

CRIAR E RESOLVER PROBLEMAS: UMA ESTRATÉGIA PARA ENSINAR MATEMÁTICA*CREATING AND SOLVING PROBLEMS: A STRATEGY FOR TEACHING MATHEMATICS***CREAR Y RESOLVER PROBLEMAS: UNA ESTRATEGIA PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS**

ELENI BISOGNIN¹
JOSÉ ANTONIO SALVADOR²
VANILDE BISOGNIN³

RESUMO

Nesse trabalho são apresentados resultados parciais de uma pesquisa que tem como propósito analisar as competências e habilidades relacionadas com a criação e resolução de problemas relativos a sequências numéricas na construção de números figurados. Participaram dessa pesquisa estudantes de um curso de Engenharia Química, matriculados numa disciplina que aborda o tópico sequências numéricas. Os estudantes foram desafiados a criar e resolver problemas sobre números figurados triangulares. Os dados foram obtidos a partir das produções dos estudantes e foram analisados considerando as categorias previamente estabelecidas relacionadas com a estrutura matemática do problema, conforme Malaspina (2018) e competências matemáticas, seguindo as ideias de Trejo *et al.* (2013). Os resultados mostraram que a maioria dos estudantes apresenta dificuldades para elaborar problemas, porém, alguns estudantes criaram e resolveram problemas relevantes indicando que as atividades propiciaram o desenvolvimento de competências matemáticas e a criatividade.

Palavras-chave: Números figurados triangulares; Sequências numéricas; Criação de problemas.

ABSTRACT

*In this work are presented partial results of a research that has as its purpose to analyze the skills and abilities related to the creation and resolution of problems relating to numerical sequences in the construction of figured numbers. Students of a Chemical Engineering course, enrolled in a discipline that addresses the topic numerical sequences participated in this research. Students were challenged to create and solve problems about triangular figured Numbers. The data were obtained from the students' productions and were analyzed considering the previously established categories related to the mathematical structure of the problem, according to Malaspina (2018) and mathematical skills, following the ideas of Trejo *et al.* (2013). The results showed that most students have difficulties to elaborate problems, however, some students created and solved relevant problems indicating that the activities provided the development of mathematical skills and creativity.*

Keywords: *Figurative triangular numbers; Numerical sequences; Problem creation.*

1 Doutora em Matemática. Professora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciência e Matemática da UFN. E-mail: eleni@ufn.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3266-6336>

2 Doutor em Matemática. Professor do Departamento de Matemática da UFScar. E-mail: jasalvador@ufscar.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3217-5035>

3 Doutora em Matemática. Professora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciência e Matemática da UFN. E-mail: vanilde@ufn.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5718-4777>

RESUMEN

En este trabajo se presentan resultados parciales de una investigación que tiene como objetivo analizar las competencias y habilidades relacionadas con la creación y resolución de problemas relativos a secuencias numéricas en la construcción de números figurados. Participaron de esta investigación estudiantes de un curso de Ingeniería Química, matriculados en una disciplina que aborda el tema secuencias numéricas. Los estudiantes fueron desafiados a crear y resolver problemas sobre números figurados triangulares. Los datos se obtuvieron a partir de las producciones de los estudiantes y fueron analizados considerando las categorías previamente establecidas relacionadas con la estructura matemática del problema, según Malaspina (2018) y competencias matemáticas, siguiendo las ideas de Trejo et al. (2013). Los resultados mostraron que la mayoría de los estudiantes presentan dificultades para elaborar problemas, sin embargo, algunos estudiantes crearon y resolvieron problemas relevantes indicando que las actividades propiciaron el desarrollo de competencias matemáticas y creatividad.

Palabras-clave: Números figurados triangulares; Secuencias numéricas; Creación de problemas.

INTRODUÇÃO

A resolução de problemas, enquanto metodologia de ensino e aprendizagem, tem sido objeto de estudos e pesquisas, nos últimos anos, em diferentes níveis de escolaridade. Nos estudos mais recentes, observa-se uma ênfase não apenas na resolução de problemas propostos pelo professor, mas na criação de problemas envolvendo os alunos. De acordo com Duarte e Allevato (2020) e Malaspina (2016), a criação de problemas é tão fundamental quanto a resolução porque é possível desenvolver outras habilidades nos alunos, à medida que eles se envolvem no processo de proposição de novos problemas.

No contexto da Educação Matemática, de acordo com Malaspina (2013), a expressão “criação de problemas”, refere-se à atividade em que alunos e ou professores formulam e propõem problemas a serem resolvidos. Esse processo também conhecido como “proposição de problemas”, é uma abordagem metodológica de ensino e aprendizagem que visa a promoção da criatividade, o desenvolvimento do pensamento crítico e a autonomia dos alunos.

Sobre a atividade de criação de problemas Malaspina (2013), destaca que,

[...] a atividade de criar problemas matemáticos complementa a resolução de problemas, uma vez que estimula ainda mais a criatividade e contribui para a aprendizagem de conceitos, proposições e procedimentos. Ela promove a argumentação, a reflexão e melhora a linguagem matemática (Malaspina 2013, p. 237).

A criação de problemas envolve a construção de situações desafiadoras que exigem a aplicação de conhecimentos matemáticos e, ao mesmo tempo, estimula a reflexão, a organização do pensamento e a comunicação matemática. Quando os estudantes são desafiados a encontrar soluções para situações propostas eles são levados a analisar dados, interpretar informações e tomar decisões. Ela pode ser utilizada em diferentes contextos, tanto por parte dos estudantes quanto de professores, envolvendo situações do cotidiano (extramatemático) quanto situações da própria matemática (intramatemático).

