

**A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
RECORTES E CONTRIBUIÇÕES DE UM PROBLEMA GERADOR***PROBLEM-SOLVING METHODOLOGY:
EXCERPTS AND CONTRIBUTIONS FROM A GENERATING PROBLEM**LA METODOLOGÍA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:
RECORTES Y CONTRIBUCIONES DE UN PROBLEMA GENERADOR*LEOMAKES FRANCISCO SILVA BERNARDO¹BENILDO VIRGINIO DE SOUZA²ROGER RUBEN HUAMAN HUANCA³MARIA JOSEANE FELIPE GUEDES MACÊDO⁴**RESUMO**

Neste artigo, apresenta-se um estudo referente às contribuições de um problema gerador como ponto de partida para o ensino de função polinomial do 2º grau. Determinou-se, como problema de investigação: Como a Metodologia de Resolução de Problemas (RP) pode contribuir para a aprendizagem de função polinomial do 2º grau por intermédio da aplicação de um problema gerador? A metodologia de pesquisa teve um caráter qualitativo e interventivo, caracterizando-se como uma pesquisa participante, aplicando-se um problema gerador a fim de identificar e discutir acerca das contribuições da RP para o ensino de Matemática. Os sujeitos participantes foram os estudantes do primeiro ano do Novo Ensino Médio (NOEMI) de uma escola estadual localizada no município de Brejo da Madre de Deus, Agreste Pernambucano. Percebeu-se que o uso de tal Metodologia favoreceu e contribuiu para uma aprendizagem significativa, como também, ressignificou muitas das lacunas encontradas, promovendo assim, a compreensão crítica do conteúdo.

Palavras-chave: Problema Gerador; Resolução de Problemas; Função Polinomial do 2º Grau.

ABSTRACT

This article presents a study on the contributions of a generating problem as a starting point for teaching quadratic functions. The research problem was defined as follows: How can the Problem-Solving Methodology (PSM) contribute to the learning of quadratic functions through the application of a generating problem? The research followed a qualitative and interventionist approach, characterized as participatory research, in which a generating problem was applied to identify and discuss the contributions of PSM to mathematics teaching. The participants were first-year High School students from a public state school in Brejo da Madre de Deus, located in the Agreste region of Pernambuco. The findings indicated that this methodology fostered meaningful learning and reframed existing gaps, thus promoting a deeper and more critical understanding of the subject.

Keywords: *Generating problem; Problem-solving; Quadratic function.*

1 Doutor em Matemática (UNICAMP). Professor associado do Centro de Ciência e Tecnologia (CCT) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), Campina Grande, PB, Brasil. E-mail: leomaques@mat.ufcg.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-9268-4617>

2 Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGCEM) - (UEPB). Professor da Secretaria de Educação de Pernambuco (SEE), Brejo da Madre de Deus, PE, Brasil. E-mail: souza.v@aluno.uepb.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-3812-7923>

3 Doutor em Educação Matemática (UNESP/Rio Claro). Professor associado do Laboratório de Ciências Matemáticas (LCMAT) do Centro de Ciência e Tecnologia (CCT) da Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF), Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: ruben.huanca@uenf.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3733-9476>

4 Doutora em Matemática (UFPR/UMINHO). Professora associada do Departamento de Ciências Naturais, Matemática e Estatística da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), Mossoró, RN, Brasil. E-mail: joseane@ufersa.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6670-5893>

RESUMEN

Este artículo presenta un estudio sobre las contribuciones de un problema generador como punto de partida para la enseñanza de función polinómica de segundo grado. El problema de investigación se definió de la siguiente manera: ¿Cómo puede la Metodología de Resolución de Problemas (MRP) contribuir al aprendizaje de las funciones polinómicas de segundo grado mediante la aplicación de un problema generador? La investigación siguió un enfoque cualitativo e intervencionista, caracterizándose como una investigación participativa, en la que se aplicó un problema generador con el objetivo de identificar y discutir las contribuciones de la MRP a la enseñanza de las matemáticas. Los participantes fueron estudiantes de primer año de secundaria de una escuela pública estatal en Brejo da Madre de Deus, ubicada en la región Agreste de Pernambuco. Los hallazgos indicaron que esta metodología fomentó un aprendizaje significativo y reformuló las lagunas existentes, promoviendo así una comprensión crítica del contenido.

Palabras-clave: Problema generador; Resolución de problemas; Función polinómica de segundo grado.

INTRODUÇÃO

O surgimento dos problemas relacionados às equações do 2º grau ou função polinomial do 2º grau trouxe consigo a necessidade de “ferramentas” que auxiliassem na sua resolução. Tal, ânsia, contribuiu para o desenvolvimento da Álgebra, área muito importante da Matemática. Desde os primórdios da humanidade, o ser humano sentiu a necessidade de materializar os seus pensamentos, de maneira especial, o pensamento matemático. Segundo Roque (2012), consta em escritos da antiguidade, como *tabletes* e *papiros*, que tais descobertas, mesmo que primitivas, eram representadas por símbolos, que a sua época tinha um significado. No campo da Álgebra, por exemplo, problemas de áreas e de repartição eram registrados em forma de equações rudimentares, como no Papiro de *Rhind*, em que se utilizavam símbolos para indicar incógnitas e operações, antecipando a ideia de equações do 1º e do 2º grau.

Desde os Babilônios (por volta de 2000 a.C.), como apontam Eves (2004) e Ribeiro e Cury (2021), já se identificavam procedimentos aritméticos para solucionar situações que hoje reconheceríamos como equações do segundo grau, materializados em tabletes e papiros (Roque, 2012). No entanto, faz-se crucial destacar a limitação fundamental dessas descobertas, pois como pontuam os mesmos autores, elas careciam de generalização e de uma estruturação conceitual que as tornassem um conhecimento amplo e aplicável, permanecendo como casos particulares resolvidos por procedimentos específicos.

Quando os métodos puramente aritméticos e retóricos se tornaram insuficientes para uma representação mais ampla, despertou a curiosidade para a invenção de sistemas de numeração e, subsequentemente, para escritas matemáticas mais sofisticadas. A noção de equação surgiu nesse período com a ideia básica de igualdade entre coisas e objetos.

Nesse sentido, Ribeiro e Cury (2021) comentam que tanto babilônios quanto egípcios desenvolviam equações baseadas em problemas cotidianos, utilizando métodos essencialmente aritméticos para resolvê-las, igualando diferentes grandezas desconhecidas com o objetivo de determinar o valor da incógnita.

