

**FUNÇÕES QUADRÁTICAS E TECNOLOGIA DIGITAL:
UMA ANÁLISE SOB A PERSPECTIVA DA ENGENHARIA DIDÁTICA E DA GÊNESE INSTRUMENTAL**

*QUADRATIC FUNCTIONS AND DIGITAL TECHNOLOGY:
AN ANALYSIS FROM THE PERSPECTIVE OF DIDACTIC ENGINEERING AND INSTRUMENTAL GENESIS*

*FUNCIONES CUADRÁTICAS Y TECNOLOGÍA DIGITAL:
UN ANÁLISIS DESDE LA PERSPECTIVA DE LA INGENIERÍA DIDÁCTICA Y LA GÉNESIS INSTRUMENTAL*

JAILSON FRANÇA DOS SANTOS¹
FRANCISCO RÉGIS VIEIRA ALVES²

RESUMO

Este artigo discute a concepção e o desenvolvimento de uma ferramenta digital voltada ao ensino e à aprendizagem de funções quadráticas. O percurso metodológico fundamenta-se na Engenharia Didática, contemplando as fases de análise preliminar e análise *a priori*. O referencial teórico articula a Teoria das Situações Didáticas (TSD), que orienta a organização das situações de ensino, e a Teoria da Gênese Instrumental (TGI), que permite formular hipóteses para compreender o processo sujeito-artefato-instrumento na apropriação da ferramenta. O aplicativo desenvolvido possibilita a manipulação dinâmica dos coeficientes da função quadrática, com recursos de visualização gráfica, *feedback* automático e atividades interativas. Os resultados da análise indicam que a Engenharia Didática contribui para estruturar e validar a proposta pedagógica, enquanto a TGI auxilia na compreensão dos processos de instrumentação e instrumentalização que favorecem a apropriação do artefato em instrumento de aprendizagem.

Palavras-chave: Ferramenta Digital; Engenharia Didática; Gênese Instrumental; Funções Quadráticas.

ABSTRACT

This article discusses the conception and development of a digital tool for teaching and learning quadratic functions. The methodological approach is based on Didactic Engineering, encompassing the phases of preliminary and a priori analysis. The theoretical framework articulates the Theory of Didactic Situations (TSD), which guides the organization of teaching situations, and the Theory of Instrumental Genesis (TGI), which allows for the formulation of hypotheses to understand the subject-artifact-instrument process in the appropriation of the tool. The developed application allows for the dynamic manipulation of the coefficients of the quadratic function, with graphical visualization resources, automatic feedback, and interactive activities. The results of the analysis indicate that Didactic Engineering contributes

¹ Possui graduação em Licenciatura em Matemática, especialização em Modelagem Matemática e Computacional, mestrado em Modelagem Computacional e doutorado em Ciências Mecânicas. Atualmente, é membro do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) na Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOP). Integra o grupo de pesquisa em Modelagem Aplicada e Simulação Computacional (MASC), com foco em matemática aplicada, atuando especialmente em métodos numéricos para simulação computacional. Além disso, é membro do Laboratório de Inovação e Pesquisa em Educação Matemática (LIPEM), onde atua como programador em Python, com interesse nas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Sua pesquisa no LIPEM explora a integração interdisciplinar entre matemática, programação e robótica, buscando desenvolver metodologias inovadoras que promovam a interação entre essas áreas no contexto educacional. E-mail: jailson.santos@ufob.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9847-4081>

² Bolsista Produtividade em Pesquisa Nível PQ2 - do CNPq (2020 - 2023) e (2023 - 2026). Possui graduação em Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1998), graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1997), mestrado em Matemática Pura pela Universidade Federal do Ceará (2001) e mestrado em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela Universidade Federal do Ceará (2002). Doutorado com ênfase no ensino de Matemática (UFC - 2011). E-mail: fregis@ifce.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3710-1561>

to structuring and validating the pedagogical proposal, while TGI assists in understanding the instrumentation and instrumentalization processes that favor the appropriation of the artifact as a learning tool.

Keywords: Digital Tool; Didactic Engineering; Instrumental Genesis; Quadratic Functions.

RESUMEN

Este artículo aborda la concepción y el desarrollo de una herramienta digital para la enseñanza y el aprendizaje de funciones cuadráticas. El enfoque metodológico se basa en la Ingeniería Didáctica, abarcando las fases de análisis preliminar y a priori. El marco teórico articula la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), que guía la organización de situaciones de enseñanza, y la Teoría de la Génesis Instrumental (TGI), que permite la formulación de hipótesis para comprender el proceso sujeto-artefacto-instrumento en la apropiación de la herramienta. La aplicación desarrollada permite la manipulación dinámica de los coeficientes de la función cuadrática, con recursos de visualización gráfica, retroalimentación automática y actividades interactivas. Los resultados del análisis indican que la Ingeniería Didáctica contribuye a la estructuración y validación de la propuesta pedagógica, mientras que la TGI facilita la comprensión de los procesos de instrumentación e instrumentalización que favorecen la apropiación del artefacto como herramienta de aprendizaje.

Palabras-clave: Herramienta digital; Ingeniería didáctica; Génesis instrumental; Funciones cuadráticas.

INTRODUÇÃO

A Engenharia Didática (ED) foi desenvolvida no contexto francês a partir das transformações no ensino de matemática no início dos anos 1980, inicialmente articulada por conceitos da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), da Teoria da Transposição Didática de Chevallard (1989) e da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1989). Posteriormente, a ED foi sistematizada por Artigue (1989) como uma abordagem metodológica estruturada para a concepção, implementação e análise de situações de ensino-aprendizagem. Assim, baseada nestas três teorias, a ED oferece uma base teórico-metodológica organizada em quatro etapas essenciais: análises preliminares, análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*. Mais do que uma metodologia de pesquisa em didática da matemática, a ED se configura como uma opção para o desenvolvimento de propostas fundamentadas em hipóteses explícitas sobre os processos de ensino e aprendizagem (Artigue, 2020).

Apesar de sua relevância na análise de situações didáticas, a ED, em sua formulação clássica (1ª geração), não contemplava de forma explícita a integração das tecnologias digitais como elementos constitutivos das situações de ensino de matemática. Já nas décadas de 1970 e 1980, pesquisadores como Burton e Brown (1979) e Thompson (1987) apontavam o potencial e as limitações do uso do computador em sala de aula. Nesse contexto, Nicolas Balacheff refletia sobre os impactos da introdução das tecnologias no ensino de matemática, destacando a necessidade de investigações sistemáticas acerca de seus efeitos nos processos de ensino e aprendizagem (Balacheff; Kaput, 1996). O avanço das tecnologias digitais trouxe, então, novos desafios educacionais, através do uso de softwares educativos, plataformas digitais e ambientes virtuais. Já nos anos 2000, autores como Lagrange (2000), Hoyles e Lagrange (2010) e Artigue (2002, 2009) aprofundaram essa discussão com panorama e desafios decorrentes sobre a integração das tecnologias digitais ao ensino de matemática.

Nesse cenário, diante da crescente presença das tecnologias digitais nos contextos escolares, tornou-se necessário articular novos referenciais teóricos à ED, buscando compreender os processos

de instrumentalização e instrumentação envolvidos na apropriação desses artefatos tecnológicos (Trouche, 2003). Nesse horizonte, insere-se a Teoria da Gênese Instrumental (TGI) (Rabardel, 1995), como forma de compreender os mecanismos pelos quais um artefato digital, pode ser apropriado e transformado em instrumento pedagógico, em um processo que envolve adaptação do artefato ao sujeito (instrumentalização) quanto a adaptação do sujeito ao artefato (instrumentação).

Isto posto, emerge nesse artigo a seguinte questão de pesquisa: *como conceber e desenvolver recursos digitais para o ensino e aprendizagem da matemática que, analisados pela Engenharia Didática e articulados com a Teoria das Situações Didáticas e a Teoria da Gênese Instrumental, favoreçam processos de apropriação nos quais o artefato se constitua como instrumento pedagógico?* Nesse sentido, a proposta deste artigo consiste em desenvolver e apresentar uma ferramenta digital educacional, voltada ao Ensino Básico, com foco no ensino de funções quadráticas. Alinhada a essa perspectiva, a investigação busca também estabelecer um diálogo entre a ED e a TGI, de modo a evidenciar o potencial pedagógico e epistemológico da ferramenta desenvolvida.

