

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: PROVOCAÇÕES PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

MATHEMATICAL RESEARCH:
PROVOCATIONS FOR TEACHING ALGEBRA 7TH GRADE OF ELEMENTARY SCHOOL

INVESTIGACIÓN MATEMÁTICA:
PROVOCACIONES PARA LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA 7º AÑOS DE LA ESCUELA PRIMARIA

CECILIA ROMITTI BONDAN¹
LUCI DOS SANTOS BERNARDI²

RESUMO

O trabalho aborda processos educativos na perspectiva investigativa, com foco no ensino da álgebra, destacando seu papel na formação educacional dos estudantes. Apresenta resultados de uma pesquisa que teve por objetivo analisar como estudantes estruturaram a exploração, as conjecturas e a justificação ao participarem de uma atividade de Investigação Matemática que tematizou a álgebra por meio de padrões e regularidades. A pesquisa, de cunho qualitativo, foi desenvolvida por meio de um estudo de campo com seis estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma Escola Pública Estadual, situada no noroeste do estado do Rio Grande do Sul/Brasil, por meio de quatro encontros. Foram episodiadas atividades que contemplavam Ambientes de Aprendizagem em três Cenários para Investigação: referência à matemática pura; referência à semirrealidade; e referência à realidade. Esses ambientes contribuíram para uma compreensão mais profunda e significativa da álgebra. A análise da materialidade empírica foi realizada a partir das categorias emergentes da Análise Textual Discursiva (ATD). As implicações da pesquisa para a Educação em Ciências e Matemática incluem a necessidade de repensar abordagens tradicionais de ensino da álgebra em favor de métodos que promovam uma compreensão profunda dos conceitos e sua aplicação prática.

Palavras-chave: Álgebra; Pensamento Algébrico; Investigação Matemática.

ABSTRACT

The paper addresses educational processes from an investigative perspective, focusing on the teaching of algebra, highlighting its role in the educational formation of students. It presents the results of research that aimed to analyze students' structured exploration, conjectures and justification when participating in a Mathematical Investigation activity that addressed algebra through patterns and regularities. This qualitative research was conducted through a field study with six seventh-grade students from a state public school located in the northwest of the state of Rio Grande do Sul, Brazil, over four meetings. Activities were episodically organized, encompassing Learning Environments in three Investigation Scenarios: reference to pure mathematics, reference to semi-reality and reference to reality. These environments contributed to a deeper and more meaningful understanding of Algebra. The analysis of the empirical material was conducted using the emerging categories of Discursive Textual Analysis (DTA). The implications of the research for Science and Mathematics Education include the need to reconsider traditional approaches to teaching algebra in favor of methods that promote a profound understanding of the concepts and their practical application.

Keywords: Algebra; Algebraic Thinking; Mathematical Investigation.

¹ Mestra em Educação (URI/FW). Rede Estadual de Educação do Estado do Rio Grande do Sul. E-mail: ceciliaromitti@hotmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9790-0835>

² Doutora em Educação Científica e Tecnológica (UFSC). Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI/FW). lucisan-tosbernardi@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0001-6744-9142>

RESUMEN

El trabajo aborda los procesos educativos desde una perspectiva investigativa, centrándose en la enseñanza del álgebra, destacando su papel en la formación educativa de los estudiantes. Se presentan los resultados de una investigación que tuvo como objetivo analizar cómo estudiantes de Educación Primaria estructuraron la exploración, conjeturas y justificación al participar en una actividad de Investigación Matemática que abordó el álgebra a través de patrones y regularidades. Esta investigación cualitativa se realizó a través de un estudio de campo con seis estudiantes de 7º grado de una escuela pública estatal ubicada en el noroeste del estado de Rio Grande do Sul, Brasil, a lo largo de cuatro encuentros. Se realizaron actividades que incluyeron Ambientes de Aprendizaje en tres Escenarios de Investigación: referencia a la matemática pura; referencia a la semi-realidad y referencia a la realidad. Estos entornos contribuyeron a una comprensión más profunda y significativa del álgebra. El análisis del material empírico se realizó utilizando las categorías emergentes del Análisis Textual Discursivo (ATD). Las implicaciones de la investigación para la educación en ciencias y matemáticas incluyen la necesidad de repensar los enfoques tradicionales para la enseñanza del álgebra en favor de métodos que promuevan una comprensión profunda de los conceptos y su aplicación práctica.

Palabras-clave: Álgebra; Pensamiento Algebraico; Investigación Matemática.

INTRODUÇÃO

A álgebra é um importante campo da Matemática, ela generaliza a aritmética, explorando operações e relações entre conjuntos numéricos. Essa característica a torna aplicável em diversos contextos e a faz indispesável na resolução de problemas do dia a dia. Eichenberger Neto (2016) complementa essa visão ao descrevê-la como a ciéncia das equações, ressaltando sua capacidade de representar o desconhecido e facilitar a resolução sistemática de problemas. Esse aspecto simbólico e abstrato é importante para a transição do pensamento aritmético para um mais complexo, permitindo a aplicação prática desses conceitos em situações reais, como no cálculo de custos.

Historicamente, a álgebra evoluiu de uma necessidade prática para um campo de estudo complexo e abstrato. Sua consolidação como área de conhecimento é resultado de um desenvolvimento histórico e não uma capacidade inata do ser humano, o que ressalta a importância do ambiente social e educacional para seu aprendizado e assimilação.

No contexto educacional, a álgebra assume papel significativo na formação dos estudantes. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), conforme destacado por Coelho e Aguiar (2018), incorpora a álgebra desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, reconhecendo sua relevância para a formação do cidadão. Contudo, em contraposição a essa diretriz, o ensino da álgebra frequentemente privilegia aspectos técnicos, sendo conduzido de forma excessivamente formalista e centrado na complexidade de cálculos, regras e na memorização de fórmulas. Essa abordagem tende a provocar a exaustão em relação à disciplina e a favorecer um aprendizado mecânico e descontextualizado. Ademais, observa-se que a matemática desenvolvida no espaço escolar e aquela mobilizada no cotidiano apresentam abordagens substancialmente distintas.

Conforme Bondan (2023), foram localizadas cerca de 58 dissertações e teses defendidas, até 2022, no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que abordam investigação matemática no Ensino Fundamental. Dentre elas, três sobre álgebra, cuja análise evidencia que se trata do campo da matemática com maior dificuldade no processo de ensino-aprendizagem no Ensino Fundamental.

Os estudos de Mazzonetto e Bernardi (2025) ressaltam que os dados presentes no relatório do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), de 2023, indicam a necessidade de reavaliar as abordagens didáticas no ensino de álgebra no Ensino Fundamental. O estudo aponta que estratégias como o uso de materiais concretos, resolução de problemas contextualizados, atividades investigativas e exploração de padrões matemáticos são essenciais para consolidar o pensamento algébrico nos estudantes. Além disso, os índices de proficiência matemática evidenciam dificuldades específicas na interpretação e manipulação de expressões algébricas, exigindo um planejamento didático mais estruturado para esse campo do conhecimento.

Diante deste cenário, este estudo³ buscou, por meio de uma pesquisa de campo, de cunho qualitativo, explorar metodologias e práticas pedagógicas no intento de mobilizar novas experiências de aprendizagem da álgebra com um grupo de estudantes do Ensino Fundamental. Apresenta resultados de uma pesquisa que teve por objetivo analisar como estudantes do Ensino Fundamental estruturaram a exploração, as conjecturas e a justificação ao participarem de uma Atividade de Investigação Matemática que tematizou a álgebra por meio de padrões e regularidades.

A partir do objetivo geral, delinearam-se os seguintes objetivos específicos: propor a estruturação de uma aula voltada à realização de trabalho investigativo em Matemática, com foco no ensino de Álgebra e no desenvolvimento do pensamento algébrico; identificar quais discussões matemáticas são promovidas pelos estudantes e de que modo elas se constituem no decorrer das atividades de investigação propostas, considerando os processos de exploração, elaboração de conjecturas, formulação de teses e justificação; e observar quais conhecimentos, capacidades matemáticas, novas concepções e atitudes em relação à Matemática são evidenciados pelos estudantes.

A organização e o desenvolvimento da Atividade de Investigação Matemática contemplaram Ambientes de Aprendizagem organizados em três Cenários para Investigação: referência à matemática pura, referência à semirrealidade e referência à realidade, fundamentados teoricamente em Skovsmose (2000; 2008; 2014) e em Ponte, Brocardo e Oliveira (2009).

O CAMPO DA ÁLGEBRA

A álgebra é um ramo importante da Matemática que estuda as estruturas algébricas e as operações matemáticas envolvidas, como adição, subtração, multiplicação, divisão e exponenciação. Ela é amplamente utilizada em várias áreas da matemática, ciências naturais, engenharia, economia e muitas outras disciplinas, e seu ensino é fundamental para a formação matemática dos estudantes, pois ajuda a desenvolver o pensamento lógico, a capacidade de resolver problemas e a compreensão de relações matemáticas complexas.

Para tornar o ensino da álgebra mais eficaz, faz-se necessário o uso de metodologias ativas e práticas que estimulem a participação dos estudantes, promovam a resolução de problemas do mundo real e incentivem a discussão e a colaboração em sala de aula. Nesse sentido, a utilização de recursos didáticos diversificados, como materiais audiovisuais, jogos, atividades práticas e tecnologias educacionais, contribui para a construção de um processo de aprendizagem mais dinâmico, significativo e motivador. Ademais, é fundamental estabelecer relações entre os conceitos algébricos, situações do cotidiano e outras áreas do conhecimento, de modo a evidenciar sua relevância e aplicabilidade social.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (Brasil, 1997) e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) oferecem orientações consistentes para o ensino da álgebra, ao indicarem

3 Parte de uma Dissertação de Mestrado em Educação, desenvolvida pela primeira autora e orientado pela segunda (Bondan, 2023).

que esse ensino deve ser claro, objetivo e orientado para o desenvolvimento das capacidades de abstração e generalização. Esses documentos recomendam, ainda, o uso de diferentes representações algébricas e a resolução de problemas como estratégias para a construção de noções algébricas, evitando a centralidade em manipulações mecânicas e descontextualizadas. De forma convergente, a Matriz de Referência do Estado do Rio Grande do Sul (2023) orienta o ensino algébrico em consonância com as diretrizes da BNCC, enfatizando a necessidade de considerar as habilidades e competências dos estudantes no planejamento e na execução das práticas pedagógicas.