Nessa mesma perspectiva, Eves (2004) comenta que por volta do ano 2000 a.C. a aritmética babilônica evoluiu para uma álgebra retórica, potencializando descobertas que remetiam a algumas noções primitivas de funções polinomiais do 2º e 3º graus. Encontrou-se uma tábua que fornece resultados para quadrados e cubos de números inteiros de 1 a 30, e a sequência de valores para e correspondentes ao intervalo anterior. Poderíamos interpretar tal sequência, aos olhos da literatura

de hoje, Como duas funções $f(n) = n^2$ e $g(n) = n^3$. Porém, Ribeiro e Cury (2021) comentam que, assim como outros povos, essa descoberta dos babilônicos não remitia a dependência entre quantidades e servia apenas para alguns casos particulares, faltava uma generalização sobre tal conceito.

Roque (2012) complementa que a formalização do conceito de função, como entendemos atualmente, só ocorreu muito depois, com o desenvolvimento da Álgebra simbólica durante o Renascimento e a Idade Moderna. Esta lacuna histórica entre a descoberta de casos particulares e a construção de uma teoria generalizada parece espelhar um desafio persistente até os dias de hoje. Então, passa a ser um obstáculo fazer com que os estudantes transponham a barreira dos procedimentos mecânicos “*como a aplicação de fórmulas*” para a compreensão conceitual e a aplicação em contextos diversos. Sabe-se que independentemente de sua época, os problemas do 2º grau tiveram e têm um caráter importantíssimo, não só para a Matemática, mas também para outras áreas, como a Física no lançamento de projéteis e a Economia na determinação de máximos e mínimos em análises de lucro e custo.

Quando nos remetemos à sala de aula, o segundo autor pontua que alguns comentários e/ou questionamentos como “*professor, nós vamos estudar a fórmula de Bhaskara?*”; “*e essas letras na Matemática só atrapalham, era bom quando só tinha números*”; “*Matemática não tem nada a ver com o cotidiano*” são recorrentes. Estas falas revelam uma visão instrumental e fragmentada da Matemática, que ecoa uma fase historicamente procedimental, onde cada problema era um caso único. Elas sinalizam que os estudantes veem a disciplina como um conjunto de fórmulas a serem memorizadas e não como uma linguagem que utiliza as “*incógnitas e variáveis*” para modelar e generalizar situações do mundo real.

Diante desse distanciamento, surgiram os seguintes questionamentos centrais para essa pesquisa: Como aproximar nossos estudantes da Matemática dando significado prático ou não a ela? Como contribuir significativamente com a formação deles? Como torná-los protagonistas da sua trajetória em meio a essas salas de aula com aproximadamente 50 estudantes? Como fazê-los compreender seus achados, dando funcionalidades aos seus cálculos.

É importante salientar que existe uma grande lacuna entre a sala de aula e a realidade fora dela. Enquanto professor do Ensino Médio, o segundo autor pontua que é parte da nossa missão desmistificar que a Matemática é distante da realidade, apresentando assim, situações que por hora passariam despercebidas aos estudantes. A fim de estreitar essa visão, adotou-se como problema de pesquisa: *Como a Metodologia de Resolução de Problemas pode contribuir para a aprendizagem de função polinomial do 2º grau por intermédio da aplicação de um problema gerador?*⁵

É fato que nossos estudantes por vezes acham que problemas do 2º grau se resumem a aplicar a “*fórmula resolutiva de equação do 2º grau*”, o que de fato é um equívoco ingênuo. Nos cabe enquanto professor, desmistificar essa visão no ambiente de sala de aula, oportunizando assim, um ensino-aprendizagem mais significativo aos estudantes, ampliando seu campo de visão sobre tal tema.

Das abordagens possíveis para superar essa visão fragmentada e promover a almejada generalização, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP) se apresenta como uma alternativa consolidada. Esta escolha metodológica de ensino não é aleatória; ela se opõe diretamente ao ensino baseado na memorização de fórmulas, posicionando o problema como ponto de partida para a construção do conhecimento, tal como os problemas práticos foram a origem histórica do conceito.

⁵ Este estudo apresenta um refinamento de uma pesquisa desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

Nessa perspectiva, Onuchic e Allevato (2011, p. 41) afirmam que na Resolução de Problemas (RP) [...] “os estudantes devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos”, o que está em convergência com o desenvolvimento de competências previstas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), como

[...] para o desenvolvimento de competências que envolvem raciocinar, é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática. Embora todos esses processos presuponham o raciocínio matemático, em muitas situações são também mobilizadas habilidades relativas à representação e à comunicação para expressar as generalizações, bem como à construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado (Brasil, 2018, p. 529).

Dessa forma, este estudo articula como a MEAAMaRP pode ser uma estratégia pedagógica eficaz para conduzir os estudantes na generalização das soluções para equações quadráticas e na construção de significado matemático. Para tanto, analisa as barreiras pedagógicas que impedem essa generalização e examina brevemente o desenvolvimento histórico dessa busca pela generalização, demonstrando como a metodologia proposta alinha-se às diretrizes da BNCC para superar essas dificuldades.

A pesquisa foi guiada pelos pressupostos metodológicos de Allevato e Onuchic (2021), que subsidiaram a construção de uma sequência didática abordando a função polinomial do 2º grau, contudo, tal sequência não será objeto de discussão neste artigo; focaremos apenas na aplicação e nos resultados decorrentes do problema gerador.

Com relação à análise dos dados coletados, realizou-se uma amostragem dos escritos produzidos pelos grupos, os quais foram selecionados com base em uma pesquisa de campo. Vale salientar que participaram da pesquisa 29 grupos. No trato com os dados, apresentam-se comentários particulares a cada grupo da amostragem, buscando-se apresentar resoluções diversas nesses recortes.

A RELEVÂNCIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Quando delimitamos pesquisar a Resolução de Problemas no ensino de Matemática, levamos em consideração as diversas contribuições dessa metodologia de ensino para o transcorrer de todo o processo. Buscando elementos que referendassem a nossa escolha, o livro de Van de Walle intitulado “*Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula*”. O autor deste livro destaca razões importantes que podem ser adotadas na Resolução de Problemas como estratégia de ensino, pois ela:

- a) concentra a atenção dos estudantes sobre as ideias e em dar sentido às mesmas;
- b) fornece dados contínuos para avaliação que podem ser usados para tomar decisões educacionais e ajudar os estudantes a terem bom desempenho, mantendo os pais informados;
- c) possibilita um ponto de partida para ampla gama de estudantes;
- d) envolve os estudantes de modo que ocorre menos problemas de disciplina;
- e) desenvolve o “potencial matemático”;
- f) é muito divertida (Van de Walle, 2009, p. 59).

