

## O CONHECIMENTO DOCENTE E OS ENTENDIMENTOS ESSENCIAIS DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO EM UM CONTEXTO DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

TEACHING KNOWLEDGE AND ESSENTIAL UNDERSTANDINGS OF MATHEMATICAL REASONING IN A CONTEXT OF CONTINUING EDUCATION FOR TEACHERS WHO TEACH MATHEMATICS

CONOCIMIENTO DOCENTE Y COMPRENSIONES ESENCIALES DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN UN CONTEXTO DE EDUCACIÓN CONTINUA PARA DOCENTES QUE ENSEÑAN MATEMÁTICAS

LORYANE SANTOS DE OLIVEIRA<sup>1</sup>

ANDRÉ LUIS TREVISAN<sup>2</sup>

ELIANE MARIA DE OLIVEIRA ARAMAN<sup>3</sup>

LUIS FABIAN GUTIERREZ FALLAS<sup>4</sup>

### RESUMO

O desenvolvimento do Raciocínio Matemático (RM) no ensino de Matemática exige mais do que o ensino de fórmulas ou procedimentos, demandando um ambiente que favoreça a investigação, a experimentação e a reflexão contínua sobre as próprias descobertas. Esta pesquisa qualitativa teve como objetivo compreender as dimensões fundamentais do conhecimento docente em um contexto de formação continuada, analisando como os professores discutem e refletem coletivamente sobre suas práticas de ensino à luz dos Entendimentos Essenciais do RM. Os dados provêm da 2ª edição de um projeto de formação continuada, adotando a abordagem de ensino exploratório e utilizando Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP). O estudo foca nas reflexões de sete professoras durante o nono encontro do ciclo formativo, onde planejaram, desenvolveram e analisaram aulas coletivamente, seguindo o Ciclo PDR. A análise destacou a relevância do processo formativo para que as professoras possam estruturar práticas que favoreçam o desenvolvimento do RM dos estudantes, ampliando as possibilidades de compreender situações e resolver problemas.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Formação de Professores; Oportunidades de aprendizagem profissional; Raciocínio Matemático.

### ABSTRACT

*The development of Mathematical Reasoning (MR) in mathematics teaching requires more than the teaching of formulas or procedures, it demands an environment that favors investigation, experimentation and continuous reflection on one's own discoveries. This qualitative research aimed to understand the fundamental dimensions of teaching knowledge in a continuing education context, analyzing how teachers collectively discuss and reflect on their teaching*

<sup>1</sup> Licenciada em Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procópio - PR. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Londrina - PR. Doutoranda em Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa - PR. E-mail: lory19.1996@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5618-3315>

<sup>2</sup> Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática (UEL - 2013). Mestre em Matemática Aplicada (Unicamp - 2008). Licenciado em Matemática (Unicamp - 2005) e Pedagogia (Unifatec-2021) e Bacharel em Matemática Aplicada e Computacional (Unicamp - 2005). E-mail: andrelt@utfpr.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8732-1912>

<sup>3</sup> Graduação em Licenciatura Em Ciencias Habilitação Em Matemática pelo Centro de Estudos Superiores de Londrina (1994), Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (2006) e Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (2011). E-mail: elianearaman@utfpr.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1808-2599>

<sup>4</sup> Possui doutorado em Didáctica da Matemática pela Universidade de Lisboa(2019). Atualmente é Professor e pesquisador da Universidad de Costa Rica. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Ensino-Aprendizagem. E-mail: luisfabian.gutierrez@ucr.ac.cr. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9089-2062>

*practices in the light of the Essential Understandings of MR. The data comes from the 2nd edition of a continuing education project, adopting the exploratory teaching approach and using Professional Learning Tasks (PLT). The study focuses on the reflections of seven teachers during the ninth meeting of the training cycle, where they planned, developed and analyzed lessons collectively, following the PDR Cycle. The analysis highlighted the relevance of the formative process in enabling teachers to structure practices that foster the development of students' mathematical reasoning, thereby expanding their possibilities for understanding situations and solving problems.*

**Keywords:** Mathematics Education; Teacher Training; Professional Learning Opportunities; Mathematical Reasoning.

## RESUMEN

*El desarrollo del Razonamiento Matemático (RM) en la enseñanza de las matemáticas requiere algo más que la enseñanza de fórmulas o procedimientos, exige un entorno que favorezca la investigación, la experimentación y la reflexión continua sobre los propios descubrimientos. Esta investigación cualitativa pretendía comprender las dimensiones fundamentales del conocimiento de la enseñanza en un contexto de formación continua, analizando cómo los profesores discuten y reflexionan colectivamente sobre sus prácticas de enseñanza a la luz de los Entendimientos Esenciales del RM. Los datos proceden de la 2ª edición de un proyecto de formación continua, adoptando el enfoque de enseñanza exploratoria y utilizando Tareas de Aprendizaje Profesional (TAP). El estudio se centra en las reflexiones de siete profesores durante la novena reunión del ciclo de formación, en la que planificaron, desarrollaron y analizaron lecciones colectivamente, siguiendo el Ciclo PDR. El análisis destacó la relevancia del proceso formativo para que las profesoras puedan estructurar prácticas que favorezcan el desarrollo del RM de los estudiantes, ampliando las posibilidades de comprender situaciones y resolver problemas.*

**Palabras-clave:** Educación Matemática; Formación del profesorado; Oportunidades de aprendizaje profesional; Razonamiento matemático.

## INTRODUÇÃO

Compreender o que significa raciocinar matematicamente e identificar práticas pedagógicas que favorecem seu desenvolvimento é uma questão central na Educação Matemática (Carneiro; Araman; Trevisan, 2022; Jeannotte; Kieran, 2017; Mata-Pereira; Ponte, 2017). Estudos destacam as tarefas exploratórias como essenciais nesse processo, pois estimulam comunicação, conexões matemáticas e argumentação (Ponte, 2005; Ponte; Quaresma; Mata-Pereira, 2020). Diferentemente da abordagem tradicional, essa metodologia prioriza a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como mediador (Caberlini; Garcia, 2016), favorecendo a compreensão dos processos matemáticos e o desenvolvimento do raciocínio na resolução de problemas (Henriques, 2010).

Repensar o ensino da Matemática exige oportunidades para que professores aprimorem seus conhecimentos coletivamente. Ponte (2005) destaca a importância da reflexão na formação docente, promovendo interpretação conjunta de conceitos matemáticos. Araman e Gomes (2020) enfatizam a formação continuada como estratégia para superar desafios no ensino e aprendizagem, proporcionando um espaço para reflexão fundamentada na prática e estímulo ao trabalho colaborativo (Anjos, 2023).

Nos últimos anos, pesquisas acadêmicas têm investigado como os conhecimentos sobre RM se articulam à formação docente (Trevisolli, 2024). Para entender de que forma um processo formativo pode apoiar a aprendizagem profissional do professor, é essencial identificar quais conhecimentos são necessários para promover o RM nos alunos (Martins; Henriques; Caetano, 2023).

Este artigo tem como contexto um projeto de formação continuada sobre RM, baseado no Modelo PLOT (*Professional Learning Opportunities for Teachers*) de Ribeiro e Ponte (2020), voltado para professores dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. A partir das discussões geradas pelos registros de prática na resolução de uma tarefa exploratória, buscamos identificar os conhecimentos profissionais mobilizados pelas professoras e suas conexões com os Entendimentos Essenciais do RM.

Assim, o objetivo deste estudo é compreender as dimensões fundamentais do conhecimento docente em um contexto de formação continuada, analisando como os professores discutem e refletem coletivamente sobre suas práticas de ensino à luz dos Entendimentos Essenciais do RM.