Evidenciamos a importância de os professores conhecerem as recomendações curriculares acerca da álgebra, bem como refletirem sobre as diferentes possibilidades de ensino que promovam o seu aprendizado significativo, pois se destaca como uma disciplina de relevância na formação educacional, especialmente para o desenvolvimento do pensamento lógico e abstrato.

Neste estudo, defendemos que seu ensino demanda uma abordagem que vá além das meras manipulações técnicas, que priorize o desenvolvimento conceitual, a aplicação prática e a exploração de ideias, e encontra sentido em atividades na perspectiva investigativa. Concordamos com Bondan e Bernardi (2024, p. 208), que

[...] As aulas de matemática, na perspectiva investigativa, contribuem para o desenvolvimento do pensamento matemático crítico, uso de competências e habilidades, busca, pesquisa, organização, criatividade, senso crítico, iniciativa, persistência e, principalmente, a capacidade de argumentar e se comunicar matematicamente de forma autônoma e autêntica.

Assim, é necessário contrapor o modelo de aula em que o professor ocupa o maior tempo com exposição de conteúdos e os estudantes com longas listas de exercícios, cuja premissa central é de que exista uma e somente uma resposta correta. Decorre, então, pensar em aulas com centralidade na investigação, propor ambientes de aprendizagem em que o estudante se sinta engajado nos processos educativos. Com tal enfoque, o ensino da álgebra pode ser transformado em uma experiência educacional enriquecedora e profundamente significativa para os estudantes.

AMBIENTE DE APRENDIZAGEM E INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Como já indicamos, consideramos fundamental que o estudante assuma uma abordagem investigativa e tenha a oportunidade de desenvolver suas próprias estratégias para a resolução de um problema, sem a utilização de “roteiros” já estabelecidos. Skovsmose (2008) caracteriza esses roteiros como a clássica aula de matemática: conceito, exemplo e exercício, o professor apresenta e desenvolve a ideia, os estudantes executam atividades semelhantes, uma referência ao Paradigma do Exercício. Para o autor, é possível tentar abandonar o Paradigma do Exercício para se dedicar a Cenários para Investigação, definidos como:

[...] um terreno sobre o qual as atividades de ensino-aprendizagem acontecem. Ao contrário da bateria de exercícios tão característica do ensino tradicional de Matemática, que se apresenta como uma estrada segura e previsível sobre o terreno, as trilhas dos Cenários para Investigação não são tão bem demarcadas. Há diversos modos de explorar o terreno e suas trilhas. Há momentos de prosseguir com vagar e cautela e outros de se atirar loucamente e ver o que acontece (Skovsmose, 2014, p. 45-46).

Nesta vereda, os exercícios repetitivos e padronizados podem ser substituídos e os estudantes passam a formular questões e planejar linhas investigativas, ou seja, eles podem participar do processo de investigação. Para isso, o autor defende a organização de diferentes Ambientes de Aprendizagem: referência à matemática pura; referência à semirrealidade e referência à realidade, como apresentamos no Quadro 01.

Quadro 01 - Ambientes de Aprendizagens.

	Paradigma de exercícios	Cenários para Investigação
Referência à Matemática pura	(1)	(2)
Referência à semirrealidade	(3)	(4)
Referência à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000).

Bondan e Bernardi (2024) descrevem o Ambiente de Aprendizagem do tipo (1), correspondente ao contexto da Matemática pura, caracterizado por exercícios que pressupõem uma única solução possível, obtida por meio de cálculos matemáticos. Trata-se da lógica da “matemática pela matemática”, na qual predominam procedimentos formais e resultados previamente definidos. O Ambiente de Aprendizagem do tipo (2), ainda inserido em um Cenário para Investigação com referência à Matemática pura, conduz os estudantes a questionarem as relações existentes entre os conceitos mobilizados nas atividades. Nesse panorama, busca-se desenvolver a criticidade em relação ao que é apresentado em sala de aula, possibilitando que os estudantes realizem operações matemáticas atribuindo significado às variáveis envolvidas.

O Ambiente de Aprendizagem do tipo (3) apresenta situações imaginárias, constituídas em uma realidade construída artificialmente, situando-se no âmbito da semirrealidade. Já o tipo (4), também relacionado à semirrealidade, diferencia-se por propor situações a serem investigadas, favorecendo o levantamento de novas questões e a valorização de múltiplas estratégias de resolução. No que se refere às situações reais, as autoras destacam que o Ambiente de Aprendizagem do tipo (5) mobiliza contextos da vida real, porém a resolução das atividades não decorre de processos investigativos, mas da aplicação direta de regras e procedimentos matemáticos. Por sua vez, o tipo (6) caracteriza-se como uma atividade educacional com referência direta à realidade, na qual as situações propostas permitem aos estudantes construir diferentes significados para as atividades, indo além da mera apreensão de conceitos. Nesse ambiente, os estudantes podem explorar problemas, realizar cálculos e formular conjecturas relacionadas à vida real, rompendo com a ideia de que existe uma única resposta correta.

A partir destes Ambientes de Aprendizagem é que propomos a Atividade de Investigação Matemática no campo da álgebra, movimentada em direção aos Cenários para Investigação no intuito de pensar a exploração de ideias e de padrões, bem como a conexão da álgebra com outras áreas do conhecimento matemático e com situações do cotidiano.

Como estratégia, propõe-se a Investigação Matemática ancorada nos seguintes pressupostos: a) as práticas de investigação desenvolvidas por matemáticos podem ser incorporadas à sala de aula, permitindo que todos os estudantes produzam Matemática em suas diferentes expressões; b) a realização de uma Investigação Matemática envolve quatro momentos principais: o primeiro se

refere ao reconhecimento da situação, à exploração preliminar e à formulação de questões; o segundo à formulação de conjecturas; o terceiro à realização de testes e eventual refinamento das conjecturas; e, finalmente, o último momento diz respeito à argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado; c) três elementos fundamentais nas unidades de ensino de cunho exploratório: a conjectura de ensino e aprendizagem que orienta a elaboração da unidade, as tarefas que a compõem e os modos de trabalho, estilos de comunicação e papéis dos professores e alunos (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009).

Por meio desta análise, busca-se oferecer cenários sobre como o ensino de álgebra pode ser reestruturado para melhor atender às necessidades dos estudantes e prepará-los para os desafios do mundo moderno.

O CAMINHO METODOLÓGICO

A investigação desenvolvida, quanto à sua natureza, é de cunho qualitativo, resultando em uma pesquisa de campo. Quanto aos objetivos, foi realizada uma pesquisa exploratória e descritiva, visando conhecer e descrever as características de um determinado fato ou fenômeno. Para Gil (2002, p. 41), a “pesquisa exploratória tem como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses, inclui levantamento bibliográfico e entrevistas”. O autor ressalta que o estudo descritivo tem como objetivo fundamental o detalhamento das características de determinada população ou fenômeno.

Construímos uma proposta de trabalho visando oportunizar aos estudantes a compreensão de padrões, relações, funções, representação e análise de situações matemáticas e estruturas, experiências de aprendizagem diversificadas e significativas, tendo em vista as suas capacidades de representar relações simbolicamente, compreender e trabalhar com expressões algébricas e resolver problemas, dando ênfase ao desenvolvimento do pensamento algébrico e não à prática repetitiva de procedimentos algébricos.

Desenvolvemos a pesquisa em uma escola da rede estadual de ensino (definição por sorteio), pertencente ao Noroeste do Rio Grande do Sul, da zona urbana. O estudo de campo foi executado com um grupo de estudantes do sétimo ano, por ser neste ano que maior ênfase é dada a alguns conceitos do campo conceitual álgebra, envolvendo: linguagem algébrica, equivalência de expressões algébricas e equações polinomiais do 1º grau, de forma que o universo da pesquisa representou todos os adolescentes da turma e escola sorteada. Participaram desta pesquisa seis estudantes, dois meninos e quatro meninas com idade entre 13 e 14 anos, todos residentes na área urbana do município, nomeados como E1, E2, E3, E4, E5, E6.

Para a coleta da materialidade empírica, empregamos uma abordagem qualitativa, utilizando observações em sala de aula, gravação das conversas com/dos estudantes e registros de atividades e reflexões por eles organizados. Esses métodos foram escolhidos por permitirem uma compreensão profunda das experiências dos estudantes durante as atividades de investigação matemática, bem como de suas percepções e desenvolvimento conceitual.

No que tange às questões éticas, foram respeitadas em todas as etapas de execução deste estudo os preceitos recomendados pela Resolução n. 510/2016, do Conselho Nacional de Saúde - CNS (Brasil, 2016), que trata das Diretrizes e Normas Regulamentadoras de Pesquisa com Seres Humanos. O projeto de pesquisa foi aprovado no Comitê de Ética, da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (URI/FW) com parecer número 68884023.9.0000.5352, em 16 de maio de 2023.

As atividades propostas foram desenvolvidas em quatro encontros e estruturadas em três diferentes ambientes de aprendizagem, cada um projetado para apresentar cenários variados para investigação, como apresentamos no Quadro 02:

Quadro 02 - Descrição dos Encontros com a referida Proposta.