A metodologia adotada nessa pesquisa fundamenta-se em uma abordagem teórico-conceitual baseada na ED, orientada para o desenvolvimento, em sua versão inicial, da ferramenta educacional, construída em linguagem de programação Python (Ascher, 1999). A proposta contempla, de forma integrada, tanto a estruturação pedagógica quanto a construção digital do recurso, articulando as duas primeiras fases da Engenharia Didática: análises preliminares e análise *a priori*. Esse alinhamento metodológico busca garantir que o aplicativo, encontre-se fundamentado didaticamente, possibilitando sua posterior validação em contextos educacionais.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Com o avanço das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), essas ferramentas passaram a se expandir e a ser gradualmente incorporadas ao contexto da matemática educacional (Drijvers *et al.*, 2009). Nesse cenário, destaca-se a contribuição de Papert (1980), idealizador do Construcionismo, uma teoria que se desenvolveu a partir dos princípios do Construtivismo de Jean Piaget. Papert propôs o uso do computador como uma ferramenta de aprendizagem, defendendo que os estudantes devem construir seu próprio conhecimento por meio da interação, experimentação e criação no ambiente digital. Essa visão contribuiu e impulsionou diversas pesquisas que passaram a investigar o impacto e as potencialidades dos recursos tecnológicos como instrumentos auxiliares no ensino e na aprendizagem (Borba *et al.*, 2017; Weigand; Trgalova; Tabach, 2024).

Nesse sentido diferentes pesquisas têm mostrado que as ferramentas digitais podem oferecer um caminho promissor, ao proporcionar ambientes de aprendizagem mais dinâmicos, acessíveis e motivadores, capazes de tornar o ensino da matemática mais significativo (Conceição, 2021). Em Monaghan, Trouche e Borwein (2016) é possível observar que os autores ressaltam que as tecnologias digitais não apenas introduzem novas formas de representar conceitos matemáticos, mas também transformam a própria prática matemática e a natureza das interações dos alunos com o conhecimento, ampliando as possibilidades de construção e compreensão dos saberes matemáticos.

No entanto, é necessário avançar além da simples utilização de recursos digitais e investigar até que ponto esses recursos, podem se transformar em instrumentos efetivos de ensino. Nesse sentido, Drijvers *et al.* (2009) destacam que os recursos digitais só adquirem valor didático quando os alunos desenvolvem esquemas instrumentais que os permitem operar matematicamente com esses artefatos, transformando-os em ferramentas cognitivas. Essa reflexão

é fundamental para compreender o potencial das tecnologias digitais no processo educativo e evitar uma visão superficial de seu papel.

Além disso, estudos como Atabek (2019) mostram que a falta de capacitação docente, suporte técnico e infraestrutura adequada frequentemente impede a efetiva integração tecnológica. Assim, do ponto de vista pedagógico, é possível considerar que o impacto positivo das tecnologias depende da forma como são integradas às práticas de ensino e da apropriação que professores e estudantes fazem desses recursos no contexto de suas atividades (Clark-Wilson; Robutti; Sinclair, 2023). Portanto, mais do que introduzir artefatos tecnológicos, é essencial construir caminhos para que esses sejam efetivamente transformados em instrumentos de aprendizagem na matemática.

Essa investigação pode ser aprofundada com base nas contribuições teóricas da TGI (Rabardel, 1995), que distingue conceitos de artefato e instrumento. Enquanto o artefato é o objeto em si, no caso, o recurso digital ou a ferramenta tecnológica, o instrumento emerge a partir da apropriação, da personalização e do uso efetivo por parte do sujeito. Ou seja, um recurso digital só se torna um instrumento de ensino quando, ao ser mobilizado pelo estudante ou pelo professor, passa a mediar de forma significativa a atividade cognitiva e a construção de conhecimento. Portanto, conforme Rabardel (1999) o campo da Gênese Instrumental pode ser caracterizada em duas dimensões, sendo:

[...] A instrumentalização refere-se ao surgimento e à evolução dos componentes artefato do instrumento: seleção, agrupamento, produção e institucionalização de funções, transformação do artefato (estrutura, funcionamento, etc.), que estendem ou modificam a concepção inicial dos artefatos. A instrumentação diz respeito ao surgimento e à evolução dos esquemas de utilização: sua constituição, funcionamento, desenvolvimento, assim como a assimilação de novos artefatos a esquemas já existentes, entre outros processos. (Rabardel 1999, p. 211, tradução nossa).

A relação sujeitoartefatoinstrumento, discutida por Rabardel, ao tratar da transformação do artefato em instrumento por meio da apropriação e do uso, oferece um caminho para compreender o impacto dos recursos digitais no ensino. Quando associamos esse processo de transformação ao contexto escolar, os recursos digitais deixam de ser meros artefatos tecnológicos e passam a constituir instrumentos de aprendizagem, na medida em que são integrados de forma significativa à prática pedagógica.

Estudos como o de Ruiz-López (2018) que analisaram o processo de Gênese Instrumental de professores em formação ao utilizarem o software GeoGebra, ou Schmidt e Müller (2020) que investigaram diferentes etapas da Gênese Instrumental em estudantes, identificando níveis distintos de apropriação de ferramentas digitais para resolução de problemas matemáticos, fortalecem a efetividade da Gênese Instrumental e evidenciam que a transformação de um recurso digital em um instrumento pedagógico depende da interação contínua, da construção de esquemas de uso e da mediação pedagógica.

Esse aporte da TGI apresentado por (Guin; Trouche, 1998; Lagrange, 1999), pode ser potencializado e investigado no escopo da metodologia da ED, uma vez que, a ED propõe etapas organizadas para analisar, planejar e testar situações didáticas (Artigue, 1996). A ED associada à TGI (Artigue, 2002) pode, portanto, oferecer um caminho estruturado para acompanhar e avaliar a transformação de uma ferramenta digital em um instrumento didático, desde as análises preliminares até a experimentação. No entanto, integrar diferentes referenciais teóricos de forma coerente é um desafio que

exige abertura epistemológica e cuidado metodológico. Tendo isso em vista, Artigue (2023) destaca a importância de enfrentar a diversidade teórica com uma postura reflexiva, buscando construir articulações consistentes entre diferentes abordagens que, embora distintas, podem se complementar no campo da Educação Matemática e Tecnológica.

Quando o cenário envolve recursos digitais, torna-se necessário recorrer à fundamentação teórica da TGI, especialmente no que se refere às Situações de Atividades Instrumentadas (SAI). O conceito de SAI foi proposto por Verillon e Rabardel (1995) e descreve situações em que o usuário mobiliza um artefato para realizar uma tarefa específica. Nesse modelo, três elementos estão presentes de forma interdependente: o sujeito (usuário), o artefato (ferramenta tecnológica) e o objeto sobre o qual a ação é realizada (a tarefa). Assim, como definem os autores, a SAI:

[...] leva em conta as múltiplas relações que unem os três elementos constitutivos das situações de atividades instrumentadas. De fato, além das interações diretas entre sujeito e objeto, outras interações devem ser notadas: interações entre o sujeito e o instrumento, interações entre o instrumento e aquele sobre o qual ele possibilita a ação, e, finalmente, as interações sujeito-objeto mediadas pelo instrumento (Verillon; Rabardel, 1995, p. 10, tradução nossa).

Assim, neste artigo, a SAI é analisada em articulação com as situações didáticas estruturadas pela TSD. Enquanto a TSD organiza e regula a situação de ensino, a SAI permite levantar hipóteses para aprofundar a compreensão das interações mediadas por tecnologias, destacando como os alunos mobilizam artefatos digitais para realizar tarefas matemáticas. Esse movimento conduz a Engenharia Didática a um novo patamar no contexto digital. Nesse sentido, é possível considerar o trabalho de Artigue e Trouche (2021) como um ponto de partida fundamental para consolidar a articulação entre a ED e a integração tecnológica. Essa articulação é também discutida com a proposta de Haspekian, Artigue e Rocha (2023), que apresentam estratégias para organizar e combinar diferentes perspectivas teóricas no desenvolvimento e uso de recursos digitais no ensino da matemática.

Diante das discussões aqui, propõe-se, neste artigo, a apresentação de uma ferramenta digital planejada para ser utilizada como suporte no ensino de funções quadráticas. O recurso digital foi desenvolvido para incluir atividades matemáticas interativas numa abordagem educacional (Mousoulides; Sriraman, 2019), manipulação de coeficientes e visualizações gráficas dinâmicas, proporcionando ao estudante múltiplas formas de exploração conceitual. Nesse contexto, articulam-se os três elementos centrais: o sujeito (o estudante), o artefato (a ferramenta digital desenvolvida) e o objeto (as tarefas propostas). As hipóteses formuladas criam condições para a interação entre sujeito e artefato e podem favorecer a evolução do recurso de um simples artefato para instrumento pedagógico, por meio da exploração orientada da ferramenta.

PROPOSTA DA FERRAMENTA DIGITAL

No que se refere à apresentação da ferramenta digital, este estudo concentra-se especificamente nas duas primeiras fases da ED: a análise preliminar e a análise *a priori*. A fase de análise preliminar envolveu a investigação do contexto de ensino, bem como a exploração das especificidades do conteúdo matemático relacionado às funções quadráticas (Ferreira; Alves, 2016). Esse levantamento permitiu compreender as condições iniciais para a implementação da ferramenta digital, fornecendo

subsídios para o planejamento das situações didáticas e para a articulação entre os elementos da ED e os recursos tecnológicos empregados.