Essa perspectiva do autor alinha-se às ideias de George Polya (1995), que defendia a resolução de problemas como um processo heurístico e reflexivo, incentivando os estudantes a explorar, conjecturar e validar suas próprias estratégias.

De fato, a RP é uma abordagem que tem se mostrado eficaz e transformadora no ensino da Matemática. Essa metodologia não apenas promove o desenvolvimento de habilidades cognitivas, mas também fortalece a confiança e a motivação dos estudantes em relação à aprendizagem matemática. Ao trabalhar com problemas desafiadores e contextualizados, eles se tornam protagonistas em seu processo de construção do conhecimento, utilizando estratégias diversificadas e apropriadas para solucionar diferentes situações. Além disso, essa prática impacta positivamente os professores, que encontram na metodologia uma forma de ensino mais dinâmica e significativa.

Um exemplo prático dessa abordagem pode ser observado em um problema que “Uma empresa de delivery cobra uma taxa fixa acrescida de um valor por quilômetro rodado (caracterizando uma função afim), enquanto o consumo de combustível varia com a velocidade segundo uma função quadrática”.

Em consonância, Onuchic e Allevato (2011) destacam a importância dessa abordagem, evidenciando seus benefícios tanto para o desenvolvimento do pensamento matemático quanto para o engajamento dos estudantes. Assim, elas pontuam que

a) Resolução de Problemas desenvolve poder matemático nos estudantes, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos; b) desenvolve a crença de que os estudantes são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido, assim a confiança e autoestima dos estudantes aumentam. c) Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os estudantes desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios. d) A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os estudantes (Onuchic; Allevato 2011, p. 82).

Entretanto, é importante reconhecer que a implementação da MEAAMaRP pode enfrentar obstáculos, como a resistência de estudantes acostumados a métodos tradicionais ou a falta de formação específica dos professores. Superar esses desafios exige investimento em formação continuada e a construção gradual de uma cultura de investigação em sala de aula.

Apesar desses desafios, os benefícios da MEAAMaRP têm sido amplamente divulgados na literatura especializada. A importância dessa metodologia de ensino não exclui a relevância de outras. Dessa forma, diversas pesquisas envolvendo estudantes da Educação Básica (Barros; Justulin, 2020; Costa; Allevato, 2014; Goncalves; Allevato, 2020; Possamai; Silva, 2020) têm mostrado ao longo dos anos que a RP, quando bem trabalhada em sala de aula, tem contribuído bastante para o ensino colaborativo, crítico e reflexivo de Matemática.

No Brasil, um Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) consolidou-se como referência nacional na investigação e produção. Liderado pela Professora Lourdes de la Rosa Onuchic, o grupo contribui para o aprofundamento desses estudos, reforçando a perspectiva de que a MEAAMaRP não deve ser vista apenas como um método ou técnica de ensino, mas como um fundamento orientador da prática pedagógica no ensino de Matemática. Nesse sentido, Allevato e

Onuchic (2021) enfatizam que a RP transforma a sala de aula em um espaço de construção ativa do conhecimento, permitindo que os estudantes articulem conceitos matemáticos com situações práticas.

Essa perspectiva de ensino encontra respaldo nos documentos oficiais. Ao observarmos os documentos de caráter normativo, nota-se por exemplo, uma conexão da BNCC (Brasil, 2018) com essa metodologia, destacando que em uma de suas habilidades destinadas ao Ensino Médio, na abordagem com funções, enfatiza que o aluno deve: “(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para *resolver problemas* em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais” (Brasil, 2018, p. 536, grifo nosso). Assim, essa habilidade revela uma clara aproximação com os pressupostos defendidos pelo GTERP, pois convoca os estudantes a *modelar, analisar e interpretar situações-problema* a partir de conceitos matemáticos.

Dessa forma, evidencia-se que as concepções teóricas defendidas por Onuchic e Allevato estão em conexão com a BNCC, pois a grande maioria converge para a compreensão de que a RP é um eixo estruturante no ensino da Matemática, promovendo o desenvolvimento de competências essenciais, como análise crítica, validação de estratégias e aplicação prática dos conhecimentos em diferentes contextos.

A METODOLOGIA DE ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A MEAAMaRP tem se consolidado como uma abordagem eficaz para promover uma aprendizagem cada vez mais consolidada, alinhada às demandas dos documentos norteadores (Brasil, 2018) e aos pressupostos da educação matemática contemporânea. Esta abordagem diferencia-se do ensino *para* a resolução de problemas, onde os conceitos são apresentados primeiro e depois aplicados. A MEAAMaRP inverte essa lógica, e utiliza o problema como ponto de partida para a construção do conhecimento matemático. Segundo Allevato e Onuchic (2021), essa abordagem permite que os estudantes se engajem em situações desafiadoras, conectando conceitos matemáticos a contextos reais, o que contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico, do pensamento crítico e da autonomia.

Contudo, apesar de sua relevância nos documentos norteadores e nas diversas pesquisas em ensino de Matemática, sua implementação ainda constitui um desafio a ser superado, não por falta de valor metodológico, mas muitas vezes pelas crenças e formação docente pautadas em modelos tradicionais, pois essa percepção de ensino não está suficientemente nítida para alguns professores. Nesse contexto, Allevato e Onuchic (2021, p. 37) alertam que é “[...] inquestionável na formação escolar em todos os níveis de ensino, a forma de incorporá-la de modo a promover uma significativa e efetiva aprendizagem ainda não está clara para os professores de Matemática”. Não é de hoje, porém, que as evidências acumuladas vêm contribuindo para podermos superar tais obstáculos.

Sobre a RP, Huanca (2014) traz importantes reflexões, que delineiam o papel do professor como mediador, segundo ele

[...] o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas é importante. Ele nos oferece uma experiência em profundidade, uma oportunidade de conhecer e delinear as dificuldades, de conhecer as capacidades e limitações do conhecimento matemático que os estudantes possuem. O ensino *através* da Resolução de Problemas coloca ênfase nos processos de pensamento, nos processos de aprendizagem e trabalha os conteúdos matemáticos, cujo valor não se deve deixar de lado (Huanca, 2014, p. 71, *italico* nosso).

Dessa forma, o grande diferencial, como apontado tanto por Huanca (2014) quanto por Allevato e Onuchic (2021), está na mediação do professor para desencadear o processo de construção da aprendizagem, através da RP de forma intencional, sistemática e planejada, potencializando ao máximo as habilidades do estudante. É importante comentar que diferente do ensino tradicional, tal metodologia é antagônica aos meros processos de cópias e apenas reproduções de tarefas, sendo o estudante protagonista do processo.

