

## UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO DE MECÂNICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

### AN EXPERIENCE OF MECHANICS TEACHING THROUGH PROBLEM SOLVING

### UNA EXPERIENCIA DE ENSEÑANZA DE LA MECÁNICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

VALTER FIRMINO DA SILVA JUNIOR<sup>1</sup>  
BARBARA COROMINAS VALÉRIO<sup>2</sup>

#### RESUMO

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado que teve por objetivo investigar quais as contribuições que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode trazer para a aprendizagem dos estudantes. Norteadas pelas dez etapas propostas por essa Metodologia, foram realizadas três oficinas, em um curso pré-vestibular, e em cada oficina foi trabalhado um problema de mecânica, baseado em um objeto concreto. Após a realização das oficinas, concluiu-se a partir da análise dos registros das produções dos estudantes, dos questionários aplicados e das observações do professor pesquisador que essa Metodologia favorece a aprendizagem de conteúdos pelos estudantes, pois desperta uma postura investigativa e de resolução de problemas. Além disso, estimula o desenvolvimento de atitudes e habilidades, como comunicação e argumentação, pois os estudantes assumem um papel de protagonistas no processo de ensino-aprendizagem.

**Palavras-chave:** Trabalho em Grupo; Educação Matemática; Ensino de Física.

#### ABSTRACT

*This work is an excerpt from a master's research project that aimed to investigate the contributions that the Teaching-Learning-Evaluation Methodology for Mathematics through Problem Solving can do to student learning. Guided by the ten stages proposed by this Methodology, three classes were held in a pre-university course, and each class dealt with a mechanics problem based on a concrete object. After the classes, it was concluded from the analysis of the students' production records, the questionnaires applied and the observations of the research teacher that this Methodology favors the learning of content by students, as it awakens an investigative and problem-solving attitude. It also stimulates the development of attitudes and skills, such as communication and argumentation, because students take on a protagonist role in the teaching-learning process.*

**Keywords:** Group Work; Mathematics Teaching; Physics Teaching.

#### RESUMEN

*Este trabajo es un extracto de un proyecto de investigación de maestría que tuvo como objetivo investigar los aportes que la Metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de las Matemáticas a través de la Resolución de Problemas puede hacer al aprendizaje de los estudiantes. Guiados por las diez etapas propuestas por esta Metodología, se realizaron tres clases en un curso preuniversitario, y en cada clase se trabajó un problema de mecánica, a partir de un objeto concreto. Después de las clases, se concluyó, a partir del análisis de los registros, de los cuestionarios aplicados y de las observaciones del profesor investigador, que esta Metodología favorece el aprendizaje de contenidos*

<sup>1</sup> Mestre em Ciências pela Universidade de São Paulo (USP). Servidor público na Prefeitura de Guarulhos. E-mail: valtersilva@alumni.usp.br. ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-1039-9953>

<sup>2</sup> Doutora em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP). Professora do Departamento de Matemática do IME-USP. E-mail: barbarav@ime.usp.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9060-4841>

*por parte de los alumnos, pues despierta una actitud investigativa y de resolución de problemas. También favorece el desarrollo de actitudes y habilidades, como la comunicación y la argumentación, porque los alumnos asumen el papel de protagonistas en el proceso de enseñanza-aprendizaje.*

**Palavras-chave:** Trabajo en grupo; Enseñanza de las matemáticas; Enseñanza de la física.

## INTRODUÇÃO

Vivemos em uma economia global competitiva, em que se observa um avanço no uso de tecnologias digitais sem precedentes. Nesse cenário, há novos enfrentamentos com os quais as novas gerações precisam lidar e a forma tradicional de ensino, em que a memorização e a repetição são valorizadas, em geral não privilegia o desenvolvimento de habilidades e atitudes que passam a ser importantes na realidade atual.

Muitos estudantes reconhecem que a Matemática é importante, no entanto, poucos compreendem sua natureza. Para muitos, a Matemática é uma coleção de regras arbitrárias transmitidas pelo professor, cujo papel é guiar os estudantes no uso dos conceitos.