Analisando os documentos oficiais referentes às diretrizes que orientam os cursos de graduação da área de Ciências Exatas e da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), que guia os

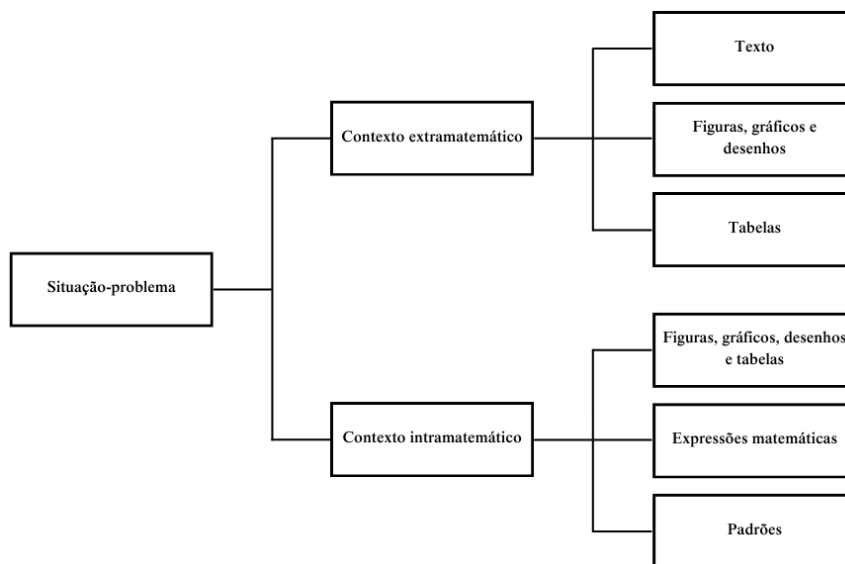
conteúdos da Matemática a serem abordados na Educação Básica, eles recomendam que as atividades com os alunos estejam fundamentadas na criação e resolução de problemas. Os documentos destacam as competências e habilidades necessárias para raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, favorecendo a formulação e solução de problemas em diversos contextos.

No presente trabalho são apresentados resultados de uma pesquisa que teve como propósito analisar as habilidades e competências relacionadas com a criação e resolução de problemas sobre sequências numéricas desenvolvidos pelos estudantes quando são colocados diante desse desafio. Para responder à questão, foi proposta a construção de atividades que foram trabalhadas com estudantes matriculados numa disciplina básica de um curso de graduação em Engenharia Química, centrada no estudo de sequências numéricas que enfatizou a criação de problemas por meio da exploração de números figurados.

REFERENCIAL TEÓRICO: CRIAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Uma atividade de criação de problemas tem como ponto central a situação-problema que oferece o contexto e os dados que devem ser usados para obter uma solução. Esses dados podem ser provenientes de contextos extramatemáticos, relacionados à vida cotidiana dos alunos ou intramatemáticos, próprios do universo da Matemática. Ambas as categorias de situações-problema apresentam subcategorias, que se diferenciam pela forma como os dados são apresentados podendo ser textos, figuras, gráficos, tabelas, expressões matemáticas ou padrões.

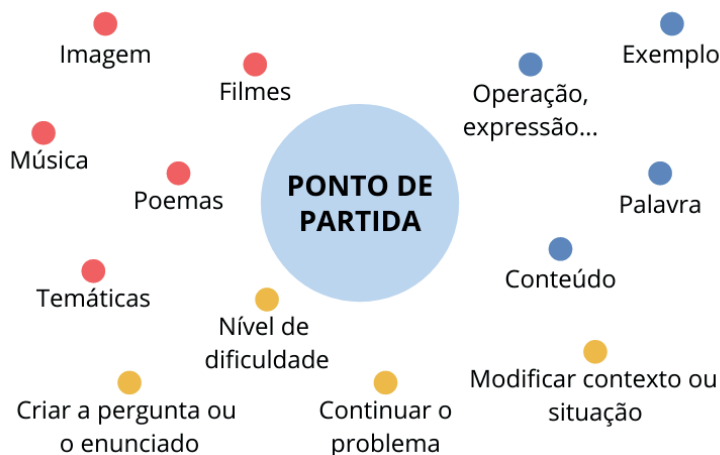
Figura 1 - Diferentes tipos de situação-problema.



Fonte: Contexto de criação de problemas, adaptado de Cai, Hwang, Melville (2023).

As autoras Possamai e Allevato (2022), elaboraram um esquema destacando diferentes pontos de partida na criação de um problema, como mostrado na Figura 2.

Figura 2 - Possíveis pontos de partida na criação de um problema.



Fonte: Possamai, Allevato, 2022.

Os diferentes pontos de partida são destacados pelas cores vermelha, azul e amarela. Segundo as autoras a cor vermelha representa pontos de partida de natureza mais aberta em relação ao conteúdo matemático, a amarela representa atividades de reformulação de problemas e a cor azul representa atividades de formulação de problemas mais fechadas.

Possamai e Allevato (2022) classificam a formulação de problemas em livre, semiestruturada e estruturada. Para as autoras a formulação livre é aquela em que os estudantes criam um problema sem informações dadas a priori. Na formulação de problemas semiestruturada, a estrutura é predefinida, mas pode ser flexível e adaptável, pode haver um roteiro de questões servindo como guia. Por último, a estruturada, tem como base problemas existentes e estes são reformulados, isto é, são criados problemas semelhantes a um problema conhecido.

Sobre a criação de problemas os autores Cai e Leikin (2020) colocam que podemos ter diferentes propósitos. Podemos utilizar a criação de problemas como uma atividade cognitiva; criar problemas com o propósito de aprendizagem de conceitos matemáticos e utilizar a criação de problemas como uma abordagem de ensino.