O reconhecimento dessas características metodológicas tem motivado um crescente interesse acadêmico pela MEAAMaRP. Nesse contexto Huanca e Silva (2022) sintetizam avanços na área e comentam que ela tem sido bastante estudada e explorada. Nesse sentido, preceituam que

Muitas ideias associadas a essa abordagem, mudança nos papéis do professor, como promoção e seleção de problemas para o ensino, aprendizagem colaborativa, e problematização do currículo, têm sido extensivamente estudadas, resultado em respostas baseadas em investigações para várias questões frequentemente levantadas sobre Resolução de Problemas (Huanca; Silva, 2022, p. 4).

Aproximar a Matemática do cotidiano através dessa metodologia de ensino é colocar o estudante como responsável por uma parcela significativa da sua aprendizagem, ou seja, ser protagonista do seu próprio caminho. Nesse processo, é importante que eles encaram desafios, conjecturem caminhos de resolução, criem e validem hipóteses, busquem estratégias e materializem o conhecimento, tornando-o mais significativo e prazeroso.

Este desafio de implementação está intimamente ligado às crenças dos professores, conforme descrito por Onuchic e Huanca (2013), as crenças dos professores sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática abrangem suas perspectivas pessoais em relação às preferências e entendimentos sobre os métodos de ensino e o processo de aprendizagem dessa disciplina. Isso engloba suas concepções das atividades ideais de ensino em sala de aula, os comportamentos e atividades cognitivas envolvidas na aprendizagem da Matemática, bem como a definição de atividades de aprendizagem de Matemática consideradas apropriadas.

Nesse contexto, Onuchic e Allevato (2011, p. 95), destacam que o trabalho com a RP em pesquisas com estudantes e atividades de formação de professores tem “[...] favorecido significativos avanços na compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos e no aprimoramento da prática docente pelo professor”. Assim, a abordagem da MEAAMaRP tem como princípio fundamental colocar o estudante como o principal agente de sua própria aprendizagem. Para isso, o problema é estabelecido como ponto de partida ou problema gerador, a partir do qual o estudante, engajado em sua resolução, é capaz de construir novo conhecimento.

Nesse processo, o professor atua como mediador, orquestrando a discussão, incentivando a reflexão e promovendo por meio uma avaliação formativa que evidencia o progresso do aprendiz.

Esclarecendo esse conceito, Onuchic e Allevato (2021, p. 49) explicam que “esse problema inicial é chamado gerador, pois visa à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula”. Essa característica é fundamental, pois transforma o problema em uma ferramenta de descoberta, incentivando os estudantes a explorarem conceitos inéditos através de uma aprendizagem genuinamente ativa.

Essa concepção encontra respaldo em uma definição clássica de problema, que corrobora perfeitamente com o conceito de “*problema gerador*” que é dada por Van de Walle (2009, p. 57) que a define estabelece que um problema é definido “como qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método ‘correto’ específico de solução”. Assim, trata-se de uma questão posta em discussão, em que nenhum indicativo de resolução fica pré-estabelecido para os estudantes durante o processo de sua resolução.

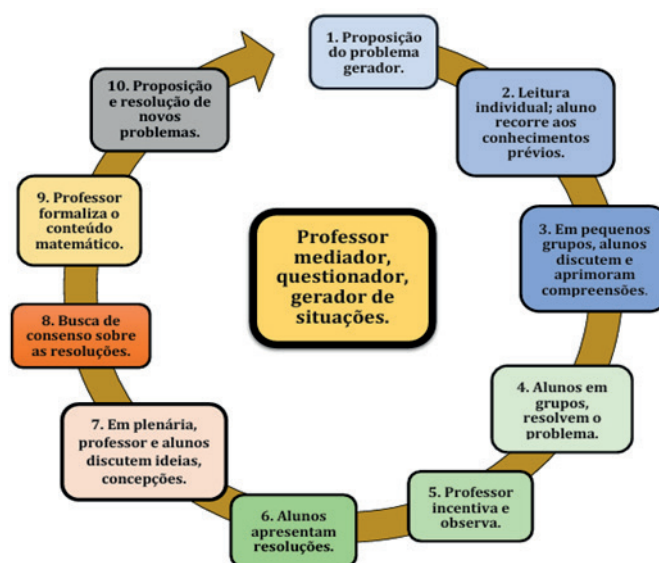
Complementando esse posicionamento e exemplificando a mudança no papel do professor, Gonçalves e Allevato (2020) acrescentam e discorrem que

Como o conteúdo matemático necessário à resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula, o professor pode propor atividades para a retomada de alguns conceitos que sejam relevantes para a resolução do problema proposto. Ao realizar essa dinâmica de aula, por meio dos organizadores prévios, o professor busca reativar significados fundamentais para a resolução do problema dando sentido ao novo conteúdo matemático (Gonçalves; Allevato, 2020, p. 64 - 65).

A partir do problema gerador, deve-se percorrer o roteiro de etapas elaborado por Onuchic e colaboradores, apresentado em Allevato e Onuchic (2021), o qual consiste em uma proposta de condução de aulas fundamentadas na MEAAMaRP, e se estrutura em dez etapas, como podemos observar na Figura 1.

Cabe ressaltar que as etapas propostas por Onuchic e Allevato (2021) materializam na prática os princípios teóricos discutidos. A Compreensão do Problema exige que os estudantes não possuam um método pronto, alinhando-se à definição de Van de Walle (2009). Já as etapas de *Mediação do Professor* operacionalizam o papel facilitador descrito por Huanca (2014), permitindo ao professor mapear o pensamento matemático da turma e promover a aprendizagem com significado e profundidade a respeito do conteúdo a ser estudado.

Figura 1 - Etapas da metodologia de ensino.



Fonte: Onuchic; Allevato (2021 p. 51).

As etapas metodológicas apresentadas na (Figura 1) foram estruturadas com o objetivo de otimizar e orientar o professor, proporcionando um direcionamento mais sistemático e eficiente. Representam uma possibilidade estruturada da Resolução de Problemas que visa garantir ao estudante o alcance dos resultados desejados. Em cada etapa, o professor assume um papel bem definido, mantendo sempre a autonomia dos estudantes para construírem seus próprios caminhos de resolução do problema gerador.