Encontro	Cenário para Investigação	Proposta /Prática
1º	(2) Referência à Matemática pura	Torre de Hanói x Álgebra
2º	(2) Referência à Matemática pura (4) Referência à Semirrealidade	Torre de Hanói x Álgebra Jogo de varetas x Pensamento Algébrico
3º	(4) Referência à Semirrealidade	Situações-Problemas x livro didático
4º	(6) Referência à Realidade	Pesquisa de matérias escolares x Contextualização com a prática

Fonte: construção das autoras.

Ainda, as atividades propostas foram organizadas a partir de quatro etapas: I) exploração e formulação de questões - reconhecer uma situação problemática, explorar a situação problemática e formular questões; II) conjecturas - organizar dados, formular conjecturas e fazer afirmações sobre uma conjectura; III) testes e reformulação - realizar testes e refinar uma conjectura; IV) justificação e avaliação - justificar uma conjectura, avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio. As atividades estão explicitadas na seção *Episódios Investigativos: um diálogo com os estudantes*.

Os dados levantados foram trabalhados e analisados depois da coleta, de acordo com o método de Análise Textual Discursiva (ATD) proposto e definido por Moraes e Galiazzi (2016). A ATD é uma abordagem de análise de dados que transita entre análise de conteúdo e a análise do discurso, construída em quatro etapas:

I- Desmontagem dos textos: também chamado de processo de unitarização, resulta na examinação dos textos em seus pormenores, fragmentando-os no sentido de produzir unidades constituintes, enunciados referentes aos fenômenos estudados;

II- Estabelecimento de relações: este processo é denominado de categorização e envolve construir relações entre as unidades de base, combinando-as e classificando-as, reunindo esses elementos unitários na formação de conjuntos que congregam elementos próximos, resultando as categorias;

III- Captação do novo emergente: esse corresponde ao último processo do ciclo de análise. O metatexto resultante desse processo representa um esforço de explicitar a compreensão que se apresenta como produto de uma combinação dos elementos construídos ao longo dos passos anteriores;

IV- Um processo auto-organizado: a partir do processo auto-organizado emergem as compreensões. Os resultados, criativos e originais, não podem ser vistos. Mesmo assim é essencial o esforço de preparação e impregnação para que a emergência possa se concretizar (Moraes; Galiazzi, 2016, p. 33-34).

O *corpus* de análise desta pesquisa se constituiu pela transcrição das falas gravadas no decorrer das atividades durante o estudo de campo. A primeira etapa da análise compreendeu a leitura do *corpus* e o exame dos textos em seus detalhes, identificando as respostas semelhantes e fragmentando-as, constituindo as unidades significantes. Na segunda etapa, foram construídas as relações

entre as unidades de significado, combinando-as e classificando-as, reunindo esses elementos unitários na formação de conjuntos que congregam elementos próximos, resultando daí as categorias, cuja opção foi por um *design* emergente. Essa construção está apresentada no apêndice A.

As categorias emergentes (Quadro 03) foram construídas a partir do método indutivo, que implica comparação e contrastação constantes entre as unidades de significados. Envolve conhecimentos tácitos ou teorias implícitas, teorias implicadas nas informações e no próprio conhecimento do pesquisador cuja tarefa é explicitá-las.

Quadro 03 - Unidades de significado e categorias emergentes.

Unidades de Significados	Categorias Emergentes
Encontrar uma resposta	Aceitando o Convite à Exploração: primeiras provocações
Construir um caminho	
Desafios na busca de solução	
Caminhada: o que acontece se?	Postura Investigativa
Avaliar e analisar	

Fonte: construção das autoras.

Na sequência, posto o que apontam Moraes e Galiazzi (2016), a captação do novo emergente abrangeu a análise dos momentos anteriores. Assim, emerge o metatexto como último elemento desse processo cílico de análise, com o investimento na comunicação dessa nova compreensão, bem como de sua crítica e validação. O metatexto resultante desse processo representa um esforço de explicitar o entendimento que se apresenta como produto de uma nova combinação dos elementos construídos ao longo dos passos anteriores, que apresentamos na seção *Movimento Investigativo*.

EPISÓDIOS INVESTIGATIVOS: UM DIÁLOGO COM OS ESTUDANTES

TORRE DE HANÓI E JOGO PEGA-VARETAS

O ambiente de aprendizagem tipo (2), centrado no uso de jogos como a Torre de Hanói e Pega-Varetas, representou uma abordagem diferente na educação matemática. O propósito era envolver os estudantes em um processo de pensamento matemático por meio de desafios lúdicos, proporcionando aos estudantes uma experiência prática e interativa no aprendizado da álgebra, incentivando-os a formular conjecturas e desenvolver estratégias para resolver problemas. Este ambiente foi caracterizado pela referência à Matemática pura em um cenário de investigação.

Na atividade da Torre de Hanói, os alunos foram introduzidos ao jogo por meio de um estudo do texto que explicava a história e as regras do jogo. A atividade prosseguiu com a proposição do jogo em duplas e, posteriormente, com todo o grupo. Este quebra-cabeças histórico, consistindo em uma base com três estacas e discos de diferentes tamanhos, representou um desafio significativo para os estudantes, que inicialmente se mostraram confusos e acomodados, típico do Paradigma do Exercício.

As interações dos alunos durante o jogo refletiram uma mistura de confusão e curiosidade. E1 comentou: “A gente não pensa não... isso pode mover um. Depois passa para. Esquece.... Eu já vi esse tipo”. Essa fala indicava uma relutância inicial em se engajar com o problema de maneira

profunda. E5 e E4, por outro lado, mostraram um esforço inicial em compreender as regras do jogo: “*Um de cada vez, uma em cada um, daí, não é? Só um de cada um de cada vez, né?*” e “*Aham, você não pode ser em cima complicado tá? ... Um vai ..., vai, tira, vai tirando bota aí, tira*”.

É importante demarcar, concordando com Reis e Bairral (2024, p. 14) que “no trabalho com a TH não é importante divulgar aos sujeitos possíveis respostas, mas os instigar mediante registros e interações diversas. Neste contexto, conforme os estudantes progrediam, a natureza investigativa do jogo começou a emergir. Eles foram desafiados a considerar o número mínimo de movimentos necessários para resolver o quebra-cabeça, levando-os a explorar conceitos matemáticos como padrões e sequências. E2 especulou: “*Imagina 64 pecinhas? Como eles fizeram?*” Essas reflexões foram fundamentais para transitar do Paradigma do Exercício para o Cenário de Investigação, conforme sugerido por Skovsmose (2014).

A experiência com a Torre de Hanói foi uma oportunidade para os alunos experimentarem o papel de matemáticos, conforme descrito por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009). Eles foram encorajados a formular questões, criar conjecturas e discutir suas ideias com colegas e com o professor. A tabela elaborada pela professora serviu como uma ferramenta visual para ajudar os alunos a identificarem padrões e construir um modelo matemático para o número mínimo de movimentos.

Os diálogos entre os alunos e a professora revelaram um desenvolvimento gradual na compreensão e aplicação de conceitos matemáticos. E6 observou: “*A quantidade de peças influência nos movimentos*”. Isso demonstrou uma progressão do pensamento concreto para o abstrato, essencial em Matemática.

Ao final da atividade, os alunos chegaram a uma lei de formação para calcular o número mínimo de movimentos na Torre de Hanói, uma conquista significativa que ilustrou o sucesso dessa abordagem investigativa. Este primeiro ambiente de aprendizagem provou ser uma estratégia eficaz para engajar os alunos na matemática de uma maneira que era tanto desafiadora quanto gratificante.

O Jogo Pega-varetas se iniciou com a apresentação do jogo e um questionamento sobre o conhecimento prévio dos alunos a respeito dele. Os alunos, então, exploraram o material jogando em duplas, somando os pontos de acordo com cada jogada, mas sem seguir uma regra geral. Para auxiliar no processo, foi fornecida uma tabela para o registro das quantidades de varetas de cada cor, identificando cada cor por uma letra do alfabeto e atribuindo um valor numérico correspondente.

Este episódio visou vincular a atividade lúdica à Matemática, usando o jogo como uma ponte para o ensino da álgebra. A tabela apresentada serviu como um guia para que os alunos associassem cada cor de vareta a um valor numérico e a uma letra do alfabeto, transformando a tarefa em uma atividade algébrica prática. Os valores das cores foram estabelecidos como: Amarela - 10, Verde - 5, Vermelha - 15, Azul - 20 e Preta - 50.

Durante o seu desenvolvimento, os estudantes se engajaram ativamente no jogo e na contagem de pontos. E1 expressou entusiasmo ao pegar uma vareta de maior valor: “*Eu tô com uma vareta preta. A preta vale cinquenta*”. Essa interação evidenciou a compreensão e o interesse dos alunos, os diálogos entre eles, como o de E2: “[*Fulano*] tem que separar eu tenho dez. Muda nada, tem que ser pelos pontos, tem que separar primeiro”, refletiram o processo de raciocínio matemático em ação.

A atividade foi estruturada de forma a permitir que os alunos percebessem a necessidade de usar símbolos para representar os valores desconhecidos das varetas, uma habilidade fundamental em álgebra. E2, ao realizar o cálculo de seus pontos, demonstrou a aplicação desse conceito: “*10.a + 5.b + 15.c + 20.d + 50.e, 102 + 5.3 + 15.1 = 50. Eu tenho cinquenta*”.

O uso do jogo como estratégia de ensino-aprendizagem foi eficaz para introduzir os conceitos algébricos de forma acessível e envolvente, antes de sua formalização. O ambiente lúdico proporcionou aos estudantes um contexto para construir seu próprio conhecimento matemático, reforçando a ideia de que a Matemática pode ser explorada de maneira divertida e significativa.