Por sua vez, a análise *a priori* possibilitou a antecipação de possíveis situações didáticas que poderiam emergir durante a utilização da ferramenta digital, bem como, a previsão das interações entre o sujeito e o ambiente digital. Essa fase possibilitou a elaboração de hipóteses acerca de estratégias pedagógicas capazes de criar condições para o ensino e para a análise da relação sujeito-artefato-instrumento no contexto de uso da ferramenta digital. Trata-se de uma reflexão projetiva, que busca compreender como o artefato pode vir a ser apropriado e progressivamente ressignificado como instrumento de ensino e aprendizagem, em função das interações estabelecidas e das condições didáticas de implementação.

Nas próximas seções, é apresentado uma estrutura organizada em formato metodológico, com as concepções que orientam a construção do recurso digital. A proposta é organizada em dois momentos, dos quais são subdivididos em três etapas.

Investigações Preliminares e Estruturação do Recurso Digital

Este momento apresenta a estrutura inicial da proposta, contemplando a fundamentação da concepção pedagógica e tecnológica do recurso digital. Esta etapa é o alicerce sobre a qual será estruturada a investigação metodológica do objeto matemático a ser analisado, e com base nessa investigação a formalização, estruturação e desenvolvimento da ferramenta digital educacional.

Etapa 1.1: Compreensão do Objeto Matemático

Nesta etapa, as ideias emergem a partir da identificação de lacunas e desafios no ensino do objeto matemático em foco, que nesta pesquisa corresponde ao ensino de funções quadrática. A investigação inicial busca compreender as razões para a escolha desse conteúdo, fundamentada em uma análise crítica da literatura, que destaca recorrentes dificuldades no ensino de funções quadráticas, especialmente no que se refere à interpretação de seus coeficientes e à identificação das características do gráfico da parábola (Wilkie, 2024). Observa-se que, no ambiente escolar, o estudo das funções quadrática muitas vezes se limita à manipulação algébrica e à memorização de fórmulas, sem explorar adequadamente as potencialidades visuais, interativas e investigativas que poderiam favorecer a construção de significados. Essa lacuna abre espaço para a proposição de recursos digitais que promovam um ensino mais dinâmico, incentivando a experimentação, a análise gráfica e a resolução de problemas.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a importância do desenvolvimento de competências relacionadas à resolução de problemas envolvendo funções polinomiais, especialmente as de segundo grau, ao longo do Ensino Básico. Problemas polinomiais de segundo grau constituem um eixo obrigatório no currículo de Matemática e têm como objetivo estimular o raciocínio lógico, a capacidade analítica e a construção de estratégias para a resolução de problemas em diferentes contextos. Habilidades como EF08MA09, que propõe aos estudantes a resolução e elaboração de problemas com e sem o uso de tecnologias envolvendo equações polinomiais de segundo grau e EM13MAT302, que incentiva a construção de modelos matemáticos empregando funções polinomiais de 1º e 2º graus. Além disso, habilidades como EF09MA09, EM13MAT402 e EM13MAT502 ampliam essa abordagem, conectando as funções do segundo grau a situações práticas, análise gráfica e interpretação de resultados.

No entanto, a literatura aponta que o ensino desse tema, muitas vezes, ainda se restringe a abordagens algorítmicas e mecanizadas, com pouca exploração de seus aspectos visuais, investigativos e aplicados, o que pode dificultar a compreensão conceitual por parte dos estudantes. Pesquisas mostram que, embora o GeoGebra ofereça recursos avançados de visualização e manipulação, seu uso eficaz exige planejamento pedagógico para evitar “[...] possível dependência excessiva dos alunos em representações gráficas e a falta de rigor na prova algébrica para as propriedades gráficas.” (Sun *et al.*, 2023, p. 29). Para outra leitura nessa vertente pode ser consultada em (Reid O’Connor; Norton, 2024).

A partir dessas análises, busca-se refletir se a introdução de uma ferramenta digital pode contribuir no ensino aprendizagem. Portanto, nesse contexto, a introdução de dessa ferramenta surge como uma possibilidade de potencializar o ensino de funções, proporcionando ambientes nos quais os alunos possam construir, visualizar e manipular gráficos de maneira significativa. Ao integrar esses elementos ao processo educativo, busca-se ampliar o engajamento dos estudantes e oferecer caminhos mais visuais e exploratórios.

Etapa 1.2: Estruturação do Objeto Matemático e Planejamento do Recurso Digital

Com o objeto matemático previamente investigado e justificado, esta etapa dedica-se à definição do conteúdo e à delimitação do público-alvo. Essa definição não se restringe à simples escolha de um nível de escolarização, mas requer uma análise ampliada sobre o perfil dos estudantes: suas faixas etárias e grau de familiaridade com dispositivos tecnológicos. Para este estudo, foi definido como público-alvo estudantes do 1º ano Ensino Médio, considerando as recomendações curriculares da BNCC. A escolha por esse nível de ensino é estratégica, visto que as funções quadráticas compõem um dos tópicos centrais da matemática nessa série escolar. O estudo das funções quadráticas permite explorar propriedades como raízes, vértice, concavidade e representação gráfica, o que amplia as possibilidades didáticas para o uso de ferramentas digitais que favoreçam a visualização e a construção conceitual.

Além da adequação ao público, é essencial estruturar o conteúdo de forma progressiva. Essa organização deve considerar, desde as dificuldades frequentemente apontadas na literatura sobre a aprendizagem de funções quadráticas, tais como: dificuldades na compreensão da relação entre coeficientes e a representação gráfica da parábola, na interpretação do significado do vértice e das raízes e na construção do conceito de variação da função. Esses desafios precisam orientar a elaboração das funcionalidades da ferramenta digital, que deve propor atividades interativas e exploratórias que ajudem os estudantes a superar tais dificuldades.

Disto isso, é imprescindível a formulação de hipóteses que antecipem como os estudantes interagirão com a ferramenta. Tais hipóteses devem contemplar tanto os erros conceituais frequentes quanto as estratégias corretas ou alternativas que os estudantes podem adotar ao manipular a ferramenta. É nesse ponto que a TGI (Rabardel, 1995) se torna central: a hipótese de que uma nova ferramenta digital, inicialmente um artefato técnico, deverá ser convertido em um instrumento de aprendizagem por meio das interações entre o estudante e a ferramenta digital. Assim, conecta-se a TSD que, aqui contribui para a elaboração de atividades que favoreçam propostas de situações didáticas no ambiente digital.

No Quadro 1 são apresentadas duas propostas de atividades voltadas ao ensino de funções quadráticas, elaboradas a partir das investigações realizadas na Etapa 1.1. Essas situações didáticas são acompanhadas de hipóteses sobre a interação entre o estudante e a ferramenta digital,

destacando como o uso do recurso pode favorecer sua apropriação e a conseqüente transformação do artefato tecnológico em instrumento didático efetivo no processo de aprendizagem.

Quadro 1 - Quadro conectivo entre Situações Didáticas e Gênese Instrumental.

Exploração dos Coeficientes da Função Quadráticas	
Situações Didáticas	Hipóteses da Gênese Instrumental
<p>Objetivo: Proporcionar os alunos a compreensão do efeito dos coeficientes a, b e c na função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.</p> <p>Descrição: A ferramenta digital permite que o aluno manipule os valores dos coeficientes e observe, em tempo real, como a parábola se altera (abertura, concavidade, posição e interseções).</p> <p>Observações: O aluno experimenta diferentes valores sem intervenção direta do professor para formular suas conclusões.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Os alunos irão criar esquemas para manipular os coeficientes na ferramenta digital e prever os efeitos visuais sobre o gráfico da parábola. Os alunos desenvolverão referências visuais, associando configurações gráficas específicas aos valores dos coeficientes (por exemplo, que um coeficiente "a" negativo sempre resulta em uma parábola voltada para baixo). A interação com a ferramenta digital poderá levar os alunos a sugerir melhorias ou novas formas de uso, evidenciando um processo de adaptação das funcionalidades do artefato.
Situações com Maximização e/ou Determinação de Raízes de Função Quadrática	
Situações Didáticas	Hipóteses de Gênese Instrumental
<p>Objetivo: Resolver um problema prático que envolve maximização ou determinação de raízes de uma equação quadrática.</p> <p>Descrição: É apresentado um problema como: Qual o tempo que maximiza a altura de um objeto lançado verticalmente? O aluno pode ajustar os coeficientes para encontrar a solução.</p> <p>Observações: O aluno explora diferentes trajetórias no gráfico até construir uma resposta.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Os alunos desenvolverão esquemas para ajustar os coeficientes e observar as modificações no gráfico até encontrar o ponto de maximização ou as raízes corretas, usando a abordagem de tentativa e erro. A interação com a ferramenta digital permitirá que os alunos desenvolvam conexões visuais entre o gráfico e as soluções algébricas (vértice e raízes). Os alunos irão estruturar estratégias para isolar variáveis e manipular os coeficientes a, b e c, compreendendo a influência de cada um no vértice da parábola e nas raízes.

Fonte: elaborado pelos autores (2025).

