizagem profissional na formação inicial de professores de matemática. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [*s. l.*], v. 27, n. 3, p. 054-073, 31 ago. 2025. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2025v27i3p054-073.

THEODOROVSKI, R. **O Cálculo Diferencial e Integral e as oportunidades de aprendizagem profissional do futuro professor de Matemática.** 2025. Tese de Doutorado - Curitiba, 2025.

WASSERMAN, N. Re-exploring the intersection of mathematics and pedagogy. **For the Learning of Mathematics**, [*s. l.*], v. 42, n. 3, p. 28-33, 2022. .

WASSERMAN, N. H. Investigating a teacher-perspective on pedagogical mathematical practices: possibilities for using mathematical practice to develop pedagogy in mathematical coursework. **ZDM - Mathematics Education**, [*s. l.*], v. 55, n. 4, p. 807-821, ago. 2023. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01468-5.

WASSERMAN, N. H.; FUKAWA-CONNELLY, T.; VILLANUEVA, M.; MEJIA-RAMOS, J. P.; WEBER, K. Making Real Analysis Relevant to Secondary Teachers: Building Up from and Stepping Down to Practice. **PRIMUS**, [*s. l.*], v. 27, n. 6, p. 559-578, 2016. https://doi.org/10.1080/10511970.2016.1225874.

WASSERMAN, N.; WEBER, K.; VILLANUEVA, M.; MEJIA-RAMOS, J. P. Mathematics teachers' views about the limited utility of real analysis: A transport model hypothesis. **The Journal of Mathematical Behavior**, [*s. l.*], v. 50, p. 74-89, jun. 2018. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.01.004.