Ao final, ficou clara a importância de abordagens lúdicas no ensino de Matemática, servindo como ferramenta relevante no processo de ensino-aprendizagem. Os estudantes foram capazes de experimentar e compreender os conceitos algébricos de maneira prática e interativa, demonstrando o valor do jogo não apenas como uma atividade recreativa, mas como um meio eficaz de educação matemática.

SITUAÇÕES-PROBLEMAS DO LIVRO DIDÁTICO

No ambiente de aprendizagem tipo (4), a tarefa proposta focou na análise crítica de situações-problema do livro didático, inserindo os estudantes em um cenário de investigação que referenciava a semirrealidade. Essa abordagem visava superar a prática comum de tratar problemas matemáticos apenas como exercícios de fixação, estimulando uma participação mais ativa e reflexiva dos estudantes na resolução de problemas.

O episódio começou com a leitura e discussão de uma situação-problema específica do livro didático escolhido. A partir da pergunta inicial de E4: *“Profe o que é Aritmética?”*, a professora aproveitou a curiosidade dos alunos para instigá-los a explorar e formular suas próprias explicações sobre o conceito, partindo do conhecimento que já possuíam. E6 exemplificou sua compreensão de Aritmética dizendo: *“Tinham os professores que pediam, assim: Ah eu tenho quinze maçãs e comprei mais trinta e duas, dei nove pra Joãozinho e Maria. Quantas maçãs eu fiquei? Aí tem que fazer. Eu fiquei com trinta.... A resposta também”*.

Esse diálogo inicial proporcionou uma transição suave para a exploração de problemas mais complexos do livro didático. Ao lerem juntos a situação descrita, os estudantes foram incentivados a identificar os dados relevantes do problema e a elaborar perguntas indutivas. Um exemplo dessas perguntas foi: *“As tábuas horizontais são as prateleiras e têm uma medida, e as verticais as laterais, outra medida. Por isso $5 \times 3 + 2 \times 4; 15+8=$ O que significa o 5 e o três? E o dois e o quatro significam o quê? Quanto vai dar?”* A resposta de E2: *“O número de prateleiras, que é o cinco e o tamanho das prateleiras, que é o 3m. Duas laterais por 4 metros. As laterais é o número. Vai dar 23 Metros quadrados”*, refletiu a compreensão e o envolvimento do aluno na atividade.

Ao longo da atividade, os estudantes se engajaram ativamente na discussão de cada parte do problema, levantando hipóteses, reforçando ou remodelando ideias e se ajudando mutuamente na compreensão dos conceitos. A interação entre os estudantes foi particularmente evidente na análise das imagens das situações-problemas, permitindo uma interpretação mais significativa e profunda do conteúdo.

A atividade proporcionou aos estudantes uma oportunidade valiosa de revisitar conceitos matemáticos fundamentais e os aplicar em situações mais próximas da realidade, fortalecendo seu entendimento e habilidades de resolução de problemas. Além disso, a dinâmica de trabalho em equipe se mostrou essencial, uma vez que estimulou a troca de conhecimentos e a construção coletiva de soluções.

O episódio culminou com a compreensão de que a resolução de problemas matemáticos vai além da busca por uma simples resposta correta. Envolve estratégias, conjecturas e a busca por diferentes formas de resolver problemas, de acordo com o contexto e o raciocínio lógico de cada

estudante. Assim, esse ambiente de aprendizagem demonstrou ser um meio eficaz para engajar os alunos na Matemática de maneira crítica e reflexiva, preparando-os para enfrentar desafios matemáticos e da vida real com maior confiança e competência.

SITUAÇÕES DO COTIDIANO

No ambiente de aprendizagem tipo (6), o foco foi direcionado para situações do cotidiano, explorando como a Matemática se manifesta de forma pura em cenários investigativos do dia a dia. A tarefa proposta consistia em pesquisar valores de materiais escolares sugeridos, um exercício que transcendia os cálculos e abrangia reflexões sobre o uso da Matemática nas atividades diárias.

A atividade iniciou com um diálogo reflexivo entre a professora e os estudantes, visando a uma compreensão mais profunda sobre a presença da Matemática no cotidiano. Uma questão-chave foi levantada: “*você já parou para pensar na quantidade de situações em que precisamos usar a Matemática no dia a dia?*” Este questionamento desencadeou uma série de observações por parte dos alunos, como a colocada por E6, que relacionou a Matemática com a música: “*Nas notas música, na melodia, na letra*”.

Essa conexão com a música foi aprofundada à luz dos estudos de Oliveira (2015), que discorreu sobre a relação entre o comprimento das cordas e a frequência dos sons, uma noção desenvolvida por Pitágoras. A discussão progrediu para outras áreas da vida cotidiana, como transações bancárias, culinária e até o uso de celulares.

A abordagem adotada neste ambiente buscou despertar nos estudantes a compreensão de que a Matemática não está limitada aos livros didáticos ou à sala de aula, mas é uma ferramenta vital em várias facetas da vida diária. A atividade culminou com a pesquisa de preços de materiais escolares, um exercício prático que vinculava a teoria matemática à aplicação real. As discussões estimularam os alunos a pensarem de maneira crítica e lógica, aplicando conceitos matemáticos na resolução de problemas do mundo real.

As falas dos alunos refletiam um crescente reconhecimento da importância da Matemática. Eles discutiram sobre a necessidade de planejamento, cálculo de quantidades e comparação de preços ao fazer compras e como isso se reflete na prática matemática. Por exemplo, E2 comentou sobre a necessidade de adicionar itens à sua compra: “*Profe acrescentei aqui na minha conta quatro borrachas das cinco que eu já tinha*”.

Este ambiente de aprendizagem se revelou relevante na construção do conhecimento matemático dos estudantes. Ao serem confrontados com problemas matemáticos em contextos reais, os alunos foram capazes de ver a relevância, a aplicabilidade da matéria e desenvolver habilidades importantes como o raciocínio lógico e o pensamento crítico.

A comunicação aberta e construtiva entre professora e alunos foi um elemento-chave na facilitação desta aprendizagem. A professora atuou como mediadora, incentivando os alunos a explorarem e expressarem suas ideias, enquanto os ajudava a entender e corrigir seus erros. Essa interação destacou a importância de um ensino de Matemática que valoriza a pesquisa e o diálogo, que considera as experiências dos alunos como parte integrante do processo de aprendizagem.

O ambiente de aprendizagem tipo (6) destacou a Matemática como uma disciplina vibrante e pertinente, intrinsecamente conectada ao dia a dia dos estudantes. As atividades desenvolvidas ofereceram um ambiente para que os alunos explorassem e compreendessem a Matemática de forma prática e significativa, evidenciando que essa ciência está profundamente entrelaçada

com os aspectos cotidianos da vida, ultrapassando os conceitos abstratos frequentemente vinculados à disciplina.

MOVIMENTO INVESTIGATIVO

Nesta seção, versamos acerca das categorias de análise emergentes das unidades de significado, já anunciadas: *Aceitando o convite à exploração: primeiras provocações* e *Postura investigativa*.

ACEITANDO O CONVITE À EXPLORAÇÃO: PRIMEIRAS PROVOCAÇÕES

Segundo Skovsmose (2008), o Paradigma do Exercício pode ser contraposto a uma abordagem de investigação passível de tomar muitas formas. Está baseado na educação tecnicista, em que o professor é o principal responsável pelo processo de ensino-aprendizagem em sala de aula, os conteúdos são aprendidos pela memorização, com uso das técnicas ensinadas pelo professor e os estudantes as reproduzem em exercícios de fixação. Nesse paradigma, a ideia central é de que existe somente uma resposta correta. Já, na abordagem investigativa, é possível tomar diferentes encaminhamentos, criar caminhos na busca de solução. E por onde se inicia? Por um convite!

O cenário somente se torna um Cenário para a Investigação se os alunos aceitam o convite. Ser um Cenário para Investigação é uma propriedade relacional. A aceitação do convite depende da sua natureza (a possibilidade de explicar e explorar as propriedades matemáticas de uma tabela de números poderá não ser muita atrativa para os alunos), depende do professor (um convite pode ser feito de muitas maneiras, e, para alguns alunos, um convite do professor pode soar como um comando) (Skovsmose, 2008, p. 18).

O que pode funcionar bem como ambiente de investigação para um grupo de estudantes, em uma determinada situação, pode não ser um convite para outro grupo. Tendo em mente tal assertiva, nesta pesquisa, iniciamos o processo apresentando aos estudantes atividades investigativas, um “convite” à exploração, as primeiras provocações.

De acordo com Dicionário *Online*⁴, a palavra exploração remete à: “ação ou efeito de explorar, investigar, estudar, analisar: exploração científica”. Assim, ao falarmos de Exploração Matemática, dissertamos sobre a investigação, a análise e a exploração da situação matemática apresentada. Refletimos, então, sobre como o estudante aceita o convite e inicia o processo de explorar, investigar. Uma tarefa de investigação e exploração não é de resolução imediata, requer um esforço de compreensão, de resolução, a concretização de estratégias e uma reflexão sobre os resultados obtidos.

Quando apresentamos aos estudantes, no primeiro e segundo encontros, a Torre de Hanói e o Jogo de Varetas, mobilizamos de maneira lúdica a exploração do material e a formulações de questões, observamos que, inicialmente, manifestavam-se no sentido de “encontrar” uma resposta rápida e pronta, a partir da professora:

E5: Profe, não tem um jeito mais fácil? Profe será que é 2 no expoente -1.

E2: Profe então agora tem que fazer dois vírgula quatro menos sete e o resultado divide por cinco?

⁴ Disponível em <https://www.dicio.com.br/exploracao/>. Acesso em 24 nov. 25.

