

**DESENVOLVENDO HABILIDADES DE RESOLUÇÃO, REFORMULAÇÃO E  
ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL***DEVELOPING PROBLEM-SOLVING, REFORMULATION AND  
PROBLEM-SOLVING SKILLS IN THE FINAL YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL**DESARROLLAR HABILIDADES PARA RESOLVER PROBLEMAS, REFORMULAR Y  
RESOLVER PROBLEMAS EN LOS ÚLTIMOS AÑOS DE PRIMARIA*

JOSÉ SAMUEL MACHADO<sup>1</sup>  
CLAUDIA LISETTE OLIVEIRA GROENWALD<sup>2</sup>

**RESUMO**

Este artigo apresenta um recorte de uma tese de doutorado que investiga o desenvolvimento de habilidades de resolução, reformulação e elaboração de problemas matemáticos com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa, de abordagem qualitativa, foi realizada em uma escola pública de Fortaleza (CE), com o uso de uma sequência didática baseada na metodologia de resolução de problemas proposta por Polya. Os resultados evidenciam que os alunos inicialmente não estavam habituados a esse tipo de abordagem, mas, com a mediação docente, desenvolveram competências como pensamento crítico, análise e autonomia. O estudo reforça a importância de inserir problemas contextualizados e interdisciplinares como eixo estruturante do ensino da Matemática, em consonância com a BNCC e perspectivas sociointeracionistas. A prática investigativa promoveu avanços significativos na compreensão conceitual e na capacidade de aplicar estratégias diversas na resolução de problemas matemáticos.

**Palavras chaves:** Ensino Fundamental; Resolução de Problemas; Sequência Didática.

**ABSTRACT**

*This article presents an excerpt from a doctoral thesis that investigates the development of skills related to solving, reformulating, and designing of mathematical problems with 9th-grade students in Elementary School. The qualitative research was conducted in a public school in Fortaleza (CE), using a didactic sequence based on the problem-solving methodology proposed by Polya. The results show that students were initially unfamiliar with this type of approach, but, with teacher mediation, they developed competencies such as critical thinking, analytical reasoning, and autonomy. The study reinforces the importance of incorporating contextualized and interdisciplinary problems as a structuring axis of Mathematics teaching, in line with the BNCC and socio-interactionist perspectives. The investigative practice promoted significant advances in students' conceptual understanding and in their ability to apply diverse strategies in mathematical problem-solving.*

**Keywords:** Elementary Education; Problem Solving; Didactic Sequence.

<sup>1</sup> Doutorando do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). Secretaria Municipal de Fortaleza. E-mail: samukanet@rede.ulbra.br. ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-1696-5971>

<sup>2</sup> Doutora em Ciências da Educação pela Pontifícia de Salamanca, Espanha. Universidade Luterana do Brasil e Universidade Franciscana. E-mail: claudiag1959@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7345-8205>

## RESUMEN

*Este artículo presenta un recorte de una tesis doctoral que investiga el desarrollo de habilidades de resolución, reformulación y elaboración de problemas matemáticos con estudiantes del 9º grado de la Educación Básica. La investigación, de enfoque cualitativo, se realizó en una escuela pública de Fortaleza (CE), utilizando una secuencia didáctica basada en la metodología de resolución de problemas propuesta por Polya. Los resultados evidencian que los alumnos, inicialmente, no estaban acostumbrados a este tipo de enfoque, pero, con la mediación docente, desarrollaron competencias como el pensamiento crítico, la capacidad de análisis y la autonomía. El estudio refuerza la importancia de insertar problemas contextualizados e interdisciplinarios como eje estructurante de la enseñanza de la Matemática, en consonancia con la BNCC y con perspectivas sociointeraccionistas. La práctica investigativa promovió avances significativos en la comprensión conceptual y en la capacidad de aplicar diversas estrategias en la resolución de problemas matemáticos.*

**Palabras-clave:** Educación Básica; Resolución de Problemas; Secuencia Didáctica.

## INTRODUÇÃO

A resolução de problemas desempenha um papel fundamental no ensino da Matemática, sendo considerada um processo cognitivo ativo que estimula o raciocínio lógico e crítico dos estudantes. De acordo com Figueiredo, Recalcati e Groenwald (2020), essa abordagem permite que os alunos construam significados e compreendam conceitos matemáticos de maneira aprofundada, promovendo a exploração, o questionamento e a reflexão, incentivando-os a se tornarem protagonistas na construção do próprio conhecimento matemático.

Entende-se que a resolução de problemas deve estar no centro do ensino da Matemática, funcionando como um eixo estruturante da aprendizagem. Isso significa que os conteúdos matemáticos devem ser abordados a partir de situações-problema que permitam conexões com contextos reais. Essa abordagem favorece uma aprendizagem mais significativa, na qual os estudantes conseguem visualizar a aplicação dos conceitos e procedimentos matemáticos em diversas situações do cotidiano. Onuchic e Allevato (2011, p. 79), “[...] afirmam que “[...] o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo”.

Outro aspecto relevante é a importância da interdisciplinaridade na resolução de problemas matemáticos. A Matemática não deve ser vista como uma disciplina isolada, mas como uma ferramenta essencial para compreender e resolver questões em outras áreas do conhecimento, como Ciências, Física e Economia. Quando inseridos em um contexto interdisciplinar, os problemas matemáticos tornam-se mais concretos e aplicáveis, ajudando os alunos a perceberem a relevância dessa ciência no mundo real. Dessa maneira, problemas contextualizados contribuem para uma aprendizagem mais significativa e estimulam o interesse dos estudantes pela Matemática.

Ao integrar a resolução de problemas ao processo de ensino, os professores criam oportunidades para que os estudantes desenvolvam não apenas habilidades matemáticas, mas também competências essenciais para a vida, como o pensamento crítico, a capacidade analítica e a autonomia na tomada de decisões.

Este artigo apresenta um recorte de uma tese de doutorado com foco na resolução, na reformulação e na elaboração de problemas matemáticos nos anos finais do Ensino Fundamental (EF), desenvolvida com estudantes de uma escola municipal de Fortaleza, Ceará. O objetivo geral consistiu

em desenvolver estratégias didáticas que favoreçam uma aprendizagem matemática criativa e contextualizada, contribuindo para o aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem por meio da utilização de situações de resolução, reformulação e elaboração de problemas.

Apresenta-se a sequência didática desenvolvida com os estudantes, na qual foram propostas atividades que envolvem resolução, reformulação e elaboração de problemas.

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Na década de 1940, Polya (1995) definiu a noção de problema como o ato de buscar, de forma consciente, uma ação adequada para atingir um objetivo imaginado, mas não imediatamente alcançável.

O autor propõe as seguintes etapas de resolução: compreender, estabelecer um plano, executar e proceder à retrospectiva.

Para Polya (1995), na primeira etapa, a compreensão do problema é o ponto de partida para a resolução, pois afirma que o enunciado do problema precisa ser bem entendido e o aluno deve estar em condições de identificar as principais partes, a incógnita e os dados, devendo fazer perguntas do tipo: Qual a incógnita? Quais são os dados apresentados? É possível alcançar as condições solicitadas e elas são suficientes para determinar a incógnita?

Já a segunda etapa, de estabelecer um plano, os alunos, após compreenderem o problema, traçam estratégias que possibilitem essa solução, encontrando conexões entre os dados e a incógnita, fazendo uma relação com outro problema semelhante para que possam analisar e comparar a sua estratégia. É possível, nessa etapa, a introdução de outros elementos para uma melhor análise e compreensão do problema e a introdução de perguntas do tipo: Você consegue ver outro enunciado para o problema utilizando os mesmos dados? Você consegue resolver alguma parte do problema?

A terceira etapa, denominada execução do plano, exige conhecimento prévio de diversos conteúdos. porém a elaboração de uma estratégia equivocada levará ao insucesso, acarretando retorno à etapa anterior, tendo de elaborar, replanejar e construir novas estratégias.

E a quarta etapa, segundo Polya, é considerada a mais importante, haja vista que ela é o fechamento do problema, uma análise dos passos desenvolvidos até a solução do problema, procurando identificar possíveis falhas, verificando os resultados e os argumentos utilizados para a obtenção da solução, verificar o cerne do problema e se o resultado alcançado satisfaz essa etapa.

Kaiber e Groenwald (2008) expõem quatro passos a serem seguidos, fundamentados em Polya (Figura 1).