Criar problemas com o propósito de ensino e aprendizagem da Matemática, os autores Blanco e Perez (2014) destacam diversos aspectos positivos tais como: aumento do conhecimento matemático, uma vez que essa prática permite aos estudantes estabelecer conexões entre diferentes conteúdos ao coletarem dados, discutirem ideias e estratégias de solução, além de escreverem e se comunicarem de forma clara; a motivação, pois a criação de problemas desperta a curiosidade e fomenta uma atitude positiva em relação à Matemática; a superação de erros, pois o processo exige que o aluno selecione as informações relevantes para a resolução do problema; a avaliação da aprendizagem, já que, ao criar problemas, o professor pode identificar as habilidades do estudante em utilizar o conhecimento matemático, seu modo de raciocinar e o desenvolvimento de conceitos; e, finalmente, a criatividade, que está diretamente relacionada à capacidade do estudante de gerar novos problemas.

Malaspina (2018) apresenta elementos necessários que devem ser levados em consideração na criação de um problema. O autor coloca que em uma atividade de criação de problemas devem ser considerados quatro elementos fundamentais os quais são mostrados no Quadro1, a seguir.

Quadro 1 - Elementos fundamentais para criação de problemas.

Elementos	Descrição
Informação	Dados quantitativos ou dados fornecidos explícita ou implicitamente no problema.
O que se quer investigar	O que se pede para encontrar, examinar ou concluir, incluindo gráficos e demonstrações.
Contexto	Pode ser intramatemáticos (puramente matemático) ou extramatemáticos (contexto de situação real).
Ambiente Matemático	Estrutura matemática global na qual estão localizados os conceitos matemáticos que intervêm ou podem intervir para resolver o problema.

Fonte: Adaptado de Malaspina (2018).

Sobre a criatividade Mallart e Deulofeu (2017), descrevem alguns indicadores para identificá-la na resolução de problemas matemáticos.

Alguns desses indicadores são: originalidade; flexibilidade; elaboração; comunicação; redefinição, entre outros.

Sobre a originalidade, os autores colocam que é a capacidade de os estudantes construírem soluções inovadoras, distintas das respostas habituais dadas ao problema. A flexibilidade é a capacidade de olhar o problema sob diferentes perspectivas. É a capacidade de transitar de um contexto a outro construindo soluções variadas.

Sobre a elaboração, destacam que é a capacidade de desenvolver ou aperfeiçoar uma ideia aumentando os níveis de complexidade. É a capacidade de agregar elementos ao analisar informações, ampliando e aprofundando.

Em relação a comunicação, Mallart e Deulofeu (2017) colocam que é a capacidade do estudante de transmitir e compartilhar informações e, quanto a redefinição os autores destacam que é a capacidade de reconstruir, reestruturar as informações com o propósito de transformar os fatos e construir aplicações distintas daquelas que comumente são apresentadas.

Esses indicadores, de acordo com Mallart e Deulofeu (2017), podem ser usados nas análises das resoluções dos problemas construídas pelos estudantes.

De acordo com Silver (1994), a arte de criar problemas influencia positivamente a capacidade dos estudantes para resolvê-los. O autor coloca que a arte de criar favorece para que os estudantes sejam mais críticos, participativos e compreendam melhor os conceitos matemáticos. Quando o estudante cria um problema ele necessita conhecer com profundidade o conteúdo para que o problema tenha sentido e que tenha uma solução plausível pois, ele precisa refletir sobre os conceitos matemáticos que serão utilizados, o contexto do problema e as possíveis conexões entre esses conceitos. Essas ações propiciam o desenvolvimento da criatividade, a capacidade de analisar as situações ou o contexto do problema e decidir quais estratégias utilizar para solucioná-lo. A criação de problemas favorece, também, a autonomia intelectual do estudante e contribui para que ele se aproprie do conhecimento.

Silver e Cai (1996) colocam que há uma correlação entre criação de problemas e resolução de problemas. Os estudantes que são capazes de criar problemas têm mais habilidades para resolvê-los.

Muitas habilidades desenvolvidas na ação de criar problemas também podem ser desenvolvidas na ação de resolvê-los. Vários pesquisadores tais como Polya (1985), cai e Lester (2012), Allevato e Onuchic (2019), Allevato e Onuchic (2021), têm destacado o papel positivo e as contribuições para o processo de ensino e a aprendizagem da Matemática por meio da resolução de problemas.

Segundo Polya (1985), para resolver um problema é importante seguir os seguintes passos:

- a) Compreender o problema, isto é, identificar os dados fornecidos, compreender as informações que o enunciado fornece, perguntar o que precisa ser encontrado, e se possível, fazer um desenho ou um esquema para auxiliar na busca de uma solução.
- b) Planejar uma estratégia de solução; para isso pode-se indagar se conhece e já resolveu algum problema semelhante, buscar uma estratégia matemática adequada e determinar um caminho que pode levar à solução.
- c) Executar o plano, isto é, pôr em prática o plano elaborado. Caso não seja exequível, o estudante volta à etapa anterior e refaz o planejamento e busca uma nova estratégia.
- d) Avaliar a solução, isto é, após resolver o problema é importante conferir se a solução obtida responde ao questionamento feito. O estudante pode se perguntar se a resposta faz sentido, se os cálculos estão corretos, se o resultado satisfaz as condições do problema e se há outras formas de resolver o problema.

Ao resolver problemas os estudantes são levados a realizarem discussões coletivas ao apresentarem as estratégias de resolução, justificarem o raciocínio utilizado, argumentarem sobre as resoluções dos colegas e a sistematizarem os principais conceitos resultantes da discussão e isso provoca, de acordo com Stein *et al.* (2008), um impacto positivo na aprendizagem. A criação e a resolução de problemas no ensino de Matemática, não apenas reforça os conceitos teóricos, mas também contribui para a formação integral dos estudantes, preparando-os para um futuro em que a capacidade de resolver problemas, pensar criticamente e tomar decisões será cada vez mais valorizada.

METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

O desenho desta pesquisa corresponde a um estudo descritivo que busca analisar as produções dos alunos quando confrontados com tarefas de criação e resolução de problemas. Os participantes do estudo correspondem a um grupo de 49 alunos matriculados numa disciplina do curso básico de Engenharia Química de uma universidade pública, localizada no estado de São Paulo, Brasil. Nesse estudo foi desenvolvido um instrumento com tarefas para resolver e desafios para criar problemas, envolvendo números figurados triangulares. O trabalho foi realizado com os estudantes reunidos em grupos de 3 e 4 componentes com um total de 49 estudantes, designados por G_1 , G_2 , G_n e que foram convidados a resolverem e construir sequências envolvendo números figurados triangulares.

Para a análise dos resultados, quanto a criação de problemas, seguimos as categorias definidas por Malaspina (2018) descritas no Quadro 1, que trata dos elementos fundamentais da criação de problemas. A análise de cada um desses elementos nos permite identificar indícios sobre a capacidade do estudante de criar problemas. As avaliações das resoluções apresentadas pelos estudantes foram realizadas analisando-se também, as competências matemáticas específicas seguindo as ideias de Trejo *et al.* (2013) que destaca os seguintes aspectos:

- a) Pensar matematicamente: buscar regularidades e generalizações; usar a indução como estratégia para resolução do problema.
- b) Escrever matematicamente o enunciado verbal de um problema: interpretar o resultado de acordo com o contexto; perseverar na busca de soluções; validar a solução.
- c) Utilizar a simbologia matemática: expressar algebricamente uma propriedade, uma relação ou uma regularidade; ter trânsito entre as diferentes representações.
- d) Comunicar em linguagem matemática: usar uma linguagem precisa para expressar as estratégias e raciocínios usados na resolução do problema.

Acrescentamos a esses aspectos, a criatividade como descrita por Mallart e Deulofeu (2017), e utilizamos seus indicadores para tentar identificar indícios da criatividade nas soluções dos problemas elaborados e solucionados pelos estudantes.

Para o desenvolvimento da pesquisa foi apresentada uma atividade sobre números figurados triangulares aos estudantes e foi sugerido que, organizados em pequenos grupos, buscassem uma solução. Foi definido o contexto do problema e o contexto matemático, sequências numéricas, que o problema estava inserido. Para resolução foram seguidas as etapas de resolução seguindo as ideias de Polya (1985) e Allevato e Onuchic (2014). Posteriormente, foi solicitado aos estudantes a criação de um problema relacionado ao contexto matemático de sequências numéricas e números figurados triangulares. Foram adotadas as seguintes etapas, seguindo as ideias de Gieseler; Schneider; Possamai, Allevato (2021).

1. O professor definiu um contexto do problema, intramatemático, e um contexto matemático em que o problema deveria estar inserido, sequências numéricas e números figurados
2. O professor sugeriu que os estudantes realizassem a proposição de um problema dentro do contexto do problema e do conteúdo matemático definido inicialmente;
3. Os estudantes formaram pequenos grupos;
4. O professor incentivou os estudantes e realizou a mediação;
5. Os estudantes resolveram o problema por eles propostos;
6. As resoluções dos estudantes foram apresentadas a todos;
7. Realizou-se uma plenária discutindo as resoluções;
8. Buscou-se um consenso dos processos de resolução dos estudantes;
9. O professor formalizou o conteúdo matemático.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para análise dos resultados utilizamos as categorias descritas no Quadro1, seguindo as ideias de Malaspina (2018) bem como as competências matemáticas específicas apontadas por Trejo *et al.* (2013) e os indicadores da criatividade conforme apresentados por Mallart e Deulofeu (2017).

Inicialmente os estudantes foram convidados a construir sequências envolvendo números figurados triangulares. Para isso foi proposto um problema inicial descrito a seguir:

- a) *O que são números figurados triangulares?*
- b) *Represente geometricamente os primeiros termos da sequência de números triangulares.*
- c) *Construa a sequência dos n primeiros termos dos números triangulares.*
- d) *Observe o padrão e elabore uma lei de formação dos números figurados triangulares. Explique o termo geral dos números triangulares $T(n)$, $n \in N$, em função de n .*
- e) *Faça um gráfico da função discreta que representa os números figurados triangulares.*

De acordo com a classificação descrita por Possamai e Allevato (2022) esse problema é estruturado pois apresenta um objetivo claro e bem definido e as etapas a serem seguidas são descritas de modo claro e bem definido. Quanto a classificação descrita por Malaspina (2018) o problema apresenta os elementos fundamentais. Nesse problema a informação está constituída pelos números figurados triangulares, o que se quer saber está explicitado em cada pergunta, o contexto é intramatemático e o ambiente matemático está relacionado com a construção de sequência numérica, representação gráfica, determinação do termo geral de uma sequência e variável discreta. Concluímos que todos os elementos fundamentais para criação de problemas estão presentes na atividade apresentada.

Alguns estudantes sentiram dificuldades para encontrar uma lei de formação e explicitar o termo geral. Essa é uma competência matemática que os estudantes precisam construir analisando diferentes exemplos. Somente os grupos G1 e G4 apresentaram uma resposta organizada destacando a sequência construída, a representação gráfica dos números triangulares e encontraram o termo geral da sequência. A Figura 3 mostra a resposta construída pelo grupo G₄.