Além das indagações que os estudantes faziam, usavam uma linguagem espontânea para conceituar a dificuldade que a disciplina de Matemática apresenta no dia a dia de uma sala de aula:

- E1: *Tá bugado o cérebro.*
E4: *Eu não sei fazer as contas de Álgebra.*
E6: *Não resolvendo. Pensando. Chorando, pensando. Às vezes tem coisa que não tem solução,*
E4: *Eu não estou entendendo nada... Só falta ter letras negativas.*

Frente às dificuldades apresentadas, os estudantes faziam um movimento para encontrar as principais relações entre o jogo e os processos algébricos, **para construir um caminho**, isso se mostra quando ouvimos:

- E2: *Ninguém para mexer. Não pode, não é a regra. Qual que era a regra? A gente tem que inverter, porque o azul é o primeiro. Esse daqui é o primeiro.*
E4: *Mas se o colega tivesse cinco notas de cinco? É uma expressão algébrica, é ou, não é?*

A partir destes comentários, é possível observarmos também a curiosidade que a atividade despertou nos envolvidos. A Exploração Matemática pode ser realizada, desde a Educação Básica até a pesquisa avançada em Matemática, pode ser aplicada a qualquer área da disciplina, geometria, cálculo, estatística, incluindo outros meios.

Quando trabalhamos com a Exploração Matemática, lançamos os estudantes à busca crítica e à descoberta de novas ideias e conceitos na Matemática. Na proposta aqui discorrida, não teve um caminho pré-determinado a seguir. Em vez disso, os estudantes foram encorajados a pensar de forma independente, a fazer suposições e a testá-las, a observar padrões e a procurar conexões entre diferentes áreas da Matemática.

Alguns exemplos de Exploração Matemática incluem a investigação de padrões dos diferentes formatos de representação e resolução de um problema, a experimentação e a busca de generalizações a partir de exemplos específicos pode ser feita individualmente ou em grupo. Compreendemos que a Exploração Matemática e a Investigação Matemática são dois processos interrelacionados que envolvem conceitos e padrões matemáticos, a formulação de conjecturas e a busca por respostas:

- E2: *A letra não muda nada, o que muda é os números. Não muda a conta. Pode ser negativo, ou não.*
E6: *Por dois, multiplica por dois..., isso é uma expressão?*
E1: *Tem como, número com vírgula transforma em fração...*

Explorar e investigar são essenciais para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas matemáticos, ajudam os estudantes a desenvolverem habilidades de pensamento crítico, criatividade e resolução de problemas, além de fornecer a oportunidade de explorar e descobrir a beleza da Matemática por conta própria.

Ainda, podemos pensar a atividade investigativa vinculada à diversão, como a proposta da Torre de Hanói e o Jogo de Varetas para a exploração da álgebra. Nesses jogos, o objetivo foi resolver uma série de movimentos e construir uma lei de formação que utilizasse equações numéricas e/ou algébricas para descobrir os valores das variáveis.

Ademais, o jogo permitiu a prática de habilidades importantes da álgebra, como a resolução de equações, a simplificação de expressões e a manipulação de variáveis, auxiliando no desenvolvimento do raciocínio lógico e a capacidade de fazer inferências a partir das informações apresentadas, como relata E2: *“Eu escolheria o primeiro que é cheio de coisa. O meu resultado eu fiz mais ou menos tentando botar o material que para mim faltava, e deu certo”*.

Apesar de conseguirem estabelecer uma relação entre o jogo e a Matemática, não usaram a lei de formação para conceituar e representar expressões algébricas que corriqueiramente podem ser encontradas no Paradigma do Exercício; em alguns momentos, exprimiram em linguagem verbal, como E2: *“Tem que ler, tem que entender tem que resolver. Matemática e leitura”*.

Por sua vez, a identificação de regularidades propiciou a generalização da situação e a sua representação algébrica. A situação ajuda a promover a compreensão da linguagem algébrica utilizada e a interpretação da representação da generalização contribui para uma correta interpretação dos resultados. A cultura da sala de aula vai se transformando e integrando a noção que os estudantes podem colaborar com diferentes respostas, discordar e argumentar uns com os outros.

POSTURA INVESTIGATIVA

Desde as afirmativas estudantis, evidenciamos que a Investigação Matemática é um processo mais estruturado, que envolve definir objetos claros, formular problemas e discorrer estratégias para resolvê-los. Os estudantes foram encorajados a desenvolver habilidades de raciocínio lógico, investigar padrões e argumentos matemáticos formais para apoiar suas conjecturas.

A partir das atividades propostas, observamos que um Ambiente de Aprendizagem, na perspectiva investigativa, pode ser um grande aliado ao desenvolvimento do pensamento crítico e lógico. Por meio dele, os estudantes foram **desafiados a resolver problemas e construir caminhos em busca de soluções e justificar seus resultados**, exercitando, assim, suas habilidades matemáticas. As falas de E4 e E6 ilustram isso:

E4: *Não pode deixar que falte nenhum espaço.*

E6: *Não precisa. Botar rosa primeiro, tem que mover, marrom primeiro embaixo de rosa certo? Estou arrumando não, não, deixa um rosa E. Marrom, já vai ficar, pera é o vermelho laranja, rosa, marrom, verde, rosa, azul, isso. É, eu acho que eu tive uma ideia, eu acho. A gente tira o marrom.*

Com base nessas manifestações, a professora sugeriu que analisassem a situação de forma organizada e sistematizada. Propôs que fizessem uma tabela como resultado dos jogos, anotassem valores, hipóteses de soluções, registros de informações das atividades propostas. Conforme preenchiam a tabela, percebiam padrões e observaram que, o que servia de padrão para uma atividade, poderia não servir para outra. Com base nisso, começaram a contar com que frequência os resultados se repetiam. Estas falas ratificam nossa constatação:

E6: *Torre de Hanói e a Matemática, entendi que: X número de peças igual a X número de movimentos, né!*

E6/E2: *E a quantidade de peças influenciando os movimentos. Aqui é Álgebra, Matemática. É Álgebra, é Matemática, Álgebra tem Álgebra junto, né?*

Essas atividades permitiram aos estudantes revisitarem seus conhecimentos matemáticos de adição, multiplicação, potenciação e outros, reconhecendo padrões e organizando informações, ao mesmo tempo em que eram incentivados a refletir e buscar soluções de maneira autônoma. Outrossim, compartilharam suas descobertas e trocaram ideias sobre como resolver:

- E4: *Uma de cada vez, não pode colocar uma maior em cima de uma menor.*
E5: *Põe o azul aqui em cima... Não dá para botar assim, se não ficar errado.*
E3: *Tira esse aqui, esse aqui vem prá cá, ó... embaixo do laranja, fazendo agora, é possível.*
E2: *Pera aí, que aí vai um de cada vez. Uma de cada vez, oh, tem que ser esse aqui. Laura, isso tem que ser aqui. Espera, tem que ser. É!*
E1: *Já tenho uma estratégia que vai passar demais!*

Nesse âmbito, após serem apresentados ao Ambiente de Aprendizagem com referência à realidade em Cenários para Investigação - que, para Alrø e Skovsmose (2004), diz respeito ao diálogo como meio de comunicação e deve ser planejado para oferecer significado àquilo que os estudantes produzirão na atividade, os estudantes são convidados a explorar hipóteses e fazer descobertas, destacando que o mais importante não é chegar a resultados genuínos, o primordial é que consigam realizar suas próprias descobertas.

Quando analisamos e comparamos a pesquisa realizada na livraria com dados do cotidiano, foi possível observar, por meio dos comentários dos estudantes, o entendimento e a compreensão dos fatos, ao ouvirmos os seguintes comentários, diante do questionamento da pesquisadora, referindo-se a que quantidades que estes precisariam:

- E1: *Tem que comprar uns 10 cadernos.*
E6: *Umas duas borrachas.*
E2: *Uma borracha de reserva, eu sempre perco borracha.*
E4: *Estojo, um só, ou dois dependendo, tem o do ano passado.*
E5: *Apontador, um só, uns cem na verdade, não duram. Canetas? Nossa, três. Pera aí. Cinco. Seis, dois. Tem duas pretas, duas azul e uma vermelha...*

A partir dos caminhos da Investigação Matemática, os estudantes conversaram, fizeram conjecturas e justificação, desenvolveram uma postura investigativa face ao fenômeno. Essas conjecturas serviram como hipóteses iniciais para resolução de problemas. Skovsmose (2014) afirma que a aprendizagem necessita de ação e de iniciativa daquele que está nesse processo.

No entanto, ressaltamos que as conjecturas feitas pelos estudantes podem estar corretas ou não. Para verificar se uma conjectura é válida, precisam justificá-la por meio de argumentos lógicos e/ou demonstrações matemáticas. As dificuldades enfrentadas nesse processo envolvem a falta de familiaridade com o tema em questão, a dificuldade em compreender os conceitos matemáticos envolvidos, a falta de habilidades de raciocínio lógico e a falta de prática em resolver problemas matemáticos, de certa maneira, um vício que o Paradigma do Exercício exerce sobre estes. Observemos as seguintes falas:

- E2: *Profe as tábuas horizontais são as prateleiras né? Ali eles têm, 5 x 3 + 2 x 4, 15+8= O número de prateleiras, que é o 5 e o tamanho das prateleiras, que é o 3m?*

E6: *O seguinte, este faço verde para cá, aí. Ai, ai, ai. A gente tem que colocar aqui. Como é que eu vou colocar o rosa? Não vou colocar assim também. Pode, é? Não sei... Então tá!*

E2: *É mais ou menos do tipo encontre o valor de a.*

Sempre que necessário, e com base nos comentários dos estudantes, evidenciava-se a confirmação das estratégias que estabeleciam, a fim de fortalecer a sua autoconfiança frente as conjecturas, confirmadas pela pesquisadora: “*as letras representam um valor, um elemento desconhecido*”. Ou até mesmo: “*é possível gastar exatamente cem reais? Que estratégia poderia ser feitas? É possível? Não é possível? O que que vocês poderiam propor a vendedora para resolver isso?*”.

