VIDYA

VIDYA, v. 45, n. 2, p. 391-411, jul./dez. - Santa Maria, 2025.

Recebido em: 26.05.2025. Aprovado em: 22.12.2025.
ISSN 2176-4603 | DOI: doi.org/10.37781/vidya.v45i2.5394

ANÁLISE DE ERROS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM DERIVADAS

ERROR ANALYSIS IN SOLVING PROBLEMS WITH DERIVATIVES

ANÁLISIS DE ERRORES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON DERIVADAS

AGOSTINHO IAQCHAN RYOKITI HOMA[1]

RESUMO

O artigo apresenta a validação dos itens de um sistema de autoavaliação diagnóstica voltado à identificação de dificuldades na resolução de problemas envolvendo derivadas. O instrumento foi estruturado a partir de situações-problema contextualizadas e de distratores elaborados com base em erros conceituais e procedimentais descritos na literatura de análise do erro. Participaram do estudo 34 estudantes que já haviam cursado a disciplina de Cálculo. A validação dos itens ocorreu por meio da análise das respostas dos participantes, considerando a plausibilidade dos distratores e sua capacidade de representar os raciocínios equivocados previstos em sua elaboração. As opções do tipo "não sei" também se mostraram relevantes por evidenciarem explicitamente as dificuldades associadas a cada item. Os resultados indicaram que os itens foram capazes de discriminar diferentes estratégias e formas de pensamento utilizadas pelos estudantes, fornecendo evidências da validade diagnóstica do instrumento. Conclui-se que o conjunto de itens é adequado para compor um sistema de autoavaliação que favoreça o reconhecimento das próprias dificuldades por parte do estudante e promova a autogestão da aprendizagem em conteúdos de cálculo diferencial.

Palavras-chave: Resolução de problemas; Cálculo diferencial; Avaliação diagnóstica.

ABSTRACT

The article presents the validation of the items of a diagnostic self-assessment system aimed at identifying difficulties in solving problems involving derivatives. The instrument was structured based on contextualized problem situations and distractors developed from conceptual and procedural errors described in the error-analysis literature. Thirty-four students who had previously taken a Calculus course participated in the study. Item validation was carried out through the analysis of participants' responses, considering the plausibility of the distractors and their ability to represent the incorrect reasoning anticipated in their construction. The "I don't know" options also proved relevant as they explicitly revealed the difficulties associated with each item. The results indicated that the items were able to discriminate between different strategies and forms of reasoning used by the students, providing evidence of the diagnostic validity of the instrument. It is concluded that the set of items is suitable for composing a self-assessment system that supports students in recognizing their own difficulties and promotes self-regulated learning in differential calculus.

Keywords: *Problem solving; Differential calculus; Diagnostic evaluation.*

RESUMEN

El artículo presenta la validación de los ítems de un sistema de autoevaluación diagnóstica orientado a identificar dificultades en la resolución de problemas que involucran derivadas. El instrumento fue estructurado a partir de situaciones-problema contextualizadas y de distractores elaborados con base en errores conceptuales y procedimentales descritos en la literatura sobre análisis del error. En el estudio participaron 34 estudiantes que ya habían cursado

1 Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Luterana do Brasil - ULBRA. E-mail: iaqchan@hotmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5771-1319

la asignatura de Cálculo. La validación de los ítems se llevó a cabo mediante el análisis de las respuestas de los participantes, considerando la plausibilidad de los distractores y su capacidad para representar los razonamientos equivocados previstos en su elaboración. Las opciones del tipo "no sé" también resultaron relevantes al evidenciar explícitamente las dificultades asociadas a cada ítem. Los resultados indicaron que los ítems fueron capaces de discriminar distintas estrategias y formas de pensamiento utilizadas por los estudiantes, proporcionando evidencias de la validez diagnóstica del instrumento. Se concluye que el conjunto de ítems es adecuado para conformar un sistema de autoevaluación que favorezca el reconocimiento de las propias dificultades por parte del estudiante y promueva la autogestión del aprendizaje en contenidos de cálculo diferencial.

Palabras-clave: *Resolución de problemas; Cálculo diferencial; Evaluación diagnóstica.*

INTRODUÇÃO

Um aspecto essencial a ser desenvolvido nos cursos de graduação em Engenharia é a capacidade de compreender os fenômenos estudados e representá-los por meio de modelos matemáticos. A construção desses modelos exige o domínio de conceitos fundamentais da Matemática, como as funções definidas no conjunto dos números Reais, suas propriedades, variação/permanência e formas de representação (Rezende, 2003).

Grande parte desses conceitos é introduzida ao longo do Ensino Fundamental e Ensino Médio, no entanto, muitos ingressantes no Ensino Superior demonstram fragilidades em relação a esses saberes, seja por esquecimento, seja por não terem alcançado um domínio satisfatório de conhecimentos que são pré-requisitos para a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral. A aprendizagem inadequada de conceitos matemáticos pode decorrer de múltiplos fatores, incluindo questões de ordem emocional, epistemológica ou mesmo metodológica, relacionadas à didática utilizada pelos professores (Rezende, 2003). Essas lacunas de conhecimento comprometem a compreensão dos conteúdos trabalhados nas disciplinas de Cálculo.

Para Reis (2001), o ensino de Cálculo deveria ser menos formal e mais voltado à resolução de situações-problema, enfatizando a intuição e evitando a redução a procedimentos algébricos mecanizados. Embora se reconheça a importância do conhecimento sobre funções, observa-se que muitos estudantes não conseguem aplicá-lo de maneira eficaz na resolução de problemas, cometendo erros que revelam dificuldades conceituais.

Pesquisas como as de Cury (2003), Borasi (1996), Barufi (1999), evidenciam a importância de estudar os erros matemáticos dos estudantes como forma de compreender suas dificuldades e propor estratégias pedagógicas para superá-las. Tais estudos reforçam a relevância da análise de erros como ferramenta diagnóstica e formativa. Nesse sentido, os trabalhos de Reis (2001), Rezende (2003) e Cury (2003) apontam para a necessidade de reformulações didáticas no ensino de Cálculo, com ênfase em metodologias que considerem os erros dos estudantes como ponto de partida para a aprendizagem, pois entende-se que os erros cometidos são decorrentes de dificuldades associadas aos conceitos necessários à aprendizagem do Cálculo

Considerando a heterogeneidade das turmas e os diferentes níveis de conhecimento dos estudantes, torna-se fundamental a realização de avaliações diagnósticas que permitam identificar as dificuldades individuais. Essas avaliações podem ocorrer ao longo ou ao final do processo de aprendizagem e podem se basear em diversos instrumentos, como interrogatórios orais, discussões, observações e produções materiais, incluindo a resolução de problemas (Depresbiteris; Tavares, 2009).

Com base nesses pressupostos foi realizada uma pesquisa com o objetivo de desenvolver um sistema de autoavaliação diagnóstica, fundamentado na análise de erros, implementado em ambiente computacional, com foco na identificação de dificuldades na resolução de problemas envolvendo o conceito de derivadas. Neste artigo apresentam-se as questões associadas às situações-problema com foco na identificação das dificuldades matemáticas dos estudantes em relação às derivadas.

ANÁLISE DO ERRO

É preocupação do professor e do estudante compreender e tratar as causas das dificuldades que levam à execução inadequada das atividades propostas. O aluno, com foco na própria formação, dentro do paradigma da autogestão do conhecimento; e o professor, com uma visão mais geral, avalia a sua prática pedagógica e a didática empregada, pela análise do grupo de alunos que não atingem os objetivos propostos.