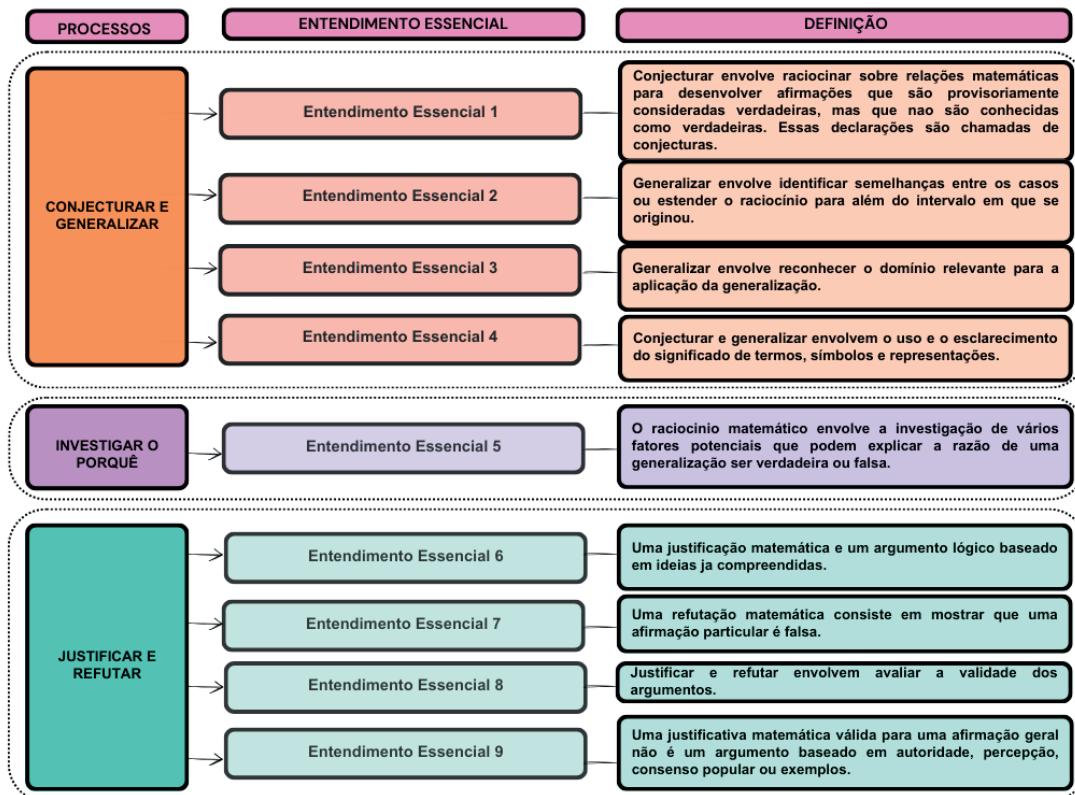
## ENQUADRAMENTO TEÓRICO

### ENTENDIMENTOS ESSENCIAIS DO RM

Oliveira (2008, p. 3) refere-se ao RM como um “conjunto de atividades mentais complexas que conduzem à criação de novas afirmações a partir de afirmações já conhecidas ou aceitas”. De modo similar, Stylianides (2009) toma o RM como um procedimento de inferência que utiliza informações já conhecidas para gerar novos conhecimentos e conclusões. Jeannotte e Kieran (2017, p. 7), por sua vez, entendem o RM como um “processo de comunicação com outros ou consigo mesmo, que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos”. São essas as perspectivas de RM que adotamos neste trabalho.

De acordo com Lannin, Ellis e Elliott (2011), a capacidade de raciocinar matematicamente envolve uma variedade de aspectos que constituem nove Entendimentos Essenciais do RM (Figura 1), os quais têm um impacto direto na aprendizagem matemática. O modelo proposto pelos autores baseia-se em um conceito amplo de RM, definido como *uma grande ideia* que engloba os processos de conjecturar, generalizar, investigar o porquê, desenvolver e avaliar argumentos. No modelo, esses processos de RM são denominados como: conjecturar, generalizar, investigar o porquê, justificar e refutar.

**Figura 1** - Entendimentos Essenciais do Raciocínio Matemático e suas definições.



Fonte: Baseado em Lannin, Ellis e Elliott (2011).

A seguir, são apresentadas algumas características fundamentais para a compreensão desses nove Entendimentos Essenciais propostos por Lannin, Ellis e Elliott (2011).

*Entendimento Essencial 1:* Com base em seus conhecimentos e habilidades matemáticas, os alunos elaboram afirmações sobre um fato matemático, que podem ser verdadeiras ou falsas. Após uma investigação, podem justificar, confirmar ou não a conjectura. Essas conjecturas podem ser expressas por escrito ou verbalmente, com ou sem generalizações.

*Entendimento Essencial 2:* Generalizar pode ou não envolver a formulação de uma regra algébrica, pois está ligada à identificação de semelhanças em uma situação. O processo ocorre por (a) identificação de elementos comuns e (b) extensão do raciocínio além do intervalo original.

*Entendimento Essencial 3:* “Generalizar envolve refletir sobre uma relação, ideia, regra ou padrão para identificar semelhanças e estender o raciocínio além do domínio original” (Lannin; Ellis; Elliott, 2011, p. 23). É essencial que os alunos explicitem os limites das generalizações para possibilitar sua validação ou refutação.

*Entendimento Essencial 4:* Como a linguagem matemática envolve símbolos, termos e representações, o professor deve garantir clareza nas afirmações apresentadas aos alunos. “Esclarecer a linguagem matemática, os símbolos e as representações é essencial para o raciocínio do aluno” (Lannin; Ellis; Elliott, 2011, p. 26), pois diferentes interpretações podem surgir.

*Entendimento Essencial 5:* “Investigar por que uma afirmação é verdadeira ou falsa faz parte do desenvolvimento do raciocínio matemático” (Lannin; Ellis; Elliott, 2011, p. 30), pois permite validar

justificativas ou refutar conjecturas. Esse processo considera características específicas que confirmam ou negam uma generalização.

*Entendimento Essencial 6:* A partir do conhecimento prévio e das generalizações dos alunos, são formuladas justificativas válidas ou não, dependendo da argumentação. A justificativa deve apresentar uma sequência lógica fundamentada em conceitos previamente estabelecidos, abrangendo todo o domínio da generalização.

*Entendimento Essencial 7:* Refutação e validação são etapas essenciais da argumentação matemática. “Um único contraexemplo pode invalidar a conjectura” (Lannin; Ellis; Elliott, 2011, p. 43), o que evidencia a importância dos contraexemplos no processo de raciocínio.

*Entendimento Essencial 8:* Criar e analisar argumentos, validar conjecturas, compreender o uso de definições e contraexemplos são aspectos fundamentais da justificação matemática. Avaliar justificativas pode envolver diferentes representações para demonstrar falsidade, reformular conjecturas ou revisar argumentos para garantir coerência.

*Entendimento Essencial 9:* Muitas vezes, os alunos fundamentam justificativas em conceitos apresentados pelo professor, mas a validade de uma generalização não deve depender apenas disso. “Tomar uma decisão matemática com base na popularidade de uma ideia, em vez de um argumento matemático, não constitui uma justificativa matematicamente adequada” (Lannin; Ellis; Elliott, 2011, p. 53).

Para que os estudantes desenvolvam os nove Entendimentos Essenciais, o ambiente de aprendizagem deve favorecer a exploração e discussão. Os professores precisam compreender esses entendimentos e desenvolver estratégias para aplicá-los em sala de aula. Assim, o processo formativo é essencial para capacitar os a incentivar conjecturas, discussões e construção coletiva do conhecimento matemático, tornando-se agentes fundamentais nessa promoção.

## CONHECIMENTOS PROFISSIONAIS DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Ponte (1999) defende que a atividade profissional do professor exige diversos conhecimentos para a sua prática. O autor considera que o processo de formação continuada envolve o progressivo desenvolvimento das potencialidades de cada professor, a construção de novos saberes, sendo fortemente marcado pelas dinâmicas sociais e coletivas. Assim, a construção desse conhecimento começa na formação inicial, mas precisa dar sequência na formação continuada, pois muitos desses conhecimentos emergem na prática (Lampert, 2010).