Essa etapa, portanto, consolida a ponte entre o objeto matemático e o recurso digital, garantindo que as decisões de construção da ferramenta sejam orientadas pedagogicamente, estejam ancoradas na literatura científica e se conectem ao alcance do nível tecnológico dos estudantes, de modo que a proposta atenda às finalidades educacionais e possibilite aprendizagens matemáticas.

Etapa 1.3: Definição Tecnológica e Estruturação dos Conteúdos Matemáticos

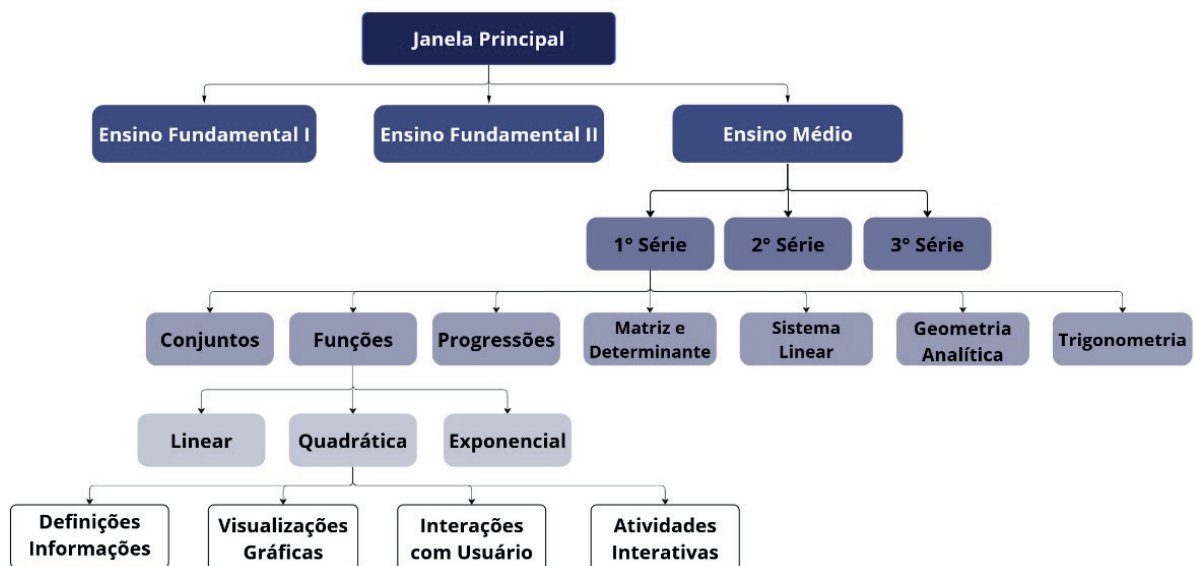
Esta etapa corresponde à definição da tecnologia sobre a qual será construído a ferramenta digital. Essa decisão está diretamente vinculada à Etapa 1.2, pois considera tanto o perfil do público-alvo quanto o ambiente de uso, além da epistemologia pedagógica do conteúdo matemático a ser trabalhado. Nesse sentido, a escolha tecnológica, seja um aplicativo para dispositivos móveis (*smartphones*, *tablets*), um software para computadores ou uma plataforma web, deve ser orientada por critérios pedagógicos e funcionais. Para discussões neste artigo, optou-se pelo desenvolvimento de um aplicativo de interface gráfica, que pode ser acessado via computador.

Essa definição tecnológica orienta decisões como a arquitetura do sistema e sua implementação. A opção pela manipulação dinâmica dos coeficientes da função quadrática fundamenta-se nas análises preliminares, que evidenciaram dificuldades recorrentes na articulação entre a expressão algébrica e a representação gráfica da parábola. Assim, permitir ao estudante alterar coeficientes e

observar, em tempo real, as transformações no gráfico configura uma escolha pedagógica intencional, voltada à exploração, formulação e validação de relações matemáticas. No âmbito da ED, essa funcionalidade decorre das decisões estabelecidas na análise *a priori*, ao antecipar interações que favoreçam a coordenação entre registros. Sob a perspectiva da Gênese Instrumental, tal dinâmica contribui para a construção de esquemas de uso, fortalecendo o processo de apropriação do recurso no contexto da aprendizagem.

Para etapa que antecede a construção da aplicação digital, é fundamental que os conteúdos matemáticos que irão compor o aplicativo estejam devidamente organizados e explicitados. A Figura 1 apresenta um fluxograma que organiza os conteúdos matemáticos e suas relações internas, os quais serão integrados no aplicativo. Esse mapa tem o propósito de guiar tanto o desenvolvimento da aplicação quanto a programação das funcionalidades que permitirão a visualização, integração e compreensão do aplicativo.

Figura 1 - Arquitetura modular do aplicativo digital direcionado para função quadrática.



Fonte: elaborado pelos autores (2025).

No módulo dedicado à “Funções” (Figura 1), o foco incide sobre as funções quadráticas. O nível final do fluxograma, representado em fundo branco, corresponde à dimensão de projeto de interação do sistema digital. Nesse nível, os conceitos matemáticos são traduzidos em estruturas funcionais e possibilidades de uso, envolvendo decisões próprias do campo da Interação Humano-Computador (Kurniawan, 2004), como definição de fluxos de navegação, formas de manipulação dos objetos matemáticos, tipos de *feedback* e organização da informação na interface. Assim, elementos como a manipulação dinâmica dos coeficientes a , b e c , a visualização de vértices, raízes e concavidade, bem como a inserção de atividades interativas, constituem escolhas de design interativo que operacionalizam os objetivos didáticos. Desse modo, o fluxograma explicita dois níveis articulados: o nível conceitual, referente à estrutura matemática do conteúdo, e o nível interativo, referente à modelagem inicial do sistema digital.

Construção Digital e Análise *a Priori*

Nesta seção, articulam-se duas dimensões interdependentes do desenvolvimento do estudo: o projeto didático-tecnológico da ferramenta digital e a análise *a priori*, conforme os pressupostos da ED. Não se tratam apenas da implementação técnica do aplicativo, mas da concepção estruturada de um ambiente digital cuja arquitetura funcional, organização da interface e formas de interação foram planejadas em coerência com objetivos pedagógicos explícitos para o ensino desse conteúdo matemático.

A disposição dos controles deslizantes (*sliders*), a organização dos menus, a apresentação simultânea das representações algébrica e gráfica e a inserção de *feedbacks* automáticos foram concebidas para favorecer a coordenação entre registros de representação e estimular a exploração progressiva dos coeficientes da função. Assim, a interface representa um componente estruturante da situação didática, influenciando as ações possíveis do estudante e as estratégias que podem ser mobilizadas.

Etapa 2.1: Prototipação e Representações Matemáticas

Com o objeto matemático previamente investigado e os objetivos pedagógicos definidos é possível iniciar a etapa de concepção visual e funcional do aplicativo educacional. Essa fase se concentra principalmente na construção do design da interface, princípios fundamentais de usabilidade e coerências textuais, envolvendo a definição estruturada do processo de interação humano-computador. O foco recai sobre como o usuário irá interagir com o sistema, quais ações poderá realizar, que *feedback* receberá e de que modo essas interações favorecerão a construção de significados matemáticos.

O processo pode ter início com esboços manuais ou com o uso de ferramentas digitais de prototipação, compreendendo a modelagem de diferentes dimensões do sistema: a arquitetura de software (estrutura funcional), a arquitetura de informação (organização e hierarquização dos conteúdos e comandos) e o fluxo de interação (sequência de ações possíveis do usuário no ambiente). Essas dimensões são concebidas de forma integradas, assegurando a coerência entre objetivos de aprendizagem, representações matemáticas e funcionalidades oferecidas. Tal etapa permite antecipar o funcionamento do recurso antes da implementação, esclarecendo como os elementos visuais, algébricos e gráficos serão organizados e articulados em cada módulo.