Orientações curriculares brasileiras e internacionais reforçam a necessidade de rever as práticas educacionais, destacando a importância de colocar o estudante como protagonista no processo de ensino-aprendizagem. O desenvolvimento da autonomia, criatividade e habilidades socioemocionais devem ser promovidas, e o professor deve favorecer um ensino para a compreensão, deixando de ser apenas um transmissor de conhecimentos e passando a ser um mediador no processo de ensino-aprendizagem.

Neste contexto, a Resolução de Problemas se apresenta como uma metodologia de ensino capaz de realizar esta transformação (Allevato; Onuchic, 2021; Van de Walle, 2009; NCTM, 2000). Ela pode ser uma valiosa ferramenta para o professor desenvolver o ensino em espiral, ao mesmo tempo em que incita as conexões de vários conceitos, tanto os já vistos, que serão retomados, quanto os novos, que serão adicionados ao repertório de conhecimento dos estudantes, além de estimular um papel ativo no processo de ensino e aprendizagem, fomentando um aprendizado de forma efetiva “Bons problemas dão aos alunos a chance de solidificar e ampliar o que sabem e, quando bem escolhidos, podem estimular a aprendizagem da matemática” (NCTM, 2000, p. 52, tradução nossa).

Resolver problemas é parte fundamental da Matemática em seus diferentes níveis. Muitas teorias e conhecimentos atuais da Matemática surgiram com a busca de se tentar resolver problemas específicos. Diante desse desenvolvimento natural da Matemática, é interessante fazer com que o aluno vivencie tal processo. Concordamos, portanto, que trabalhar com a Resolução de Problemas na escola de Educação Básica é uma oportunidade de tornar o ensino mais interessante para o estudante, favorecendo o aperfeiçoamento do raciocínio matemático e o desenvolvimento de habilidades e atitudes.

Neste trabalho investigamos como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (Morais; Onuchic, 2021; Allevato; Onuchic, 2021) pode contribuir para a aprendizagem dos estudantes. Para tanto, foram realizadas três oficinas em um curso pré-vestibular comunitário localizado em Guarulhos, Grande São Paulo. Nessas, foram trabalhados três problemas de mecânica, baseados em objetos do Museu Catavento<sup>3</sup> (nas oficinas 1 e 2) e da Matemateca<sup>4</sup> (oficina3).

<sup>3</sup> Museu de ciência e tecnologia do Estado de São Paulo. Website: <https://museucatavento.org.br/>.

<sup>4</sup> O Centro de Difusão e Ensino Matemateca do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade de São Paulo (USP). Website: <https://matemateca.ime.usp.br/>.

Assim, nesta pesquisa, pretendemos responder à seguinte pergunta: Quais as contribuições que o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP) pode trazer para o aprendizado dos alunos? Para essa discussão, apresentamos elementos essenciais da Resolução de Problemas como metodologia de ensino, culminando na MEAAMaRP. Em seguida, delineamos os procedimentos metodológicos e apresentamos a experiência de ensino realizada. Por fim, com base nas atividades desenvolvidas pelos estudantes, nos questionários aplicados e nas observações do professor investigador, um dos autores deste trabalho, apresentamos as análises feitas e, após, as considerações finais.

## A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA MATEMÁTICA

A necessidade de resolver problemas remonta a um período bem antigo da civilização. Apesar disso, a resolução de problemas surge como organização para a sala de aula na primeira metade do século XX, nos Estados Unidos (Morais; Onuchic, 2021).

As pesquisas do psicólogo norte-americano Eduard Lee Thorndike trouxeram importantes contribuições para a teoria de resolução de problemas, em seu livro *Os Novos Métodos na Aritmética*<sup>5</sup>, publicado em 1921, os problemas passam a ter um papel de destaque no ensino da Matemática “é dada atenção ao significado dos questionamentos levantados pelo problema e à forma como as respostas a esses questionamentos se relacionam com a Aritmética da vida real.” (Morais; Onuchic, 2021, p. 23). No entanto, apenas com George Polya, que a Resolução de Problemas se constitui como teoria. Em 1945, Polya publica o famoso livro *A arte de resolver problemas*<sup>6</sup>, em que apresenta uma sequência de quatro fases para resolver um problema. Nos anos que se seguiram, muitas pesquisas foram realizadas, apresentando a Resolução de Problemas como abordagem de ensino. Apesar disso, como estratégia de ensino, ela começou a marcar presença no currículo escolar norte-americano apenas no pós Movimento da Matemática Moderna, a partir da década de 1980.