METODOLOGIA DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida no ano de 2023 pelo segundo autor, em sua própria prática docente, com três turmas do 1º ano do Novo Ensino Médio (NOEMI) de uma escola estadual do município de Brejo da Madre de Deus - PE; compostas, respectivamente, por 48, 49 e 45 estudantes. Desta forma, as turmas foram identificadas pelas letras A, B e C, enquanto os grupos por números de 1 a 10. Os 142 participantes foram organizados em 29 grupos, com até 5 estudantes, que mantiveram a mesma composição grupal durante toda a intervenção, sendo nomeados por códigos específicos, assim, a letra corresponde a turma e o número, a sua identificação naquela conjuntura. Para uma análise aprofundada, selecionou-se intencionalmente três grupos (um de cada turma) que apresentaram resoluções diversificadas e representativas para o problema proposto.

Utilizou-se como procedimentos para coleta de dados, a observação participante (Prodanov; Freitas, 2013) a partir dos registros no diário de campo das impressões do pesquisador sobre o processo de resolução, as discussões em grupo e as argumentações durante a plenária, além da coleta sistemática dos registros escritos produzidos por todos os grupos durante a resolução do problema gerador. Cabe destacar que a amostragem para análise aprofundada se pautou na seleção de casos que representassem a diversidade de estratégias e raciocínios empregados pelos estudantes.

PROCEDIMENTOS DE INTERVENÇÃO E COLETA DE DADOS

A intervenção pedagógica foi desenvolvida em seis aulas (50 minutos cada), divididas em duas etapas distintas. Na primeira, foram utilizadas duas aulas para *explicar o percurso metodológico* da RP, aplicar o *problema gerador* (Figura 2), trabalho em grupo e *plenária* para discussão das soluções e busca de *consenso*. No segundo momento, utilizaram-se quatro aulas e realizou-se a formalização do conteúdo de função quadrática com a demonstração de suas formas e resolução de problemas aplicados. Por fim, com a teoria formalizada, o problema gerador foi revisitado e resolvido analiticamente por meio do conceito de máximo e mínimo da função quadrática.

Quanto ao processo de aplicação do problema gerador, seguindo as recomendações de Allevato e Onuchic (2021), o professor abstém-se de direcionar os estudantes com algoritmos pré-estabelecidos. Cada um deles teve aproximadamente 2 minutos para uma leitura individual do problema antes de se reunir em seus respectivos grupos. Para as indagações dos grupos sobre o caminho a ser seguido, a resposta padrão do professor-pesquisador foi: “*Será que não existe outra resposta para o problema proposto?*” Com o intuito de fomentar a investigação e a argumentação sem direcionar a solução, como é recomendado na vivência dessa metodologia de ensino.

Por fim, estabeleceu-se como critérios para análise dos dados, que guiaram para analisar as produções escritas dos grupos e os registros de observação dos dados: a) mobilização de conhecimentos prévios associados ao problema; b) conjectura de uma solução (seja ela completa ou incompleta); c) domínio de algumas técnicas ou algoritmos básicos; d) construção de um modelo algébrico.

RESULTADOS E ANÁLISES

Esta seção apresenta e discute os resultados obtidos a partir da aplicação de um problema gerador, elaborado com o objetivo de verificar a consolidação de algumas habilidades do Ensino Fundamental Anos Finais. A intervenção, conduzida pelo segundo autor junto aos grupos participantes, foi planejada para incentivá-los a construir argumentos sólidos, justificando e explicando suas resoluções. A iniciativa justifica-se pela expectativa de que, na *transição do Ensino Fundamental para o Ensino Médio*, os estudantes possam desenvolver e ampliar parcial ou totalmente algumas competências e habilidades matemáticas essenciais.

Essa preocupação alinha-se às diretrizes de Brasil (2018), que preconiza o desenvolvimento do letramento matemático no Ensino Fundamental. Esse letramento compreende as capacidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, além de formular e resolver problemas em contextos diversos. Dessa forma, busca-se não apenas que os estudantes compreendam a relevância da Matemática para o mundo, bem como desenvolvam o raciocínio lógico e crítico.

Remetendo a essas premissas, foi elaborado e aplicado o problema descrito na Figura 2, cuja fotocópia foi distribuída a cada grupo.

Figura 2 - Problema gerador proposto.



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

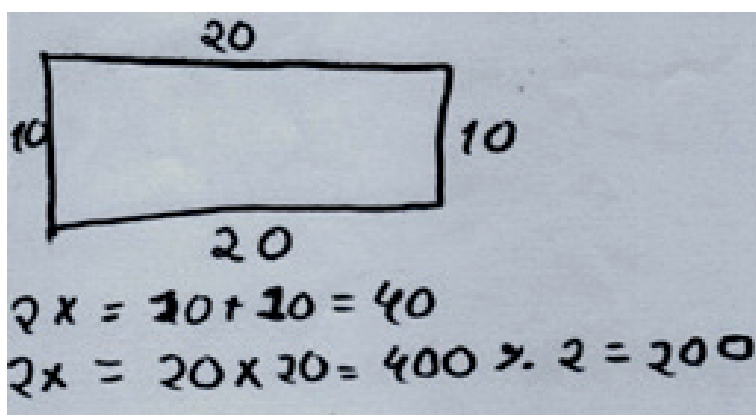
Os objetivos de aprendizagem atrelados a esse problema vão além do conteúdo específico. Como destacam, Silva *et al.* (2024, p. 69), o estudo da “função quadrática no EM, indica que seu *habitat* está associado às possíveis situações da vida real e das outras Ciências, seu nicho está relacionado à possibilidade de conjecturar, generalizar, argumentar por meio de representações e estratégias matemáticas”. Dessa forma, o problema foi concebido para reforçar a ideia de que a Matemática não é um saber somente abstrato e desconectado, mas também, uma ferramenta para interpretar e resolver problemas concretos.

Após a fase resolução individual dos grupos, deu-se início à plenária, etapa crucial da MEAAMaRP. Nesse momento, representantes de cada grupo foram convidados a socializarem suas ideias de resolução na lousa ou oralmente. Esse debate, orientado para a busca de consenso, mostrou-se extremamente rico, pois propiciou o surgimento de resoluções diversas e, muitas vezes, inesperadas, conforme se detalhará a seguir.

Com relação à importância dessa fase, Onuchic e Allevato (2021) afirmam que na plenária todos os estudantes devem ser convidados a discutirem as diferentes soluções registradas pelos demais colegas, defendendo seus pontos de vista e esclarecendo dúvidas. Desta forma, o objetivo foi identificar no processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação (Pironel; Onuchic, 2021) os elementos que contribuíram para uma aprendizagem com significado, afastando-se de uma avaliação meramente punitiva e valorizando o erro como parte do processo de aprendizagem.