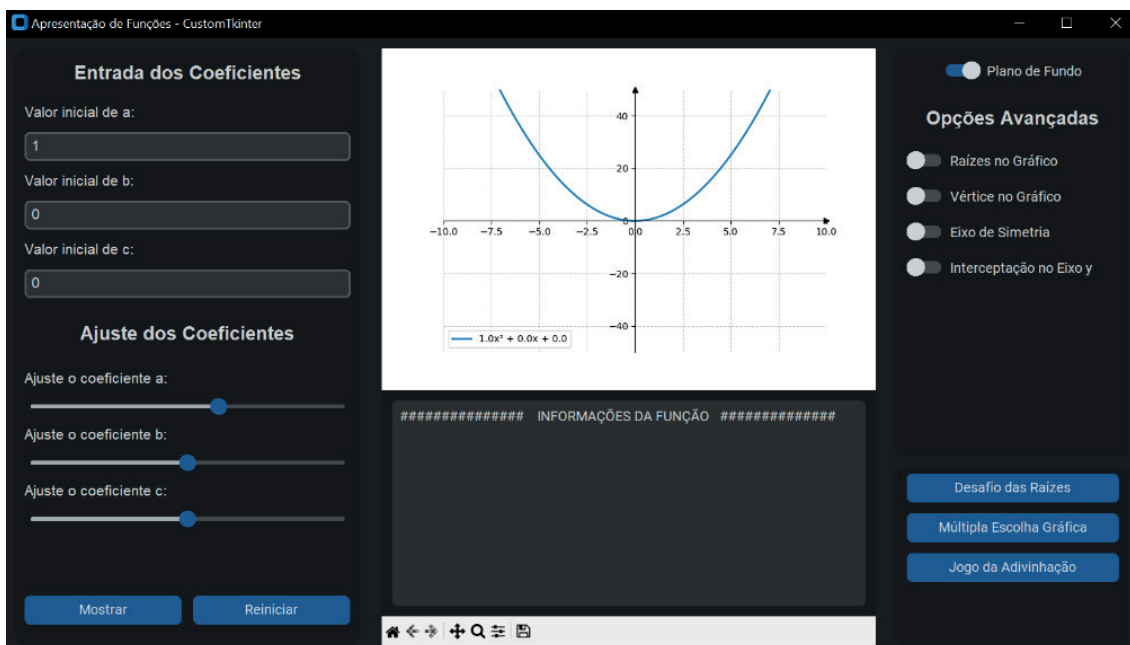
A prototipação, nesse contexto, constitui uma etapa de modelagem do funcionamento do sistema, permitindo explicitar como gráficos dinâmicos, controles deslizantes, os ambientes interativos e mecanismos de *feedback* se articulam às estratégias matemáticas que se pretende mobilizar. O objetivo não é apenas estruturar a aparência do aplicativo, mas definir também como as representações algébricas e gráficas serão coordenadas e como o usuário poderá transitar entre elas. Essa abordagem iterativa contribui para assegurar que o ambiente digital mantenha coerência pedagógica, funcionalidade técnica e consistência conceitual, consolidando-se como um recurso intencionalmente planejado para mediar a aprendizagem matemática.

Etapa 2.2: Desenvolvimento e Integração Didática

Com base no design funcional e pedagógico prototipado na etapa 2.1, agora, marca o início efetivo da construção do aplicativo, articulando diretamente o conteúdo matemático ao ambiente digital em elaboração. Na Figura 2, é apresentada a interface desenvolvida, resultado da transição da prototipação para a construção efetiva do produto. Nessa tela, o usuário encontra a seção “Entrada

dos Coeficientes”, onde pode inserir livremente os valores de a , b e c , compondo a expressão algébrica da função quadrática. No segmento intitulado “Ajuste dos Coeficientes”, os valores podem ser modificados por meio de barras deslizantes, o que permite a manipulação intuitiva dos parâmetros. A cada modificação realizada, o gráfico da parábola é atualizado em tempo real, possibilitando a visualização imediata dos efeitos de cada coeficiente, a posição do vértice, as raízes e o deslocamento da curva no plano cartesiano.

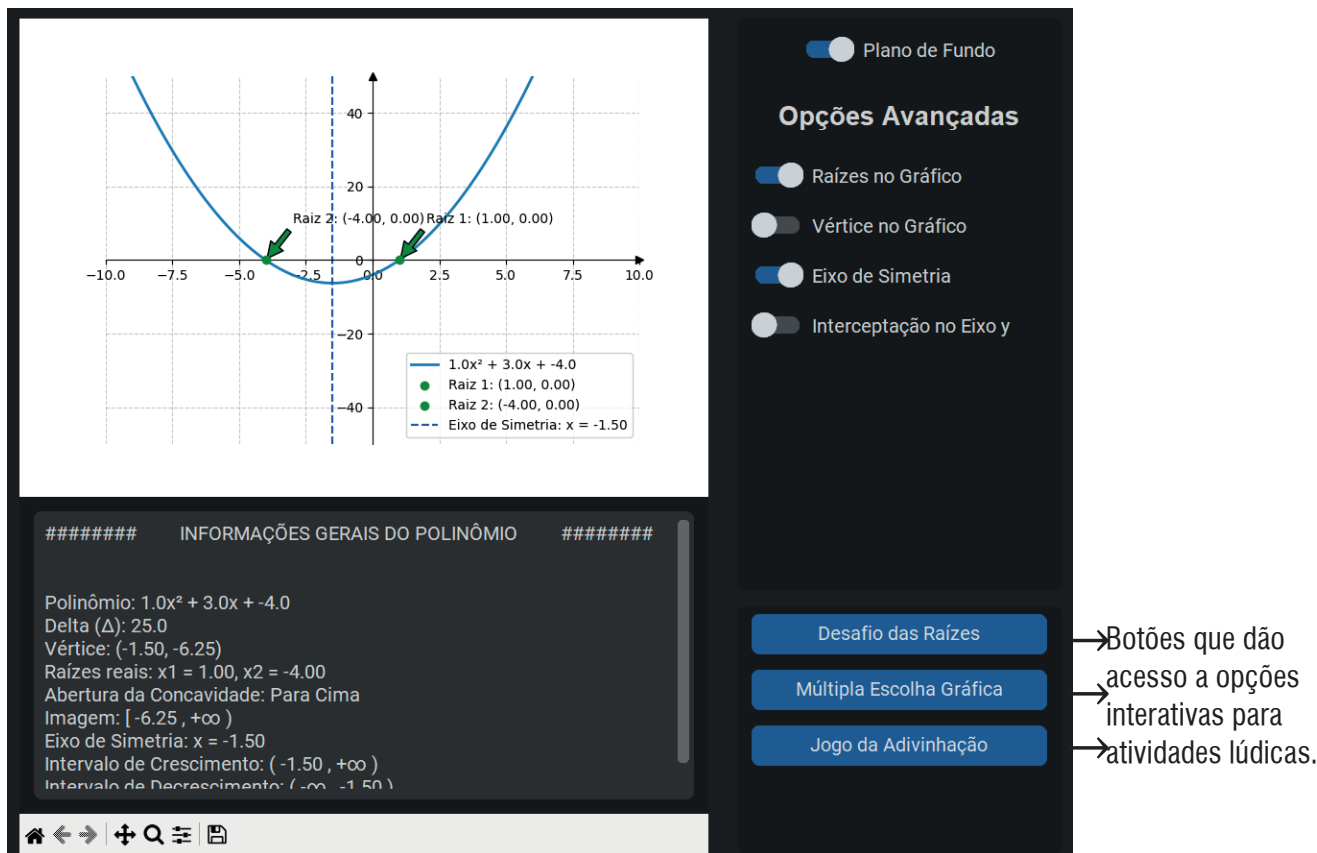
Figura 2 - Tela inicial do módulo da função quadrática.



Fonte: elaborado pelos autores (2025).

Ainda com base na Figura 2, o botão “Mostrar” exibe informações gerais sobre a função quadrática inserida, apresentando dados como: o valor do discriminante delta, o tipo de raízes (reais e distintas, reais e iguais ou complexas), além das coordenadas do vértice e do ponto de interseção com o eixo y. Na Figura 3, visualiza-se um exemplo específico da saída gerada para a função com coeficientes $a=1$, $b=3$ e $c=-4$.

Figura 3 - Exibição de informações específicas da função $f(x) = x^2 + 3x - 4$.

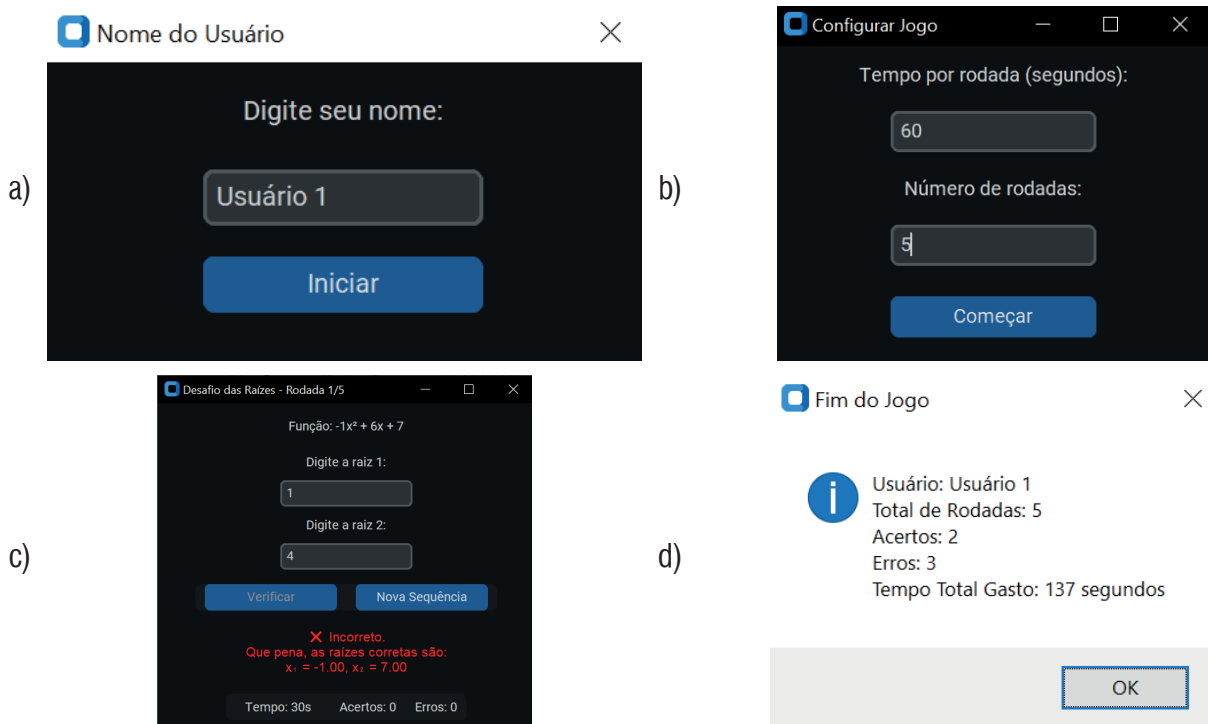


Fonte: elaborado pelos autores (2025).