**Figura 1 - Etapas de Polya.**

Etapas	Características	Perguntas Facilitadoras
Compreensão do problema	Etapas de leitura do enunciado do problema para identificar dados, incógnitas e determinar o que é pedido, que elementos se têm e quais fazem falta, que semelhanças e novidades existem em relação a outra situação já vivenciada	Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? É suficiente? Redundante? Contraditória?
Elaboração de um plano de ação	Etapas de criação de uma ou várias estratégias a seguir para responder o que se pede. Refere-se à utilização de estratégias já conhecidas, provenientes de outros problemas resolvidos, uso de propriedades, simplificação do problema original em partes mais fáceis que ocupam menos tempo, determinação de tarefas e divisão de responsabilidades.	Já encontrou um problema semelhante? Conhece um problema relacionado com esse? Conhece algum teorema que possa ser útil? Esse é um problema relacionado com outro que já foi resolvido? Você poderia utilizá-lo? Poderia usar o seu resultado? Poderia empregar o seu método? Considera que seria necessário introduzir algum elemento auxiliar para poder utilizá-lo? Poderia enunciar o problema de outra forma?

Execução do plano	Etapa em que se põe em prática o planejamento realizado, cumprindo ou não todas as fases, modificando aqueles elementos que se colocam como obstáculos à solução do problema e comprovando ou refutando as hipóteses do plano, replanejando, até encontrar a solução desejada.	Já escreveu seu plano de ação? Os caminhos planejados estão ajudando na formulação do problema? Quais os obstáculos encontrados? Necessita replanejamento?
Visão retrospectiva, avaliação do plano.	Etapa do monitoramento da ação. Importante ressaltar dois aspectos: a avaliação da eficácia e eficiência do plano em função da comparação realizada com outros planos apresentados para resolver o mesmo problema; validação da solução encontrada, generalização como ferramenta para elaborar outras estratégias para utilização em outro problema.	Pode verificar o resultado? Pode verificar o raciocínio? Pode obter o resultado de forma diferente? Pode empregar o resultado ou o método em algum outro problema?

Fonte: Adaptado de Kaiber e Groenwald (2008).

Onuchic e Allevato (2011, apud Gonçalves e Allevato, 2020), definem problema como “tudo aquilo que não se sabe fazer, ou seja, são atividades ou situações em que a resolução do problema não é conhecida ou memorizada pelos estudantes de antemão.” De maneira similar, Van de Walle (2009, apud Gonçalves e Allevato, 2020), descreve problema como “qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham resoluções prescritas ou que não haja métodos particulares ou pré-determinados para a resolução do problema.”

A partir dessas definições, torna-se evidente que a simples prática de apresentar um problema seguido imediatamente pela oferta de todos os procedimentos e técnicas para sua solução não constitui uma metodologia efetiva de resolução (e elaboração) de problemas. Isso se deve ao fato de que, nesse formato, é improvável que o estudante atribua significado ou desenvolva uma compreensão profunda do problema em questão.

Martins, Gomes, Paula e Allevato (2023), enfatizam a distinção entre a prática de atividades repetitivas e a resolução de problemas no contexto educacional. Reconhecem a relevância da reconhecimento, entendida como a capacidade de reconhecer e ativar conhecimentos prévios dos estudantes, servindo como base para a construção de novas aprendizagens. Contudo, argumentam que os problemas abordados em seu estudo transcendem a mera repetição de conceitos e procedimentos já conhecidos. Em vez disso, buscam fomentar a internalização e aprofundamento desses conhecimentos. A repetição, neste sentido, não se limita à mera memorização, mas se constitui como um meio de reforço que contribui para a fixação e a compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, propiciando uma aprendizagem significativa e duradoura.

Os autores destacam a relevância da metodologia de Resolução de Problemas no ensino e aprendizagem de Matemática, situando-a dentro de uma perspectiva sociointeracionista. Nesta abordagem, a aprendizagem Matemática é vista como um processo ativo, no qual os estudantes são coautores do conhecimento, e os professores atuam como facilitadores e mediadores. A exploração de problemas na Educação Matemática é apresentada não apenas como uma técnica didática, mas como atividade que promove a reflexão crítica, a autorregulação e a metacognição, permitindo que os estudantes construam o conhecimento de maneira significativa e contextualizada.

O desenvolvimento cognitivo, segundo essa perspectiva, ocorre através da interação social e da mediação cultural, em que os problemas matemáticos servem como ferramentas para estimular o pensamento crítico e a capacidade de resolver situações complexas. A metodologia enfatiza a importância do diálogo, da colaboração e da reflexão no processo de aprendizagem, alinhando-se com as teorias de Vygotsky (1998) sobre o desenvolvimento cognitivo social.

Entende-se que essa abordagem pode transformar a sala de aula em um ambiente dinâmico, onde o conhecimento matemático é construído de forma colaborativa, considerando os contextos históricos, culturais e sociais dos estudantes. Além disso, a prática da Resolução de Problemas é vista como um meio de desenvolver não apenas habilidades Matemáticas, mas também competências mais amplas, como pensamento crítico, criatividade e capacidade de trabalhar em equipe.

Echeverría e Pozo (1998) citam que:

Ensinar a resolver problema não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. Não é uma questão de somente ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a *propor* problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado [...] O verdadeiro objetivo final da aprendizagem da solução de problemas é fazer com que o aluno adquira o hábito de proporem-se problemas e de resolvê-los como forma de aprender (ECHEVERRÍA in POZO, 1998, p. 14-15).

Segundo o *National Council of Teachers of Mathematics* - NCTM (2015) a metodologia de resolução de problemas requer habilidades, raciocínio e atitudes, como comprometimento e persistência na busca de soluções. Este documento aponta que os estudantes devem ter experiências que lhes permitam, entre outras situações, construir socialmente o conhecimento, através do discurso, da atividade e da interação relacionadas com problemas significativos e desenvolver uma consciência metacognitiva de si mesmo como estudante, pensador e solucionador de problemas, aprendendo a supervisionar sua aprendizagem e desempenho.

Segundo o NCTM (2000):

Resolver problemas não é apenas uma meta da aprendizagem Matemática, mas também um modo importante de fazê-la. A resolução de problemas é uma parte integrante de toda aprendizagem Matemática e, portanto, não deve ser apenas uma parte isolada do programa de Matemática. A resolução de problemas em Matemática deve envolver todas as cinco áreas de conteúdos descritas nos Padrões do NCTM. Os bons problemas integram múltiplos tópicos e envolverão a Matemática significativa (NCTM, 2000, p. 52).

Pesquisas indicam que a principal função da resolução de problemas é desenvolver a compreensão matemática dos alunos. Essa compreensão - ou a ausência dela - torna-se evidente, em geral, durante o processo de resolução de problemas, quando os estudantes revelam suas dificuldades ou avanços em relação a determinados conceitos ou objetos matemáticos. Conforme destaca Schoenfeld (1985), é por meio da resolução de problemas que os alunos expõem suas concepções, estratégias e formas de pensar, permitindo ao professor identificar suas compreensões e equívocos.

A Base Nacional Comum Curricular -BNCC (Brasil, 2018), enfatiza a Resolução de Problemas como um eixo estruturante do ensino de Matemática, destacando sua importância para o desenvolvimento do raciocínio lógico, do pensamento crítico e da autonomia dos estudantes. A abordagem da resolução de problemas na BNCC está alinhada com a ideia de que a aprendizagem matemática deve ser significativa, contextualizada e baseada na exploração ativa dos conceitos. A BNCC também



incentiva a elaboração de problemas como uma estratégia pedagógica para promover a aprendizagem significativa. A criação de situações-problema pelos próprios alunos ou pelos professores pode ajudar a contextualizar os conteúdos estudados, tornando o aprendizado mais interessante e envolvente.

As diretrizes da Base Nacional Comum Curricular -BNCC (Brasil, 2018) relativas à Resolução de Problemas estabelecem fundamentos importantes para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Dentre os principais pontos, destacam-se:

- **A Resolução de Problemas como método pedagógico:** A BNCC propõe que o ensino de Matemática seja estruturado com base em situações-problema, superando a abordagem tradicional centrada na memorização de regras e procedimentos;
- **Valorização da autonomia intelectual dos estudantes:** Os alunos devem ser incentivados a explorar diferentes estratégias, levantar hipóteses, testar ideias e validar os resultados obtidos;
- **Desenvolvimento de habilidades matemáticas:** O processo de resolução de problemas deve envolver competências como leitura e interpretação, levantamento e análise de dados relevantes, planejamento e execução de estratégias, interpretação e validação dos resultados;
- **Abrangência em todas as unidades temáticas:** A resolução de problemas permeia todas as unidades temáticas da Matemática - Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística - como eixo estruturante da prática pedagógica;
- **Contextualização e aplicabilidade:** Os estudantes são estimulados a aplicar os conhecimentos matemáticos em diferentes contextos, incluindo situações do cotidiano;
- **Promoção do pensamento algébrico e da modelagem matemática:** A BNCC reconhece a modelagem como uma ferramenta importante para interpretar e resolver problemas relacionados ao mundo real;
- **Integração de tecnologias e múltiplas representações:** A resolução de problemas pode envolver o uso de recursos tecnológicos como calculadoras, softwares matemáticos e outras ferramentas digitais, além do uso de representações diversas como tabelas, gráficos, esquemas e expressões algébricas;
- **Exploração de estratégias variadas:** São incentivadas estratégias como tentativa e erro, uso de diagramas, resolução de problemas complexos e argumentação matemática.
- **Estímulo à comunicação matemática:** A BNCC valoriza a capacidade dos alunos de explicarem seus raciocínios, promovendo a clareza e a precisão na linguagem matemática;
- **Interdisciplinaridade:** A Matemática deve ser articulada com outras áreas do conhecimento, como Ciências, Geografia e Economia, favorecendo a resolução de problemas interdisciplinares e a construção de saberes integrados.