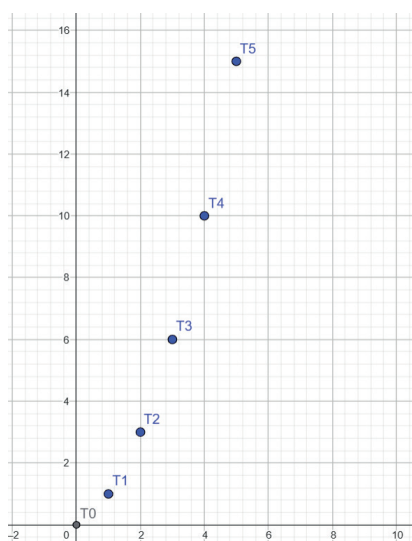
Figura 3 - Resposta do Grupo G₄ ao problema proposto.

The image shows handwritten mathematical work on lined paper. On the left side, the values of the sequence are listed: $T(0) = 0$, $T(1) = 1$, $T(2) = 3$, $T(3) = 6$, and $T(4) = 10$. To the right of these values are small diagrams of triangles made of dots, illustrating the growth of the sequence. On the right side, the recursive formula is derived: $T(1) = T(0) + 1 = 1$, $T(2) = T(1) + 2 = 1 + 2 = 3$, $T(3) = T(2) + 3 = 1 + 2 + 3 = 6$, and $T(4) = T(3) + 4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$. Below these, the general recursive formula is given as $T(n) = T(n-1) + n$, followed by the closed-form formula $T(n) = \frac{n(n+1)}{2}$.

Fonte: registro de autoria própria.

Desafiados pelo professor os estudantes do grupo G₄ utilizaram o Geogebra para representar graficamente o comportamento da sequência obtida, conforme mostra a Figura 4. Destacaram que $T(n)$ é uma sequência crescente e ilimitada superiormente. A representação gráfica facilitou a interpretação do comportamento da sequência.

Figura 4 - Representação gráfica da sequência elaborada pelo grupo G₄.



Fonte: registro de autoria própria.

Ao analisar as respostas dadas pelo grupo, observamos que os estudantes mostraram ter a competência de pensar matematicamente, resolver o problema e utilizar uma simbologia matemática adequada. Além disso, os estudantes apresentaram uma representação gráfica utilizando pontos, indicando que a variável é discreta. Esses aspectos indicam que os estudantes têm competências matemática específicas.

Com base no problema proposto e discutido em plenária, o professor desafiou os estudantes a proporem outras indagações, a criarem outros problemas relacionados com os números triangulares. De acordo com Possamai e Allevato (2022, p. 16),

Algumas atividades envolvem, total ou parcialmente, a reformulação de problemas, entendida nas pesquisas como propostas que têm como ponto de partida: modificar o contexto/situação descrita em um determinado problema e manter o conteúdo matemático; continuar um problema a partir de um enunciado iniciado.

Somente dois grupos, G_1 e G_4 , apresentaram uma proposta bem elaborada. Como os grupos interagiram, eles apresentaram um único enunciado.

Problema proposto pelo Grupo G_1 e G_4 :

- a) *Desenhe a sequência de números triangulares figurados ligando os pontos extremos dos triângulos retângulos;*
- b) *Construa a sequência dos perímetros $pT(n)$ dos triângulos retângulos figurados.*
- c) *Obtenha a área de cada um dos triângulos figurados;*
- d) *Descreva o termo geral da sequência dos números que representam os perímetros $pT(n)$ da região que limita os números triangulares figurados;*
- e) *Determine o termo geral da sequência de números que representam a área $aT(n)$.*

Analisando o problema construído pelos estudantes do grupo G_1 e G_4 , observamos que ele satisfaz os elementos fundamentais para criação de um problema, como destacado por Malaspina (2018). A proposta dos estudantes foi por variação do problema, mudando a informação, o que se quer saber, o entorno matemático e mantendo o contexto intramatemático. O problema contém todas as informações necessárias para a obtenção de uma solução coerente. Portanto, os alunos mostraram capacidade de variar um problema e criarem outro, com novas informações e indagações.

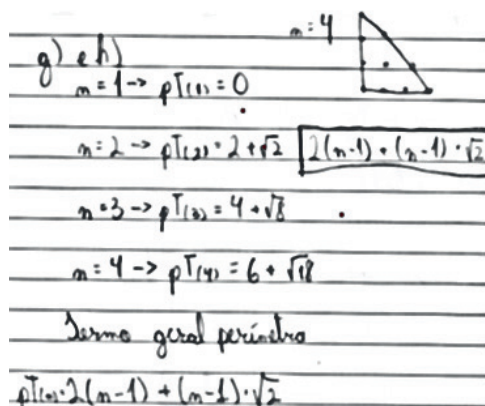
Cai, Hwang, Melville (2023) destacam que

um tópico matemático pode ser introduzido com uma situação-problema que incorpore aspectos essenciais do tópico e os alunos podem explorá-lo e começarem a desenvolver seus entendimentos, propondo problemas matemáticos baseados na situação-problema (Cai, Hwang, Melville, 2023, p.3).

De acordo com Mallart e Deulofeu (2017), os estudantes demonstraram criatividade na elaboração do problema, pois apresenta originalidade, fluidez, flexibilidade, elementos esses que caracterizam a criatividade.

Na Figura 5 é mostrada a solução apresentada pelo grupo G_1 .

Figura 5 - Solução do problema criado pelo grupo G_1 .



g) e h)

$n=1 \rightarrow pT(1)=0$

$n=2 \rightarrow pT(2)=2+\sqrt{2}$ $2(n-1) + (n-1) \cdot \sqrt{2}$

$n=3 \rightarrow pT(3)=4+\sqrt{2}$

$n=4 \rightarrow pT(4)=6+\sqrt{2}$

Seria geral perimetro

$pT(n)=2(n-1) + (n-1) \cdot \sqrt{2}$

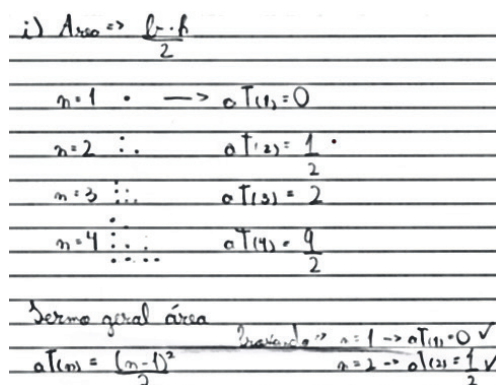
Fonte: registro de autoria própria.