Em uma atividade de Investigação Matemática, é comum que os estudantes se deparam com diferentes posturas de dificuldades, conjecturas, caminhos a serem seguidos e questões do tipo “e se...”. Essas situações fazem parte do processo de investigação e são imprescindíveis para a construção do conhecimento. Essas dificuldades podem ser tanto técnicas, relacionadas a fórmulas ou procedimentos, quanto conceituais, envolvendo a compreensão dos fundamentos matemáticos. O questionamento “o que acontece se...” é muito comum durante à Investigação Matemática. Ele surge quando os estudantes exploram diferentes possibilidades e tentam antecipar os resultados de determinadas situações. Esse modo de questionar ajuda a desenvolver o pensamento crítico e a construir argumentações baseadas em evidências. Os estudantes participantes tiveram inúmeros momentos de questionamento “e se” e “o que acontece se...”:

E2: *Imagina 64 pecinhas? Como eles fizeram? E se nós começar assim? O dobro de três é seis mais um é sete. O dobro e o dobro de quatro? Alguém tem que contar*
E3: *Se nós pegarmos 2 ao quadrado dá 4, três ao quadrado dá 9, se eu pegar 2 no expoente 3 dá 8, se eu pegar 2 no expoente 4, dá 16. Então só potência não serve, então vamos ter que fazer mais alguma coisa ou menos alguma coisa.*

As conjecturas, por sua vez, são suposições feitas pelos estudantes com base em seus conhecimentos prévios e nas observações durante a investigação. Consoante com Skovsmose (2008), realizar uma investigação significa abandonar a comodidade da certeza e se deixar levar pela curiosidade. Essas suposições servem como ponto de partida para a construção de argumentos, análises e provas matemáticas.

Qualquer Cenário para Investigação coloca desafios para o professor. A solução não é voltar para a zona de conforto do Paradigma do Exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente. A tarefa é tornar possível que alunos e professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora. Isso significa, por exemplo, a aceitação de questões do tipo ‘o que acontece se...’ (Skovsmose, 2008, p. 36).

As atividades de Investigação Matemática são extremamente enriquecedoras, permitem demonstrar a importância da construção matemática, explorar diferentes caminhos, abordagens e comprovação, são elementares para desenvolver habilidades como observação, análise de padrões e dedução de conjecturas, incentivam a criatividade e o pensamento crítico, uma vez que é preciso questionar e testar diferentes hipóteses ao longo do processo.

Nesse rumo, corroboramos Skovsmose (2008, p. 21), que afirma: “um Cenário para Investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações”, e é somente a partir da aceitação desse convite que se consolida um cenário. A comprovação dos estudantes diante de uma atividade que envolva Cenários para Investigação pode ser observada em pequenas conversas que ocorreram no seu desenvolvimento, tais como:

- E6: *Quanto mais vai montando, vai modificando, tipo, o número de peças.*
E2: *Então, com as minhas são fáceis, eu só tenho três tipos de cor. Vejam: Quarenta, cinquenta, sessenta e cinco, sessenta.*
E6: *Dois vírgula quatro, se são duas laterais? Sete metros de tábua e cinco prateleiras. Não temos as prateleiras aqui, mas podemos olhar essas aqui da sala.*

Os estudantes, durante as atividades, estavam envolvidos, engajados e interessados, demonstraram empenho ao realizar as tarefas propostas, participando ativamente das discussões e contribuindo com ideias e soluções, com curiosidade ao fazerem questionamentos pertinentes ao tema em estudo. Sentiam-se pertencentes ao processo de investigação, buscando a compressão dos conceitos e respostas mais aprofundadas. Salientamos o envolvimento e comprometimento entre os estudantes, com opiniões, conjecturas e argumentos embasados em evidências, ao analisarem hipóteses, como as seguintes falas revelam:

- E2: *Isso é Álgebra, quando misturamos letras, números. Agora vamos jogar varetas? Tem que tirar todos e não pode mexer as outras.*
E6: *O seguinte, este faço verde para cá, aí. Ai, ai, ai. A gente tem que colocar aqui. Como é que eu vou colocar o rosa? Não vou colocar assim também.*
E1: *Quantos movimentos deu? Eu não contei, quais são as regras do jogo?*

A partir do exposto, observamos o quanto são capazes de fazer diferente, de planejar experimentos ou coletar dados de forma a resolver situações específicas, identificar inconsistências, tirar conclusões e propor soluções embasadas em evidências, esse movimento de **avaliar e analisar as informações** coletas durante uma investigação é fundamental.

Realçamos que a inquietude e a insegurança também fazem parte do processo de aprendizado, surgindo por várias razões. Contudo, isso não deve ser visto como um indicativo de falta de comprovação dos aprendizados, talvez, estivessem sentindo-se sobrecarregados com a tarefa, porque não sabiam por onde começar ou como abordar o problema, apresentaram inseguranças e cometeram erros ao não obter os resultados esperados. Essas inseguranças podem ser interpretadas como um sinal de que estavam buscando compreender e se apropriar dos conteúdos:

- E4: *Tem que desmanchar tudo de novo, para pôr o verde embaixo?*
E2: *Pera aí, que aí vai um de cada vez. Uma de cada vez, oh, tem que ser esse aqui.*
E1: *Isso tem que ser aqui. Espera, tem que ser.*
E2: *Tá, o marrom fica aqui no melhor. Vermelho, laranja, rosa, marrom, E4, só bota esse aqui. Calma, isso aí gente, vai botar isso? Um deixar a base assim. E se você for?*

Neste sentido, a professora se ocupou de passar aos estudantes confiança e segurança diante dos caminhos tomados frente aos desafios, mobilizando-os com falas⁵ como: “*Não vão desistir, não podemos, imaginem que na lenda eram 64 peças. Vocês estão com sete. Vamos lá... isso aí. Pensamento positivo*”.

Os estudantes eram encorajados a expressar suas dúvidas e inquietações ao receber apoio. Porém, em alguns momentos, ainda havia insegurança quanto às suas habilidades e capacidades de resolver problemas, que analisamos como um fato positivo, sinal de que estavam avaliando as situações desencadeadas no processo:

E1: *Dá pra começar de novo.*

E2: *Meu Deus do céu. É melhor ficar tentando.*

E2: *Alguma coisa aí que eu não estou vendo? Não. Estou fazendo certo. 24 vocês já estavam? Sim, se não se perderam. Ter que ver agora, agora, agora.*

Nós, as/os professoras/es, somos os grandes aliados e responsáveis por fornecer orientação clara sobre como abordar a tarefa, encorajá-los a fazer perguntas e buscar ajuda quando necessário. Precisamos incentivá-los a trabalhar em equipe e a colaborar uns com os outros, compartilhando ideias, apoiando-se mutuamente na resolução de problemas. Também é importante oferecer recursos adequados, como livros, artigos científicos, ferramentas de pesquisa e acesso a laboratórios ou equipamentos específicos, isso ajudará na autoconfiança.

No geral, uma comprovação diante de uma atividade de Investigação Matemática que envolve problemas é um processo cuidadoso e sistemático que combina a aplicação de técnicas matemáticas com o entendimento do problema no contexto real. Isso permitiu aos estudantes chegarem a soluções confiáveis e fazerem afirmações válidas com base em seus resultados. E2: “*Não é oito vezes seis que dá quarenta e oito? E daí a gente tem que botar uma vírgula, daí vai sobrar, agora vírgula... Dois, que dá dezesseis. Quatro. Já. Agora. Cinco. Bota o zero e faz o cinco, então seis vírgula vinte e cinco*”.

Quando se trata de explorar problemas de álgebra mediante padrões e regularidades, a semirrealidade é uma abordagem eficaz. Envolve a criação de situações que se assemelham à vida real, mas que podem apresentar elementos fictícios adicionais para facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos.

Outra estratégia eficiente neste trabalho foi proporcionar aos estudantes o trabalho em grupo, que viabilizou a discussão de diferentes abordagens, estratégias, estabelecendo conexões com o que era proposto. Essas estratégias os ajudaram a compreender e aplicar os conceitos matemáticos de forma significativa.

O PROTAGONISMO DOS ESTUDANTES

A partir das categorias de análise elencadas nos itens anteriores, é possível observar que, durante a prática das Atividades Investigativas, estiveram presentes os elementos como **estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar**, mesmo que, em muitos momentos, não explícitos diretamente nas falas, mas no contexto das ações e diálogos estabelecidos entre professora pesquisadora e estudantes.

Nesse âmbito, a comunicação estabelecida oportunizou ao estudante desenvolver habilidades cognitivas, como a capacidade de análise, síntese, abstração e generalização. Além disso, incentivados

5 Intervenções da professora pesquisadora.

a trabalhar em grupo, discutindo suas ideias e argumentando com os colegas e com a professora, o que promoveu a colaboração e a troca de conhecimentos entre os pares.

Em um primeiro momento, o **estabelecimento de contato** com os estudantes, foi realizado em um ambiente de confiabilidade e sintonia, ocorrendo conexão entre eles, e entre eles e a professora. Foi criado um espaço de confiança e segurança, possibilitando que os estudantes pudessem questionar sem medo de represália, deboches ou menosprezo por suas dúvidas, logo, por meio das perguntas buscavam chegar/formular uma resposta, com respeito e responsabilidade. Estabelecer contato significa “sintonizar um no outro” para iniciar a cooperação.

Quando os estudantes vivenciaram uma experiência que os levava a descoberta de algo novo, como a Torre de Hanói, foi possível **perceber** diversas perspectivas no processo de investigação, observando como cada estudante entendia o problema, sem rejeitar o novo, que despertou o interesse em fazer novas conjecturas e propostas para resolver. A partir do diálogo e das trocas, foram construindo coletivamente uma resolução.