Os erros aparecem nas produções devido a concepções equivocadas sobre aspectos fundamentais da matemática, pelo uso incorreto dos dados, pelo uso do modelo inadequado, pelo uso de procedimentos equivocados, incorrendo em manipulações algébricas, por não ter levado em conta as restrições estabelecidas na situação-problema, e outras razões, como afirmam Cury (2003, 2007), Pochulu (2009) e Rico (Rico, 1998). Para cada uma dessas razões, o erro, ou equívoco, aparece como uma evidência associada a uma causa, de modo que a análise do erro permite identificar o seu motivo, ou seja, quais são as dificuldades na execução de determinadas atividades matemáticas.

Uma característica dos problemas matemáticos é que a resposta de um estudante pode ser classificada como certa ou errada e, mesmo quando é possível subdividir em soluções parciais, as respostas a elas ainda são do tipo certo ou errado (Rico, 1998). Colocando o foco de atenção nas respostas incorretas, identifica-se o erro como um indício da falta ou deficiência de um conhecimento, método ou processo, que leva, frente a determinada situação-problema, o aluno a responder incorretamente.

Entende-se que os erros são parte da produção dos estudantes durante a aprendizagem da matemática e podem contribuir para o processo de ensino aprendizagem (Borasi, 1996; Cury, 2003; Rezende, 2003; Rico, 1998), pois, ao cometer um erro, o aluno expressa a incompletude conceitual, permitindo a interferência para levar à compreensão do que lhe falta.

Logo, o erro é parte essencial do processo de aprendizagem, pois o conhecimento é a construção de novos saberes, que tomam como base conhecimentos anteriores. No transcorrer da sua formação, a formalização e a sistematização equivocada do conhecimento podem levar o estudante a incorrer em erros, por inferências inadequadas, baseadas nesses conhecimentos *a priori* ou pela falta de compreensão dos novos conhecimentos, seja pela ação pedagógica do professor ou pelas dificuldades intrínsecas da disciplina (Cabral; Baldino, 2008; Rico, 1998).

Os erros não aparecem por mero acaso; eles surgem baseados em um marco conceitual consistente e fundamentado nos conhecimentos *a priori*, associados ao pensamento lógico e à intuição do indivíduo sobre o assunto, que utiliza de uma lógica empirista. Para a maioria dos pesquisadores, o erro não é uma ação acidental, mas algo que surge a partir de estratégias e regras pessoais empregadas na resolução de problemas e baseadas nas suas experiências particulares, interpretações e conhecimentos matemáticos iniciais (Borasi, 1996; Cury, 2003; Rezende, 2003; Rico, 1998). Desse modo, a maioria dos erros é extremamente persistente, pois reflete o conhecimento do estudante sobre um conceito.

Considerando que as avaliações têm a intenção de qualificar a situação do estudante quanto à sua aprendizagem, a construção da ferramenta de avaliação é importante, pois ela é parte integrante do processo de ensino aprendizagem. Em avaliações, primeiramente vem o processo de diagnosticar, que consiste na constatação da qualificação do objeto da avaliação, tendo por base suas propriedades específicas. A avaliação não é um ato neutro; é dinâmico no qual diagnosticar, implica na decisão de *o que fazer*, dessa forma o ato de avaliar não é um ato impositivo, mas um ato dialógico, inclusivo e construtivo (Luckesi, 2000).

A prática pedagógica que valoriza a retenção da informação difere da prática que desenvolve a compreensão, a análise e aplicação dos conceitos, pois seus objetivos são distintos, assim como a informação a ser obtida pelos instrumentos de identificação dos conhecimentos do estudante. Enquanto a primeira tem um questionamento direto, e exige uma resposta objetiva e única, a outra apresenta uma situação contextualizada, que exige do estudante o uso das habilidades trabalhadas nos módulos de ensino[2], podendo admitir respostas com base em hipóteses levantadas pelo próprio respondente (Rabelo, 2013).

Como instrumento de qualificação do conhecimento, é importante que as questões de uma avaliação sigam o critério de máxima informação (Rabelo, 2013), ou seja, que os itens de avaliação sejam elaborados de maneira a fornecer a máxima e mais fidedigna informação sobre o conhecimento do respondente, que é identificar os saberes do estudante, assim como as lacunas de conhecimento que impedem a resolução correta da atividade.

Em uma avaliação o item deve ser composto de um texto de contextualização, que caracteriza a situação-problema a ser compreendida e interpretada, seguido do enunciado que apresenta, de maneira clara e objetiva, as ações requeridas, podendo ser a identificação de um fato ou informação, a execução de um procedimento ou o uso de uma habilidade desenvolvida durante a aprendizagem.

Em questões de múltipla escolha, as opções incorretas devem ser plausíveis, ou seja, parece correto à primeira vista, e deve ser elaborado com base "[...] em erros comuns cometidos pelos respondentes, a fim de que a escolha da alternativa incorreta revele o tipo de raciocínio equivocado que o sujeito utilizou" (Pasquali, 2009, p. 172). Essas opções são denominadas distratores e reforça seu papel não apenas como "armadilhas", mas como elementos diagnósticos da aprendizagem, alinhados a uma concepção formativa de avaliação.

A ideia de um sistema de autoavaliação diagnóstica visa identificar quais dificuldades interferem no desenvolvimento de determinadas competências ou habilidades, através da análise das ações de estudantes durante o desenvolvimento das soluções dos problemas. Segundo Luckesi (Luckesi, 2011), a conduta de quem raciocina matematicamente pode ser observada pelas respostas explícitas dadas às situações-problema apresentadas.

Entende-se que a avaliação diagnóstica na educação não tem o caráter de medição do conhecimento para classificação, aprovação ou reprovação do indivíduo, em função de critérios estabelecidos, mas procura, por intermédio de sinais e/ou características, identificar problemas cognitivos ou falhas de aprendizagem, de maneira que o professor e o aluno possam desenvolver ações para a melhora do processo de ensino aprendizagem.

Ressalta-se que as competências e habilidades inadequadamente desenvolvidas requerem ações que busquem sanar as dificuldades que o estudante apresenta, de forma que o levem ao

2 Neste artigo, módulo de ensino é definido como o espaço-tempo destinado ao processo de ensino aprendizagem, para o desenvolvimento de determinadas competências ou habilidades.

exercício pleno das suas capacidades. Essas ações reforçam a afirmação de Luckesi (2000) sobre o ato de avaliar, que implica em dois processos articulados e indissociáveis: diagnosticar e decidir.

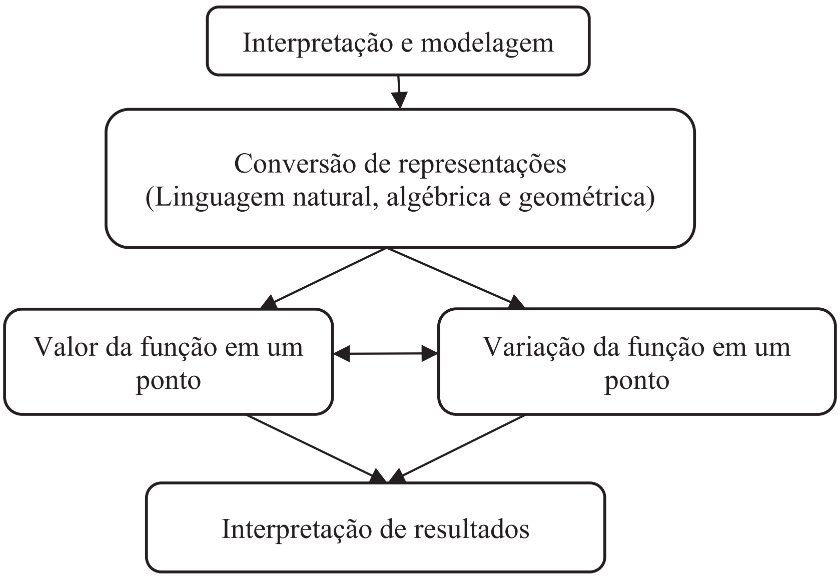
Na pesquisa realizada foram idealizadas três situações contextualizadas explorando problemas matemáticos envolvendo as habilidades, conceitos e procedimentos associados a resolução dos problemas com Derivadas, das quais duas são apresentadas neste artigo.