Na solução apresentada pelo grupo é possível identificar algumas competências matemáticas, que são competências específicas desenvolvidas pelos estudantes, como: utilizar uma simbologia matemática; fazer generalizações; escrever o termo geral da sequência obtida a partir da generalização. Observamos que os estudantes seguiram as etapas da resolução de problemas como descritas por Polya (1985). Eles apresentaram compreensão do problema escrevendo um enunciado claro e preciso, estabeleceram um plano de ação e o colocaram em prática. De acordo com a resolução apresentada na Figura 6, os estudantes também fizeram a validação dos resultados.

Para obtenção da área dos triângulos, os estudantes utilizaram a fórmula que permite obter a área de um triângulo retângulo. Eles desenharam os triângulos utilizando pontos, como no caso da variável discreta, não uniram os pontos como no item anterior. Esse é um conceito que os estudantes ainda não têm clareza, não fazem a distinção entre a utilização da variável discreta e da variável contínua.

A seguir, na Figura 6, é possível visualizar a solução apresentada pelo grupo G_1 sobre o cálculo da área de cada um dos triângulos, obtendo uma sequência numérica.

Figura 6 - Solução apresentada pelo grupo G_1 para o cálculo das áreas.



i) Area $\Rightarrow \frac{b \cdot h}{2}$

$n=1 \rightarrow aT(1)=0$

$n=2 \rightarrow aT(2)=\frac{1}{2}$

$n=3 \rightarrow aT(3)=2$

$n=4 \rightarrow aT(4)=\frac{9}{2}$

Seria geral área

$aT(n) = \frac{(n-1)^2}{2}$

Validando: $n=1 \rightarrow aT(1)=0 \checkmark$

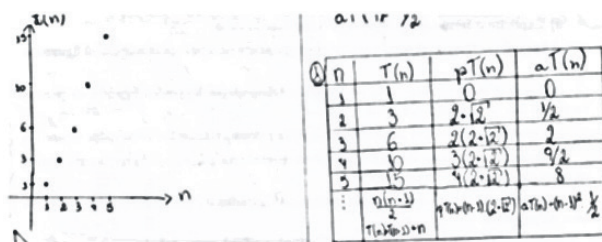
$n=2 \rightarrow aT(2)=\frac{1}{2} \checkmark$

Fonte: registro de autoria própria.

O grupo G_1 conseguiu generalizar e descrever o termo geral da sequência numérica. Observamos, também, que eles validaram a solução, calculando os dois primeiros termos da sequência para verificar a veracidade do termo geral.

Outra competência específica demonstrada pelos estudantes desse grupo, foi a representação gráfica dos termos da sequência. Eles fizeram uma tabela com os valores da sequência dos números triangulares, a sequência obtida pelos perímetros dos triângulos e a sequência obtida pelos valores da área dos triângulos. Essa representação gráfica é mostrada na Figura 7, a seguir.

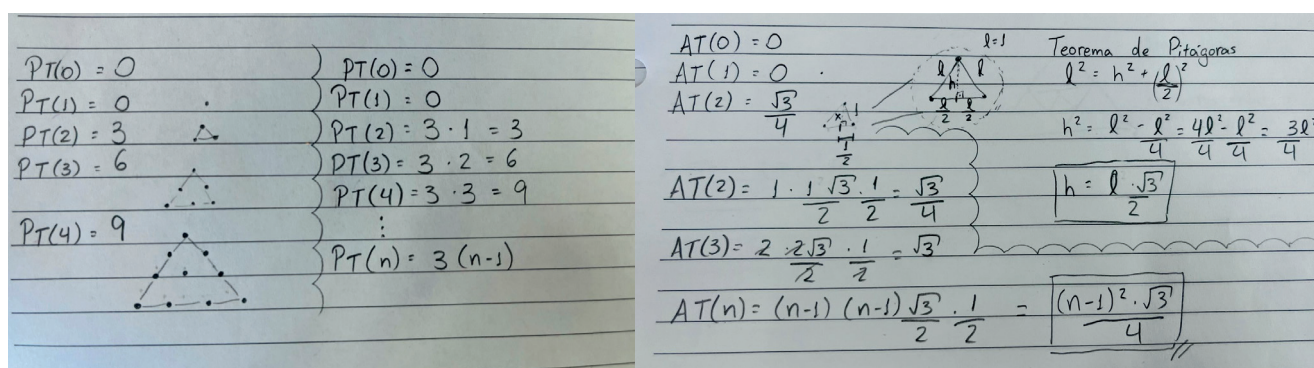
Figura 7 - Representação gráfica da sequência dos valores das áreas.



Fonte: registro de autoria própria.

O Grupo G_4 também construiu a sequência dos valores dos perímetros e das áreas, porém desenharam triângulos equiláteros. Os estudantes desse grupo mostraram ter competências específicas tais como usar uma simbologia matemática, generalização, descrição do termo geral de uma sequência, no entanto, na representação dos triângulos foram utilizados somente pontos demonstrando que eles não apresentam clareza sobre a diferença de uma variável discreta ou contínua. A Figura 8 mostra a solução feita pelo grupo.

Figura 8 - Solução apresentada pelo grupo G_4 .