Encontra-se ainda na BNCC:

A Matemática escolar deve contribuir para que os estudantes desenvolvam a capacidade de resolver problemas, utilizando diferentes estratégias, raciocinando, argumentando, validando ideias e comunicando seus processos de pensamento de maneira clara e precisa. (Brasil, 2018).

Villella (1998) citado por Zat e Groenwald (2016) chama atenção para o fato da resolução de problemas possibilitar o desenvolvimento de operações de pensamento (Figura 2).

Figura 2 - Operações de Pensamento.

OPERAÇÃO	CARACTERÍSTICAS
Buscar suposições	É estabelecer hipóteses levando em consideração que elas podem ser verdadeiras ou falsas.
Classificar	É agrupar conceitos, ideias, considerando certos atributos comuns que devem ser eleitos por quem realiza a tarefa.
Codificar	É transformar uma ideia em um elemento que pode dividir-se, o que implica elaborar um quadro gráfico, linguístico, simbólico, possível de ser decodificado pelo receptor da informação proposta.
Comparar	É observar diferenças e semelhanças para encontrar pontos de relação entre os objetos e as ideias levadas em consideração.
Planejar a ação	É traçar um plano de ação para solucionar uma situação conflituosa.
Formular críticas	É formular juízos, analisar e avaliar a situação, de acordo com certos princípios e normas estabelecidas.
Formular hipóteses	É redigir um enunciado provisório, com caráter pontual, que se propõe como possível solução de um problema.
Imaginar	É formar uma ideia de algo não presente.
Interpretar	É explicar o significado de uma situação estudada.
Resumir	É estabelecer de modo breve e condensado a ideia do texto apresentado.
Resumir e organizar dados	É organizar os dados da situação estudada utilizando-a para o desenvolvimento das hipóteses e soluções.
Tomar decisões	É responder à pergunta: “que fazer e para quê?” envolvendo normas, leis e procedimentos válidos, assim como valores que intervêm na situação a ser resolvida.

Fonte: Villella, 1998.

Segundo Zat e Groenwald (2016):

Percebe-se que a resolução de problemas está associada a objetivos claros, que desafiam o aluno a refletir, estabelecer hipóteses, observar, comparar, organizar dados, aplicar conceitos e interpretar situações, entre outras operações que favoreçam a construção do conhecimento, ou seja, pensamento e ação estão integrados.

As autoras refletem que a metodologia de resolução de problemas pressupõe a presença de algumas características básicas: a possibilidade de problematizar a situação; compreensão e atitude investigativa; ênfase no processo, delineando hipóteses; estabelecimento de relações e comparações entre o que se sabe e o que se está aprendendo; exercício do pensamento crítico na validação e expressão da possível solução.

Outro aspecto importante é salientado por Figueiredo e Groenwald (2019, p. 4):

O *design* de problemas com o uso de tecnologias digitais é uma perspectiva metodológica que, ao ser utilizada na formação de inicial de professores de Matemática, pode contribuir para que os licenciandos tenham a oportunidade de exercer os papéis de *designer* e professor, discutindo e refletindo e aprendendo a elaborar os seus próprios enunciados e propô-los em práticas pedagógicas. Os enunciados dos problemas podem ser elaborados pelo(s) professor(es) formador(es), para que sejam resolvidos com o uso de tecnologias digitais pelos licenciandos, mas quando esses têm a oportunidade de produzi-los, seja individual ou cooperativa ou colaborativamente, para propô-los a alunos da Educação Básica, eles podem aprender a planejá-los, atribuindo características e aspectos, que permitam desenvolvê-los e implementá-los.

As autoras citam que o de design de problemas segue as etapas delineadas por Figueiredo (2017), alinhadas com as sugeridas por Filatro (2008) para o Design de Sistemas Instrucionais (ISD1). Inicia com a formação de um grupo de trabalho e a seleção de quem vai desenvolver o design, em seguida, ocorre a análise das necessidades, incluindo a escolha dos alunos envolvidos e do tema, após é realizado o projeto do enunciado, seguido pelo desenvolvimento e implementação da primeira versão. Após avaliação e discussão entre os designers, são feitas melhorias ou o re-design do enunciado, se necessário, para obter a segunda versão e a versão final do problema.

Ainda, as autoras citam:

Em relação às características e aspectos que podem ser atribuídos, aponta-se o apelo à visualização, através das imagens escolhidas e/ou produzidas pelo(s) designers e que serão o próprio enunciado ou farão parte dele, e a produção de frases e questionamentos, que, ao serem lidas e interpretadas, favoreçam a exploração, a experimentação, a simulação e a investigação, entre outros aspectos, na busca de informações e dados e, até mesmo, a escolha de recursos tecnológicos, que contribuam para a solução dos problemas (Figueiredo e Groenwald, 2019, p. 4).

Outro ponto que pode ser enfatizado durante o processo de design é a reformulação de problemas, conforme destacado por Figueiredo e Groenwald (2019) 1994). Isso envolve a criação de novas questões e a apresentação de um ou mais problemas que reestruturam a tarefa original, juntamente com as informações e condições fornecidas. Essa reestruturação pode incentivar os alunos a tomar decisões, realizar ações e utilizar recursos enquanto exploram e desenvolvem estratégias.

As autoras citam Ayllón, Gómez e Ballesta-Claver (2016), que enfatizam que a reformulação de um problema ou a formulação de outros problemas a partir da(o) tarefa/problema proposta(o) favorecem o desenvolvimento das capacidades de análise, criatividade, inovação, raciocínio, abstração, reflexão e o estabelecimento de relações entre os diferentes conceitos matemáticos ou estruturas numéricas. Porém, é necessário que o professor a incorpore nas práticas pedagógicas e proporcione ambientes que encorajam e estimulem os alunos.

## **METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO**

A presente pesquisa adota uma abordagem qualitativa, a qual se mostra apropriada para a análise de fenômenos em seus contextos naturais, envolvendo a interação direta e prolongada entre o pesquisador e o ambiente investigado. Conforme Godoy (1995), os estudos qualitativos visam à compreensão do mundo empírico a partir de sua complexidade, considerando os significados atribuídos pelos sujeitos às suas experiências. Nessa mesma direção, Leopardi (2002, p. 117) afirma que a pesquisa qualitativa “é utilizada quando não se podem usar instrumentos de medida precisos, desejam-se dados subjetivos ou se fazem estudos de um caso particular”.

A opção por essa abordagem fundamenta-se na necessidade de analisar os resultados decorrentes do processo investigativo, com base nas observações realizadas durante o experimento conduzido com estudantes, bem como nas manifestações dos participantes - especificamente, alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública municipal de Fortaleza, no estado do Ceará.

Os dados coletados apresentam natureza subjetiva, sendo obtidos por meio de observações sistemáticas e registros minuciosos das situações de ensino vivenciadas no decorrer do experimento.



A análise adotou uma perspectiva descritiva, com o intuito de compreender detalhadamente os eventos registrados durante a realização das atividades pedagógicas.

Caracteriza-se como um estudo de caso, dado que se concentra na observação de um grupo específico de estudantes de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, pertencente a uma escola da rede municipal localizada no Distrito V do município de Fortaleza/CE. Foi desenvolvido um experimento com 38 estudantes matriculados no 9º ano do EF, na faixa etária de 14 a 17 anos, organizados em grupos de trabalho colaborativo, analisando o desempenho destes estudantes ao resolverem os problemas planejados e propostos a eles por meio de uma sequência didática. Os grupos foram denominados G1, G2, ... G13.

### **AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO COM PROBLEMAS<sup>3</sup>**

No experimento desenvolvido com os estudantes do 9º ano do EF, foi planejado um ambiente de investigação, com o planejamento de aulas, utilizando uma sequência didática, utilizando o Design Instrucional de Filatro (2008), com resolução, reformulação e elaboração de problemas, seguindo as etapas referidas para a resolução de problemas de Polya.