Observa-se a resposta produzida pelo grupo C5, apresentada na Figura 3.

Figura 3 - Resolução grupo C5 do problema gerador.



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A análise da resolução do Grupo C5, à luz dos critérios estabelecidos, revela limitações significativas na *mobilização de conhecimentos prévios* básicos de perímetro e área, visto que o grupo não percebeu a necessidade de variar as dimensões. A *capacidade de conjecturar* mostrou-se limitada a uma única solução (10m por 20m), sem testar outras possibilidades ou buscar um padrão. O *domínio de técnicas básicas* evidenciou-se apenas no cálculo de área para um retângulo específico, sem aplicações sistemáticas para comparar diferentes cenários; por fim, a *construção de modelo algébrico* foi ausente, com a solução restringindo-se a um exemplo numérico sem qualquer tentativa de generalização. Essa limitação foi reconhecida pelos próprios integrantes durante o debate em plenária, quando perceberam tratar-se de um caso particular carente de argumentação matemática mais sólida para uma possível generalização.

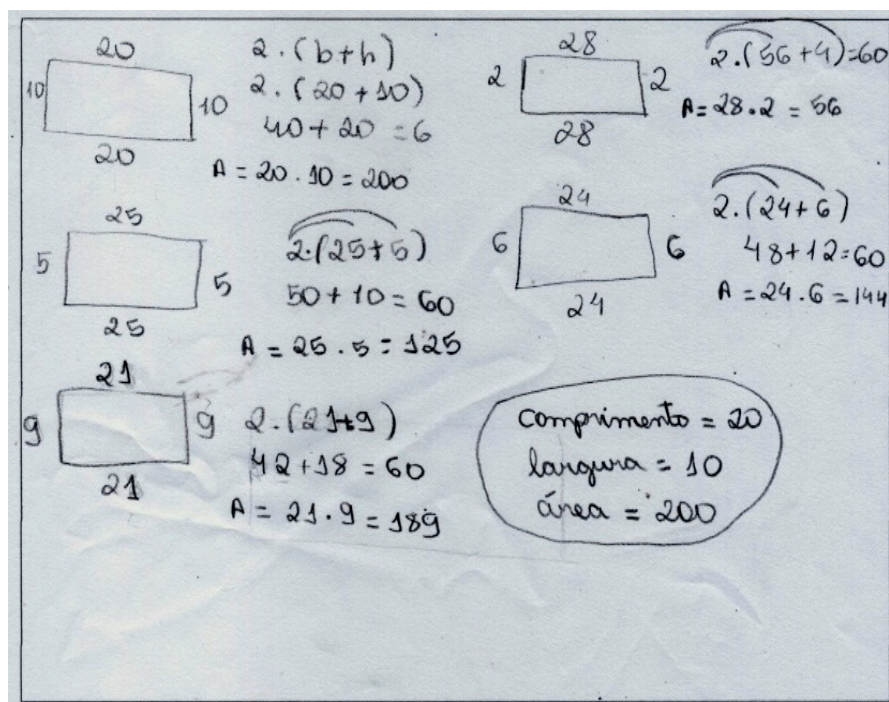
Essa situação ilustra a perspectiva defendida por Pironel e Onuchic (2021, p. 75), para quem o “o erro não é visto como algo negativo que deve ser eliminado do processo, mas como mais um elemento propulsor para a aprendizagem”. A interação mediada pelo professor durante a plenária foi fundamental para que o grupo ressignificasse sua própria produção, transformando um equívoco em uma oportunidade de aprendizagem.

A escolha de trazer esta solução evidencia o desafiador papel do professor como mediador, especialmente em um contexto pós-pandêmico⁶, onde defasagens de aprendizagem são mais evidentes. Esperava-se que ao menos o grupo tentasse múltiplas conjecturas. O fato de não o fazerem indica a necessidade de uma intervenção docente mais direta para instigar a exploração de diferentes possibilidades.

⁶ O termo em questão refere-se ao período posterior a pandemia mundial da Covid-19, que teve início em 11 de março de 2020.

Na Figura 4, apresentamos as anotações desenvolvidas pelo grupo B2, acerca do problema gerador.

Figura 4 - Resolução grupo B2 do problema gerador



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

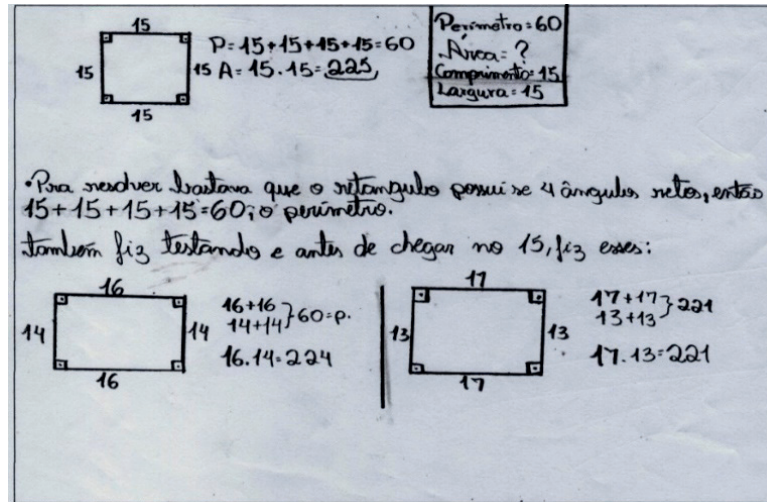
A resolução do Grupo B2 apresenta um avanço significativo em relação ao Grupo C5, revelando pela análise criteriosa que houve *mobilização de conhecimentos prévios* adequada, demonstrando clara compreensão do conceito de perímetro ao mantê-lo constante em 60m em todas as tentativas. Além disso, evidenciou a *capacidade de conjecturar* de forma ativa e sistemática ao testar múltiplas combinações de comprimento e largura (5x25, 10x20, 12x18, 14x16) e de calcular a área para cada caso, o que também comprovou *domínio de técnicas básicas* através da aplicação correta dos cálculos de área e perímetro em diversos exemplos. Na *construção de modelo algébrico* o grupo não avançou na elaboração de um modelo geral que representasse a área em função de uma das dimensões.

Durante a plenária, o segundo autor sugeriu aprimoramentos na representação dos retângulos (*cuidado maior com os desenhos*), como também, que se questionassem sempre sobre sua resposta (*verificar, validar*), além de uma maior atenção quanto à representação das unidades de comprimento, largura e área (m, m²).