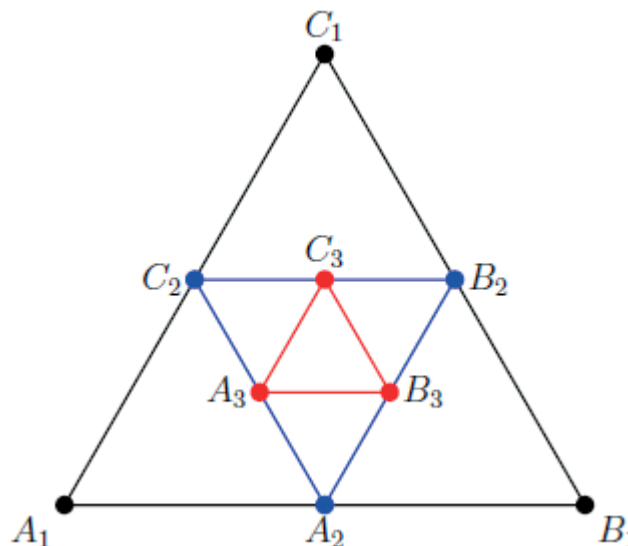
Fonte: registro de autoria própria.

Após discussões na plenária os alunos questionaram as sequências construídas pois todas são sequências crescentes e indagaram ao professor se seria possível construir uma sequência decrescente. A partir do questionamento dos alunos o professor os desafiou a criarem um problema com essa característica.

A construção geométrica foi proposta pelo grupo G_1 e foi realizada em conjunto com o professor da disciplina, usando o *software* Geogebra.

Para a construção o grupo considerou a sequência de triângulos encaixantes com os primeiros termos mostrados na Figura 9.

Figura 9 - Sequência de triângulos encaixantes.



Fonte: os autores.

A questão colocada pelos estudantes foi:

- Qual é a sequência formada pelos valores dos perímetros dos triângulos da Figura 8?*
- Qual é a sequência formada pelos valores das áreas dos triângulos da Figura 8?*
- Qual o comportamento dessas sequências?*

A elaboração desse problema demonstra a criatividade dos estudantes, pois eles foram capazes de aperfeiçoar uma ideia e aumentar o nível de complexidade. De acordo Mallart e Deulofeu (2017) esse é um dos indicadores da criatividade. Os estudantes juntamente com o professor fizeram uma representação gráfica do problema.

Possamai e Allevato (2023) ressaltam que:

o uso de imagens como elemento disparador para a proposição de problemas possibilita a estruturação de atividades mais e menos estruturadas, a depender do tipo de informação e de contexto que é abordado. Essa diversidade de problemas que podem ser criados pelos estudantes ressalta a importância de se estabelecer objetivos pedagógicos, associando a Resolução de Problemas como possibilidade de consolidar o planejamento (Possamai, Allevato, 2023, p.14).

Para resolver o problema os estudantes seguiram as ideias de Polya (1985) ao indagarem: como podemos formular o problema para que ele possa ser resolvido? Nesse sentido Polya (1985), destaca a importância de pensar em um problema relacionado e mais acessível. Esse foi o ponto

de partida para construir a solução, elaborar um planejamento a partir dos problemas que haviam resolvido anteriormente.

Para resolução os estudantes primeiramente calcularam o perímetro P e a área A de cada um dos triângulos encaixantes e para isso, seguiram os seguintes passos:

Primeiro passo: calcular o perímetro e a área do triângulo inicial. Os estudantes consideraram que o lado do triângulo inicial é $l_1 = L$ (número real positivo) e, assim o perímetro P_1 (em unidades de comprimento) e a área A_1 (em unidades de área) são dados por:

$$P_1 = 3L, \quad A_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} L^2$$

Segundo passo: calcular o perímetro e a área do segundo triângulo formado pelos pontos médios do triângulo inicial. Os lados do segundo triângulo são a metade do lado do triângulo inicial, $l_2 = L/2$, portanto o perímetro P_2 e a área A_2 são dados por:

$$P_2 = 3L/2, \quad A_2 = \frac{1}{4} A_1 = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{3}}{4} L^2 = \frac{\sqrt{3}}{16} L^2$$

Terceiro passo: Calcular o perímetro e a área do terceiro triângulo formado pelos pontos médios do segundo triângulo inscrito. Os lados do terceiro triângulo são metade do lado do segundo triângulo $l_3 = L/4$. O perímetro P_3 e a área A_3 são:

$$P_3 = 3L/4, \quad A_3 = \frac{1}{4} A_2 = \frac{1}{16} A_1 = \frac{\sqrt{3}}{64} L^2$$

Continuando com esse processo obtiveram as seguintes sequências apresentadas no Quadro 2, a seguir.

Quadro 2 - Perímetros e áreas dos triângulos construídos.

Triângulo n	Perímetro P_n	Área A_n
1	$3L$	$\frac{\sqrt{3}}{4} L^2$
2	$3L/2$	$\frac{\sqrt{3}}{16} L^2$
3	$3L/4$	$\frac{\sqrt{3}}{64} L^2$
...
n	$3L/2^{n-1}$	$\frac{\sqrt{3}}{2^{2n}} L^2$

Fonte: os autores.

Os dados descritos no Quadro 2 mostram sequências que apresentam um comportamento decrescente e, também, são convergentes. Os estudantes concluíram esse resultado ao calcularem o limite quando n tende ao infinito, do termo geral da sequência dos valores dos perímetros P_n e dos valores das áreas A_n , verificaram que o limite tende a zero.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 3 \frac{L}{2^{n-1}} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3} \frac{L^2}{2^n} = 0$$

Esses resultados mostram as conexões, entre os conceitos matemáticos, que podem ser construídas a partir da resolução do problema. Consideramos também, que as características particulares do problema, como a forma de apresentar as informações e as relações matemáticas que surgiram delas, permitiram que os estudantes colocassem em prática seus conhecimentos prévios e habilidades matemáticas.