METODOLOGIA

Para validar as questões associadas às situações-problema do sistema de autoavaliação diagnóstica sobre Resolução de problemas. Foi realizado um experimento com 34 alunos regularmente matriculados em cursos de engenharia, que cursaram a primeira disciplina de cálculo diferencial e integral. Os estudantes participantes da pesquisa foram identificados como A1, A2, ..., A34.

As situações-problema foram organizadas e particionadas de modo a possibilitar a identificação das dificuldades relacionadas a cada etapa da resolução de problemas. Essas etapas estão apresentadas na Figura 1.

Figura 1 - Organização da avaliação Resolução de problemas.



Fonte: (Homa, 2018).

Na *interpretação e modelagem* identificam-se as dificuldades associadas a interpretação do enunciado do problema e identificação do modelo gráfico (função quadrática, função exponencial, função polinomial envolvendo as funções cúbica e quadrática). Na *conversão de representações* são verificadas a existência de dificuldades relativas a conversões entre as representações gráfica, algébrica e a linguagem natural (identificando a denominação da função). Em *Valor da função em um ponto* e *Variação da função em um ponto,* objetiva-se verificar se o aluno é capaz de distinguir qual das duas informações é solicitada, qual das variáveis o problema solicita o cálculo, a dependente ou a independente, e se apresenta dificuldades na solução das equações. Além disso, no bloco *Variação* *da função em um ponto* solicita-se o cálculo da derivada primeira, com o objetivo de identificar se o estudante apresenta dificuldades no uso das regras de derivada, e questionamentos para verificar a compreensão da característica de variação nula e sua relação com os pontos críticos da função.

A validade do sistema de autoavaliação diagnóstica foi definida, pela qualidade e validade dos seus itens de avaliação, ou seja, a capacidade de identificar as prováveis dificuldades dos respondentes. Desse modo, apresentam-se as seguintes considerações:

- as opções do tipo *não sei* (*não sei; não tenho certeza; tenho dúvidas qual é; não entendi*), quando selecionadas, representam de maneira clara a dificuldade do respondente em relação ao objeto de avaliação do item;
- respondentes que selecionam distratores do mesmo tipo evidenciam sua dificuldade em relação às dificuldades matemáticas associadas;
- cada distrator foi desenvolvido levando em consideração a classificação de erros de Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987), com a definição das dificuldades associadas aos erros fundamentada nas pesquisas já realizadas sobre a Análise dos Erros.

Para uma melhor compreensão das análises, são apresentados os conceitos e habilidades matemáticas cadastrados no sistema de autoavaliação diagnóstica (Figura 2) e as etapas para a resolução de problemas.

Figura 2 - Conceitos e habilidades avaliados nas etapas de resolução de problemas.

Etapa	Ações	Conceitos / Habilidades cadastrados no sistema de autoavaliação
Compreensão	Interpretação do problema	Interpretação do enunciado
		Modelagem do problema
		Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis
		Representação geométrica e linguagem natural das cônicas
		Representação algébrica das funções notáveis
		Representação algébrica das cônicas
		Relação de dependência
Estratégia	Identificação da Solução	Conceito de valor
		Conceito de variação; derivada primeira
		Característica de ponto crítico
		Conceito de derivada segunda
Execução	Cálculo matemático	Cálculo das derivadas
		Derivadas regra da cadeia
		Cálculo de limite
		Expressões algébricas (propriedade distributiva da multiplicação)
		Expressões algébricas (ordem das operações)
		Expressões algébricas (frações algébricas)
		Expressões algébricas (simplificação com frações)
		Solução de equações não polinomiais
		Expressões algébricas (radiciação)
		Expressões algébricas (potenciação)
Resultado	Interpretação do resultado	Verificação do resultado no contexto do problema

Fonte: (Homa, 2018).

VIDYA, v. 45, n. 2, p. 391-411,
jul./dez. - Santa Maria, 2025.

Sendo um sistema de autoavaliação voltado à identificação das dificuldades matemáticas dos respondentes, cada distrator foi elaborado como uma resposta plausível, porém incorreta, capaz de evidenciar o raciocínio equivocado empregado pelo estudante. A validação dos itens ocorreu por meio da análise dos distratores selecionados, que foram posteriormente confrontados em entrevistas com os participantes, confirmando tanto a dificuldade matemática quanto a justificativa da escolha realizada. Considerou-se que, se um distrator não é selecionado, isso indica que ele não constitui uma resposta plausível, pois os respondentes não recorrem ao tipo de raciocínio equivocado previsto em sua elaboração. A quantificação do número de respostas atribuídas a cada distrator possui caráter secundário no processo de validação, uma vez que basta que o distrator seja selecionado ao menos uma vez para que se reconheça sua plausibilidade como indicador de um raciocínio equivocado e da falta de domínio do conceito matemático ou habilidade envolvida.

RESULTADOS

Para a validação das situações-problema apresentadas no sistema de autoavaliação diagnóstica foram analisadas as 1.647 respostas armazenadas no banco de dados do sistema. A avaliação *Resolução de problemas* contou com a participação de 34 alunos que produziram 803 respostas, das quais 260 respostas estavam corretas, representando 32%, e 543 respostas não corretas, sendo 167 do tipo *não sei* e 376 respostas incorretas. No geral, o grupo respondeu incorretamente a 68% dos itens de avaliação, evidenciando que o grupo apresentou dificuldades relacionadas com as habilidades e competências necessárias para a resolução dos problemas selecionados.

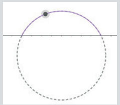
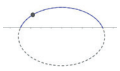
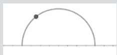
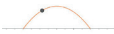
Considerando o universo das respostas incorretas, as respostas do tipo *não sei* representam 31%, corroborando a importância desta opção de resposta em avaliações diagnósticas, que permite que o aluno externe explicitamente as suas dificuldades com os conhecimentos e habilidades avaliadas.

Por se tratar de um sistema de autoavaliação diagnóstica adaptativo, que individualiza a sequência de questões com base nas respostas previamente fornecidas pelo respondente, nem todos os estudantes responderam ao mesmo conjunto de itens. Assim, os resultados apresentados neste artigo referem-se às questões consideradas mais relevantes para a identificação das dificuldades observadas. No que se refere às análises, os distratores fundamentados em fatos ou conceitos, cuja escolha depende do domínio ou não desses conhecimentos pelo estudante, receberam menor enfoque na análise em comparação aos distratores de natureza procedimental, associados a manipulações algébricas ou interpretações de resultados.

SITUAÇÃO PROBLEMA 1

O item P1 da Situação-Problema 1 (Figura 3), foi respondida corretamente por 29 alunos e incorretamente por cinco (A13, A17, A20, A26, A30), os quais identificaram como corretas as respostas que apresentam os segmentos de arco como sendo a trajetória da bola.

Figura 3 - Item P1 da Situação-Problema 1.

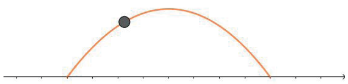
		Uma criança chuta uma bola parada no chão de modo que ela vai para frente e para cima. Qual gráfico melhor representa a trajetória aproximada da bola do momento em que é chutada até quando ela toca o solo novamente?	
Opção	**Resposta**	**Conceito ou procedimento associado**	**N° de Respostas**
a)		Modelagem do problema	1
b)		Modelagem do problema	2
c)		Modelagem do problema	2
d)		Modelagem do problema	29
e)	Entendo o problema, mas não sei qual é.	Modelagem do problema	0
f)	Não entendi o que pede.	Interpretação do enunciado	0

Fonte: (Homa, 2018).