As sequências didáticas são um conjunto de atividades organizadas, de maneira sistemática, planejadas para o processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo, etapa por etapa. São organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para a aprendizagem de seus alunos, e envolvem atividades de aprendizagem e avaliação (Dolz e Schneuwly, 2004). Segundo Zabala (1998) as sequências didáticas são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. Através da sequência didática é possível analisar as diferentes formas de intervenção e avaliar a pertinência de cada uma delas.

No desenvolvimento da sequência didática foram seguidas as etapas segundo Filatro (2008), em que frequentemente estrutura-se o planejamento do processo de ensino e aprendizagem em estágios distintos:

1. Análise: envolve a identificação de necessidades de aprendizagem, a definição de objetivos instrucionais e o levantamento das restrições envolvidas;
2. Design e desenvolvimento: quando ocorre o planejamento da instrução e a elaboração dos materiais e produtos instrucionais;
3. Implementação: quando se dá a capacitação e ambientação de docentes e alunos à proposta de design instrucional e a realização do evento ou situação de ensino e aprendizagem propriamente ditos; e por fim
4. Avaliação: envolve o acompanhamento, a revisão e a manutenção do sistema proposto.

As etapas da sequência didática desenvolvida foram: 1. Problemas exemplos com situações contextualizadas, elaborados pelo professor/pesquisador, com discussão com os estudantes envolvendo equação do 2º grau e teorema de Pitágoras; 2. situações-problemas propostos para os estudantes resolverem em grupos de trabalho envolvendo equação do 2º grau e teorema de Pitágoras; 3. elaboração de situações problemas com situações encontrados na escola e resolução das mesmas; 4. Reformulação de problemas; 5. apresentação dos resultados pelos grupos e discussão dos resultados encontrados.

---

<sup>3</sup> O ambiente de investigação refere-se ao planejamento, à organização e à avaliação da prática investigativa, delineando as ações que serão desenvolvidas ao longo do experimento.

A seguir, na Figura 3, apresenta-se um exemplo em que o professor discute com os estudantes uma situação problema envolvendo equação do 2º grau, que é objeto do conhecimento do 9º ano do EF. Etapa 1 da sequência didática proposta aos estudantes.

**Figura 3** - Exemplo de problema proposto aos estudantes do 9º ano.

Hoje vamos conversar sobre equações do 2º grau. Elas são uma ferramenta importante para resolver muitos problemas do dia a dia. Vamos usar como exemplo o processo de limpeza do Rio Maranguapinho, que passa perto da nossa escola.

A população que vive perto do rio sofre com a poluição, que traz doenças e pragas. Felizmente, muitas pessoas estão lutando para limpar o rio. Vamos ver como as equações do 2º grau podem nos ajudar a entender esse processo.

A prefeitura coletou dados sobre a poluição e determinou que a quantidade de poluentes (P) no rio em relação ao tempo (x), em meses, pode ser descrita pela equação:

$$P(x) = -2x^2 + 8x + 10$$

A primeira parte ( $-2x^2$ ) representa o trabalho da prefeitura de limpeza (retirada da sujeira) do rio. Já a segunda parte ( $+8x$ ) representa parte da população que ainda contribui com a poluição. Por fim, a terceira parte ( $+10$ ) representa a poluição que já estava antes do início da limpeza.

Em quanto tempo o Rio Maranguapinho estará totalmente limpo?

Importante analisar como resolver o problema. Vamos resolver em etapas, conforme Polya sugere:

- 1) analisando os dados do problema
- 2) Traçando um plano de ação
- 3) Resolvendo o plano de ação
- 4) Respondendo ao problema e analisando a resposta

1) analisando os dados do problema

**Função que modela a poluição:**  
 $P(x) = -2x^2 + 8x + 10$

Onde:  
**P(x):** quantidade de poluentes no rio (em alguma unidade de medida).  
**x:** tempo em meses.  
**Interpretação dos termos da equação:**  
 $-2x^2$ : representa a ação da prefeitura na limpeza do rio (retirada da sujeira). É um termo negativo, indicando redução da poluição ao longo do tempo.  
 $+8x$ : representa a contribuição da população que ainda descarta resíduos no rio, ou seja, aumenta a poluição.  
 $+10$ : representa a poluição inicial, já presente antes do início da limpeza.

2) Traçando um plano de ação

Para que o rio fique totalmente limpo, a poluição deve ser nula, ou seja,  $P(x) = 0$ .

$$P(x) = -2x^2 + 8x + 10$$

$$0 = -2x^2 + 8x + 10$$

Resolvendo, para facilitar a resolução é conveniente que o primeiro termo fique positivo.

$$2x^2 - 8x - 10 = 0$$

Podemos dividir toda a expressão por 2, já que todos os coeficientes são pares.

$$\frac{2x^2}{2} - \frac{8x}{2} - \frac{10}{2} = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

3) Resolvendo o plano de ação:

- Resolver a equação do segundo grau quando a poluição for zero.
- Escrevendo a equação de forma fatorada:

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

Perceba que o pequeno quadrado na cor laranja foi subtraído duas vezes. Com essa última consideração, podemos concluir que a área vermelha da figura representada pela expressão  $(x-2)^2$  será:

A área do maior quadrado ( $(x-2)^2$ ), menos as áreas dos dois retângulos amarelos ( $2 \cdot x \cdot 2$  e  $2 \cdot x \cdot 2$ ) e adicionado do quadrado laranja ( $2 \cdot 2 = 4$ ), ou seja, fatorando a equação temos:

$$(x-2)^2 - x^2 - 4x + 4$$

Adicionando '1' em ambos os membros obteremos a expressão inicial simplificada.

$$(x-2)^2 - 9 - x^2 - 4x + 4 - 9$$

$$(x-2)^2 - 9 = x^2 - 4x - 5$$

Como já vimos anteriormente,  $x^2 - 4x - 5 = 0$ . Logo podemos substituir isso na última expressão:

$$(x-2)^2 - 9 = 0$$

$$(x-2)^2 - 9 = 0$$

$$(x-2)^2 = 9$$

$$\sqrt{(x-2)^2} = \sqrt{9}$$

$$x-2 = \pm 3$$

Extraindo as raízes quadradas em cada membro da equação.

4) Analisando as respostas

Por fim, temos duas respostas para a equação, porém uma única resposta para o problema, já que não podemos considerar valores negativos para denotar o tempo.

Logo, levará 5 meses para a limpeza completa do rio.

Fonte: A pesquisa.



Outro exemplo da etapa 1, da sequência didática, observa-se na Figura 4, onde o professor/pesquisador discute uma situação problema envolvendo triângulo retângulo, que é objeto do conhecimento do 9º ano do EF, conforme a BNCC (Brasil, 2018).

**Figura 4** - Exemplo de problema com Relações métricas no Triângulo Retângulo.

Os triângulos podem ser usados para calcular medidas, como a altura da cesta de basquete ou a que altura a bola que o Gabriel chutou e ficou presa.

Importante salientar que os triângulos são polígonos que não se movimentam. Vamos comprovar isto fazendo polígonos de 3, 4, 5, 6, 7 e 8 lados com palitos de picolé.

Existem diversos motivos para se estudar as relações métricas no triângulo retângulo. Aqui vão alguns deles:

- As relações métricas no triângulo retângulo ajudam a calcular distâncias que não são fáceis de medir diretamente. Por exemplo, se você quisesse saber a altura de um prédio sem subir nele, você poderia usar o que aprende sobre triângulos retângulos para descobri-la.
- As relações métricas são a base para muitos outros conceitos em matemática, como trigonometria e geometria mais avançada. Então, ao aprender isso agora, você está se preparando para entender coisas ainda mais complexas e interessantes no futuro.
- Se você deseja ser arquiteto, engenheiro, construtor ou até designer, saber como funcionam as relações métricas vai te ajudar a projetar edifícios, pontes, estradas e até móveis, garantindo que tudo fique seguro e correto. Entre outros...

Mas quais são essas relações? Vamos construir isso utilizando o triângulo retângulo (desenhem dois triângulos retângulos iguais de lados 15 cm, 20cm e 25cm e vamos indicar por  $a$  e  $b$  os catetos e  $c$  a hipotenusa, recortem os dois triângulos):

A partir dele, observa-se que além dele, se tem outros dois triângulos semelhantes ao primeiro:

Seguindo a proporcionalidade podemos organizar as relações por semelhança de triângulos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{h} = \frac{b}{m} \quad \frac{a}{c} = \frac{c}{n} = \frac{b}{h} \quad \frac{b}{c} = \frac{h}{n} = \frac{m}{h}$$

A partir dessas proporções encontra-se as conhecidas relações métricas no triângulo retângulo que são:

$$a \cdot h = c \cdot m \quad a \cdot h = c \cdot b \quad b^2 = a \cdot m$$

$$a = m + n \quad b \cdot n = c \cdot h \quad h^2 = m \cdot n \quad c^2 = a \cdot n$$

Ao somar as duas últimas relações, obtêm-se:

$$a \cdot m + a \cdot n = b^2 + c^2$$

$$a \cdot (m + n) = b^2 + c^2$$

$$a \cdot a = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Esta última expressão é conhecida como Teorema de Pitágoras e é uma das mais importantes das relações.