Segundo Libâneo (2001, p. 189), a formação continuada é “uma extensão da formação inicial, focada na melhoria tanto teórica quanto prática do profissional dentro do ambiente de trabalho, e no desenvolvimento de uma cultura geral mais ampla que transcende a esfera profissional”. Ele destaca que, para os professores, a formação continuada é essencial para uma aprendizagem contínua e para o desenvolvimento pessoal, cultural e profissional.

É no ambiente escolar, durante o exercício de suas funções, que os professores enfrentam desafios, encontram soluções, adaptam métodos, e constantemente criam e renovam suas abordagens de ensino, o que resulta em mudanças tanto em suas práticas profissionais quanto em suas vidas pessoais (Libâneo, 2001).

Nessa abordagem, destaca-se a formação continuada como um ambiente propício ao aprimoramento reflexivo dos professores. Falsarella (2004) a define como um processo intencional e planejado, que transforma o educador por meio da reflexão, crítica e criatividade.

Cunha e Prado (2010) ressaltam que a formação deve considerar os desafios diários dos professores, evitando um modelo vertical em que o formador detém todo o conhecimento. Esse modelo desconsidera os contextos específicos das escolas e dos docentes. Em vez disso, a formação deve estar conectada às experiências e desafios locais.

Considera-se que a aprendizagem profissional do professor ocorre por meio da reflexão contínua sobre sua prática, sendo favorecida pelas interações com outros, pelo enfrentamento de desafios reais e pela ressignificação dos conhecimentos docentes (Hernández, 1998; Van Es *et al.*, 2014).

Nesse contexto, o desenvolvimento profissional, por sua vez, refere-se ao progresso do professor em direção à ampliação de sua capacidade de ensinar com base em conhecimento teórico e prático articulado (Ponte, 2005; Araman; Gomes, 2020). Já o conhecimento profissional compreende um conjunto articulado de conhecimentos, sendo eles: teóricos, metodológicos, curriculares, materiais e contextuais, que o professor mobiliza ao planejar, conduzir e refletir sobre o ensino (Martins; Henriques; Caetano, 2023).

## DIMENSÕES DO CONHECIMENTO DOCENTE PARA PROMOVER O RM

Nóvoa (2009) enfatiza que a formação deve integrar-se à prática profissional, promovendo a socialização entre pares e vinculando-se a problemas reais da escola e à análise das práticas educativas. No ensino da Matemática, Ponte (2012) e Serrazina *et al.* (2022) apontam que a formação visa aprofundar o conhecimento dos professores sobre a disciplina e sua didática, capacitando-os a decidir o que, quando e como ensinar.

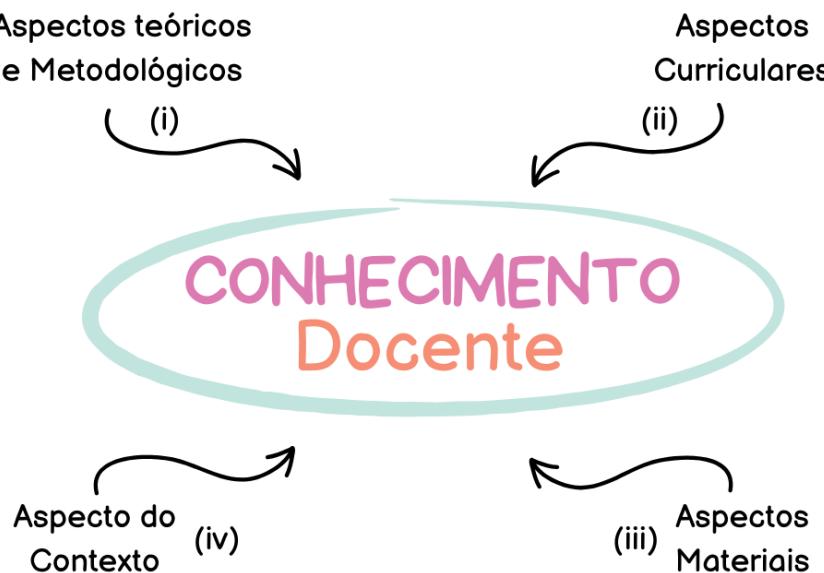
Davis e Krajcik (2005) destacam que a aprendizagem docente envolve integrar conhecimentos sobre conteúdo, ensino e aprendizagem. A formação deve prepará-los para aplicar esse conhecimento, tomar decisões eficazes e se envolver nas discussões educacionais.

A interação entre pares influencia significativamente o conhecimento dos professores. Ball e Cohen (1999) e Bransford *et al.* (1999) afirmam que essa troca permite superar desafios e evitar o isolamento, potencializando a aprendizagem coletiva. White *et al.* (2013) reforçam essa ideia ao destacar a importância dessas interações para o avanço profissional.

Também é essencial considerar os aspectos materiais e contextuais do ensino. Os materiais incluem livros, softwares e materiais manipulativos, destacando-se as tarefas que favorecem o desenvolvimento do RM. O contexto abrange o conhecimento prévio dos alunos, que deve ser integrado ao planejamento. Esses elementos estruturam o conhecimento necessário para promover o RM na prática educativa.

Assim, os professores devem compreender o RM e seus processos, bem como formas eficazes de apoiá-lo em sala de aula. Davidson *et al.* (2019) defendem que esse conhecimento se divide em quatro dimensões fundamentais, conforme ilustrado na Figura 1.

**Figura 2** - Dimensões do conhecimento docente para promover o RM.



Fonte: Adaptado de Martins, Henriques e Caetano (2023)

(i) *Aspectos teóricos e metodológicos*: Compreende a natureza do RM, suas características e desenvolvimento ao longo do tempo. Abrange estratégias metodológicas eficazes para promovê-lo, considerando estilos de aprendizagem e níveis de habilidade dos alunos.

(ii) *Aspectos curriculares*: Destaca a identificação dos conteúdos matemáticos relevantes para o RM, incluindo conceitos e habilidades transversais, como resolução de problemas e pensamento crítico. Os professores devem integrá-los de forma coesa ao currículo, garantindo progressão lógica.

(iii) *Aspectos materiais*: Refere-se ao conhecimento sobre recursos educacionais, como livros, materiais manipulativos e ferramentas digitais. Os professores devem selecionar e adaptar esses recursos conforme as necessidades dos alunos, maximizando engajamento e compreensão.

(iv) *Aspectos do contexto*: Considera o ambiente da sala de aula e as características dos alunos, como conhecimento prévio e experiências culturais. Os professores devem adaptar suas práticas pedagógicas para criar um ambiente inclusivo e favorecer o RM.

A categorização dessas dimensões ajuda a compreender os conhecimentos necessários à formação continuada e à promoção do RM. Analisar essas dimensões durante as interações entre participantes de um processo formativo permite entender como os professores se apropriam desse conhecimento essencial para o ensino do RM.

No contexto brasileiro, outros estudos como os de Anjos (2023) e Trevisolli (2024), desenvolvidos pelo mesmo grupo de pesquisa deste estudo, evidenciam o potencial das Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) para aprofundar o conhecimento profissional docente sobre o RM. TAP são artefatos elaborados por formadores para serem utilizadas em processos formativos, composta por uma tarefa matemática e também por registros de sua aplicação em sala de aula, como protocolos escritos e transcrições de discussões em pequenos grupos de estudantes e em plenária com o professor (Gross *et al.*, 2023).

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa adota uma abordagem qualitativa, conforme descrito por Bogdan e Biklen (1994), que se concentra nas experiências dos participantes e na maneira como elas são interpretadas em um contexto específico. O contexto desta pesquisa é a 2<sup>a</sup> edição de um projeto de formação continuada inspirado no modelo PLOT (Ribeiro; Ponte, 2020), que adotou a abordagem ancorada na prática docente (Aguiar; Ribeiro, 2022) e utilizou Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP).