Apesar da maioria dos estudantes selecionarem o modelo correto na primeira pergunta, nove dos 29 alunos que responderam à P3 (Figura 4), não sabiam o nome da função associada à trajetória selecionada, com oito deles (A1, A12, A23, A27, A31, A32, A33, A8) respondendo incorretamente ao item e um aluno (A25) selecionando a opção *não sei*.

Todos os alunos que responderam incorretamente ou declararam não saber o nome da função responderam incorretamente a mais dois ou três itens semelhantes, fato que sugere a existência de dificuldades na relação entre a *Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis* para esses alunos.

Figura 4 - Item P3 da Situação-Problema 1.

		Então a trajetória aproximada da bola, do momento em que é chutada até quando ela toca o solo novamente, tem a forma	
Opção	**Resposta**	**Dificuldade identificada**	**N° de Respostas**
a)	da função linear	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	1
b)	da função quadrática	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	20
c)	da função cúbica	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	1
d)	da função exponencial	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	1

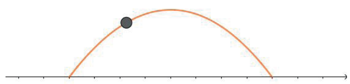
VIDYA, v. 45, n. 2, p. 391-411,
jul./dez. - Santa Maria, 2025.

e)	da função raiz	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	1
f)	de um segmento de arco	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	4
g)	Não sei o nome	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	1

Fonte: (Homa, 2018).

O item P4 (Figura 5) foi apresentado para os 21 estudantes que acertaram ou que declararam não saber o nome da função em P3. Dos estudantes que responderam a P3, nove (A3, A5, A9, A14, A15, A16, A19, A22, A29) declararam não saber qual era a representação algébrica correta da parábola associada ao problema.

Figura 5 - Item P4 da Situação-problema 1.

		A trajetória da bola tem a forma de uma função é uma quadrática. A função que melhor expressa a altura (h) em relação e a distância (d) com d=0 o ponto onde a bola é chutada será a:	
Opção	**Resposta**	**Dificuldade identificada**	**N° de Respostas**
a)	$d = k\,h^2$ para $k \in \mathbb{R}_+$	Relação de dependência	4
b)	$h = k\,d^2$, para $k \in \mathbb{R}_+$	Representação geométrica e algébrica das funções notáveis	4
c)	$d = -k\,h^2, para\ k \in \mathbb{R}_+$	Relação de dependência	2
d)	$h = -k\,d^2, para\ k \in \mathbb{R}_+$	Representação geométrica e algébrica das funções notáveis	0
e)	$d = -k\,h^2 + w\,h\,, para\ k, w \in \mathbb{R}_+$	Relação de dependência	0
f)	$\boldsymbol{h = -k\,d^2 + w\,d\,, para\ k, w} \in \mathbb{R}_+$	**Representação geométrica e algébrica das funções notáveis**	2
g)	Não sei qual a função	Representação geométrica e algébrica das funções notáveis	9

Fonte: (Homa, 2018).

Os distratores exploram três erros no modelo algébrico em relação ao gráfico da trajetória: a relação de dependência entre as variáveis; a concavidade da parábola; e as translações. No estudo das funções quadráticas, elas são apresentadas na forma $f(x) = x^2$, que é introjetada no aluno, o que parece justificar as oito respostas concentradas nas opções *a* e *b* que representam parábolas com a concavidade *para cima.*

Os distratores *a* e *b* foram selecionados por 8 alunos (A1, A4, A7, A10, A18, A24, A25, A28) e dentre esses oito estudantes, sete (A1, A4, A7, A10, A18, A24, A28) responderam incorretamente ou declararam não saber o modelo algébrico em pelo menos mais outro item que avalia a conversão entre as representações geométrica e algébrica.

O item P7 (Figura 6) foi respondido por dezessete alunos, com somente três respostas corretas. Os distratores *a* e *c* apresentam resultados decorrentes de erros matemáticos nos quais os cálculos realizados foram $h(17) = \frac{(-17)^2 + 16\,.\,17}{12}$ e $h(17) = \frac{-17 + 16\,.\,17}{12}$, respectivamente.

O distrator *b*, com seis respostas, é o resultado para $h(17) = \frac{-(17)^2+16\,.\,17}{12}$, que tem como resultado *-1,4146m*. Isto significaria que a bola estaria *enterrada* no solo, não sendo uma resposta considerada válida dentro do contexto do problema. O distrator *d*, selecionado por dois alunos, é o resultado obtido em *b* transformado em um valor positivo, ou seja, os alunos usaram uma lógica própria para transformar o resultado do cálculo em um resultado coerente, com o valor positivo para a altura, sendo um erro associado a dificuldades com a interpretação do resultado.

Os erros decorrentes de manipulações algébricas equivocadas eram esperados e considera-se os distratores *a* e *c* adequados ao objetivo proposto. Os erros dos distratores *b* e *d* são semelhantes na sua natureza. Podemos verificar, pela fala do aluno A5, que selecionou o distrator *b*, como ele procede após a realização de um cálculo:

- Pesquisador: ...por que a opção b está errada? Porque uma altura negativa significa que a bola está enterrada no chão. Você tem o hábito de verificar a sua resposta no contexto do problema, ou você só calcula e escreve o resultado no final?
- A5: Antes disso, eu tinha o hábito de calcular e responder, não dava bola pro resultado. Depois que eu fiz isso ai e olhei as respostas e a sua explicação em aula, comecei a ter o hábito de ver a resposta pra ver se tá certo com o enunciado do problema.

A fala do aluno A5 mostra o comportamento usual dos alunos, que têm por hábito dar como resposta o valor do cálculo numérico, sem considerar o contexto em que o mesmo está inserido. As opções do item P7 mostraram-se adequadas para a identificação das dificuldades associadas.

Figura 6 - Item P7 da Situação-problema 1.

$h(d) = \frac{-d^2+16d}{12}$	Com base na função dada identifique a quantos metros de altura se encontra a bola quando a projeção horizontal da bola estiver distante 17m do ponto inicial.		
Opção	**Resposta**	**Dificuldade identificada**	**N° de Respostas**
a)	46,75	EA potenciação	3
b)	-1,4146	Verificação do resultado no contexto	6
c)	21,25	EA potenciação	1
d)	1,4146	Verificação do resultado no contexto	2
e)	**Não é possível afirmar, pelo resultado calculado.**	**Verificação do resultado no contexto**	**3**
f)	Não entendi o que é pedido.	Interpretação do enunciado	1
g)	Não sei fazer	Interpretação do enunciado	1

Fonte: (Homa, 2018).

O item P8 (Figura 7) foi apresentado aos 34 alunos, com metade deles respondendo incorretamente ao item. Dos dezessete alunos que erraram, oito selecionaram os distratores *a* e *d,* associando h(9) com a variação da função em um ponto; os seis alunos que selecionaram o distrator *b* chegaram ao resultado de 18,75m calculando $h(9) = \frac{(-9)^2+16\,.\,9}{12}$, um erro técnico (Hadar; Zaslavsky; Inbar, 1987), ao elevar o sinal negativo ao quadrado.

VIDYA, v. 45, n. 2, p. 391-411,
jul./dez. - Santa Maria, 2025.

Figura 7 - Item P8 da Situação-problema 1.

$h(d) = \frac{-d^2 + 16d}{12}$		Com a função dada para a trajetória aproximada da bola. Qual o significado de h(9)?	
Opção	**Resposta**	**Dificuldade identificada**	**N° de Respostas**
a)	A bola está descendo.	Conceito de variação	3
b)	A bola está a 18,75m do chão	EA potenciação	6
c)	A bola está a 5,25m do chão	Conceito de valor	17
d)	A bola está a subindo.	Conceito de variação	5
e)	Não entendi o que é pedido	Interpretação do problema	3
f)	Não sei fazer	Interpretação do problema	0

Fonte: (Homa, 2018).