Ao longo do desenvolvimento da atividade de Investigação Matemática, os estudantes foram se tornando aptos a se expressarem em sua própria perspectiva, que pode ser reconhecida em termos matemáticos, pela professora e pelo grupo. Ao **reconhecer** que os estudantes conseguem pôr em prática suas ideias e discutir, foi possível oferecer outros subsídios de aprendizagem, incluindo novos conteúdos para serem trabalhados de forma a construir o conhecimento e, por conseguinte, o estudante ser responsável pela busca e elaboração de raciocínios matemáticos, sentindo-se motivado e engajados na disciplina.

Em alguns momentos, observamos que os estudantes não conseguiram **pensar alto**, principalmente no início da atividade, com medo de represálias e/ou críticas por ter seu pensamento exposto, e/ou estar sendo avaliado, embora o ambiente fosse seguro. Ainda assim, eles constantemente expressavam seus argumentos e defendiam a forma ou caminho que acreditam ser a melhor, conseguindo se **posicionar** junto ao grupo. Levantar ideias e pontos de vista como algo a ser examinado e testado, algo possível de **reformular** é fundamental para o processo, pois considera ideias que levam a um entendimento comum do problema, a partir das perspectivas individuais.

Nesse diálogo é que emergia o **desafiar**, o jogo-de-perguntas em que era possível desafiar as perspectivas, que envolviam tanto os estudantes como a professora. Segundo Alrø e Skovsmose (2004, p. 71), “esclarecer perspectivas é uma precondição para que se possa *desafiar* de forma ‘qualificada⁶’”. A intenção das perguntas era mobilizar novas perspectivas dos estudantes, portanto, **avaliar** essas perspectivas fez parte do processo investigativo.

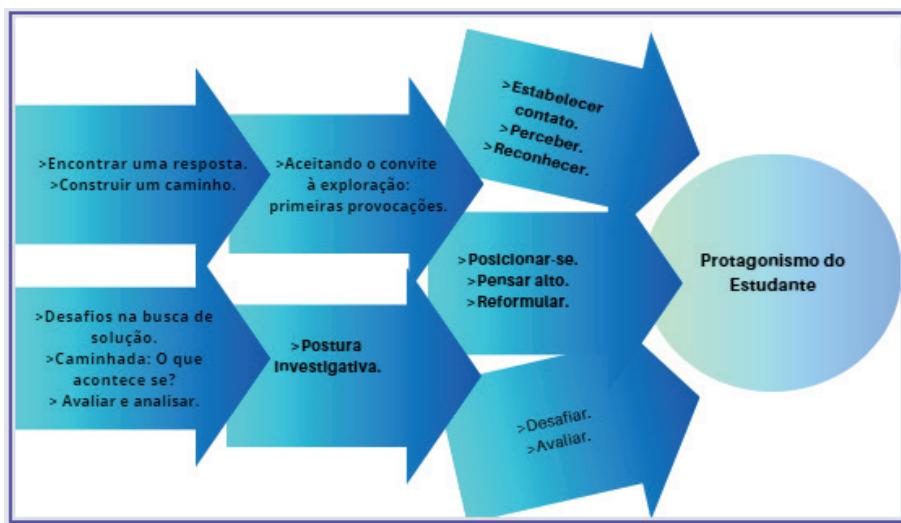
No decorrer das atividades, os estudantes também iam avaliando as perspectivas apresentadas, na medida em que conseguiam “avançar” na solução do problema, sem ter perspectivas “corretas”, mas de como chegar a um propósito comum. Assim, podemos inferir que a atividade proposta contribuiu significativamente para que os estudantes e a professora pesquisadora estabelecessem uma comunicação de qualidade em sala de aula. Neste cenário, observamos que o estudante passou a tomar decisões e assumir a responsabilidade por sua aprendizagem, sendo protagonista.

Acreditamos que o estudante que aprende a argumentar e justificar seus raciocínios matemáticos passa a ter maior interesse pela Matemática. A aprendizagem baseada em fatos ou problemas que envolviam a semirrealidade e/ou a realidade, com ligação com sua vida fora da sala de aula, oportunizou aos estudantes tomarem atitudes para resolução que equacionaram a discussão e raciocínio individual e em grupo funcionando como um “apoio” às descobertas.

6 Tradução das autoras.

A partir dos elementos das categorias de análise emergentes “Aceitando o convite à Exploração: primeiras provocações” e “Postura Investigativa” em nosso estudo e dos argumentos apresentados, defendemos então o movimento proposto mobiliza o protagonismo do estudante, cuja relação apresentamos na Figura 1:

Figura 1 - Mobilização do Protagonismo dos Estudantes



Fonte: Elaboração das autoras.

O protagonismo é substancial em qualquer atividade, especialmente na Matemática, para o desenvolvimento cognitivo e aprendizagem significativa do estudante. Nesse contexto, a proposta desenvolvida, que explorou padrões e regularidades na álgebra, aqui, em específico, permitiu que os estudantes assumissem papel ativo na construção do conhecimento matemático, a partir de uma perspectiva de Cenários para Investigação, por meio de uma construção dialógica entre professor e estudante, em uma ação de cooperação, em que o estudante aceita o convite e, em uma relação de troca, ocorre a construção de saberes e se dá o aprendizado. “Nesse viés, na atividade matemática investigativa, os alunos assumem uma atitude crítica e ativa, em que o questionamento, a argumentação e a fundamentação das ideias são características relevantes para a aprendizagem” (Silva, 2018, p. 79). Faz-se necessário definirmos o que é protagonismo, e o fazemos consoante as palavras de Silva, Cruz e Silva (2013, p. 15):

O termo Protagonismo surgiu da junção das raízes gregas *proto*, que significa primeiro/principal e *agon*, que significa luta. Então, Protagonismo é o ato principal do seu desenvolvimento, ou seja, corresponde à ação, à interlocução e à atitude do jovem com respeito ao conhecimento e à aquisição responsável do conhecimento e que seja eficiente para sua formação, para seu crescimento, para sua conclusão como cidadão.

Ao investigar padrões e regularidades, os estudantes foram desafiados a observar, descrever e generalizar as relações matemáticas existentes. Ainda, encorajados a fazer perguntas, levantar

hipótese e testá-las, utilizando a própria lógica e intuição matemática. No momento de avaliar é que o/a professor/a comprova que uma atividade de investigação que aflora a imaginação dos estudantes é, de certa maneira, uma viagem ao desconhecido e, portanto, terá de decidir quais estratégias seguir, testá-las, validá-las e, no decorrer do processo, não desanimarem (nem estudantes nem professor/a) com os primeiros erros ou tentativas que não deram certo.

Quando as atividades matemáticas, são plausíveis ao entendimento, como defendido por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 23), “o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações”.

Portanto, podemos asseverar que é perceptível a mobilização do protagonismo do estudante diante de uma atividade matemática com Cenários para Investigação, sendo importante para o seu desenvolvimento intelectual e emocional. Ao assumir um papel ativo na resolução de problemas matemáticos, desenvolve habilidades de pesquisa, criatividade, comunicação e pensamento crítico, promovendo, ainda, interesse e motivação pela matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na conclusão desta pesquisa, é possível destacar a importância da álgebra como uma disciplina essencial na formação educacional dos estudantes, com aplicações práticas significativas e um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento lógico e abstrato. A álgebra transcende sua função de mero ramo numérico para se tornar uma ferramenta essencial na resolução de problemas do cotidiano, possibilitando a representação do desconhecido e a resolução sistemática de questões complexas.

Durante o desenvolvimento da investigação, foram exploradas abordagens investigativas e contextuais visando aprimorar a experiência de aprendizagem dos estudantes. A pergunta central da pesquisa indagou como essas abordagens podem influenciar o desenvolvimento do pensamento algébrico e lógico dos estudantes. Os resultados obtidos destacaram a importância dos distintos Ambientes de Aprendizagem. Em primeiro lugar, a aplicação prática dos conceitos algébricos se revelou importante, ao conectar a álgebra com situações reais e problemas do cotidiano os estudantes puderam perceber a relevância desses conceitos em suas vidas e desenvolver uma compreensão mais profunda da disciplina.

A exploração de ideias e a investigação de padrões também desempenharam um papel importante. Ao permitir que os estudantes explorem e descubram conceitos algébricos por meio da investigação ativa eles puderam desenvolver habilidades de resolução de problemas e um pensamento mais abstrato.

Além disso, ao possibilitar que os estudantes assumam o Protagonismo em sua própria aprendizagem, os professores abrem espaço para que eles trabalhem com questões que sejam significativas e relevantes para sua vida, tornando o processo de aprendizagem mais engajador e efetivo. Isso ajuda a desenvolver a autonomia, a criatividade e as habilidades analíticas dos estudantes, preparando-os melhor para a vida adulta e para os desafios do mundo contemporâneo. A Investigação Matemática é o aspecto central para uma Educação Matemática de qualidade. Ao oferecer aos estudantes a oportunidade de explorar e construir conhecimentos matemáticos de forma autônoma e reflexiva, os professores contribuem para a formação de cidadãos críticos e capazes de tomar decisões informadas e responsáveis.

Nesse contexto, o aprendizado não é pautado apenas na compreensão da Matemática já feita, esperamos que o estudante seja capaz de fazer uma investigação de natureza matemática, de acordo com cada nível de ensino, pois, assim, poderá perceber o que é a Matemática e qual a sua utilidade na compreensão e intervenção sobre o mundo. O ensino dessa disciplina precisa visar o domínio dos conhecimentos adquiridos, para que seja inundado pela paixão “detivesca”, imperativa à sua fruição.