O foco deste estudo é a reflexão sobre as aulas elaboradas no projeto formativo, e, nesse sentido, foram analisados os dados do nono encontro, no qual participaram sete professoras que completaram o ciclo interativo de planejamento, desenvolvimento e reflexão das aulas, realizadas coletivamente pelo grupo de professores, conhecido como Ciclo PDR (Trevisan; Ribeiro; Ponte, 2020).

Especificamente, no nono encontro, as professoras se reuniram com os formadores, por meio da plataforma Google Meet, em um momento coletivo denominado grupo maior (GM). Nos demais encontros, esse grupo foi dividido em duas Salas Temáticas (ST1 e ST2), utilizando o recurso de *breakout rooms* da plataforma. Nesse encontro, porém, todas as participantes permaneceram no GM para discutir de forma colaborativa a aula ministrada pela professora Fernanda em uma turma do 3º ano do Ensino Médio, no período vespertino, em um colégio estadual do estado do Paraná, no dia 01/06/2023. A tarefa matemática que serviu de base para a construção da TAP foi intitulada “Propagação de Fake News usando a técnica de dobraduras” (Apêndice A).

O principal objetivo da tarefa matemática era utilizar a técnica de dobradura para ilustrar a propagação de Fake News, considerando o controle exponencial ao longo dos dias. Para nortear a discussão no GM, os formadores elaboraram uma TAP (Quadro 1), explorando os processos e entendimentos essenciais do RM, com base nos registros da aula da professora Fernanda. As integrantes do GM foram Paula, Serena, Fernanda, Eloísa, Rebeca, Lívia e Branca (nomes fictícios).

Diante das discussões realizadas, nosso objetivo é compreender as dimensões fundamentais do conhecimento docente em um contexto de formação continuada, analisando como os professores discutem e refletem coletivamente sobre suas práticas de ensino à luz dos Entendimentos Essenciais do RM, que podem ser identificados nas análises, a fim de compreender como as professoras discutem, refletem e aplicam esses conhecimentos em suas práticas pedagógicas.

A partir dessas interações, buscou-se identificar de que forma as professoras abordam os aspectos teóricos, curriculares, materiais e contextuais do ensino, e como essas dimensões influenciam a forma como percebem e lidam com o desenvolvimento do RM em seus alunos. Além disso, a análise buscará compreender como os entendimentos essenciais do RM são reconhecidos e incorporados em suas práticas pedagógicas.

## Quadro 1 - TAP: Questões norteadoras das discussões no grupo maior (GM).

- 1) De acordo com as conjecturas criadas pelo grupo, foi possível perceber que em vários momentos os alunos buscavam uma resposta que se relacionasse com o dobro ou com a divisão por dois. Qual foi a origem deste questionamento? Por que o grupo fixou o pensamento nesse tipo de procedimento e não explorou a potência como falado por Marcela, Sabrina e Vini na quarta e quinta linha do primeiro trecho da transcrição do áudio?
- 2) Ainda no trecho 1, Marcela tenta discutir com os colegas sobre uma conjectura. De acordo com as falas da aluna, é possível chegar em alguma generalização? Comente sobre o pensamento de Marcela.
- 3) “Uma refutação matemática envolve mostrar que uma afirmação particular é falsa” e “Justificar e refutar envolve avaliar a validade dos argumentos” (LANNIN; ELLIS; ELIOTT, 2011). Nos registros anteriores foi possível perceber o entendimento essencial de refutar, nos momentos que os alunos testavam suas conjecturas e estavam em busca de validá-las. O que é possível observar quanto à justificação, ela ocorreu? Como o grupo explanou a escolha da fórmula a partir dos argumentos apresentados? Ela está coerente com o contexto da tarefa Matemática?
- 4) Após a intervenção da professora, quando perguntou ao grupo sobre a realização do teste da fórmula, foi possível observar que os alunos buscaram outras maneiras de chegar na expressão. A partir das conjecturas criadas, eles foram construindo outras possibilidades para tentar encontrar a fórmula. O que é possível perceber em meio às conjecturas estabelecidas pelo grupo? Quais relações matemáticas eles fazem quando pensam nas possibilidades citadas? As conjecturas criadas por eles podem ser generalizadas? Comente.

Fonte: Grupo de Pesquisa

## ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Esta seção está organizada em três trechos, nos quais são analisadas as discussões do GM ocorridas no nono encontro da formação, bem como as reflexões geradas a partir dessas interações, junto aos formadores. Em cada trecho, é feita uma articulação entre os dados da pesquisa com os Entendimentos Essenciais do RM propostos por Lannin, Ellis e Elliott (2011) - Figura 1, e as dimensões do conhecimento docente sistematizadas por Martins, Henriques e Caetano (2023) - Figura 2, destacando os aspectos relevantes de cada discussão e as implicações para o desenvolvimento das práticas pedagógicas. A análise busca destacar as interações que contribuíram para a reflexão sobre suas práticas na formação continuada e o aprimoramento do RM.

**Trecho 1:** Nesse trecho destacamos o diálogo entre Paula e a formadora ao discutirem alguns questionamentos do item 1 da tarefa - *De acordo com as conjecturas criadas pelo grupo, foi possível perceber que em vários momentos os alunos buscavam uma resposta que se relacionasse com o dobro ou com a divisão por 2. Qual foi a origem desse questionamento?*

[1.1] Paula: Pelo que eu vi lá, eu entendi assim, que eles estavam querendo achar uma fórmula, porque no começo eles já haviam descoberto né, como que faria para descobrir o quanto estava aumentando né, com números de dias e pessoas, mas daí a professor veio e perguntou se eles tinham feito, testado, aquela forma que eles tinham encontrado e aí que começou a pintar dúvida neles, talvez porque os alunos não estão acostumados com esse tipo de pergunta né “Ah, mas você tem certeza?”, “Você testou isso daí? Deu certo?”, eles nem foram testar, já ficaram tentando achar outros jeitos de resolver né, a tarefa. Seria isso?

[1.2] Formadora Gabriela: E porque você acha que os alunos não estão acostumados com esse tipo de pergunta, Paula?

[1.3] Paula: Porque isso é uma tarefa mais exploratória né, então eles estão acostumados assim, ter uma fórmula, tal coisa você resolve com uma fórmula, outro exercício você resolve com outra fórmula, eu não tenho conhecimento do ensino médio, do fundamental 2, eu não conheço né, sou leiga nesse aspecto, mas eu acredito que por ter essa cultura de que para ensinar um conteúdo, você tem que ensinar um jeito de fazer e depois faça, dá o exercício para o aluno fazer, quando o aluno consegue pensar em uma forma de resolver aquele exercício e ele é questionado, mesmo ele estando certo, ele é questionado se ele está certo, se dá certo aquilo lá, o aluno pensa "Ah, então não tá certo, não é assim", aí eles já vão por outras regras, regras de três, que eles falaram ali né, e uma outra lá que eu não lembro agora, então eles tentar achar um outro jeito de resolver a questão porque simplesmente foi questionado.

## Análise do trecho 1

A formadora questiona sobre a razão pela qual os alunos focaram em operações como multiplicação por 2 ou divisão por 2 ao invés de considerarem potenciação, como sugerido por outros colegas. Isso reflete a importância de pensar sobre como os alunos desenvolvem estratégias de resolução e a influência que o ensino tradicional pode ter nessas escolhas. Paula argumenta que os alunos, ao serem questionados sobre suas respostas, ficaram inseguros, o que os levou a procurar outras formas de resolver a questão. Ela sugere que essa insegurança acontece em decorrência da cultura escolar tradicional, onde os alunos são frequentemente ensinados a seguir fórmulas fixas para resolver problemas. Quando confrontados com uma abordagem mais exploratória, que exige reflexão crítica e verificação de resultados, os alunos se sentem desconfortáveis e duvidam de suas próprias descobertas.

Esse movimento reflete o que Shulman (1986) denomina como Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, pois evidencia a articulação entre o domínio conceitual e as decisões didáticas do professor. Ao mesmo tempo, se aproxima da noção de Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) proposto por Ball, Thames e Phelps (2008), uma vez que as professoras analisam como o modo de ensinar interfere na forma como os alunos pensam matematicamente.