Quanto a Figura 3, à direita da tela, observa-se a seção “Opções Avançadas”, que oferece quatro botões do tipo (liga/desliga). Cada um desses controles permite ao usuário ativar ou ocultar elementos adicionais sobre o gráfico, enriquecendo a experiência visual e exploratória. Por exemplo, ao ativar os botões, é possível visualizar imediatamente as raízes da função (quando reais), o vértice, o eixo de simetria, e os pontos de interseção com os eixos coordenados. Na Figura 3 estão ativadas as opções de exibição das raízes e do eixo de simetria, o que permite ao usuário observar como esses elementos se relacionam graficamente com os coeficientes manipulados

Nas próximas figuras, apresenta-se uma visão geral das atividades interativas vinculadas aos botões destacados na Figura 3. Dentre essas propostas, destaca-se o “Desafio das Raízes” (Figura 4), uma atividade desenvolvida para obtenção de raízes da equação quadrática. A atividade tem início com a identificação do usuário, que insere seu nome (Figura 4a), e define o tempo disponível por rodada e a quantidade de rodadas desejadas (Figura 4b). Em seguida, uma nova janela é aberta (Figura 4c), na qual o participante interage com o desafio. A cada rodada, é exibida uma função quadrática aleatória, e o usuário deve identificar corretamente suas raízes. As respostas são registradas como acertos ou erros, com controle automático do tempo por rodada. Ao final da atividade, é apresentada uma tela de resultados (Figura 4d), contendo um relatório com o desempenho. O sistema fornece *feedback* imediato, destacando as respostas corretas e incorretas.

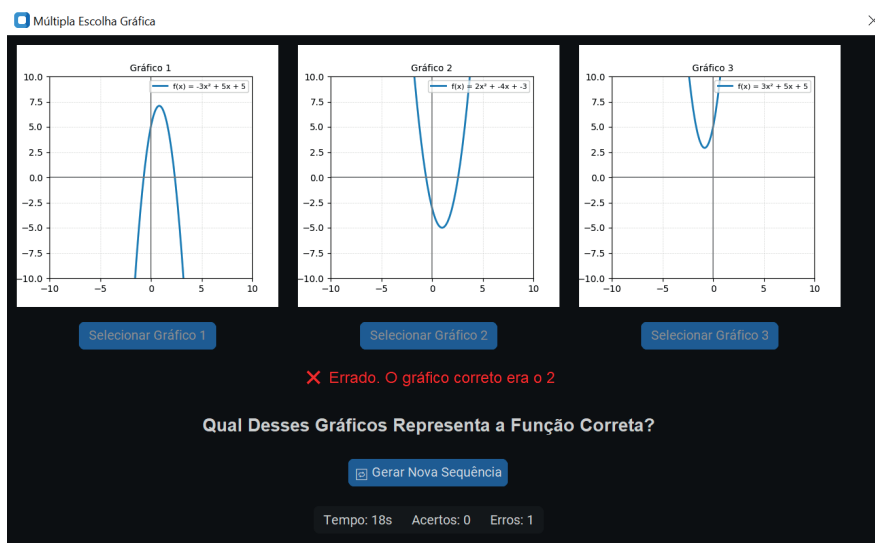
Figura 4 - Módulo da atividade lúdica (Desafio das Raízes).



Fonte: elaborado pelos autores (2025).

Quanto ao botão “Múltipla Escolha Gráfica” (Figura 5), trata-se de uma atividade interativa cujo objetivo principal é desenvolver a capacidade do usuário de reconhecer visualmente o gráfico de uma função quadrática correta entre três opções apresentadas. Nessa atividade, é gerada aleatoriamente três gráficos de funções, no qual apenas um está correta.

Figura 5 - Módulo da atividade lúdica (Múltipla Escolha Gráfica).

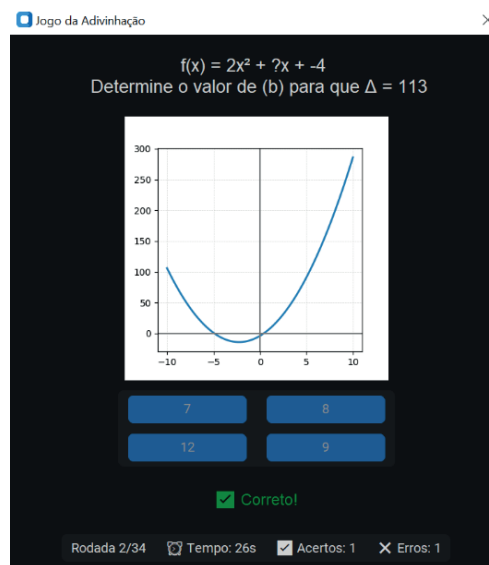


Fonte: elaborado pelos autores (2025).

Na Figura 5 o usuário deve analisar elementos como: concavidade, posição do vértice, raízes e interceptação com o eixo y, para identificar qual gráfico representa a função correta. Apesar de ter um objetivo diferente do “Desafio das Raízes”, este compartilha princípios semelhantes, como a utilização de temporizador, contagem de acertos e erros, estrutura das janelas. Como exemplo na Figura 5, foi escolhida a opção do (Gráfico 1), e o aplicativo retornou o *feedback* informando que a opção estava errada.

Por fim, no botão “Jogo da Adivinhação” (Figura 6), é apresentada uma atividade que visa reforçar a compreensão algébrica dos coeficientes da função quadrática e sua relação com o discriminante delta. Nessa atividade interativa, é exibida uma equação do segundo grau incompleta, com um dos coeficientes a , b ou c substituído por uma interrogação (?). Junto à equação, o aplicativo informa o valor de delta. O desafio do usuário consiste em descobrir qual valor numérico está oculto na equação, de modo que, ao substituí-lo na equação, obtenha-se o valor de delta correspondente. A cada rodada, o sistema apresenta de forma aleatória um coeficiente oculto e gera quatro possíveis respostas, das quais uma está correta. Semelhantemente as atividades interativas anteriores, este também apresenta ao fim um resumo de desempenho, ver Figura 4d. No exemplo da Figura 6, foi pressionado a opção “9” e o sistema apresenta o *feedback* confirmando que se trata da opção correta.

Figura 6 - Módulo da atividade lúdica (Jogo da Adivinhação).



Fonte: elaborado pelos autores (2025).

Etapa 2.3: Validação do Recurso e Transformação Instrumental

A última etapa concentra-se na validação e nos testes finais do aplicativo, essa fase envolve uma verificação do funcionamento da aplicação, desde a detecção e correção de *bugs* até a análise de estabilidade e desempenho da ferramenta. A validação técnica é acompanhada de uma revisão pedagógica, assegurando que os conteúdos estejam corretos, coerentes com os objetivos de ensino e adequados à proposta didática. Além dos testes técnicos, esta etapa demanda uma avaliação

qualitativa e multidisciplinar. Quando possível, uma equipe formada por especialistas em pedagogia, matemática e tecnologia educacional deve revisar o recurso com foco no conteúdo, na coerência entre os objetivos didáticos e na clareza conceitual das propostas inseridas na ferramenta digital. Concluída essa fase de verificação e refinamento, o recurso digital pode ser considerado construído, testado e validado, estando apto para ser utilizado em contextos reais.

CONCEPÇÕES INSTRUMENTAIS E ANÁLISE A PRIORI

Nesta seção, apresenta-se a construção de uma situação didática, elaborada com o objetivo de avaliar às hipóteses levantadas no Quadro 1. A proposta desenvolvida, busca explorar o ensino das funções quadráticas por meio da interação com o aplicativo construído, utilizando tarefas que envolvem a manipulação de coeficientes, a interpretação de gráficos e a resolução de desafios. A situação elaborada, centrada no problema da trajetória de um drone, que permite ao aluno mobilizar conhecimentos sobre vértice, raízes, concavidade, coeficientes e o valor do discriminante delta.