O item P10 (Figura 8) foi apresentado aos 34 participantes, com dezenove deles selecionando o distrator *c,* que é semelhante à resposta correta, $h'(d) = \frac{-2d+16}{12}$. Colocar o sinal negativo do primeiro termo na frente de toda a fração é um erro técnico, mas pode ser decorrente de uma distração, e não da falta de conhecimento sobre as propriedades das operações envolvidas; a simplificação de somente um dos termos do numerador com o denominador, distrator *b*, apresenta um resultado proveniente de um erro de simplificação.

Figura 8 - Item P10 da Situação-problema 1.

$h(d) = \frac{-d^2 + 16d}{12}$		Considerando a função abaixo, para h a altura e d a distância. A derivada de h(d) é dada pela função:	
Opção	**Resposta**	**Dificuldade identificada**	**N° de Respostas**
a)	$\frac{\partial h}{\partial d} = -\frac{d}{6} + 16$	EA simplificação	0
b)	$\frac{\partial h}{\partial d} = -d + \frac{8}{6}$	EA simplificação	4
c)	$h'(d) = -\frac{2d + 16}{12}$	EA simplificação	19
d)	$\boldsymbol{\frac{\partial h}{\partial d} = -\frac{d}{6} + \frac{4}{3}}$	**Cálculo derivada**	**8**
e)	Não sei calcular	Cálculo derivada	3

Fonte: (Homa, 2018).

Pela quantidade de respostas para o distrator *c*, o item P10 deve ser revisto, pois a semelhança do distrator *c* com a resposta correta sem simplificação pode ser o motivador da quantidade de alunos que a selecionaram, estando mais vinculada a uma distração do que a dificuldades algébricas.

Ao ser indagado sobre o erro, o aluno A5 identificou rapidamente o sinal e sua fala deixa claro que:

- A5: ...foi um erro de atenção na hora da pressa ... bateu um desespero ali e acabei não prestando atenção.

A substituição por $h'(d) = -\frac{d+8}{6}$ é uma opção como resposta certa. Acredita-se que, assim, o aluno dará mais atenção às simplificações e ao sinal negativo, não escolhendo a resposta mais parecida com seus cálculos.

VIDYA

VIDYA, v. 45, n. 2, p. 391-411,
jul./dez. - Santa Maria, 2025.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 2

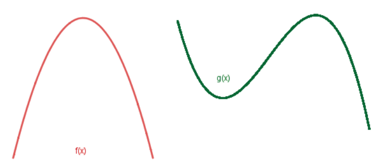
O item S1 (Figura 9) inicia a Situação-problema 2 e foi apresentado aos 34 participantes, dos quais 22 identificaram a função como uma função trigonométrica tipo seno ou cosseno. Como visto na análise da Situação-problema 1, a conversão entre as representações é uma das dificuldades do grupo pesquisado, com todos os 34 alunos respondendo incorretamente a pelo menos um item e 26 alunos respondendo incorretamente a dois ou mais itens associados a dificuldades em *Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis*.

As falas dos alunos A7 e A16 revelam que eles só prestaram atenção à característica marcante, não aos detalhes:

- Pesquisador: Você prestou atenção nos extremos da g(x)?
- A7: Pior... que não prestei atenção
- Pesquisador: Você só olhou no geral a curva, o sobe-desce?
- A7: Isto! Foi falta de atenção mesmo.
- Pesquisador: A função verde é uma senoidal?
- A16: Eu não consultei nada. Pelo que eu me lembro, pra mim, isso é um seno.
- Pesquisador: E essa parte aqui debaixo?
- A16: se é positivo ou negativo?
- Pesquisador: O seno tem isso aqui que continua?
- A16: ... verdade, ele ficaria até aqui. Isso eu não notei
- Pesquisador: então é aquela visão da função padrão. Não se enxerga os detalhes.
- A16: Sim. Eu não observei isso

Figura 9 - Item S1 da Situação-problema 2.

Um engenheiro está projetando uma montanha russa utilizando 2 funções para definir o traçado de um trecho dela. Determine pelo desenho quais as funções utilizadas.



Opção	Resposta	Conceito ou procedimento associado	N° de Respostas
a)	Parábola e Seno	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	6
b)	Parábola e Cosseno	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	10
c)	**Quadrática e Cúbica**	**Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis**	8
d)	Quadrática e Seno	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	8
e)	Não sei o nome de um dos gráficos	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	2
f)	Não sei o nome dos gráficos	Representação geométrica e linguagem natural das funções notáveis	0

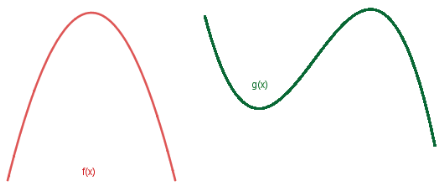
Fonte: (Homa, 2018).

O item S1 atendeu ao propósito, trazendo situações para as quais o participante responde equivocadamente, sinalizando as dificuldades associadas ao erro cometido. O número de respostas erradas para S1 sinaliza as dificuldades nas identificações e nas conversões de representação das funções.

O número de respostas erradas para S2 (Figura 10), associado à representação algébrica das funções trigonométricas, é condizente com o número de respostas erradas de S1. O item S2 foi apresentado a 32 alunos, dos quais 23 selecionaram opções com representações algébricas das funções trigonométricas, ignorando a forma assimétrica de *g(x)* e os extremos da função que não condizem com as funções seno ou cosseno.

Esse item, em conjunto com os demais do mesmo tipo, atende ao propósito de identificar dificuldades dos alunos nas conversões entre as representações, principalmente na identificação das funções trigonométricas, como apontam os resultados do item.

Figura 10 - Item S2 da Situação-problema 2.

As representações algébricas das funções são respectivamente:			
Opção	**Resposta**	**Conceito ou procedimento associado**	**N° de Respostas**
a)	$f(x) = -x^2 + a$ $g(x) = -sen(x)$	Representação geométrica e algébrica das funções notáveis	10
b)	$f(x) = -x^2 + a$ $g(x) = \cos(x)$	Representação geométrica e algébrica das funções notáveis	8
c)	$f(x) = x^2 + a$ $g(x) = -sen(x)$	Representação geométrica e algébrica das funções notáveis	5
d)	$f(x) = x^2 + a$ $g(x) = x^3$	Representação geométrica e algébrica das funções notáveis	3
e)	$\boldsymbol{f(x) = -x^2}$ $\boldsymbol{g(x) = -x^3 + ax}$	**Representação geométrica e algébrica das funções notáveis**	**3**
f)	$f(x) = -x^2$ $g(x) = x^3 + ax$	Representação geométrica e algébrica das funções notáveis	0
g)	Não sei qual o gráfico	Representação geométrica e algébrica das funções notáveis	1
h)	Tenho dúvidas de qual é o gráfico	Representação geométrica e algébrica das funções notáveis	3

Fonte: (Homa, 2018).

O item S3 (Figura 11) foi submetido aos 34 alunos, sendo necessária a interpretação da situação e a identificação do uso das derivadas para a solução adequada do problema. O item teve seis respostas corretas, dadas pelos alunos A1, A4, A6, A11, A20 e A26, sete respostas incorretas e 21 do tipo *não sei*, indicando a falta de conhecimento dos respondentes para montar as estratégias para a solução do problema. Ressalta-se que as opções do tipo *não sei* se mostraram eficientes ao proporcionar ao aluno a possibilidade de externar suas dificuldades na modelagem da situação-problema.