O diálogo apresenta uma questão interessante sobre a educação matemática, que é a diferença entre ensinar para resolver exercícios e ensinar para desenvolver o RM. A cultura predominante descrita por Paula, onde se espera que os alunos sigam procedimentos pré-definidos sem muita reflexão, podendo limitar a capacidade dos alunos de raciocinar matematicamente, como destacado por Skovsmose (2001), Ponte (2012) e Stein e Smith (1998). Quando os alunos são desafiados a justificar suas respostas ou a testar suas próprias conjecturas, eles podem inicialmente se sentir inseguros, mas essa é uma estratégia fundamental para o desenvolvimento do RM.

## CONEXÃO DOS ENTENDIMENTOS ESSENCIAIS E CONHECIMENTOS DOCENTES NO TRECHO 1

O ensino tradicional no contexto escolar afeta diretamente a forma como os alunos pensam e resolvem problemas matemáticos. A fala da professora Paula destaca que eles estão habituados a seguir procedimentos fixos e sentem insegurança quando precisam lidar com perguntas exploratórias. Esse cenário reflete os **aspectos do contexto**, pois mostra como as experiências anteriores e o ambiente de aprendizagem influenciam o desenvolvimento do RM, o que se aproxima da

discussão de Martins, Henriques e Caetano (2023) sobre o papel do contexto na aprendizagem docente. Muitas vezes, o ensino prioriza a memorização de fórmulas, dificultando que os alunos se sintam confortáveis ao explorar diferentes estratégias de resolução. Esse comportamento se relaciona com o **Entendimento Essencial 5**, que trata da importância de investigar se uma afirmação é verdadeira ou falsa (Lannin; Ellis; Elliott, 2011).

Quando questionados sobre a validade de suas respostas, os alunos demonstraram insegurança e começaram a reconsiderar suas estratégias, buscando novas formas de resolver o problema. O fato de recorrerem a regras conhecidas, como dobrar ou dividir por 2, em vez de explorar a potenciação, evidencia a falta de desenvolvimento na capacidade de investigação e reflexão crítica sobre as fórmulas e processos matemáticos. Isso se conecta também com o **Entendimento Essencial 4**, que aborda a necessidade de clareza e precisão na linguagem e representações matemáticas. Ao se depararem com uma tarefa não convencional, a falta de familiaridade com a formulação precisa de conjecturas e generalizações os leva a buscar soluções que envolvam regras mais simples e já conhecidas, em vez de se aprofundar em uma análise mais detalhada e justificada.

Além disso, essa insegurança diante da validação de respostas reforça a importância dos **aspectos teóricos e metodológicos**, que enfatizam o uso de estratégias que permitam aos alunos investigar e questionar suas próprias soluções, desenvolvendo o RM. O que também nos remete ao **Entendimento Essencial 6**, uma vez que para elaborar justificativas válidas, os alunos precisam estabelecer uma sequência lógica, embasada em conceitos matemáticos consistentes, e isso fica comprometido quando a abordagem se limita a regras prontas. Portanto, é necessário proporcionar aos alunos oportunidades para desenvolverem seu raciocínio, estimulando a investigação e a reflexão constante sobre suas conjecturas, alinhando-se aos **aspectos curriculares** que envolvem a integração de conteúdos e habilidades matemáticas essenciais para o RM.

Esses aspectos se relacionam com as dimensões do conhecimento docente de Martins, Henriques e Caetano (2023). Os entendimentos 4 e 5, que tratam da clareza na linguagem e da verificação das ideias, se articulam aos aspectos teóricos e metodológicos, pois envolvem o uso de perguntas e estratégias que fazem o aluno pensar sobre o que faz e por que faz. O entendimento 6, que fala sobre construir justificativas bem-organizadas, se conecta aos aspectos curriculares, já que depende do domínio dos conceitos matemáticos.

Já os aspectos do contexto aparecem quando o professor considera a realidade e as experiências dos alunos, entendendo como isso influencia a forma como pensam e explicam suas ideias.

**Trecho 2:** Formador Fábio: A questão 2 fala que no trecho 1, a Marcela tenta discutir com os colegas sobre uma conjectura, de acordo com as falas da aluna, é possível chegar em alguma generalização? Comente sobre o pensamento de Marcela? Vocês lembram sobre o pensamento da Marcela? O que foi que ela estava pensando? Consegue resgatar lá pra gente no trecho 1?

[2.1] Paula: Ela fala “As pessoas, elevado ao número de dias né?”, deixa eu procurar aqui. Na linha 4, ela fala “elevado ao quadrado”, no trecho 1, quando eles estão discutindo, “o número de dias vai ser igual, a fórmula vai ser vezes, vezes 2, o que vai sempre dobrar”, aí ela fala, “elevado ao quadrado”.

[2.2] Formador Fábio: Essa fala dela, vocês comprehendem como o que em termos de entendimentos do raciocínio? Apesar de ser um conteúdo de ensino médio, você consegue falar um pouquinho Érica, sobre o que você pensa a respeito?

[2.3] Eloísa: Eu estou com a tela do documento aqui aberta e quando eu li anteriormente que vocês repassaram no grupo, eu confesso que fiquei com essa dúvida, de o que lá no ensino médio eles teriam de acesso que está assim em alta, digamos em alta, que eles estejam estudando lá no 3º do médio, porque assim, bem leigamente olhando, me parece uma conversa com conceitos bem iniciais né, aí eu fiquei pensando, será que eles estão vendo uma coisa bem diferente que está fazendo essa dúvida neles? Porque basicamente eles estão discutindo ali se vai ser potência ou apenas o dobro né, e meio que fixaram apenas no dobro.

## Análise do trecho 2

O formador questiona se a discussão de Marcela sobre a conjectura no trecho 1 poderia levar a uma generalização e solicita uma reflexão sobre o pensamento dela. A pergunta tem como objetivo explorar se Marcela estava tentando formular uma regra geral (uma generalização) com base na sua observação de que “o número das pessoas elevado ao número de dias” e a relação de “vezes 2” poderia resultar em um padrão. Paula recupera a fala de Marcela e destaca que ela estava tentando relacionar o número de dias com uma operação de potência (“elevado ao quadrado”), mas também mencionou que havia uma multiplicação por 2, sugerindo o reconhecimento de um padrão poderia ser generalizado na forma de uma função exponencial. Esse tipo de raciocínio evidencia o que Jeannotte e Kieran (2017) definem como processos de inferência, generalização e justificação, dimensões que caracterizam o desenvolvimento do RM em contextos escolares.

Com isso, Eloísa expressa incerteza sobre a compreensão dos conceitos envolvidos. Ela sugere que os alunos estavam presos na ideia de potência e multiplicação por 2, sem necessariamente compreender a relação entre ambos. Esse trecho revela uma situação comum em salas de aula de matemática, em que os alunos tentam generalizar um padrão, mas podem se confundir entre diferentes conceitos matemáticos. Marcela, ao tentar relacionar a situação com potenciação, parece estar tentando formular uma regra geral. No entanto, a incerteza expressa pela Eloísa indica que ainda há uma falta de clareza ou compreensão desses conceitos.

## CONEXÃO DOS ENTENDIMENTOS ESSENCIAIS E CONHECIMENTOS DOCENTES NO TRECHO 2

A interação entre os alunos e a tentativa de generalizar um padrão matemático está intimamente relacionada ao contexto de aprendizagem em que se encontram. A fala de Marcela, ao tentar estabelecer uma regra geral a partir da observação do crescimento do número de pessoas ao longo dos dias, destaca como as experiências e conhecimentos prévios dos alunos influenciam a maneira como discutem e interpretam os conceitos matemáticos. Esse cenário reflete os **aspectos do contexto**, pois mostra como as dificuldades conceituais e o ambiente de aprendizagem impactam o desenvolvimento do RM. O professor deve compreender essas especificidades do ambiente de sala de aula e como elas afetam o aprendizado, ajustando suas práticas para apoiar os alunos no processo de formulação e teste de hipóteses.