Problema! Um fazendeiro possuía um lote de terra em formato de triângulo retângulo cujo maior lado media 40 m. Ele resolveu comprar o lote ao lado, que também apresentava o formato de triângulo retângulo, conforme ilustra a figura. Após a compra, o novo terreno tinha o maior lado medindo 50 m.

Com base nessas informações, determine:

- a medida  $a$  do lado do primeiro terreno.
- a medida do menor lado do terreno comprado.
- a medida do menor lado do terreno maior.

Vamos raciocinar em etapas:

- Entendendo o problema:
  - O terreno final tem o formato de um triângulo retângulo.
  - A hipotenusa desse triângulo é 50m e um dos catetos mede 40m.
  - Utilizaremos a representação gráfica para compreender melhor o problema.
- Estratégia (Plano de Ação):
 

Pergunta do problema: Qual a medida do lado do primeiro terreno, do menor lado do terreno comprado e do menor lado do terreno maior?

Como estratégia para responder a primeira pergunta do comando da questão vamos comparar a figura dada com a figura de referência apresentada aqui anteriormente.

Depois vamos identificar a incógnita e listar todas as relações onde ela aparece.

Das relações listadas, escolheremos aquela que contém todas as variáveis, sem conter a incógnita.

Repetimos o processo para encontrar o valor das outras incógnitas.

Execução do Plano de Ação:

Comparando as duas figuras percebemos que a incógnita inicial é  $m$ . As relações onde  $m$  aparece são:

$$a = m + n \quad b^2 = a \cdot m$$

$$b \cdot h = c \cdot m \quad 40^2 = 50 \cdot a$$

$$h^2 = m \cdot n \quad 1600 = 50a$$

$$b^2 = a \cdot m \quad a = 32$$

Conheço os valores de  $b$  e  $a$ .

A próxima incógnita é a medida do menor lado do terreno comprado, que na figura de referência está representado pela letra  $n$ .

$b \cdot n = c \cdot h$	✓ Não conheço os valores de $c$ e $h$ .	$a = m + n$
$h^2 = m \cdot n$	✓ Não conheço o valor de $h$ .	$50 = 32 + n$
$c^2 = a \cdot n$	✓ Não conheço o valor de $c$ .	$n = 50 - 32$
$a = m + n$	✓ Conheço os valores de $a$ e $m$ .	$n = 18$

A próxima incógnita é a medida do menor lado do terreno maior, que na figura de referência está representado pela letra  $c$ .

$a \cdot h = b \cdot c$	✓ Não conheço o valor de $h$ .	$50^2 = 40^2 + c^2$
$b \cdot n = c \cdot h$	✓ Não conheço o valor de $h$ .	$2500 = 1600 + c^2$
$b \cdot h = c \cdot m$	✓ Não conheço o valor de $h$ .	$c^2 = 2500 - 1600$
$c^2 = a \cdot n$	✓ Conheço o valor de $a$ e $n$ .	$c^2 = 900$
$a^2 = b^2 + c^2$	✓ Conheço os valores de $a$ e $b$ .	$\sqrt{c^2} = \sqrt{900}$
		$c = 30$

d) Exame e exposição da solução:

Sendo assim temos que a figura com seus respectivos valores encontrados fica da seguinte forma:

Ou seja, a frente do terreno antigo mede 32 m, a medida do menor lado do terreno comprado mede 18 m e a medida do menor lado do terreno maior mede 30 m.

Problema 2: (SEAPE) Para reforçar uma estrutura triangular em sua obra, um engenheiro encomendou de um serralheiro, em vergalhão\*, a peça representada pelo segmento PR no desenho ao lado. Qual deve ser a medida do comprimento, em metros, da peça encomendada pelo engenheiro?

Para melhor compreensão, rotacionamos a figura até ficar numa forma mais amigável.

\* vergalhão: barra de aço com superfície nervurada

Vamos raciocinar em etapas:

a) Entendendo o problema:

- Ele deseja saber o comprimento do vergalhão representado pelo segmento PR.
- O valor dos dois catetos estão representados na figura.

b) Estratégia (Plano de Ação):

Pergunta do problema: Qual a medida do vergalhão, ou seja, do segmento PR?

Como estratégia para responder a primeira pergunta do comando da questão vamos comparar a figura dada com a figura de referência apresentada aqui anteriormente. Como fizemos no problema anterior.

Depois vamos identificar a incógnita e listar todas as relações onde ela aparece.

Das relações listadas, escolheremos aquela que contém todas as variáveis, sem contar a incógnita.

Repetimos o processo para encontrar o valor das outras incógnitas.

c) Execução do Plano de Ação:

Comparando as duas figuras percebemos que a incógnita inicial é  $h$ . As relações onde o  $h$  aparece são:

$a \cdot h = b \cdot c$	✓ Não conheço o valor de $n$ .	$a \cdot h = b \cdot c$
$b \cdot n = c \cdot h$	✓ Não conheço o valor de $m$ .	$5 \cdot h = 4 \cdot 3$
$h^2 = m \cdot n$	✓ Não conheço o valor de $m$ e $n$ .	$5h = 12$
$a \cdot h = b \cdot c$	✓ Conheço os valores de $a$ , $b$ e $c$ .	$h = \frac{12}{5}$
		$h = 2,4$

d) Exame e exposição dos resultados:

Percebemos que o vergalhão não pode ser maior que os catetos do triângulo maior, o que nos diz que o resultado é possível. E também que, de acordo com uma das relações métricas:

$$a \cdot h = b \cdot c$$

$$5 \cdot 2,4 = 3 \cdot 4$$

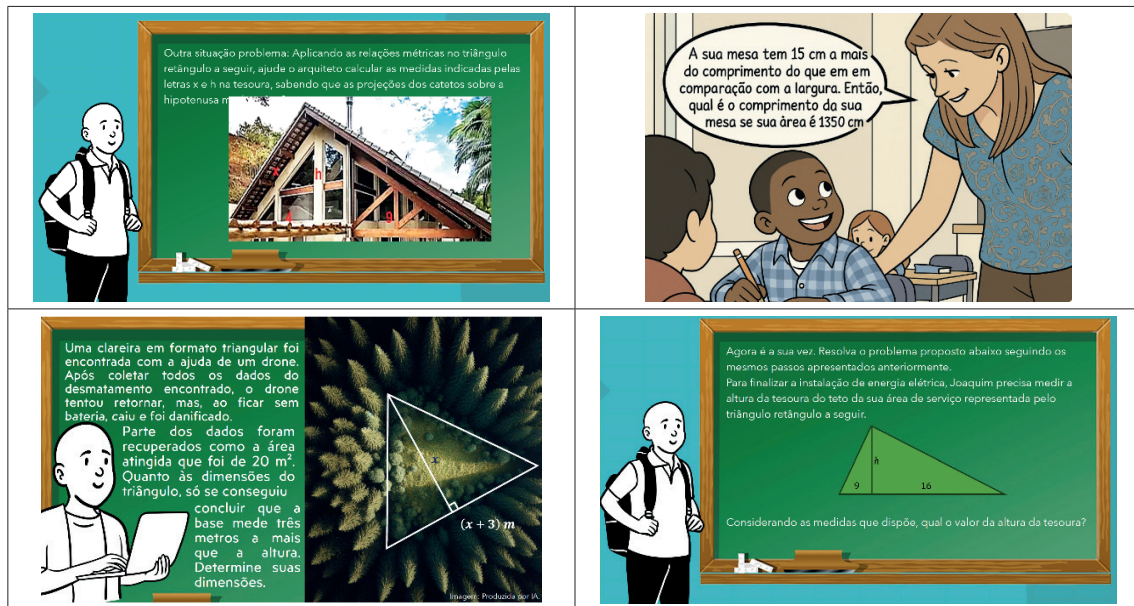
$$12 = 12$$

Logo, o tamanho do vergalhão é de 2,4 metros.

Fonte: A pesquisa.

Na etapa 2, de resolução de situações problemas pelos estudantes, foram propostos problemas envolvendo uma situação problema contextualizada e que os estudantes resolveram em grupos de 3 estudantes envolvendo equação do 2º grau e teorema de Pitágoras. Na Figura 5 apresentam-se exemplos das situações apresentadas aos estudantes.

**Figura 5** - Exemplos de problemas que os estudantes resolveram.



Fonte: A pesquisa.

Na terceira etapa foi proposto aos estudantes que eles, em grupos, reformulassem problemas e propusessem problemas e os resolvessem, utilizando as etapas propostas na sequência didática.