Para entender a quantidade de respostas do tipo não sei, faz-se as seguintes considerações: nas aulas de cálculo é reforçada a condição de continuidade da função no ponto x_1, para que função seja derivável no ponto x_1 e, a seguir, é definida a derivada como o limite da razão incremental, ou seja, $f'(x_1) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x}$, devendo, para isso, ser verificada a igualdade dos limites laterais:

$$f'(x_1) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x}\ ; f'(x_1) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x}$$

Toda essa demonstração algébrica deve ser compreendida, de maneira intuitiva: que a variação da função em torno do ponto x_1 deve ser a mesma à esquerda e à direita do ponto x_1, para que exista a $f'(x_1)$, ou seja, geometricamente, a inclinação da reta tangente antes do ponto e depois do ponto tende para o mesmo valor.

Esse pensamento define matematicamente o que é uma curva suave, sem variações bruscas em um ponto, como exigido na Situação-problema 2, mas “o preço pago pela clareza e precisão do rigor é a total separação do mundo de nossos sentidos” (Reis, 2001, p. 68), de modo que mais da metade dos estudantes não tem ideia da condição matemática para a transição suave entre as curvas da montanha-russa, levando-os a selecionar as opções do tipo não sei. Deste modo, o item S3 foi considerado adequado ao proposito, ao apresentar distratores que mostram as ideias equivocadas dos alunos sobre a condição matemática para uma curva suave em um ponto, bem como a opção *não sei*.

Figura 11 - Item S3 da Situação-problema 2.

Em uma montanha russa o carrinho deve proporcionar sensações fortes, para isso o traçado explora situações de descidas acentuadas e velocidades altas. Para evitar trancos e sobressaltos as transições entre as curvas têm de ser suaves, ou seja, sem uma mudança brusca na trajetória. Para isso é necessário que seja atendida a condição:

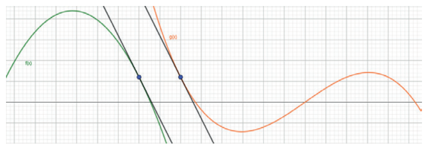
Opção	Resposta	Conceito ou procedimento associado	N° de Respostas
a)	$f(x_1) = g(x_1)$	Conceito de valor	2
b)	$\boldsymbol{f'(x_1) = g'(x_1)}$	**Conceito de variação; derivada primeira**	**6**
c)	$\begin{cases} f(x_1) = 0 \\ g(x_1) = 0 \end{cases}$	Conceito de valor	1
d)	$\begin{cases} f'(x_1) = 0 \\ g'(x\ ) = 0 \end{cases}$	Conceito de variação; derivada primeira	4
e)	Não sei qual a condição	Modelagem do problema	15
f)	Não entendi o que fazer	Interpretação do enunciado	6

Fonte: (Homa, 2018).

O enunciado do item S4 (Figura 12) apresenta a condição necessária para transição suave entre as curvas, com apoio da imagem com as retas tangentes nos pontos de transição, sendo necessário o conhecimento da relação entre as derivadas e a reta tangente. Os distratores *a, b, e* e *f*, com o valor da função ou de sua derivada no ponto 2 ou -2, foram selecionados por cinco alunos. Os distratores *c* e *g*, com outras cinco respostas, determinam os valores de x_1 e x_2 quando as funções são respectivamente iguais a 2 e -2.

Figura 12 - Item S4 da Situação-problema 2.

Para uma transição suave é necessário que a inclinação no ponto de união das curvas seja a mesma. A montanha russa deve proporcionar a máxima emoção e o carrinho não pode ficar em um trilho com inclinação maior do que 2 senão ele cai, ou seja, a inclinação máxima de descida é de no máximo 2m na vertical para cada 1m na horizontal. Para as funções $f(x_1)$ e $g(x_2)$ para determinar o valor de x_1 e x_2 que atendem essa condição, devemos solucionar:



Opção	Resposta	Conceito ou procedimento associado	N° de Respostas
a)	$f(2) = g(2)$	Conceito de valor	2
b)	$f'(2) = g'(2)$	Conceito de variação; derivada primeira	2
c)	$\begin{cases} f(x_1) = 2 \\ g(x_2) = 2 \end{cases}$	Conceito de valor	3
d)	$\begin{cases} f'(x_1) = 2 \\ g'(x_2) = 2 \end{cases}$	Conceito de variação; derivada primeira	4
e)	$f(-2) = g(-2)$	Conceito de valor	0
f)	$f'(-2) = g'(-2)$	Conceito de variação; derivada primeira	1
g)	$\begin{cases} f(x_1) = -2 \\ g(x_2) = -2 \end{cases}$	Conceito de valor	2
h)	$\begin{cases} \boldsymbol{f'(x_1) = -2} \\ \boldsymbol{g'(x_2) = -2} \end{cases}$	**Conceito de variação; derivada primeira**	**3**
i)	Entendi, mas não sei o que fazer	Conceito de variação; derivada primeira	14
j)	Não entendi o que fazer	Interpretação do enunciado	3

Fonte: (Homa, 2018).

O distrator *d*, com quatro respostas, representa um sistema com as derivadas das funções igualadas a 2. Neste caso, a aplicação do conceito de derivadas está correta, mas é ignorada a informação *inclinação máxima de descida*, assim como o gráfico do enunciado, ou seja, há discrepância entre a informação fornecida e como o aluno a utiliza.

Para S4 tem-se três respostas corretas (A4, A6, A11), quatorze respostas incorretas e dezessete respostas do tipo *não sei*, as quais apontam para dificuldades em discernir qual procedimento matemático soluciona a situação proposta. Ou seja, os respondentes não sabem se devem calcular a função no ponto, a derivada da função no ponto, determinar o ponto para o qual função assume um valor ou determinar o ponto para o qual a derivada da função assume um valor. Logo, o item mostra-se adequado em identificar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas envolvendo as derivadas, evidenciando dificuldades na identificação da solução, na etapa estratégia da Resolução de problemas.

O item S5 (Figura 13) solicita a derivada da função que requer o uso da regra da potência, uma das mais simples e utilizadas nas aulas de Cálculo, e a regra da cadeia. Os distratores foram construídos apresentando o desenvolvimento da solução linha a linha, empregando operações algébricas equivocadas, com o objetivo de identificar dificuldades nas manipulações de expressões algébricas.

VIDYA, v. 45, n. 2, p. 391-411,
jul./dez. - Santa Maria, 2025.

Figura 13 - Item S5 da Situação-problema 2.

Para evitar trancos e sobressaltos as transições entre as curvas têm de ser suaves, ou seja, a inclinação no ponto de união das curvas tem de ser a mesma, logo $f'(x_1)$ e $g'(x_2)$ devem ter o mesmo valor. Para as funções $f(x_1)$ e $g(x_2)$ devemos primeiro determinar a derivada das funções. Para a $g(x_2)$ dada, a $g'(x_2)$ será:

$$g(x_2) = -\left(\frac{x_2 - 40}{10}\right)^3 + 7\,\frac{(x_2 - 40)}{10}$$

Opção	Resposta	Conceito ou procedimento associado	N° de Respostas
a)	$g(x_2) = -(x_2 - 4)^3 + 7(x_2 - 4)$ $\frac{\partial g}{\partial x_2} = -3(x_2 - 4)^2 + 7$ $\frac{\partial g}{\partial x_2} = -3(x_2)^2 + 24x_2 - 41$	EA simplificação com frações	3
b)	$g(x_2) = -\left(\frac{x_2}{10} - \frac{40}{10}\right)^3 + \frac{7}{10}(x_2 - 40)$ $\frac{\partial g}{\partial x_2} = -3\left(\frac{x_2}{10} - 4\right)^2 + \frac{7}{10}$ $\frac{\partial g}{\partial x_2} = -3(x_2)^2 - \frac{12}{5}x_2 - \frac{472}{100}$	EA simplificação com frações	3
c)	$g(x_2) = -\left(\frac{(x_2)^3}{10^3} - 4^3\right) + \frac{7x_2 - 280}{10}$ $\frac{\partial g}{\partial x_2} = -\left(\frac{3(x_2)^2}{10^3}\right) + \frac{7}{10}$ $\frac{\partial g}{\partial x_2} = -\frac{3(x_2)^2}{1000} + \frac{7}{10}$	EA potenciação	2
d)	$g(x_2) = -\left(\frac{x_2 - 40}{10}\right)^3 + \frac{7}{10}(x_2 - 40)$ $\frac{\partial g}{\partial x_2} = -3\left(\frac{x_2 - 40}{10}\right)^2\left(\frac{1}{10}\right) + \frac{7}{10}$ $\frac{\partial g}{\partial x_2} = -\frac{3}{10}\left(\frac{x_2 - 40}{10}\right)^2 + \frac{7}{10}$ $\frac{\partial g}{\partial x_2} = \left(\frac{-3x_2 + 120}{100}\right)^2 + \frac{7}{10}$	EA potenciação	9
e)	$\boldsymbol{g(x_2) = -\frac{(x_2 - 40)^3}{1000} + \frac{7x_2 - 280}{10}}$ $\boldsymbol{\frac{\partial g}{\partial x_2} = -\frac{3(x_2 - 40)^2}{1000} + \frac{7}{10}}$ $\boldsymbol{\frac{\partial g}{\partial x_2} = -\frac{3}{1000}(x_2)^2 + \frac{6}{25}x_2 - \frac{41}{10}}$	**Cálculo da derivada**	**2**
f)	Não sei calcular a derivada	Cálculo da derivada	3
g)	Tenho dúvidas de qual solução está correta	Cálculo da derivada	12

Fonte: (Homa, 2018).

Para o item S5, identifica-se doze respostas para o distrator *g*, com os respondentes afirmando não saber qual a solução correta, isto é, tendo dúvidas em alguma parte do desenvolvimento da solução; dezessete respostas incorretas, nas quais se identifica operações algébricas de simplificação e potenciação executadas incorretamente; e duas respostas corretas.

A proporção de 50% dos alunos respondendo incorretamente ao item S5, com a escolha de distratores com erros algébricos, reforça os resultados da avaliação *Matemática,* que apresentou índices de 73% para a potenciação e 83% para a simplificação algébrica, de alunos que erraram dois ou mais itens. Pelos resultados, considera-se o item S5 como adequado ao objetivo proposto.

O item S6 (Figura 14) requer a solução em duas etapas: primeiro, determinar o valor de x_1 para $f'(x_1) = -2$; e, depois, o cálculo da função para este valor de x_1. Verifica-se que nenhum dos respondentes acertou esse item, com somente dois alunos (A2, A6) resolvendo parcialmente o item, selecionando o distrator *d*, calculando $x_1 = 10$, mas não calculando *f(10)*, ou seja, não verificaram se o resultado do cálculo atendia ao solicitado.

O item S6 foi apresentado a dezenove alunos, com dezessete deles entendendo que deveriam valorar a função com $x_1 = -2$, distratores *b* e *c*, indicando problemas na identificação da estratégia a ser utilizada. Uma hipótese para isso é o hábito de utilizar apenas os valores fornecidos no enunciado, na função dada, sem verificar se a mesma atende ao que é solicitado; mas também pode ser entendido como uma inferência logicamente inválida.

A concentração de respostas nos distratores *b* e *c* e a inexistência de respostas do tipo *não sei* mostra a convicção dos respondentes em uma solução completamente equivocada. Entende-se que o item evidencia as dificuldades dos alunos em relação aos conceitos associados aos distratores, sendo o item S6 considerado adequado ao objetivo proposto.

Figura 14 - Item S6 da Situação-problema 2.

Parte do trajeto da montanha russa que relaciona a altura com a posição horizontal do carrinho é dado por $f(x_1)$, determine qual a altura do carrinho quando ele estiver no ponto onde a inclinação é de -2.

$$f(x_1) = -\left(\frac{x_1 + 6}{4}\right)^2 + 22$$

Opção	Resposta	Conceito ou procedimento associado	N° de Respostas
a)	**6m**	**Interpretação do problema**	**0**
b)	21m	Conceito de valor	10
c)	23m	EA potenciação	7
d)	10m	Verificação do resultado no contexto	2
e)	Não sei o que fazer	Interpretação do enunciado	0
f)	Não entendi o que fazer	Interpretação do enunciado	0

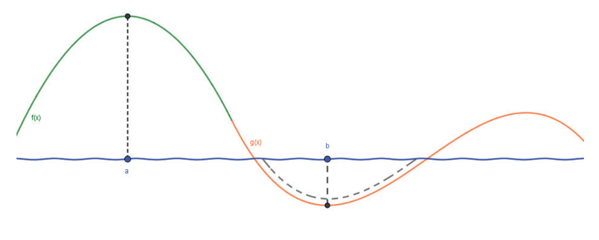
Fonte: (Homa, 2018).

A análise do item S7 (Figura 15) indica a falta do conceito de derivadas, em particular da segunda derivada no ponto, pois o maior número de respostas está concentrado no distrator *a,* apresentando a condição da primeira derivada igual a zero, que está correto, mas com a aparente associação da segunda derivada com o valor da função no ponto. O distrator *b* é a segunda opção com mais respostas na qual os alunos relacionaram a primeira derivada com o valor da função e a segunda derivada com a variação nula nos pontos solicitados.

Nota-se, também, que dez alunos responderam explicitamente que não sabiam as características da função nos pontos *a* e *b*. Todos os distratores foram selecionados por pelo menos um respondente e, considerando que cada um deles está associado ao conhecimento do aluno sobre o objeto de avaliação, pode-se afirmar que o item atende ao objetivo proposto, identificando a falta de conhecimento sobre as características dos pontos solicitados.

Figura 15 - Item S7 da Situação-problema 2.

A montanha russa projetada tem uma parte que é submersa em uma piscina artificial. Considerando o trajeto apresentado, sabe-se que o ponto mais baixo e mais alto tem as seguintes características.



Opção	Resposta	Conceito ou procedimento associado	N° de Respostas
a)	$\begin{cases} f'(a) = 0; f''(a) > 0 \\ g'(b) = 0; g''(b) < 0 \end{cases}$	Característica de ponto crítico	11
b)	$\begin{cases} f'(a) < 0; f''(a) = 0 \\ g'(b) > 0; g''(b) = 0 \end{cases}$	Característica de ponto crítico	1
c)	$\boldsymbol{\begin{cases} f'(a) = 0; f''(a) < 0 \\ g'(b) = 0; g''(b) > 0 \end{cases}}$	**Característica de ponto crítico**	**4**
d)	$\begin{cases} f'(a) > 0; f''(a) = 0 \\ g'(b) < 0; g''(b) = 0 \end{cases}$	Característica de ponto crítico	7
e)	$\begin{cases} f'(a) = 0; f''(a) = 0 \\ g'(b) = 0; g''(b) = 0 \end{cases}$	Característica de ponto crítico	1
f)	Não sei as características em a e b	Característica de ponto crítico	9
g)	Não sei o significado de $f''(x)$	Interpretação de derivada segunda	1

Fonte: (Homa, 2018).

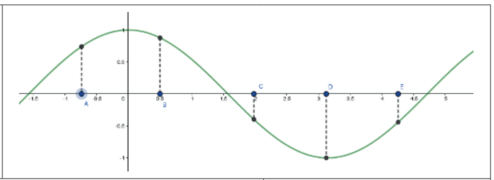
O item S8 (Figura 16) requer a interpretação gráfica das condições algébricas definidas pelo enunciado. Semelhante ao item S7, o item S8 solicita que se identifique o ponto que satisfaz as condições e $f(x) < 0$ e $f'(x) < 0$.