Por fim, a pesquisa ressaltou a importância de conectar a álgebra com situações do cotidiano dos estudantes, oportunizando um aprendizado mais contextualizado e relevante, ajudando o estudante a ver como esses conceitos podem ser aplicados em suas vidas diárias. As implicações desta pesquisa para a área de Educação em Ciências e Matemática são significativas. Ela destaca a necessidade de repensar as abordagens tradicionais de ensino, que muitas vezes se concentram na memorização de fórmulas e procedimentos, em favor de métodos que promovam uma compreensão profunda dos conceitos e a sua aplicação prática. Além disso, a pesquisa enfatiza a importância de envolver os estudantes ativamente na construção do conhecimento, estimular o raciocínio matemático e conectar a matemática com a vida cotidiana. Essas abordagens podem transformar o ensino da álgebra em uma experiência educacional enriquecedora e significativa, preparando os estudantes para os desafios de uma sociedade moderna, cada vez mais baseada em dados e informações quantitativas.

No ensino da Matemática não há receitas prontas e próprias para cada situação, exige desafiar e buscar alternativas a cada dia, com significados relevantes. Acreditamos que a escola precisa envolver os estudantes no tema matemático estudado, despertando curiosidade, interesse e comprometimento, necessita caminhar para uma Educação Matemática na perspectiva Crítica.

REFERÊNCIAS

- ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Dialogue and learning in mathematics education**: intention, reflection, critique. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- BONDAN, Cecília R. **Investigação matemática**: provocações entre o ensino de álgebra e o protagonismo estudantil. 2023. 136f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Frederico Westphalen, 2023.
- BONDAN, Cecília R.; BERNARDI, Luci dos Santos. Investigação matemática em sala de aula: pensando ambientes de aprendizagem que promovam a cooperação investigativa. **Revista de Ciências Humanas**, Frederico Westphalen, v. 25, n. 1, p. 205-223, 2024. DOI: <https://doi.org/10.31512/19819250.2024.25.01.224-245>.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília: Ministério da Educação, 2018.
- BRASIL. Conselho Nacional de Saúde. Resolução n. 510, de 7 de abril de 2016. Dispõe sobre as normas aplicáveis a pesquisas em Ciências Humanas e Sociais. **Diário Oficial da União (DOU)**, Brasília, seção 1, p. 44-46, maio, 2016.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental (MEC/SEF), 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2024.
- COELHO, Flávio Ulhoa; AGUIAR, Marcia. A história da Álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Revista Estudos Avançados**, São Paulo, v. 32, n. 94, p. 171-186, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0013>.

EICHENBERGER NETO, João. **História da matemática**. Londrina/PR: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2016.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos e pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2002.

MAZZONETTO, Aline; BERNARDI, Lucí dos Santos. Uma mirada sobre a história da álgebra: da antiguidade ao ensino contemporâneo. **Revista de Ciências Humanas**. Frederico Westphalen, v. 26, n. 2, p. 289-312, 2025. DOI: <https://doi.org/10.31512/19819250.2025.26.02.289-312>.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise textual discursiva**. 3. ed. Ijuí: Editora Unijuí, 2016.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Helia. **Investigação matemática na sala de aula**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

REIS, Larissa de Almeida; BAIRRAL, Marcelo Almeida. A torre de hanói em aulas online em uma disciplina da licenciatura em matemática. **Vidya**, [S.I.], v. 44, n. 1, p. 1-18, jan./jun. 2024. DOI: <https://doi.org/10.37781/vidya.v44i1.4621>.

RIO GRANDE DO SUL. **Matrizes de referência 2023, Educação Infantil e Ensino Fundamental foram os temas da Jornada Pedagógica desta quarta (15)**. Porto Alegre: Secretaria da Educação, fev. 2023.

SILVA, Denise Knorst da. **Uma ação de formação de professores na e para uma abordagem investigativa em aulas de matemática**. 2018. 314f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2018.

SILVA, Márcia Cristina A.L.; CRUZ, Valmira Maria C.; SILVA, Frederico Fonseca da. A aprendizagem significativa uma interface com protagonismo juvenil: numa perspectiva socioafetiva. **Revista Psicopedagogia**, [S.I.], v 91, n 30, 2013.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. Tradução de Jonei Cerqueira Barbosa. **Revista Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 1-24, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas: Papirus, 2008.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à educação matemática crítica**. 1. ed. Campinas: Papirus, 2014.

APÊNDICE A

CATEGORIA: ACEITANDO O CONVITE À EXPLORAÇÃO - PRIMEIRAS PROVOCAÇÕES	
Unidades Constituintes	Unidades de Significado
<p>E1, a: Tá bugado o cérebro. E4, a: Tem que desmanchar tudo de novo, pra pôr o verde embaixo? E4, b: Eu não sei fazer as contas de Álgebra. E4, b: Eu não estou entendendo nada, eu estou entendendo um pouco. E4, a: Só falta ter letras negativas. E5, b: Profe não tem um jeito mais fácil? será que é 2 no expoente -? E 2, c: Profe então agora tem que fazer dois vírgula quatro menos sete e o resultado divide por cinco? E6, d: Não resolvendo. Pensando. Chorando, pensando. As vezes tem coisa que não tem solução.</p>	Encontrar uma resposta
<p>E2, a: Ninguém para mexer. Não pode, não é a regra. Qual que era a regra? A gente tem que inverter, porque o azul é o primeiro. Esse daqui é o primeiro. E2, a: A letra não muda nada, o que muda é os números. Não muda a conta. Pode ser negativo, ou não. E1, a: Pressão, glicose, temperatura, vitamina D. E2, c: Tem que ler, tem que entender tem que resolver. Matemática e leitura. E4, c: Mas se o Henry tivesse cinco notas de cinco? É uma expressão algébrica, é ou, não é? E6, d: "Por dois, multiplica por dois..., isso é uma expressão?" E5, d: "Um copo de leite. Um copo de leite. Coisas. Organizar as coisas. Medidas. Dívidas. É o que? (...falando sobre o uso da Matemática). E2 d: Eu escolheria o primeiro que é cheio de coisa. O meu resultado eu fiz mais ou menos tentando botar o material para que pra mim faltava, e deu certo.</p>	Construir um caminho
CATEGORIA: POSTURA INVESTIGATIVA	
Unidades Constituintes	Unidades de Significado
<p>E4, a: Não pode deixar que falte nenhum espaço. E6, a: Não precisa. Botar rosa primeiro, tem que mover, marrom primeiro embaixo de rosa certo? Estou arrumando não.... É, eu acho que eu tive uma ideia, eu acho. A gente tira o marrom. Põe o rosa, aí. É raciocínio. E6, b: Torre de Hanói e a Matemática, entendi que: X número de peças igual a X número de movimentos, né! E6/E2, a: E a quantidade de peças influenciando os movimentos. Aqui é Álgebra, Matemática. É Álgebra, é Matemática, Álgebra tem Álgebra junto, né? E4, a: Uma de cada vez, não pode colocar uma maior em cima de uma menor E5, a: Põe o azul aqui em cima... Não dá para botar assim, se não ficar errado. Mas agora. E 3, a: Tira esse aqui, esse aqui vem pra cá, ó. ...embaixo do laranja, fazendo agora, é possível. Aham. Ai meu Deus, agora ... Quando a gente pensa que está acabando, a gente é se complica mais antes de veio aqui. Aqui vem aqui E 2, a: Pera aí, que aí vai um de cada vez. Uma de cada vez, oh, tem que ser esse aqui. Laura, isso tem que ser aqui. Espera, tem que ser. E1, c: Já tenho uma estratégia que vai passar demais.</p>	Desafios na busca de solução
<p>E2, b: Imagina 64 pecinhas? Como eles fizeram? E se nós começar assim? O dobro de três é seis mais um é sete. O dobro e o dobro de quatro? Alguém tem que contar. E6, a: Quanto mais vai montando, vai modificando, tipo, o número de peças. E2, b: Porque o 1 não é primo nem composto, então não pode ser. E3, b :Se nós pegarmos 2 ao quadrado dá 4, três ao quadrado da 9, se eu pegar 2 no expoente 3 dá 8, se eu pegar 2 no expoente 4, dá 16. Então só potência não serve, então vamos ter que fazer + alguma coisa ou menos alguma coisa.</p>	Caminhada: o que acontece se?
<p>E 2, b: Isso é Álgebra, quando misturamos letras, números. Agora vamos jogar varetas? Tem que tirar todos e não pode mexer as outras E6, a: O seguinte, este faço verde para cá, aí, aí, aí. A gente tem que colocar aqui. Como é que eu vou colocar o rosa? Não vou colocar assim também. Pode, é? Não sei... Então tá. E1, a: Quantos movimentos deu? Eu não contei, quais são as regras do jogo? E1, b: Cento e cinco de novo. Cento e cinco. As vermelhas valem dez, né? Sim. E essas dois valem vinte e cinco. E5: Tira esse aqui, esse aqui vem para cá, ó. ...embaixo do laranja, fazendo agora, é possível. Aham. Ai meu Deus, agora ... Quando a gente pensa que está acabando, a gente é se complica mais E 4: Tem que desmanchar tudo de novo, pra. Pra pôr o verde embaixo? E 2: Pera aí, que aí vai um de cada vez. Uma de cada vez, oh, tem que ser esse aqui. Laura, isso tem que ser aqui. Espera, tem que ser. É. E2: Meu Deus do céu. É melhor ficar tentando. E2: Alguma coisa aí que eu não estou? Não. Estou fazendo certo. 24 vocês já estavam? Sim, se não se perderam. Ter que ver agora, agora, agora. E 2, c: Não é oito vezes seis que dá quarenta e oito? E daí a gente tem que botar uma vírgula, daí vai sobrar, agora vírgula... Dois, que dá dezesseis. Quatro. Já. Agora.</p>	Avaliar e analisar