Marcela tenta relacionar o número de dias a uma operação de potenciação (“elevado ao quadrado”) e multiplicação por 2, mas a confusão entre os conceitos apresenta a necessidade de maior clareza conceitual, o que se conecta ao **Entendimento Essencial 4**, que esclarece a importância da identificação e explicitação de termos e conceitos no processo de conjectura. Essa situação evidencia os **aspectos teóricos e metodológicos**, que envolvem o domínio do conteúdo matemático e as estratégias de ensino para esclarecer esses conceitos. O professor precisa estar preparado para

explicar e esclarecer as relações entre termos e operações matemáticas de forma que os alunos compreendam claramente as diferenças e conexões entre eles.

A incerteza de Eloísa, que questiona a relação entre potência e multiplicação por 2, destaca a falta de compreensão dos alunos sobre as conexões entre esses conceitos. Isso está diretamente relacionado ao **Entendimento Essencial 3**, que aborda a reflexão sobre os limites e o domínio de uma generalização. Marcela, ao tentar formular uma conjectura, ainda não tem uma compreensão clara dos conceitos envolvidos, o que a leva a confusões. Essa incerteza também se conecta ao **Entendimento Essencial 5**, que destaca a importância de investigar a veracidade das afirmações. O professor, nesse caso, deve estar atento aos **aspectos curriculares**, que garante que os alunos tenham acesso aos conteúdos e conceitos, proporcionando as ferramentas necessárias para investigar e validar suas conjecturas. Além disso, o fato de os alunos tentarem compreender a relação entre diferentes operações reflete a necessidade de uma abordagem pedagógica que favoreça a investigação e a experimentação. Essa abordagem está ligada aos **aspectos materiais**, que se referem ao conhecimento dos recursos e ferramentas pedagógicas que podem ser utilizados para apoiar o RM. O professor deve escolher e adaptar esses recursos conforme as necessidades da turma, utilizando materiais que incentivem a exploração ativa e o RM.

Este trecho evidencia a mobilização de três dimensões do conhecimento docente, de acordo com as concepções de (Martins, Henriques e Caetano, 2023): os aspectos teóricos e metodológicos ao lidar com estratégias para esclarecer conceitos como potência e multiplicação, os aspectos curriculares ao identificar os conteúdos conceituais que precisam ser abordados e os aspectos do contexto ao considerar o nível de familiaridade dos alunos com esse tipo de raciocínio.

Além disso, os Entendimentos Essenciais 3, 4 e 5 (Lannin, Ellis e Elliott, 2011) estão claramente ativados: refletir sobre os limites de uma generalização, esclarecer termos e investigar a veracidade de conjecturas. Esses elementos demonstram a importância de uma prática formativa sustentada pela teoria para promover o RM de forma significativa.

**Trecho 3:** *Formador Fábio: Vocês percebem esse diálogo entre os alunos como um diálogo promissor em termos de se chegar a uma generalização?*

[3.1] Eloísa: Eles trazem ali nesse primeiro trecho vários termos né, eles falam sobre potência, eles falam sobre expressão né, o número de vezes que vai ser o dobro, eles vão trazendo isso na conversa deles, mas se a gente olhar apenas o primeiro trecho, eles generalizam, estão tentando uma forma de generalizar sabendo que está tendo um aumento exponencial, mas aí eles fixam nessa coisa do dobro, aí eu preciso voltar lá na tarefa deles, na pergunta da tarefa deles, pra tentar lembrar se na primeira pergunta ... Quantas dobradas será preciso fazer para representar o papel em forma de dobradura, para a quantidade de alunos que receberam a notícia falsa no primeiro dia, então ali, eles têm essa conversa que levam a uma generalização e eles têm ali as expressões matemáticas, mas eles ainda não conseguem ao meu ver chegar ao que seria pra fazer a aplicação, digamos assim.

[3.2] Formador Fábio: Talvez eles não conseguem expressar por meios simbólicos, por meio de uma notação algébrica, mas eles conseguem perceber que existe alguma coisa ali se repetindo e isso caracteriza que eles realizaram algum tipo de generalização embora eles não tenham conseguido perceber a fórmula, expressão algébrica para isso, é isso mesmo.

## Análise do trecho 3

Neste trecho, Eloísa reconhece que os alunos, durante a discussão, utilizaram diversos termos matemáticos, como “potência” e “expressão”, sugerindo que estavam tentando compreender um aumento exponencial. No entanto, ela observa que os alunos acabaram se fixando na ideia de “dobro” e, embora estivessem próximos de uma generalização, não conseguiram expressá-la. O formador complementa a análise de Eloísa, reconhecendo que, embora os alunos não tenham conseguido expressar uma generalização por meio de notação algébrica, eles estavam no caminho certo ao perceber que havia um padrão repetitivo. Isso sugere que, mesmo sem uma expressão formal, os alunos estavam realizando um tipo de generalização.

## CONEXÃO DOS ENTENDIMENTOS ESSENCIAIS E CONHECIMENTOS DOCENTES NO TRECHO 3

No Trecho 3, o diálogo entre os alunos apresenta um momento de tentativa de generalização matemática. Eles estão tentando perceber um padrão no crescimento exponencial, mas se concentram na ideia do “dobro” e ainda não conseguem expressá-lo de maneira formal, como uma expressão algébrica. Esse processo envolve vários Entendimentos Essenciais: o **Entendimento Essencial 1**, que aborda a formulação de conjecturas, é claro quando os alunos tentam descobrir um padrão que pode ser válido para todos os casos; o **Entendimento Essencial 2** aparece na tentativa de identificar e generalizar esse padrão de crescimento (a ideia de “dobro”), embora não de maneira totalmente formalizada; e o **Entendimento Essencial 3**, que trata da reflexão sobre o padrão e a tentativa de estendê-lo para além dos casos observados, ainda sem a clareza total sobre o domínio de aplicação dessa generalização.

Além disso, os aspectos do conhecimento docente também estão implícitos nesse diálogo. O **aspecto teórico e metodológico**, pois o professor deve compreender o estágio em que os alunos se encontram no desenvolvimento do RM, reconhecendo que, mesmo sem uma expressão algébrica, os alunos estão identificando um padrão. O **aspecto curricular** se relaciona à necessidade de fornecer os conteúdos e ferramentas adequadas para que os alunos avancem na generalização. Já os **aspectos materiais** indicam que o uso de recursos pedagógicos, como representações visuais ou atividades manipulativas, poderia ajudar os alunos a compreender e expressar melhor a **generalização que estão tentando formar**.

Dessa forma, percebe-se a presença articulada dos aspectos materiais, curriculares e teórico/metodológico do conhecimento docente (Martins, Henriques e Caetano, 2023), evidenciada na mediação das professoras ao interpretarem os movimentos dos alunos. Esses movimentos, por sua vez, mobilizam os Entendimentos Essenciais 1, 2 e 3 (Lannin, Ellis e Elliott, 2011), ao sugerirem conjecturas, identificarem padrões e tentarem estendê-los, ainda que informalmente. Esse alinhamento entre teoria e prática reforça a importância da escuta e da mediação intencional no processo de desenvolvimento do RM.

A seguir, o Quadro 2 apresenta as dimensões identificadas na discussão de maneira simplificada, as quais se relacionam com os Entendimentos Essenciais do RM. Esse quadro reforça o papel essencial dos professores como mediadores do pensamento matemático, promovendo experiências que transcendam a aplicação mecânica de fórmulas e favoreçam a construção significativa do conhecimento.