Estende-se que reformular um problema significa reescrevê-lo de maneira diferente, sem mudar sua essência matemática. Isso pode ser feito para tornar o anunciado mais claro, mais desafiador, mais realista ou até mais acessível para diferentes públicos.

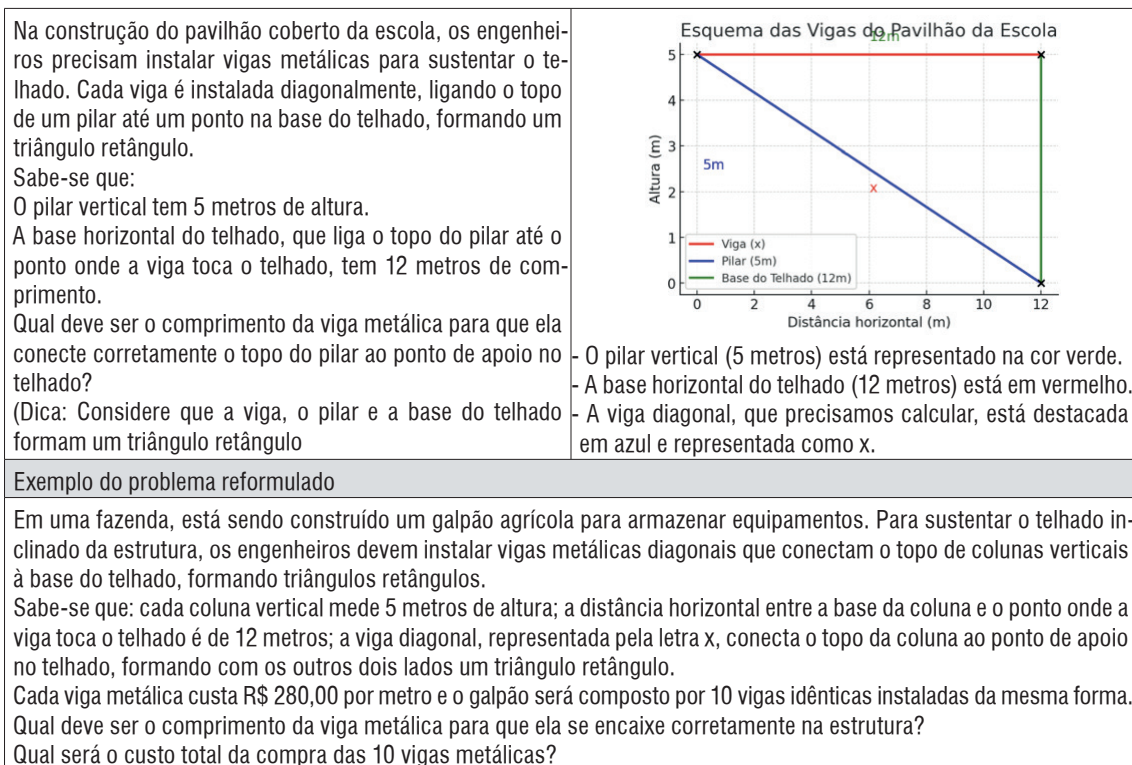
Exemplos de como reformular um problema:

- Mudar o contexto: Mantém a estrutura matemática, mas usa uma situação diferente.
- Alterar a forma da pergunta: Em vez de perguntar diretamente “Qual é o valor da incógnita?”, pode-se perguntar “Quantas soluções existem?” ou “Em que situações a solução não tem solução?”;
- Adicione ou retire informações: a intenção pode ser para deixar o problema mais simples ou mais complexo;
- Usar outras palavras e estrutura de frases: para tornar o problema mais claro ou mais envolvente.

Na Figura 6 observa-se uma proposta de reformulação de um problema.



**Figura 6** - Exemplo de um problema para reformulação.



Fonte: A pesquisa.

Elaborar um problema significa criar uma situação (real ou fictícia) que desperte uma pergunta ou um desafio a ser resolvido. Essa situação deve envolver um ou mais conceitos matemáticos (ou de outra área), e para resolvê-lo deve-se utilizar raciocínio, estratégias e conhecimentos prévios para encontrar uma solução.

As características do problema são:

- Contextualização: inserir o problema em um cenário significativo (por exemplo: escola, construção, cotidiano);
- Objetivo claro: deve definir o que se deseja que o aluno descubra ou resolva;
- Dados suficientes: fornecer informações adequadas (nem demais, nem de menos) de forma que o estudante possa resolver a situação;
- Potencial de reflexão: o problema deve estimular o pensamento, não ser apenas uma aplicação direta.

Na Figura 7 apresentam-se dois exemplos de imagens que foram apresentados aos estudantes para que formulassem problemas com as mesmas. Também, apresentam-se exemplos de problemas.

**Figura 7** - Elaboração de Problemas de acordo com uma imagem.

	<p>Durante a construção de um edifício, um trabalhador precisa utilizar uma escada para alcançar um ponto da parede onde irá fixar vigas de sustentação. A escada está apoiada no chão e encostada na parede, formando um triângulo retângulo com a superfície vertical da parede e o solo. Sabe-se que a altura do ponto onde a escada encosta na parede é de 5 metros, a distância da base da escada até a parede é de 12 metros e a escada forma a hipotenusa do triângulo. Qual deve ser o comprimento mínimo da escada para que ela alcance o ponto desejado da parede?</p>
	<p>A entrada da escola é formada por um grande arco metálico, que possui formato de parábola simétrica. Um engenheiro calculou que a altura <math>h</math>, em metros, de cada ponto do arco em relação à largura <math>x</math>, em metros, pode ser aproximada pela seguinte equação do segundo grau:</p> $h(x) = -x^2 + 6x$ <p>Onde: <math>x</math> representa a posição na base, a partir de um dos pilares com <math>0 \leq x \leq 6</math>; <math>h(x)</math> é a altura correspondente no arco metálico.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Qual é a altura máxima do arco?</li> <li>Em que ponto da base essa altura máxima ocorre?</li> <li>Para quais valores de <math>x</math> o arco tem exatamente 5 metros de altura?</li> </ol>

Fonte: A pesquisa.

## ANÁLISES

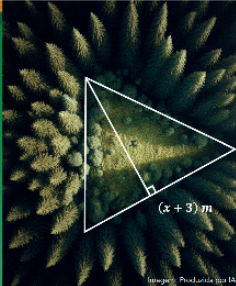
O professor/pesquisador desenvolveu todas as atividades da sequência didática planejada e os estudantes trabalharam em grupos, sendo promovido a discussão, reflexão e resolução das atividades propostas. Observou-se que os estudantes não possuíam hábito de trabalharem com atividades de resolução de problemas.

A inclusão de problemas contextualizados e interdisciplinares ampliou a percepção dos estudantes sobre a aplicabilidade da Matemática, integrando saberes de outras áreas do conhecimento, o que está em consonância com as diretrizes da BNCC.

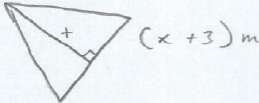
O experimento realizado demonstrou que os estudantes não estão habituados a resolverem problemas e não possuem as habilidades de leitura e interpretação, retirada de dados e, principalmente de análise da resposta encontrada, indicando que isto não foi trabalhado ao longo do EF. Salienta-se, também, a importância de que os estudantes analisem situações e reflitam sobre possíveis problemas que possam existir. No início os grupos ainda não estavam acostumados a resolverem seguindo as etapas sugeridas. Como se observa na Figura 8.

**Figura 8** - Resolução de um problema sem seguir as etapas.

Uma clareira em formato triangular foi encontrada com a ajuda de um drone. Após coletar todos os dados do desmatamento encontrado, o drone tentou retornar, mas, ao ficar sem bateria, caiu e foi danificado. Parte dos dados foram recuperados como a área atingida que foi de 20 m<sup>2</sup>. Quanto às dimensões do triângulo, só se conseguiu concluir que a base mede três metros a mais que a altura. Determine suas dimensões.



**Resolução do G3**



$\text{área } 20\text{m}^2$   
 $\text{base } 3 \text{ metro}$

$$x(x+3) = 20$$

$$x^2 + 3x + 2x + 3 = 20$$

$$x^2 + 5x - 17 = 0$$

$a = 1 \quad b = 5 \quad c = -17$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-17)$$

$$\Delta = 25 + 68 = 93$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x_1 = \frac{-5 \pm \sqrt{93}}{2 \cdot 1}$$

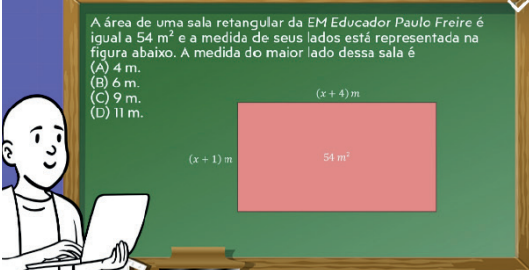
$$x_1 = \frac{-5 \pm \sqrt{93}}{2}$$

$x_1 = 7 \quad x_2 = 2$

Fonte: A pesquisa.