Para tal, foram antecipadas hipóteses sobre possíveis dificuldades conceituais e operacionais. Entre os esperados, destaca-se a dificuldade de compreensão dos coeficientes da função e seus efeitos no gráfico, dificuldades em calcular corretamente o valor do vértice, ou generalizações equivocadas sobre o número de raízes. Também se prevê dificuldades no manuseio de ajustes dos controles deslizantes dos coeficientes (Figura 2), principalmente entre alunos com menor familiaridade com recursos digitais.

No Quadro 2 é apresentado uma estrutura de atividade formatada para condução da análise didática.

Quadro 2 - Atividade proposta baseada na trajetória de um drone.

<p>Disciplina / Atividade: Matemática / A Trajetória do drone Ano/Série: 1ª série do Ensino Médio Tema: Funções Quadráticas</p>	
<p>Contextualização Ao manipular os coeficientes da função quadrática no aplicativo, os alunos observam que a trajetória descrita por um drone pode ser modelada por uma parábola. Em um dos cenários simulados, a função apresenta: concavidade voltada para baixo, intercepta o eixo y no ponto (0, -3), possui duas raízes reais e positivas, e o vértice está localizado no ponto (2, 1), como mostra a imagem ao lado.</p>	
<p>Desafios Investigativos Com base na descrição acima, o coeficiente “a” é positivo ou negativo? Justifique. Se a função tem duas raízes reais distintas, o que podemos dizer sobre o valor de delta? O x do vértice é positivo e o y do vértice é negativo. Essa afirmação está correta? Sabendo que a função intercepta o eixo y em (0, -3), qual o valor do coeficiente “c”?</p>	
<p>Determinação do Coeficiente da Função Suponha que a função seja dada por $f(x) = -x^2 + bx - 3$. Sabendo que o vértice está no ponto (2, 1), determine o valor de b. Apresente seus cálculos.</p>	
<p>Exploração no Aplicativo Digite os valores dos coeficientes a, b e c e gere o gráfico da função. b) Agora, varie o valor de a, mantendo b e c fixos. O que acontece com o gráfico? c) Varie o valor de b, mantendo a e c fixos. O que muda? d) Varie o valor de c, mantendo a e b fixos. Como isso afeta o gráfico?</p>	
<p>Reflexão Sobre o Uso do Aplicativo Quais relações podem ser estabelecidas entre a expressão algébrica da função quadrática e sua representação gráfica a partir das manipulações realizadas? Quais estratégias você utilizou para compreender o papel de cada coeficiente?</p>	

Fonte: elaborado pelos autores (2025).

A situação didática apresentada no Quadro 2 oferece ao professor subsídios teórico-práticos para observar o comportamento dos estudantes diante das variáveis da função quadrática e, simultaneamente, analisar como o aplicativo é apropriado no processo de transformação do artefato em instrumento de aprendizagem matemática. Para fundamentar essa análise, mobilizam-se os conceitos centrais da TSD: situação didática, situação adidática, contrato didático e meio (Brousseau, 2002), articulados às fases de ação, formulação, validação e institucionalização. A seguir, explicita-se como cada um desses elementos se manifesta no contexto da atividade proposta, permitindo compreender os processos de instrumentação (criação de esquemas de uso) e instrumentalização (ajustes no artefato conforme as intenções do sujeito).

Durante a fase de ação, os estudantes exploram livremente o aplicativo, navegando pela interface, experimentando os controles deslizantes, observando o comportamento do gráfico e interagindo com os menus. Esse primeiro contato caracteriza uma relação entre sujeito e objeto (função quadrática), com mediação inicial do artefato ainda como recurso técnico. Embora não haja ainda esquemas de uso consolidados, essa etapa de exploração constitui-se necessária para o desenvolvimento posterior da Gênese Instrumental. Nesse momento inicial a ferramenta pode atuar como um meio de familiarização, criando condições para que os estudantes explorem as relações entre os coeficientes e o comportamento gráfico da função. Tal exploração, no entanto, não garante por si só a construção de compreensões conceituais, pois depende da organização da situação didática, das intervenções docentes e das estratégias mobilizadas pelos próprios usuários.

A transição para a situação adidática ocorre quando os alunos, de forma autônoma, passam a manipular intencionalmente os coeficientes a , b e c , buscando reconstruir a parábola descrita na atividade. O professor pode se retirar como mediador direto, permitindo que os estudantes desenvolvam estratégias próprias para atingir o objetivo proposto. Nesse ambiente investigativo, o saber pode emergir da interação entre o sujeito e o meio digital, composto pelos controles deslizantes, botões e gráficos dinâmicos, configurando o início do processo de instrumentação, à medida que os alunos começam a desenvolver esquemas de uso com base na análise dos resultados.

Na formulação, os estudantes poderão construir e testar hipóteses com o apoio do botão “Mostrar” (Figura 2), que exhibe informações como as raízes da função, as coordenadas do vértice, o valor de delta e a concavidade. Essas informações funcionam como suporte para o desenvolvimento de conexões entre linguagem algébrica e representação gráfica. A partir dessas interações, o artefato pode criar condições para ser resignificado como instrumento de investigação matemática, pois os alunos não apenas observam, mas validam e ajustam suas conjecturas. Aqui, o processo de Gênese Instrumental se aprofunda, com o artefato assumindo funções cognitivas e didáticas.

O contrato didático é implicitamente estabelecido no início da tarefa: espera-se que os alunos utilizem a ferramenta digital de forma a validar suas respostas para o problema proposto, justificando suas soluções por meio de argumentos matemáticos. O professor pode orientar os objetivos da atividade, mas transfere aos estudantes a responsabilidade pela exploração dos recursos, pela formulação de estratégias e pela validação das respostas.

A fase de validação se reforça com as seções do aplicativo voltadas às atividades interativas “Desafio das Raízes”, “Multipla Escolha Gráfica” e “Jogo da Adivinhação” (Figuras 4, 5 e 6). Sendo os alunos convidados a explorarem as atividades com *feedback* automático sobre acertos e erros. Elementos como cronômetro, níveis progressivos estão entre os componentes que podem promover a motivação. Conforme Díaz *et al.* (2019), recursos assim, são fundamentais para o sucesso de atividades interativas no ensino, ao criarem um ambiente orientado a metas que reforça o

desempenho positivo dos estudantes. Assim, a partir da repetição e do desafio crescente, os alunos retornam à ferramenta com objetivos específicos, consolidando processos de instrumentalização, ou seja, ajustando seu modo de uso do artefato conforme os fins desejados. O aplicativo, nesse ponto, pode passar a ser utilizado como ambiente resolutivo, mediando efetivamente a relação entre sujeito e objeto de conhecimento.

O meio por sua vez, é composto por todo o sistema da ferramenta digital: interface visual, controles interativos, gráficos dinâmicos, janelas de *feedback* e botões de atividades interativas. Esse ambiente é responsivo às ações dos alunos, permitindo que eles testem e modifiquem suas estratégias em tempo real. O meio fornece os elementos necessários para a interação entre o aluno e o conteúdo matemático, incentivando a construção de significados por meio da experimentação e da visualização. Nesse espaço, o artefato já pode estar atuando como instrumento de mediação do saber, e os esquemas de uso construídos ao longo da sequência didática podem ser mobilizados de forma consciente.

Por fim, a fase de institucionalização é conduzida pelo professor, responsável por sistematizar os conceitos mobilizados ao longo da atividade. Ao utilizarem o aplicativo, cria-se espaço para que os alunos compartilhem estratégias, discutam resultados e explicitem as relações estabelecidas entre as representações algébricas e gráficas da função quadrática. Essa etapa pode contribuir para a formalização do saber matemático escolarizado, promovendo a passagem do conhecimento experiencial, construído na interação com o meio digital, para um conhecimento organizado.

Nesse processo, os estudantes, que, ao mobilizarem esquemas de uso estruturados, podem vir a ressignificar o artefato como instrumento de aprendizagem. A constituição do instrumento ocorre, portanto, no âmbito da atividade do sujeito, ao longo das interações estabelecidas nas diferentes fases da situação didática. Assim, o percurso inicia-se com a exploração técnica do artefato e pode culminar em sua apropriação significativa, dependendo das condições didáticas e das mediações realizadas.

Portanto, as hipóteses de Gênese Instrumental destacadas no Quadro 1 pode se evidenciar ao longo das fases analisadas: desde a criação de esquemas de manipulação e referências visuais (fase de ação e situação adidática), até a construção de conexões algébrico-gráficas (formulações), culminando na adaptação e no uso do artefato como instrumento de aprendizagem (institucionalização). Dessa forma, o aplicativo desenvolvido pode favorecer potencial no que tange a transformação do artefato em instrumento, conforme previsto pelas hipóteses.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo apresentou uma discussão acerca da concepção e desenvolvimento de recursos digitais para o ensino e aprendizagem da matemática, tendo como foco a elaboração de uma ferramenta voltada às funções quadráticas. Retomando a questão norteadora: como conceber e desenvolver tais recursos, analisados à luz da Engenharia Didática e articulados à Teoria das Situações Didáticas e à Teoria da Gênese Instrumental, de modo a favorecer processos de apropriação nos quais o artefato se constitua como instrumento pedagógico, as análises desenvolvidas indicam que a articulação desses referenciais oferece bases consistentes para estruturar situações de ensino e compreender, em perspectiva teórica, os possíveis processos de apropriação do recurso digital.