## Quadro 2 - Síntese das dimensões do conhecimento docente e entendimentos essenciais

Dimensões do conhecimento docente	Entendimentos Essenciais
<b>Trecho 1</b> Aspectos do Contexto, Aspectos Teóricos e Metodológicos, Aspectos Curriculares	Entendimento Essencial 4, 5 e 6.
<b>Trecho 2</b> Aspectos do Contexto, Aspectos Teóricos e Metodológicos, Aspectos Curriculares, Aspectos Materiais	Entendimento Essencial 3, 4 e 5.
<b>Trecho 3</b> Aspectos Teóricos e Metodológicos, Aspectos Curriculares, Aspectos Materiais	Entendimento Essencial 1, 2 e 3

Fonte: Os autores

## DISCUSSÃO DOS DADOS

O trabalho de formação continuada descrito neste estudo teve como objetivo refletir sobre os processos de ensino e aprendizagem por meio de discussões entre professores, abordando a importância do RM e as formas de desenvolvê-lo em sala de aula. A análise das interações ocorridas, especialmente durante o nono encontro da formação, permitiu observar a relevância das trocas entre os formadores e as professoras, evidenciando como essas reflexões impactaram a prática pedagógica das participantes (Ponte, 2012; Libâneo, 2001; Serrazina *et al.*, 2022).

O objetivo principal foi analisar como as discussões entre os formadores e as participantes contribuíram para a construção de um ensino que prioriza o desenvolvimento do RM, promovendo a reflexão sobre o conhecimento pedagógico e sobre as abordagens essenciais desse raciocínio (Lannin; Ellis; Elliott, 2011; Martins; Henriques; Caetano, 2023; Ribeiro; Ponte, 2020).

Nesse contexto, a formação continuada mostrou-se um espaço fundamental para a construção de um ensino matemático que valoriza a exploração, a argumentação e a justificativa, permitindo que os professores compreendam melhor os processos cognitivos dos alunos e ajustem suas estratégias pedagógicas de maneira mais eficiente. Como destacam Ponte (2012) e Nóvoa (2009), a formação continuada deve estar conectada à prática real dos professores, possibilitando a construção coletiva de conhecimentos e a ressignificação das experiências docentes.

A análise das discussões entre os formadores e as professoras durante o nono encontro destacou aspectos fundamentais sobre o desenvolvimento do RM e a influência das práticas pedagógicas no aprendizado dos alunos. Nos três trechos analisados, foi possível observar como a interação entre as abordagens tradicionais de ensino e as tentativas de promover uma compreensão mais exploratória do conhecimento matemático impactaram diretamente nas estratégias de resolução adotadas pelos alunos. A reflexão dos formadores, em especial, foi fundamental para direcionar a construção de estratégias pedagógicas que buscassem transformar o modo como as professoras se relacionam com o desenvolvimento do RM na prática.

No primeiro trecho, por exemplo, a insegurança dos alunos ao serem questionados sobre suas conjecturas foi abordada pelos formadores, que ajudaram as professoras a perceber como isso se relacionava com a tendência dos alunos a se apoiarem em regras pré-existentes. Os formadores ressaltaram a necessidade de uma abordagem investigativa, que privilegiaria a criação e validação de conjecturas, em vez de apenas seguir fórmulas prontas. Esse tipo de orientação contribuiu para que as professoras refletissem sobre como seu papel poderia ser mais orientador, criando um ambiente propício para que os alunos desenvolvessem seu próprio raciocínio.

No segundo trecho, a interação entre o formador Fábio e as professoras ressalta a importância de distinguir claramente os conceitos envolvidos, como multiplicação e potência, a fim de promover a generalização correta por parte dos alunos. A troca entre os participantes do grupo ajudou a ampliar a percepção sobre a necessidade de questionar e revisar as próprias práticas pedagógicas.

O terceiro trecho refletiu a busca por generalizações por parte dos alunos, embora sem alcançar uma representação formal adequada. A observação de como a professora poderia utilizar estratégias mais eficientes, alinhadas à evolução do pensamento dos alunos, foi fortalecida pelas contribuições dos formadores. Eles ajudaram a identificar o momento ideal para direcionar os alunos para uma exploração mais formal, mostrando como a professora poderia facilitar esse processo, mesmo diante de dificuldades conceituais.

Ao longo de todos os trechos, as discussões alinhadas aos Entendimentos Essenciais do RM (Lannin; Ellis; Elliott, 2011) e as dimensões do conhecimento docente (Martins; Henriques; Caetano, 2023) foram enriquecidas pela atuação dos formadores, que ajudaram as professoras a perceber a importância da formulação de conjecturas, da generalização e da justificação no desenvolvimento do RM. As reflexões sobre o conhecimento docente e as práticas pedagógicas, que envolvem a adaptação do ensino às necessidades dos alunos, foram aspectos relevantes para o sucesso na promoção do RM.

Os resultados apontam que um ensino voltado para o desenvolvimento do RM exige um olhar atento para a integração entre aspectos teóricos, curriculares, materiais e contextuais (Martins; Henriques; Caetano, 2023). A abordagem exploratória adotada nas discussões evidenciou que a mobilização conjunta dessas dimensões favorece a construção de um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e reflexivo para os participantes.

Em termos gerais, o estudo mostrou que o desenvolvimento do RM vai além do ensino de fórmulas ou procedimentos prontos. Ele exige a criação de ambientes de aprendizagem que incentivem a investigação, a exploração e a reflexão contínua. Nesse processo, a formação continuada desempenhou um papel fundamental ao proporcionar às professoras subsídios teóricos e práticos para repensarem suas abordagens pedagógicas (Falsarella, 2004; Ponte, 2005).

## CONCLUSÃO

Este estudo evidenciou que a formação continuada, quando pautada em práticas colaborativas e reflexivas, promoveu avanços importantes na compreensão do RM pelas professoras participantes. A análise destaca que os Entendimentos Essenciais do RM, conforme propostos por Lannin, Ellis e Elliott (2011), e as dimensões do conhecimento docente, de acordo com Martins, Henriques e Caetano (2023), são categorias teóricas fundamentais para interpretar como o professor aprende e age em sala de aula.

A principal contribuição desta pesquisa está em explicitar como o trabalho com TAP, aliado à mediação formativa, pode apoiar o desenvolvimento do conhecimento profissional docente em contextos brasileiros, mais especificamente, em relação ao raciocínio matemático. O estudo reforça os resultados de Ponte (2012) e Ribeiro e Ponte (2020), ao demonstrar que a reflexão coletiva sobre as práticas pedagógicas favorece a articulação entre teoria e prática e fortalece a aprendizagem profissional.

Além disso, ao operacionalizar os Entendimentos Essenciais (Lannin; Ellis; Elliott, 2011) como instrumento de análise das discussões formativas, a pesquisa oferece um caminho metodológico aplicável a outras investigações que busquem compreender o papel da formação continuada na melhoria das práticas pedagógicas.

As ações dos formadores também se mostraram fundamentais para sustentar as discussões e favorecer um ambiente de reflexão, favorecendo a construção de um olhar mais sensível e intencional

sobre o ensino, preparando as professoras para promover experiências que estimulem o pensamento crítico, a argumentação e a construção coletiva do conhecimento matemático por parte dos alunos.

Essa perspectiva dialoga com as investigações desenvolvidas pelo grupo de pesquisa que os autores integram e que têm se dedicado a compreender o papel do formador e as ações de formação voltadas à promoção do RM (Gross; Trevisan; Araman, 2024), reafirmando a relevância de aprofundar o estudo sobre os processos formativos que potencializam o desenvolvimento profissional docente.

Com isso, sugere-se que futuras investigações ampliem esse modelo analítico, explorando como diferentes níveis de ensino e contextos formativos podem favorecer o aprofundamento das dimensões do conhecimento docente, contribuindo para um ensino mais investigativo e alinhado às necessidades atuais da Educação Matemática.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, e a Fundação Araucária - FA, pelo apoio recebido no desenvolvimento da pesquisa.

## REFERÊNCIAS

AGUIAR, M.; RIBEIRO, A. J. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores de matemática: experiências advindas de um processo formativo ancorado na prática docente. **Paradigma**, Maracay, v. 43, n. 2, p. 273-296, 2022.