Depois, com a mediação do professor os grupos começaram a seguir as etapas e os resultados qualificando-se. Apresenta-se, na Figura 9, um problema resolvido pelo G3 onde as etapas de resolução foram seguidas e conseguiram encontrar a resposta correta para o valor da incógnita, porém não calcularam o lado que era o solicitado.

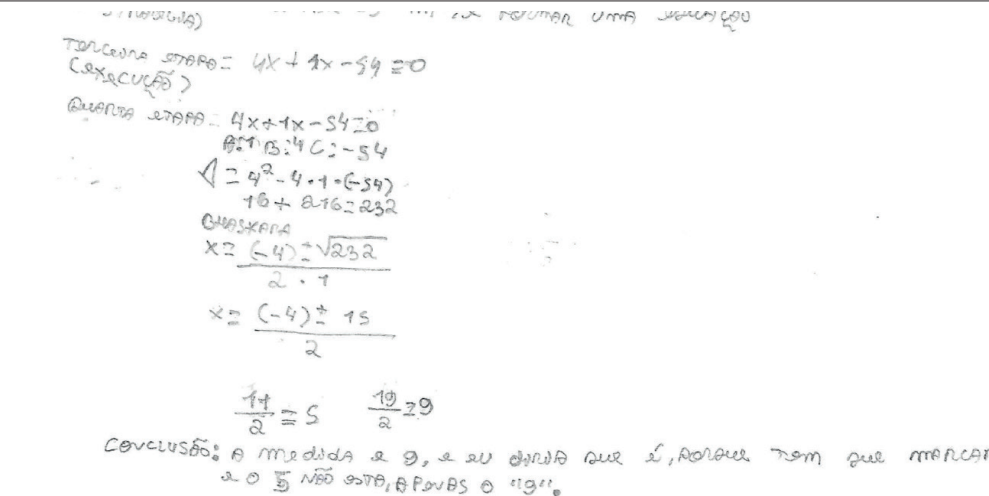
**Figura 9 - Resolução do G3.**

 <p>A área de uma sala retangular da EM Educador Paulo Freire é igual a 54 m² e a medida de seus lados está representada na figura abaixo. A medida do maior lado dessa sala é</p> <p>(A) 4 m. (B) 6 m. (C) 9 m. (D) 11 m.</p> <p>(x + 1) m</p> <p>(x + 4) m</p> <p>54 m²</p>	<p>Os estudantes resolveram o problema em grupos de 3 estudantes. Foi solicitado que resolvessem seguindo as etapas de resolução de um problema:</p> <p>Analisando o problema e retirando os dados; Traçando um plano de ação; Resolvendo o plano; Analisando a resposta.</p>
<p>Entendendo:</p> <p>Qual a maior medida?</p> <p>Estratégia:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Usar a fórmula da área do retângulo</li> <li>resultar em uma equação do 2º grau</li> <li>usar a fórmula de Baskara</li> </ul> <p>Execução</p> $(x+1) \cdot (x+4) = 54$ $x^2 + 4x + x + 4 = 54$ $x^2 + 5x - 50 = 0$ $a=1 \quad b=5 \quad c=-50$ $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-50)$ $\Delta = 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-50)$ $\Delta = 25 + 200$ $\Delta = 225$	$x = \frac{-5 \pm \sqrt{225}}{2 \cdot 1}$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{15}}{2 \cdot 1}$ $x_1 = \frac{-5 + 15}{2} \quad x_2 = \frac{-5 - 15}{2}$ $x_1 = 5 \quad x_2 = -10$ <p>exame</p> <p>dado que não há medida negativa concluímos que x só pode ser 5m</p>

Fonte: A pesquisa.

Quatro grupos de estudantes interpretaram corretamente, seguiram todas as etapas e resolveram a equação equivocadamente, chegando à resposta incorreta. Como se observa na resolução do GT7 na Figura 10. Foi evidenciado que os grupos tiveram problemas na resolução algébrica das equações, o que indica que ainda estão com dificuldades nos procedimentos matemáticos.

**Figura 10 - Resolução do GT7.**


 <p>Terceira etapa: <math>4x + 1x - 54 = 0</math></p> <p>Quarta etapa: <math>4x + 1x - 54 = 0</math></p> <p><math>\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-54)</math></p> <p><math>\Delta = 16 + 216 = 232</math></p> <p><math>x = \frac{(-4) \pm \sqrt{232}}{2 \cdot 1}</math></p> <p><math>x = \frac{(-4) \pm 15}{2}</math></p> <p><math>\frac{-4}{2} = -2 \quad \frac{15}{2} = 7,5</math></p> <p>Conclusão: a medida é 5, e eu acho que é, porque tem que marcar a 0 5 não está, é por isso o "5".</p>
--

Fonte: A pesquisa.




Outro problema que indicou que os estudantes estavam se organizando na resolução foi o problema da Figura 11.

**Figura 11 - Resolução do G8.**



Agora é a sua vez. Resolva o problema proposto abaixo seguindo os mesmos passos apresentados anteriormente.

Para finalizar a instalação de energia elétrica, Joaquim precisa medir a altura da tesoura do teto da sua área de serviço representada pelo triângulo retângulo a seguir.



Considerando as medidas que dispõe, qual o valor da altura da tesoura?

**Resolução do G8**

3.  $B \cdot C = m$   
 3.  $m = C \cdot h$   
 3.  $h = B \cdot C$   
 3.  $m = n$

$h^2 = m \cdot n$   
 $n = 16 \cdot 9$   
 $h^2 = 144$   
 $\sqrt{h} = \sqrt{144}$   
 $h = 12$

---

1- Preciso medir a altura da tesoura do teto da área de serviço.

---

2-  $B \cdot h = C \cdot m$ ?  
 $B \cdot n = C \cdot h$ ?  
 $a \cdot h = B \cdot c$ ?  
 $h = , n$ ?

---

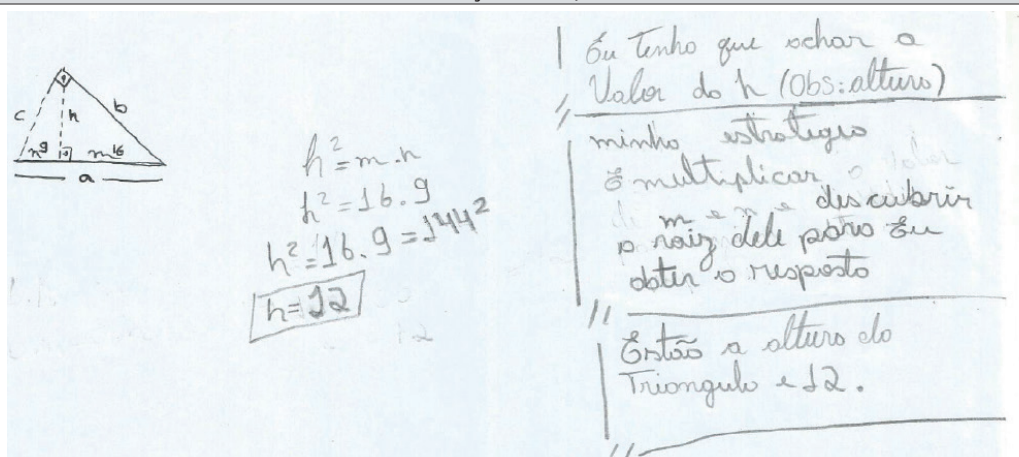
3-  $h^2 = m \cdot n$   
 $h^2 = 16 \cdot 9$   
 $h^2 = 144$   
 $\sqrt{h} = \sqrt{144}$   
 $h = 12$

---

1- a altura da Tesoura do Teto do área de serviço é = a 12.



## Resolução do Grupo G10



Eu tenho que achar o Valor do h (Obs: altura)

minha estratégia é multiplicar o valor de m e n e descobrir a raíz dele para eu obter o resultado.