Quase todas as opções foram selecionadas por pelo menos um aluno. Assim, de algum modo, esses distratores estão associados com a maneira equivocada de pensar do aluno. Considera-se o item S8 adequado ao objetivo proposto de identificar as dificuldades relativas aos conceitos de valor e variação da função em um ponto.

Figura 16 - Item S8 da Situação-problema 2.

De acordo a função apresentada identifique qual ponto apresenta as seguintes características:

$$f(x) < 0, \qquad f'(x) < 0$$



Opção	Resposta	Conceito ou procedimento associado	N° de Respostas
a)	A	Conceito de valor	6
b)	B	Conceito de valor	4
c)	**C**	**Conceito de variação; derivada primeira**	**4**
d)	D	Conceito de variação; derivada primeira	11
e)	E	Conceito de variação; derivada primeira	0
f)	Não sei qual a resposta	Conceito de variação; derivada primeira	9

Fonte: (Homa, 2018).

VIDYA

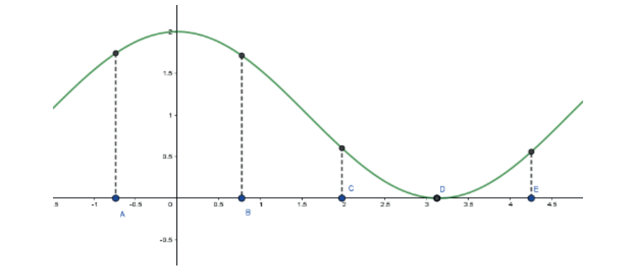
VIDYA, v. 45, n. 2, p. 391-411, jul./dez. - Santa Maria, 2025.

O item S9 (Figura 17) continua a avaliação da interpretação gráfica das Derivadas, solicitando a identificação dos pontos que atendem à condição $f'(x) > 0, f''(x) > 0$. O número de respostas do tipo *não sei* mostra que parte do grupo não tem o conceito e as treze respostas incorretas evidenciam as dificuldades em identificar, no ponto selecionado, pelo menos uma das condições dadas pelo enunciado.

Figura 17 - Item S9 da Situação-problema 2.

De acordo a função apresentada identifique qual ponto apresenta as seguintes características:

$$f'(x) > 0, \qquad f''(x) > 0$$



Opção	Resposta	Conceito ou procedimento associado	N° de Respostas
a)	A	Interpretação de derivada segunda	3
b)	B	Conceito de variação; derivada primeira	4
c)	C	Conceito de variação; derivada primeira	1
d)	D	Conceito de variação; derivada primeira	2
e)	**E**	**Interpretação de derivada segunda**	**4**
f)	Nenhum ponto tem essa característica	Conceito de variação; derivada primeira	3
g)	Não sei qual o ponto	Conceito de variação; derivada primeira	8
h)	Não sei o significado de	Interpretação de derivada segunda	0

Fonte: (Homa, 2018).

Realizando uma análise conjunta dos itens S7, S8 e S9, identificou-se que nenhum dos 34 alunos respondeu corretamente todos os três itens e 21 alunos responderam incorretamente a pelo menos um deles. Tais resultados evidenciam as dificuldades do grupo pesquisado relativas ao conceito de derivadas, em particular em relação à interpretação gráfica da derivada em um ponto. Entende-se que os distratores elaborados representaram as dificuldades associadas às dificuldades matemáticas associadas ao correto entendimento do conceito de derivadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As análises realizadas indicam que as situações-problema e as questões associadas desenvolvidas para o sistema de autoavaliação diagnóstica mostraram-se válidas para ao seu propósito, à medida que a organização das situações-problema, a elaboração dos distratores e a estrutura das opções de resposta possibilitaram que os estudantes identificassem suas dificuldades matemáticas para a resolução de problemas envolvendo derivadas.

A escolha dos distratores pelos estudantes forneceu indícios de que eles foram capazes de representar os erros conceituais e/ou procedurais previstos em sua elaboração, que valida sua capacidade como indicador diagnóstico. As respostas do tipo “não sei” se mostraram importantes para o processo de autoavaliação, pois permitiu que os estudantes externassem explicitamente suas dificuldades com os conhecimentos e habilidades avaliadas e evitando o erro ou acerto casual do item, que aconteceria caso as únicas opções disponíveis fossem os distratores e a resposta correta.

Embora o desempenho dos estudantes não fosse o foco principal da pesquisa, verificou-se que os participantes apresentaram problemas nas conversões de representações, sendo, na sua maioria, capazes somente de identificar as funções nas suas formas prototípicas, gráficas e algébricas, além de problemas conceituais sobre as derivadas. Estas dificuldades matemáticas acabaram impactando na identificação e uso de estratégias para a resolução das situações-problemas.

Dessa forma, conclui-se que os itens desenvolvidos são válidos para compor um sistema de autoavaliação voltado à identificação das dificuldades matemáticas dos respondentes no contexto da resolução de problemas com derivadas, tendo potencial para uso pedagógico à medida que permite que o estudante seja protagonista da sua aprendizagem ao ficar ciente das suas dificuldades matemáticas necessárias ao avanço dos estudos do cálculo diferencial e integral.

REFERÊNCIAS

BARICHELLO, L. **Análise de resoluções de problemas de Cálculo Diferencial em um ambiente de interação escrita**. Universidade Estadual Paulista, 2008.

BARUFI, M. C. B. **A construção / negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. Universidade de São Paulo, 1999.

BORASI, R. **Reconceiving Mathematics Instruction: A Focus on Errors**. Norwood: NJ: Ablex Publishing, 1996.

CABRAL, T. C. B.; BALDINO, R. R. **Cálculo Infinitesimal para um curso de EngenhariaRevista de Ensino de Engenharia**, 27 jul. 2008. Disponível em: http://www.abenge.org.br/revista/index.php/abenge/article/view/31. Acesso em: 31 maio 2022

CURY, H. N. Análise de erros em cálculo diferencial e integral: resultados de investigações em cursos de engenharia. **Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia**, 2003.

CURY, H. N. **Análise de Erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2007.

DEPRESBITERIS, L.; TAVARES, M. R. **Diversificar é preciso: instrumentos e técnicas de avaliação de aprendizagem**. São Paulo: Senac, 2009.

HADAR, N. M.; ZASLAVSKY, O.; INBAR, S. An Empirical Classification Model for Errors in High School Mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 18, n. 1, p. 3-14, 1987.

HOMA, A. I. R. **Avaliação Diagnóstica Auxiliada por Computador: Identificação das dificuldades dos alunos dos cursos de Engenharia na Resolução de Problemas**. [s.l.] Universidade Luterana do Brasil, 2018.

LUCKESI, C. C. O que é mesmo o ato de avaliar a aprendizagem? **Pátio**, v. 12, n. Fev/Mar, 2000.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem componente do ato pedagógico**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

PASQUALI, L. **Psicometria: teoria dos testes na Psicologia e na Educação**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2009.

POCHULU, M. Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. **Revista Iberoamericana de Educación**, p. 1-15, 2009.

RABELO, M. L. **Avaliação Educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro**. Rio de Janeiro: Editora da ULBRA, 2013.

REIS, F. DA S. **A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. Universidade Estadual de Campinas, 2001.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. Universidade de São Paulo, 2003.

RICO, L. Errores en el aprendizaje de las matemáticas. In: KILPATRICK, J.; GÓMEZ, P.; RICO, L. (Eds.). **Educación Matemática**. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica S.A., 1998.