Ressalta-se que, no desenvolvimento da atividade, foi possível revisitar conceitos fundamentais de área e perímetro, conteúdos trabalhados nos Anos Finais do Ensino Fundamental, reforçando a importância de retomadas conceituais no processo de aprendizagem e na construção de novos conhecimentos matemáticos.

Na Figura 5, trazem-se as anotações desenvolvidas pelo grupo A4, acerca do problema gerador.

Figura 5 - Resolução grupo A4 do problema gerador.



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A produção do Grupo A4 destaca-se pela sofisticação e organização, evidenciando a *mobilização de conhecimentos prévios* de forma integrada e consolidada ao relacionar corretamente perímetro, área e a variação das dimensões. A *capacidade de conjecturar* manifestou-se ativamente através do teste sistemático de hipóteses como “Vamos testar para 20 e 10...”, “Testando 18 e 12...” e registrando os resultados de forma organizada. O *domínio de técnicas básicas* ficou evidente na representação geométrica e argumentação escrita, justificando suas conclusões, enquanto a *construção de modelo algébrico* aproximou-se significativamente do esperado, uma vez que a tabela estruturada com dimensões e áreas correspondentes, buscando o valor máximo, constituiu um precursor forte da modelagem algébrica, embora não tenham escrito explicitamente a função. A conclusão “15x15” é a maior área é fruto de uma análise sistemática, sendo que durante a plenária, a capacidade de argumentação e justificação deste grupo foi evidente e serviu como referência para a discussão.

A postura do Grupo A4 converge plenamente com as ideias de Van de Walle (2009), para quem a Resolução de Problemas é fundamental para desenvolver o “potencial matemático” dos estudantes. Sua produção evidencia as cinco características defendidas pelo autor, como o fazer matemático (exploração), o raciocínio (lógica nas tentativas), a comunicação (registros claros), a conexão de ideias (relação entre dimensões e área) e a representação matemática (tabela e desenhos).

Um dos debates mais ricos da plenária surgiu de uma discussão conceitual crucial, a classificação do quadrado como um caso particular de retângulo. Ao se chegar à solução de lados por , alguns grupos argumentaram que não se tratava de um retângulo e sim de um quadrado. Por isso, foi importante a justificativa apresentada pelo grupo A4 que afirmava: “retângulo possui quatro ângulos retos”. Como mediador dos debates para se chegar a um consenso, coube ao segundo autor ressignificar o objeto de conhecimento “Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados”, retomando a habilidade (EF06MA20)⁷ do Ensino Fundamental.

⁷ Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles (Brasil, 2018, p. 302).

Este episódio evidencia a importância de constantemente retomar conceitos fundamentais, permitindo que os estudantes aprofundem e reorganizem seus conhecimentos, como previsto nas orientações para o Ensino Médio, em que Brasil 2018 (p. 471) destaca que no Ensino Médio os estudantes devem “*consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos*”, construindo uma visão mais integrada da Matemática.

A análise das produções e da interação em sala revela que o processo foi significativo. O papel do segundo autor como mediador, realizando questionamentos e provocações, foi crucial para guiar os estudantes da exploração aritmética (Grupos B2 e A4) em direção à generalização algébrica, que será apresentada a seguir.

DISCUSSÃO E IMPLICAÇÕES PEDAGÓGICAS

A análise das resoluções revelou duas limitações importantes com profundas implicações para a prática do segundo autor. A ausência de resolução algébrica pelos grupos, nem o mais avançado (A4), construiu espontaneamente o modelo algébrico próximo de $A(x) = x(30 - x)$. Isso evidencia que a generalização e a abstração necessárias para a resolução de problemas dessa natureza, antes da formalização são um salto cognitivo que não ocorre naturalmente para a maioria dos estudantes, demandando intervenção pedagógica explícita.

Já o conforto de resoluções no domínio discreto indica uma zona de conforto no domínio discreto e aritmético. Esta limitação pode impedir a compreensão plena de que se trata de uma função contínua cujo máximo não necessariamente ocorre em valores inteiros. Para futuras aplicações, é recomendável a proposição de problemas geradores cuja solução ótima envolva números não inteiros, forçando a ruptura desse paradigma.

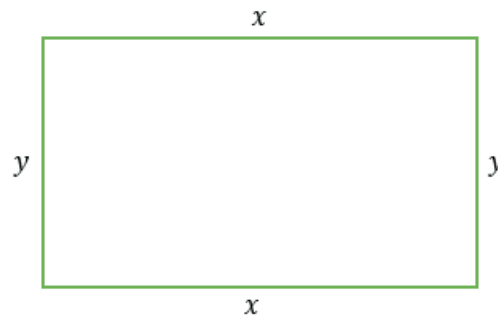
A ausência de um modelo algébrico (categoria d de análise) se mostrou um desafio, pois sua construção exigiria a formalização do conceito de função polinomial do 2º grau, um objeto do conhecimento posterior ao problema gerador proposto. Considerando essa progressão conceitual, o percurso metodológico foi planejado de forma espiral: a etapa 9 foi dedicada à introdução da função polinomial do 2º grau como ferramenta para modelar problemas de otimização, explorando suas propriedades para encontrar valor de máximo ou mínimo. Nesse momento, o problema gerador foi então retomado e resolvido algebricamente pelos grupos participantes, juntamente com algumas de suas variações, demonstrando como um problema gerador serve como motivação para a introdução de novos conceitos matemáticos.

Como visto, a limitação na modelagem algébrica foi superada na etapa 9 do estudo, onde se formalizou o conceito de função quadrática. O problema gerador foi, então, resolvido da seguinte forma, integrando e generalizando as explorações dos grupos.

Apresenta-se, a seguir, uma abordagem de resolução do problema gerador proposto e discutido nesse estudo.

Resolução - Sejam e e l as medidas do comprimento e da largura do terreno em questão, respectivamente. A Figura 6 a seguir apresenta uma representação geométrica do terreno.

Figura 6 - Resolução.



Do enunciado tem-se que o perímetro p vale $60m$, assim
 $p = 2x + 2y = 60$, ou seja, $x + y = 30$. Isolando y tem-se $y = 30 - x$. (I)

Por outro lado, a área de uma região retangular é dada por

Área do retângulo = base · altura, ou seja, a área será dada em função da medida dos lados

Logo,

$$A(x) = x \cdot y \text{ (II)}$$

Substituindo (I) em (II), obtemos

$$A(x) = x \cdot (30 - x) = -x^2 + 30x.$$

Como queremos a maior área possível, devemos ter $A(x)$ com valor máximo, ou seja, $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$.
 Como Δ é dado por $b^2 - 4ac$, temos $\Delta = 900$.