ANJOS, L. Q. **Contribuições de um processo formativo para professores dos anos iniciais visando à compreensão dos entendimentos essenciais de raciocínio matemático**. 2023. 175 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

ARAMAN, E. M. O.; GOMES, L. F. Desenvolvimento profissional e histórias da matemática: um exemplo a partir das geometrias não euclidianas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 452-482, 2020.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: toward a practice-based theory of professional education. In: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L. (Ed.). **Teaching as the learning profession: handbook of policy and practice**. San Francisco, CA: Jossey-Bass, 1999. p. 3-32.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRANSFORD, J. D.; BROWN, A. L.; COCKING, R. R. (Ed.). **How people learn: brain, mind, experience, and school**. Washington, DC: National Academy Press, 1999.

CABERLINI, G. S. F.; GARCIA, T. M. R. Práticas de ensino exploratório em matemática: implicações para a aprendizagem dos alunos e para o trabalho docente. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**, Curitiba, v. 1, p. 1-28, 2016.

CARNEIRO, L. F. G.; ARAMAN, E. M. O.; TREVISAN, A. L. Procedimentos metodológicos na investigação do raciocínio matemático de estudantes ao resolverem tarefas exploratórias. **Revista Paradigma**, Maracay, v. 43, n. 2, p. 132-157, 2022.

CUNHA, M. I.; PRADO, M. E. B. B. Formação de professores: ações para mudar práticas. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 15, n. 45, p. 372-384, set./dez. 2010.

DAVIDSON, A.; HERBERT, S.; BRAGG, L. Supporting elementary teachers' planning and assessing of mathematical reasoning. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [s. l.], v. 17, n. 6, p. 1151-1171, 2019.

DAVIS, E. A.; KRAJCIK, J. S. Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. **Educational Researcher**, Washington, DC, v. 34, n. 3, p. 3-14, 2005.

FALSARELLA, A. M. Formação continuada de professores: a interlocução entre teoria e prática pedagógica. **Revista Educação & Linguagem**, São Paulo, v. 7, n. 11, p. 13-23, jan./jun. 2004.

GROSS, G. F. S.; TREVISON, A. L.; ARAMAN, E. M. O. Raciocínio Matemático e as oportunidades de aprendizagem profissional do professor que ensina matemática: as ações do formador. **EDUSER: Revista de Educação**, [s. l.], v. 1, n. [s. n.], p. 1-18, 2024.

GROSS, G. F. S. et al. Proposta de um modelo para Análise de Tarefas de Aprendizagem Profissional. **Perspectivas da Educação Matemática**, [s. l.], v. 1, n. [s. n.], p. 1-21, 2023.

HENRIQUES, A. **O pensamento matemático avançado e a aprendizagem da análise numérica num contexto de actividades de investigação**. 2010. 430 f. Tese (Doutorado em Educação) - Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010.

HERNÁNDEZ, F. **Cultura visual, mudança educativa e projeto de trabalho**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 96, n. 1, p. 1-16, 2017.

LAMPERT, M. Learning teaching in, from, and for practice: what do we mean? **Journal of Teacher Education**, Thousand Oaks, CA, v. 61, n. 1-2, p. 21-34, 2010.

LANNIN, J.; ELLIS, A.; ELLIOTT, R. **Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8**. Reston, VA: NCTM, 2011.

LIBÂNEO, J. C. Formação continuada de professores: agenda mínima. **Educação e Sociedade**, Campinas, SP, v. 22, n. 74, p. 177-206, abr. 2001.

MARTINS, M. A.; HENRIQUES, A. C. C. B.; CAETANO, J. J. Conhecimento de professores para promover o raciocínio matemático: uma experiência de formação continuada. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 37, n. 77, p. 1126-1146, dez. 2023.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 96, n. 2, p. 1-18, 2017.

OLIVEIRA, P. O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 100, p. 3-9, jan./fev. 2008.

PONTE, J. P. Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. In: CONGRESSO DA SOCIEDADE PORTUGUESA DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO, 4., 1999, Lisboa. **Actas...** Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 1999. p. 59-72.

PONTE, J. P. Gestão curricular em matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P. Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In: PLANAS, N. (Ed.). **Teoría, crítica y práctica de la educación matemática**. Barcelona: Graó, 2012. p. 83-98.

PONTE, J. P. Tarefas de investigação matemática: um contributo para a aprendizagem e o ensino da Matemática. **Quadrante**, Lisboa, v. 21, n. 1, p. 5-30, 2012.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 156, p. 7-11, jan./fev. 2020.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 28, e020027, jan./dez. 2020.

SERRAZINA, L. et al. Desenvolvimento profissional de professores de matemática: elementos estruturantes e implicações. **Quadrante**, Lisboa, v. 31, n. 1, p. 179-207, 2022.

SERRAZINA, L.; RODRIGUES, M.; MENDES, F. Desenvolvimento do raciocínio matemático na formação inicial de professores do 1º ciclo do ensino básico. In: PONTE, J. P. (Org.). **Raciocínio matemático e formação de professores**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2022. p. 51-81.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, DC, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: questões de poder, democracia e diálogo**. Campinas: Papirus, 2001.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, Reston, VA, v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.

STYLIANIDES, G. J. Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. **Mathematical Thinking and Learning**, [s. l.], v. 11, n. 4, p. 258-288, 2009.

TREVISAN, A. L.; RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Professional learning opportunities regarding the concept of function in a practice-based teacher education program. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, [s. l.], v. 15, n. 2, e0360, 2020.

TREVISOLLI, R. F. L. **Oportunidades de aprendizagem profissional acerca do raciocínio matemático: vivências de uma professora durante um processo formativo**. 2024. 190 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2024.

VAN ES, E. A. et al. Learning to see students' mathematical thinking through video-based professional development: an examination of teachers' reasoning. **Journal of Mathematics Teacher Education**, [s. l.], v. 17, n. 6, p. 495-513, 2014.

WHITE, P. et al. Developing collective knowledge: professional learning in the context of collaborative enquiry. **Educational Action Research**, [s. l.], v. 21, n. 2, p. 269-287, 2013.

## APÊNDICE A - TAREFA MATEMÁTICA

### Propagação de Fake News usando a técnica de dobradura

Em uma escola localizada em São João do Triunfo localizada no sudeste do Paraná, uma Fake News de que a professora de Matemática tinha como hábito reprovar os alunos espalha rapidamente. No primeiro dia, um aluno conta a notícia falsa a outros dois alunos. No segundo dia, cada um dos outros dois alunos conta a notícia a outros dois, e assim por diante, sempre no intervalo de um dia. A partir do que foi apresentado vamos usar a técnica de dobradura para estimar a manifestação da Fake News na situação descrita acima:

- Pegue uma folha de papel e dobre-a ao meio.
- Dobre novamente ao meio.
- Desdobre a última dobra e verifique as marcas dobradas no papel.
- Repita o processo dobrando a folha mais vezes.
- Continue dobrando até representar a situação apresentada na tarefa acima.
- Abra a dobradura e observe o resultado.

Responda às seguintes perguntas:

- Quantas dobras é preciso fazer para representar no papel em forma de dobradura a quantidade de alunos que receberam a notícia falsa no primeiro dia?
- Quantas dobras são necessárias fazer para representar no papel a quantidade de alunos que receberam a Fake News no segundo dia?
- No terceiro dia, quantos alunos irão receber a notícia falsa?
- Quantos alunos receberam essa notícia durante o sétimo dia? E durante o décimo dia?
- Registre/organize as suas estimativas e descreva como você a encontrou. Descreva o que você observou?
- Qual a expressão (fórmula) que relaciona o número de dias e o número de pessoas que receberam o Fake News?
- E se a notícia se espalhar para outras pessoas, quanto tempo levaria se a Fake News chegasse para 4096 pessoas?
- Faça um gráfico para ilustrar o crescimento das Fake News ao longo dos dias.
- Análise e dê exemplos de como a técnica de dobradura pode ser usada para ilustrar outras situações semelhantes?
- Descreva uma regra que lhe permita determinar o número total de contas de qualquer figura da sequência.