Apesar de todas as pesquisas e publicações, o uso da Resolução de Problemas como foco da Matemática escolar ainda não tinha sido implementado de forma satisfatória. Segundo Morais e Onuchic (2021, p. 31), Schroeder e Lester, em *Desenvolvendo a Compreensão na Matemática via Resolução de Problemas de 1989*, apresentaram três possíveis abordagens de resolução de problemas: “(1) ensinando sobre resolução de problemas, (2) ensinando para resolver problemas, (3) e ensinando via resolução de problemas”. Ensinar sobre resolução de problemas, trata-se de apresentar técnicas ou procedimentos para resolver problemas, bem como o aspecto heurístico. Trabalhar com o método das quatro etapas proposto por Polya ou com alguma variação desse, enquadra-se nesse item. Ensinar Matemática para resolver problemas, concentra-se no ensino de Matemática voltado para resolver problemas, ou seja, trata a Matemática como ferramenta para a resolução de problemas, em que o foco está na matemática e não na resolução de problema. Em ensinar Matemática via resolução de problemas, aborda-se a Matemática e a resolução de problemas simultaneamente. Assim, a abordagem começa com uma situação-problema, e conceitos e habilidades Matemáticas são desenvolvidos durante a resolução do problema.

Outro marco importante para a implantação, sistematização e divulgação da Resolução de Problemas, foi a publicação do NCTM 2000.

5 *The New Methods in Arithmetic*.

6 Título em inglês: *How to solve it: a new aspect of mathematical method*.

Resolver problemas não é apenas uma meta da aprendizagem matemática, mas também um modo importante de fazê-la [...] A resolução de problemas é uma parte integrante de toda a aprendizagem matemática e, portanto, não deve ser apenas uma parte isolada do programa de matemática. A Resolução de Problemas em Matemática deve envolver todas as cinco áreas de conteúdo descritas nestes Padrões. [...] Os bons problemas integrarão múltiplos tópicos e envolverão a matemática significativa. (NCTM, 2000, p. 52, tradução nossa).

No Brasil, desde 1990, já há estudos sobre resolução de problemas na matemática. Nas orientações curriculares oficiais já constavam elementos recomendando o uso da resolução de problemas, e mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) também faz referência quanto à sua importância no processo de ensino e aprendizagem na Educação Básica.

Neste cenário, Allevato e Onuchic (2021) dedicam-se a pesquisar sobre o uso da Resolução de Problemas em sala de aula e propõem a MEAAMaRP, a qual norteia o trabalho da presente pesquisa.

A MEAAMaRP consiste em organizar as atividades seguindo dez etapas: 1. Proposição do problema gerador; 2. Leitura individual; 3. Leitura em conjunto; 4. Alunos em grupos resolvem o problema; 5. Professor incentiva e observa; 6. Alunos apresentam resoluções; 7. Plenária; 8. Busca de consenso sobre as resoluções; 9. Formalização do conteúdo; 10. Proposição e resolução de novos problemas (Allevato; Onuchic, 2021). A seguir, descrevemos cada etapa, conforme dinâmica proporcionada.

Na etapa 1, ocorre a proposição de um problema gerador pelo professor aos alunos ou pelos próprios alunos. É relevante iniciar com a proposição do problema gerador, porque no dia a dia somos confrontados com situações-problemas e temos que propor soluções, não apenas no ambiente de trabalho, mas na vida, em muitas situações. Logo, permitir que o estudante vivencie o enfrentamento de um problema é prepará-lo para essa realidade.