A construção da aplicação digital foi orientada pela articulação entre manipulação algébrica e representação gráfica das funções quadráticas, buscando estruturar um ambiente que favoreça a coordenação entre essas duas linguagens matemáticas. Nesse sentido, a ferramenta foi concebida

com intencionalidade didática, prevendo situações nas quais o estudante possa explorar, formular hipóteses e analisar relações entre os coeficientes e o comportamento gráfico da função. Contudo, tais possibilidades configuram hipóteses projetadas no âmbito da análise *a priori*, cuja efetivação dependerá das condições concretas de implementação em sala de aula e das interações estabelecidas no contexto didático.

A análise desenvolvida, no âmbito das fases iniciais da Engenharia Didática, permitiu identificar hipóteses relativas a possíveis processos de instrumentação e instrumentalização associados ao uso do aplicativo. As funcionalidades incorporadas, como gráficos dinâmicos, atividades interativas e *feedback* foram projetadas com a intenção de favorecer a coordenação entre representações algébricas e gráficas e de sustentar a exploração conceitual das funções quadráticas. A transformação do artefato em instrumento de aprendizagem depende de condições didáticas específicas, tais como a organização das tarefas propostas, a gestão do contrato didático, as intervenções do professor e o engajamento dos estudantes. Do mesmo modo, fatores como uso superficial da ferramenta ou ausência de mediação conceitual podem limitar a consolidação dos esquemas de uso esperados. Assim, o potencial identificado permanece como hipótese teórica, cuja efetivação demanda investigação empírica.

Por fim, destaca-se que o módulo de funções quadráticas representa apenas uma parte da proposta em desenvolvimento. A aplicação foi concebida em formato modular (Figura 1), estruturada em unidades temáticas alinhadas à Base Nacional Comum Curricular e distribuídas segundo as séries escolares correspondentes. Essa organização flexível confere ao ambiente digital caráter expansível, possibilitando sua adaptação para outros conteúdos da matemática e abrindo caminho para futuras investigações que explorem o uso crítico e criativo de recursos digitais na Educação Matemática.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece o apoio para a realização da pesquisa desenvolvida durante o estágio de pós-doutorado, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN-UFAL), sob a supervisão do Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves, bolsista de produtividade em pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), no período de 2020 a 2026.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1989.

ARTIGUE, M. Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. **International journal of computers for mathematical learning**, v. 7, n. 3, p. 245-274, 2002.

ARTIGUE, M. The future of teaching and learning mathematics with digital technologies. In: **Mathematics education and technology-rethinking the terrain: the 17th ICMI study**. Boston, MA: Springer US, 2009. p. 463-475.

ARTIGUE, M. Engenharia didática. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, p. 193-217, 1996.

ARTIGUE, M. Didactic engineering in mathematics education. In: **Encyclopedia of mathematics education**. Cham: Springer International Publishing, 2020. p. 202-206.

ARTIGUE, M. TROUCHE, L. Revisiting the French didactic tradition through technological lenses. **Mathematics**, 2021, 9.6: 629.

ARTIGUE, M. Facing the challenge of theoretical diversity The digital case. **Hiroshima Journal of Mathematics Education**, v. 16, p. 27-43, 2023.

ASCHER, D.; LUTZ, M. **Learning Python**. O'Reilly, 1999.

ATABEK, O. Challenges in integrating technology into education. **arXiv preprint arXiv:1904.06518**, 2019.

BALACHEFF, N.; KAPUT, J. J. Computer-based learning environments in mathematics. In: **International Handbook of Mathematics Education: Part 1**. Dordrecht: Springer Netherlands, 1996. p. 469-501.

BORBA, Marcelo C. *et al.* Digital technology in mathematics education: Research over the last decade. In: **Proceedings of the 13th international congress on mathematical education: ICME-13**. Cham: Springer International Publishing, 2017. p. 221-233.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en didactique des mathématiques (Revue)**, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

BROUSSEAU, G. Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990. Dordrecht: **Springer Netherlands**, 2002.

BURTON, R. R. BROWN, J. S. An investigation of computer coaching for informal learning activities. **International journal of man-machine studies**, v. 11, n. 1, p. 5-24, 1979.

CHEVALLARD, Y. On didactic transposition theory: Some introductory notes. In: **Proceedings of the international symposium on selected domains of research and development in mathematics education**. 1989. p. 51-62.

CLARK-WILSON, A.; ROBUTTI, O.; SINCLAIR, N. **The mathematics teacher in the digital era: International research on professional learning and practice**. Springer Nature, 2023.

CONCEIÇÃO, A. C. Dynamic and interactive tools to support teaching and learning. **Mathematical and Computational Applications**, v. 27, n. 1, p. 1, 2021.

DIÁZ, Paloma *et al.* **Learning in a Digital World**. Singapore: Springer Singapore, 2019.

DRIJVERS, Paul *et al.* Integrating technology into mathematics education: Theoretical perspectives. In: **Mathematics education and technology-rethinking the terrain: The 17th ICMI Study**. Boston, MA: Springer US, 2009. p. 89-132.

FERREIRA, G. S. S.; ALVES, F. R. V. Discussão Geométrica para Equações Quadráticas e Elementos de Engenharia Didática: Análises Preliminares e a Priori. **Conexões-Ciência e Tecnologia**, v. 10, n. 4, p. 79-91, 2016.

GUIN, D.; TROUCHE, L. The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, v. 3, n. 3, p. 195-227, 1998.

HASPEKIAN, M.; ARTIGUE, M.; ROCHA, K. Networking of theories: An approach to the development and use of digital resources in mathematics education. In: Handbook of digital resources in mathematics education. Cham: **Springer International Publishing**, 2023. p. 1-29.

KURNIAWAN, S. Interaction design: Beyond human-computer interaction by Preece, Sharp and Rogers (2001), ISBN 0471492787. **Universal Access in the Information Society**, v. 3, n. 3, p. 289-289, 2004.

LAGRANGE, J. B. Complex calculators in the classroom: Theoretical and practical reflections on teaching pre-calculus. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, v. 4, n. 1, p. 51-81, 1999.

LAGRANGE, J. B. L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement: une approche par les techniques. **Educational studies in mathematics**, v. 43, n. 1, p. 1-30, 2000.

HOYLES, C.; LAGRANGE, J. B. **Mathematics education and technology: Rethinking the terrain**. New York: Springer, 2010.

MONAGHAN, J.; TROUCHE, L.; BORWEIN, J. M. **Tools and mathematics**. Berlin: Springer International Publishing, 2016.

MOUSOULIDES, N., SRIRAMAN, B. Mathematical Games in Learning and Teaching. In: Lerman, S. (eds) **Encyclopedia of Mathematics Education**. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_97-5. 2019.

PAPERT, S. **Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas**. New York: Basic Books, 1980.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

RABARDEL, P. Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. **Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques**, 1999, 18.21: 203-213.

REID O'CONNOR, B.; NORTON, S. Exploring the challenges of learning quadratic equations and reflecting upon curriculum structure and implementation. **Mathematics Education Research Journal**, v. 36, n. 1, p. 151-176, 2024.

RUIZ-LÓPEZ, N. The instrumental genesis process in future primary teachers using Dynamic Geometry Software. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 49.4: 481-500, 2018.

SCHMIDT, S; MÜLLER, M. Students learning with digital mathematical tools-three levels of instrumental genesis. In: **Conference on Technology in Mathematics Teaching-ICTMT 14**. 2020. p. 378.

SUN, Xuyang *et al.* Enhancing Teaching Quadratic Functions: The Benefits, Challenges, and Recommendations of Using GeoGebra. **Academic Journal of Mathematical Sciences**, v. 4, n. 5, p. 23-30, 2023.

THOMPSON, P.W. Mathematical Microworld and Intelligent Computer Assisted Instruction', in G. E. Kearsley (ed.), **Artificial Intelligence and Instruction: Applications and Methods**, Addison-Wesley, New York, 83-109, 1987.

TROUCHE, L. **Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques**: nécessité des orchestrations. 2003.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Publications de l'institut de recherche mathématiques de Rennes**, n. S6, p. 47-50, 1989.

VERILLON, P.; RABARDEL, P. Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. **European journal of psychology of education**, p. 77-101, 1995.

WEIGAND, H. G., TRGALOVA, J., & TABACH, M. Mathematics teaching, learning, and assessment in the digital age. **ZDM-Mathematics Education**, 56(4), 525-541. 2024.

WILKIE, K. J. Coordinating visual and algebraic reasoning with quadratic functions. **Mathematics Education Research Journal**, v. 36, n. 1, p. 33-69, 2024.