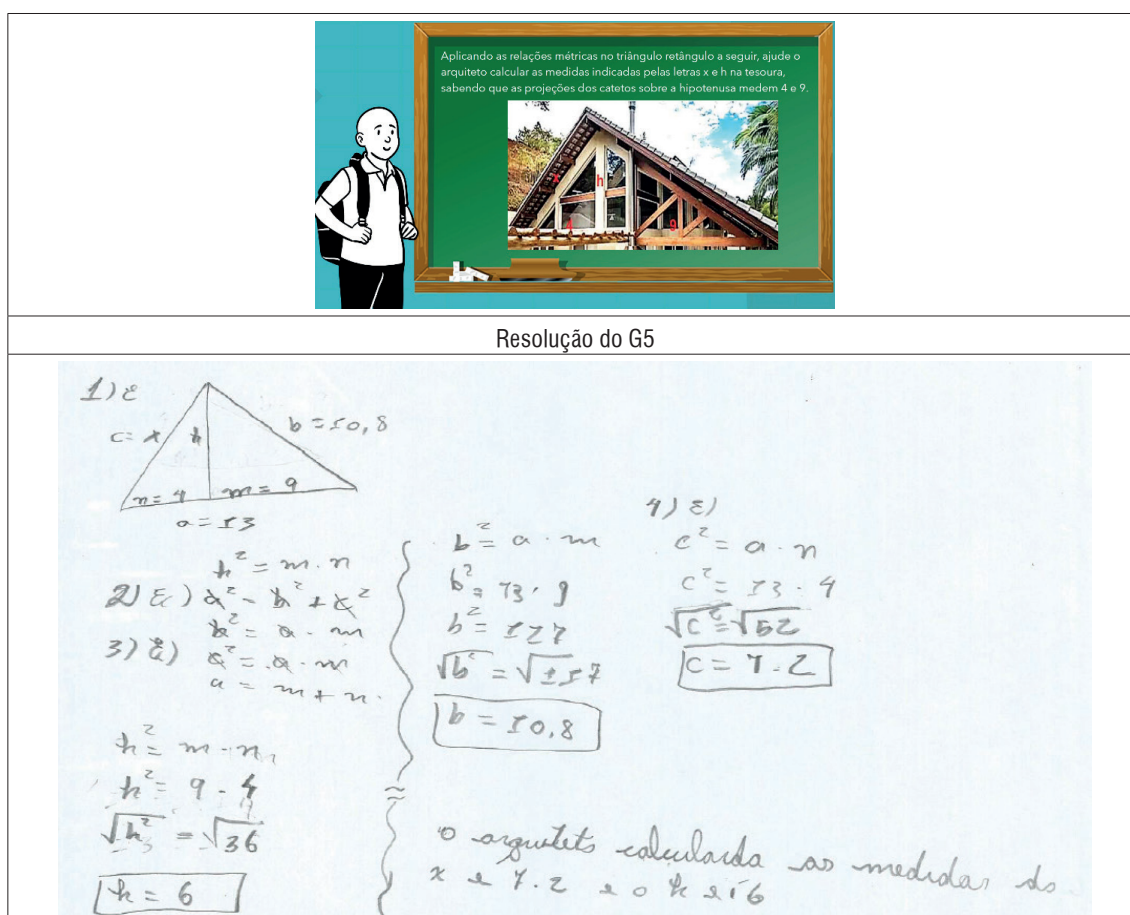
Então a altura do Triângulo é 12.

Fonte: A pesquisa.

O G10 ainda enfrentou dificuldades na resolução, como se observa na resolução desorganizada das etapas e ao resolver: e, em seguida concluiu que .

Na próxima resolução do G5 já se observa melhor organização e resolução correta (Figura 12).

**Figura 12** - Resolução do G5 do problema proposto.



Aplicando as relações métricas no triângulo retângulo a seguir, ajude o arquiteto calcular as medidas indicadas pelas letras x e h na tesoura, sabendo que as projeções dos catetos sobre a hipotenusa medem 4 e 9.

1) e

$b^2 = a \cdot m$

$b^2 = 13 \cdot 9$

$b^2 = 117$

$\sqrt{b^2} = \sqrt{117}$

$b = 10,8$

2) e

$h^2 = m \cdot n$

$h^2 = 9 \cdot 9$

$\sqrt{h^2} = \sqrt{81}$

$h = 9$

3) e

$a^2 = m + n$

$a = 13$

4) e

$c^2 = a \cdot n$

$c^2 = 13 \cdot 9$

$\sqrt{c^2} = \sqrt{117}$

$c = 10,8$

O arquiteto calculou as medidas de x e h. x = 10,8 e h = 9.

Fonte: A pesquisa.

## CONCLUSÕES

O experimento desenvolvido permitiu que os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental vivenciassem práticas inovadoras de ensino, centradas na resolução, reformulação e elaboração de problemas, promovendo uma ruptura com a rotina tradicional de sala de aula. A investigação evidenciou que a competência de resolução de problemas é construída por meio de um processo contínuo que envolve a compreensão do enunciado, o planejamento de estratégias, a execução das ações e a reflexão crítica sobre os resultados obtidos. No entanto, também ficou evidente que muitos estudantes ainda apresentam dificuldades significativas na leitura, interpretação, análise e validação das respostas, o que revela lacunas acumuladas ao longo do processo formativo.

A proposta metodológica adotada mostrou-se eficaz não apenas no desenvolvimento de habilidades matemáticas, mas também no fortalecimento de competências como pensamento crítico, trabalho em equipe, autonomia e capacidade de argumentação. A mediação docente desempenhou papel fundamental na condução das atividades, favorecendo a construção coletiva do conhecimento e a superação de obstáculos cognitivos.

Além disso, a inserção de problemas contextualizados e interdisciplinares ampliou a percepção dos estudantes sobre a aplicabilidade da Matemática no cotidiano, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Essa perspectiva evidencia o potencial formativo da Resolução de Problemas como eixo estruturante da Educação Matemática, tanto no que se refere à aprendizagem dos alunos quanto à atuação docente.

Como desdobramento, recomenda-se que novas pesquisas ampliem o escopo desta investigação, explorando o uso de tecnologias digitais na formulação e resolução de problemas, bem como aplicando essa abordagem em outros segmentos da Educação Básica. Ressalta-se, ainda, a importância de investir na formação inicial e continuada de professores, para que estejam preparados a planejar, adaptar e implementar sequências didáticas que estimulem a criatividade, o raciocínio lógico e a reflexão sobre o papel da Matemática na sociedade contemporânea.

## REFERÊNCIAS

AYLLÓN, M. F.; GÓMEZ, I. A.; BALLESTA-CLAVER, J. Mathematical thinking and creativity through mathematical problem posing and solving. **Propósitos y Representaciones**, [s. l.], v. 4, n. 1, p. 169-218, jan./jun. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF: MEC, 2018.

DELAZERI, G. R.; GROENWALD, C. L. O. Resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico: Um experimento no 9º ano do Ensino Fundamental. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, MS, v. 12, n. 28.

DOLZ, J.; SCHNEUWLY, B. **Gêneros orais e escritos na escola**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2004.

ECHEVERRÍA, M. del P. P. A solução de problemas em Matemática. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

FIGUEIREDO, F. F. **Design de problemas com a utilização das tecnologias digitais na formação inicial de professores de matemática**. 2017. 250 f. Tese (Doutorado em Ensino de Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2017.

FIGUEIREDO, F. F.; GROENWALD, C. L. O. The design of statements and the (re)formulation and resolution of open problems that address issues of social relevance with the use of digital technologies in the initial formation of mathematics teachers. **Acta Scientiae**, Canoas, RS, v. 21, n. 2, p. 2-17, abr. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss2id5046>.

FIGUEIREDO, F. F.; RECALCATI, L. A.; GROENWALD, C. L. O. (Re)formulação e resolução de problemas abertos e que abordam temas de relevância social com o uso de planilhas eletrônicas. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 17, n. [s. n.], p. 1-15, 2020.

FILATRO, A. C. **Design instrucional na prática**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2008.

GODOY, A. S. A pesquisa qualitativa e sua utilização em administração de empresas. **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 4, p. 65-71, jul./ago. 1995.

GONÇALVES, R.; ALLEVATO, N. S. G. **Resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças**. Curitiba: CRV, 2020.

KAIBER, C. T.; GROENWALD, C. L. O. Educação Matemática. In: BONIN, I. T. et al. (Org.). **Cultura, identidades e formação de professores: Perspectivas para a escola contemporânea**. Canoas, RS: Ed. ULBRA, 2008. p. 225-248.

LEOPARDI, M. T. **Metodologia da pesquisa na saúde**. 2. ed. Florianópolis: UFSC, 2002.

MARTINS, K. N. et al. Orientações didático-pedagógicas para o trabalho com resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v. 25, n. 1, p. 145-166, abr. 2023.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **De los principios a la acción: Para garantizar el éxito matemático para todos**. Reston, VA: NCTM, 2015.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. **Aprendiendo a aprender**. Barcelona: Ediciones Martínez Roca, 1988.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático**. 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SCHOENFELD, A. H. **Mathematical problem solving**. Orlando, FL: Academic Press, 1985.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ZABALA, A. **A prática educativa: Como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZAT, A. D. O.; GROENWALD, C. L. O. Resolução de problemas matemáticos no “sexto ano” do ensino fundamental no município de Canoas. **Revemat**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 437-456, ago. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p437>.