A formulação desse problema demonstrou uma competência matemática dos estudantes, tanto em termos gráficos como analíticos, pois exigiu uma maior demanda cognitiva. Eles mostraram originalidade, criatividade e mostraram conexões entre os conceitos matemáticos. Observamos a capacidade dos estudantes de ir construindo suas próprias ideias olhando o problema sob uma nova perspectiva. Demonstraram uma capacidade de analisar a situação, analisar as diferentes sequências obtidas, a partir da construção do desenho, e verificar seu comportamento. Essa construção das sequências propiciou a descoberta de novos conceitos e novas relações, habilidades essas essenciais para a aprendizagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A criação de problemas e a resolução de problemas são abordagens pedagógicas que se complementam e propiciam um ensino de matemática de qualidade. Elas permitem que os estudantes desenvolvam habilidades essenciais para a vida cotidiana. Elas são uma alternativa para o ensino baseado na memorização de fórmulas e procedimentos, pois, os estudantes são incentivados a explorar, investigar e aplicar conceitos matemáticos em situações reais. A utilização dessas abordagens não só promoveu um entendimento mais profundo dos conceitos matemáticos relativos às sequências numéricas relacionadas aos números figurados, mas também, estimulou a criatividade e a autonomia dos estudantes na busca por soluções. Observou-se que ao serem desafiados a criar problemas, esse desafio ajudou os estudantes a criarem um ambiente de aprendizado colaborativo, em que puderam compartilhar estratégias e aprender uns com os outros. Quando confrontados com esse desafio alguns estudantes não conseguiram inicialmente estabelecer um diálogo, mesmo com seus pares de grupo. Após os questionamentos do professor e a interação com os colegas da turma, eles conseguiram propor alguns questionamentos. Apesar de alguns estudantes não conseguirem superar os obstáculos sozinhos e necessitarem do auxílio constante do professor, pode-se concluir que incorporar a criação de problemas bem como suas resoluções no ensino da Matemática, não apenas enriquece o ensino, mas também, prepara os estudantes para enfrentar desafios cotidianos. A utilização dessa estratégia de criar e resolver problemas representa um aspecto inovador no ensino de Matemática. Ela se apresenta como uma possibilidade para substituir o ensino tradicional baseado no uso de fórmulas e algoritmos. Essa estratégia permite avaliar, não somente os conceitos construídos, mas a criatividade, a capacidade de fazer conexões matemáticas, aspectos importantes a serem considerados no ensino e aprendizagem da Matemática.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. *et al.* (Org.). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 1-14, jun. 2019.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de la R. *et al.* (Org.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021. p. 40-62.

BLANCO, M. F.; PÉREZ, I. A. G. La invención de problemas como tarea escolar. **Escuela Abierta**, [s. l.], n. 17, p. 1-12, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**: Ensino Médio. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 3 dez. 2025.

CAI, J.; LESTER, F. Por que o ensino com Resolução de Problemas é importante para a aprendizagem do aluno? Tradução de Antonio Sergio Abrahão Monteiro Bastos e Norma Suely Gomes Allevato. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 60, p. 241-254, jan./jun. 2012.

CAI, J.; HWANG, S.; MELVILLE, M. Mathematical Problem-Posing Research: Thirty Years of Advances Building on the Publication of "On Mathematical Problem Posing". In: SINGER, F. M. *et al.* (Org.). **Mathematical Problem-Posing Research**. Cham: Springer, 2023. cap. 7, p. 1-25.

CAI, J.; LEIKIN, R. Affect in mathematical problem posing: Conceptualization, advances, and future directions for research. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 105, n. 3, p. 287-301, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10008-x>.

DUARTE, E. M.; ALLEVATO, N. S. G. Formulação de Problemas no desenvolvimento de um Jogo Educacional Digital de Matemática. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 17, p. e020028, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id284>.

GIESELER, L. C. *et al.* A Proposição e Resolução de Problemas na aprendizagem de Matemática: possibilidades para o Ensino Superior. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 7, n. especial, p. e4004, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.35819/remat2021v7iespecialid5513>.

MALLART, A.; DEULOFEU, J. Estudio de indicadores de creatividad matemática en la resolución de problemas. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Cidade do México, v. 20, n. 2, p. 193-222, 2017.

MALASPINA, U. La creación de problemas de matemáticas en la formación de profesores. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevideu. **Actas...** Montevideu: Sociedad de Educación Matemática Uruguay, 2013. p. 117-128.

MALASPINA, U. J. ¿Cómo crear problemas de matemáticas? Experiencias didácticas con profesores en formación. **UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Tenerife, n. 52, p. 307-313, 2018.

MALASPINA, U. J. Creación de Problemas. **REMATEC**, Natal, RN, v. 11, n. 21, p. 79-90, 2016.

POLYA, G. O ensino por meio de Problemas. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 7, p. 11-16, 1985.

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Elaboração/Formulação/Proposição de Problemas em Matemática: percepções a partir de pesquisas envolvendo práticas de ensino. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, MG, v. 6, n. 12, p. 1-28, 2022.

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Problem Posing: images as a trigger element of the activity. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 1-15, 2023.

SILVER, E. A. On mathematical problem posing. **For the Learning of Mathematics**, Edmonton, AB, v. 14, n. 1, p. 19-28, 1994.

SILVER, E. A.; CAI, J. An analysis of arithmetic problem posing by Middle school students. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, VA, v. 27, n. 5, p. 521-539, 1996.

STEIN, M. K. *et al.* Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical Thinking and Learning**, Abingdon, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

TREJO, E.; CAMARENA GALLARDO, P.; TREJO, N. Las matemáticas en la formación de un ingeniero: una propuesta metodológica. **Revista de Docencia Universitaria**, [s. l.], v. 11, n. especial, p. 397-424, 2013.