Daí, $y_v = \frac{-900}{-4} = 225$. Como as medidas estão em metros, a maior área possível será de $225m^2$.

A área será a maior possível quando o x assumir o valor x_v , isto é, quando $x = x_v = \frac{-b}{2a}$.
 Para este problema $x_v = \frac{-(-30)}{2(-1)} = 15$.

Consequentemente, obtemos $15m$ comprimento e $15m$ largura. Ora, o nosso terreno retangular é quadrado, um caso particular de retângulo.

Portanto, $x = 15m$, $y = 15m$ e $A(x) = 225m^2$.

A resolução formal apresentada representa uma das múltiplas abordagens possíveis para este problema. Ao longo deste estudo, observamos essencialmente três níveis de tratamento: a abordagem por tentativa específica (Grupo C5), a exploração sistemática (Grupos B2 e A4) e a modelagem algébrica (apresentada acima), que pode ser explorada em diferentes perspectivas (forma canônica, uso do cálculo diferencial, etc). Considerando essas diferentes perspectivas, pode-se perceber que

não existe uma maneira única de abordar e resolver problemas desse, cabendo ao professor então, adequá-las a sua realidade e ao nível de sua turma, ou até aprofundar as discussões com variações do problema.

Como destacou Gaigher; Souza e Wrobe, (2017, p. 46) “Problemas de Matemática costumam ser singulares, possuem mais de uma estratégia de resolução e reivindicarem todo o potencial instrumental matemático assimilado até então pelo resolvidor”. Dessa forma, a natureza desafiadora dos problemas matemáticos, enfatizando sua peculiaridade, a variedade de técnicas possíveis para resolvê-los e a necessidade de mobilizar todo o conhecimento matemático já adquirido, reforça que a MEAAMaRP vai além da simples aplicação de fórmulas, requerendo criatividade, raciocínio lógico e repertório por parte do resolvidor.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise das produções dos grupos revelou uma transformação significativa na postura dos estudantes, que demonstraram engajamento ativo, crítico e criativo durante o processo de resolução. A experiência pedagógica contribuiu efetivamente para a construção do protagonismo desses estudantes, evidenciando o potencial da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP).

A investigação confirmou que a prática pedagógica em sala de aula pode e deve ser potencializada a partir de investigações através da MEAAMaRP. Assim, os estudantes devem ser desafiados com situações-problemas antes, durante e ao final de cada conteúdo, todavia, precisam desejar realizá-las. Salientamos que o problema conduz o estudante a resgatar seus conhecimentos prévios, estabelecendo conexões entre diferentes habilidades, construir novas compreensões matemáticas.

Para compreender os desafios do trabalho em sala de aula, especialmente no contexto pós-pandêmico, a abordagem centrada na aplicação de um problema gerador mostrou-se uma estratégia promissora para ressignificar a aprendizagem matemática. Ao priorizar a reflexão sobre o processo de construção do conhecimento, em detrimento mera aplicação de técnicas, criou-se um ambiente propício para que os estudantes atribuíssem significado aos conceitos, conectando-os a situações reais e contextos significativos.

As reflexões postas nessa pesquisa visam ampliar a adesão de professores à *MEAAMaRP*, destacando que lacunas identificadas na construção de conceitos podem ser ressignificadas a partir da mediação intencional, exigindo estratégias que integrem contexto, abstração e análise crítica.

Espera-se que os estudantes, ao final de todo o percurso metodológico, desenvolvam uma postura mais ativa, crítica, autônoma e protagonista do conteúdo, fortalecendo atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos para resolver problemas em diversos contextos.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (orgs.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. São Paulo: Paco Editorial, 2021. p. 37-57.

BARROS, F. A. B.; JUSTULIN, A. M. Resolução de problemas do campo conceitual aditivo: uma análise das dificuldades e estratégias de estudantes do 5º ano do ensino fundamental. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 15, p. 230-251, 2020. DOI: <http://dx.doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n0.p230-251.id241>. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/132>. Acesso em: 10 fev. 2023.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 10 fev. 2023.

COSTA, M.; ALLEVATO, N. S. G. A escrita de (futuros) professores de matemática na resolução de um problema sobre o volume do cilindro. **Revista Educação em Questão**, v. 49, n. 35, p. 127-152, 2014. DOI: <https://doi.org/10.21680/1981-1802.2014v49n35ID5907>. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/educacaoem-questao/article/view/5907>. Acesso em: 10 fev. 2024.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2004.

GAIGHER, V. R.; SOUZA, M. A. V. F.; WROBEL, J. S. Planejamentos colaborativos e reflexivos de aulas baseadas em resolução de problemas verbais de matemática. **VIDYA**, v. 37, n. 1, p. 51-73, 2017. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/1929>. Acesso em: 22 ago. 2024.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2022.

GONÇALVES, R.; ALLEVATO, N. S. G. **Resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças**. Curitiba: CRV, 2020.

HUANCA, R. R. H. **A resolução de problemas e a modelização matemática no processo de ensino-aprendizagem-avaliação: uma contribuição para a formação continuada do professor de matemática**. 2014. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2014. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=378713. Acesso em: 24 jan. 2023.

HUANCA, R. R. H.; SILVA, A. F. Aprendizagem matemática colaborativa através da resolução de problemas e tecnologias digitais. **Revista de Educação Matemática**, v. 19, n. 1, p. 1-21, 2022. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/88>. Acesso em: 29 dez. 2022.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf>. Acesso em: 22 mai. 2023.

ONUCHIC, L. R.; HUANCA, R. R. H. A Licenciatura em Matemática: o desenvolvimento profissional dos formadores de professores. In: FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, B. L.; CARVALHO, A. M. F. T. (orgs.). **Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior**. Campinas: Papirus, 2013. p. 307-331.

PIRONEL, M.; ONUCHIC, L. R. Resolução de problemas: oportunidade de avaliação para a aprendizagem. In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (orgs.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. São Paulo: Paco Editorial, 2021. p. 59-80.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POSSAMAI, J. P.; SILVA, V. C. Comunicação matemática na resolução de problemas. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, p. 1-15, 2020. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/201>. Acesso em: 5 nov. 2024.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e função**. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SILVA, A. A. *et al.* Ecologia sobre a sobrevivência das praxeologias usuais para o ensino de função quadrática da educação básica ao ensino superior de 2005 a 2021. **VIDYA**, v. 44, n. 1, p. 59-78, 2024.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.