Na etapa 2, os alunos fazem a leitura do problema de forma individual e já começam a refletir sobre o problema, recorrem aos conhecimentos prévios. Nela os estudantes desenvolvem concentração, habilidades de leitura e interpretação de texto. E, ainda, recorrem e mobilizam os seus conhecimentos prévios para discutir com os colegas a solução do problema em grupo nas próximas etapas.

Na etapa 3, os alunos são divididos em grupos pequenos e começam a discutir sobre o problema, compartilhando suas ideias e conhecimentos individuais. Na etapa 4, os alunos resolvem o problema em grupos. Nessas duas etapas, os estudantes desenvolvem habilidades de trabalho em grupo, como comunicação, saber ouvir e dialogar, argumentação, colaboração, compartilhamento de ideias e liderança em busca do objetivo comum de resolver o problema. Aprimoram ainda a capacidade de análise e síntese.

Na etapa 5, o professor medeia, orienta e incentiva o trabalho dos alunos; na prática, essa etapa ocorre também de forma concomitante com as demais. O professor conduz o desenvolvimento da atividade, dialoga e questiona os estudantes, orienta, incentiva e observa. Embora o foco do desenvolvimento das atividades esteja nos alunos, que exercem um papel ativo, o professor nesta abordagem também é importante para o bom andamento desta metodologia de trabalho de ensino e aprendizagem.

Na etapa 6, cada grupo apresenta suas resoluções e raciocínios para toda a turma. Nessa etapa, os alunos desenvolvem e aprimoram sua habilidade de comunicação, ao expor para toda a turma o que pensaram para resolver o problema. Novamente, mobilizam as capacidades de análise e síntese.

Na etapa 7, o professor e os alunos discutem em plenária as ideias surgidas durante as apresentações e resoluções dos estudantes. Na etapa 8, o professor e os alunos buscam um consenso

das ideias mais corretas que surgiram nas resoluções. Nessas duas etapas, o professor conduz o diálogo em plenária na discussão das ideias e busca pelo consenso de soluções. Isso é importante, já que se busca entender os acertos e equívocos mais comuns que apareceram durante as resoluções e consolidar as ideias e conceitos principais.

Na etapa 9, o professor formaliza uma solução para o problema gerador e o conteúdo teórico envolvido no problema. Ela é a que mais se assemelha às aulas tradicionais de Matemática, uma vez que o professor faz uma exposição, seguindo a formalização do conteúdo matemático que embasa a solução do problema e apresenta uma solução formal para o problema. É uma oportunidade para os alunos se apropriarem de novos conteúdos Matemáticos e/ou consolidarem seus conhecimentos prévios de forma mais rigorosa e de tomarem ciência das notações adequadas, ou seja, da linguagem Matemática relacionada ao conteúdo abordado.

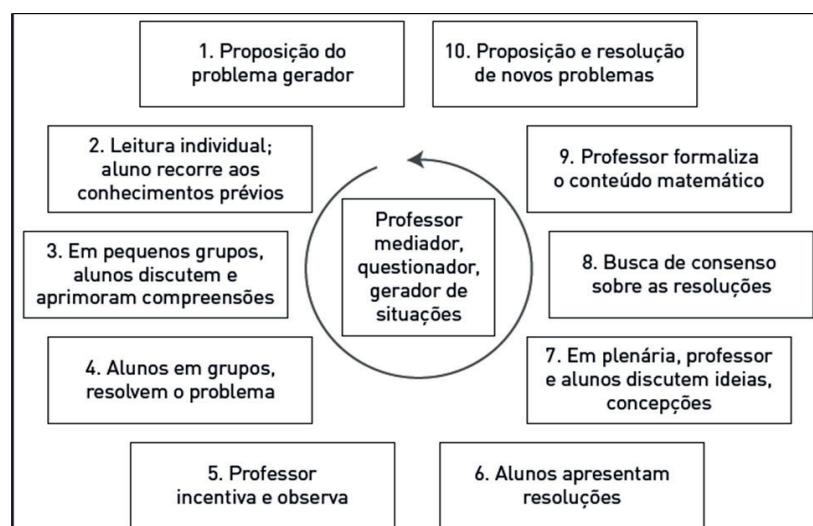
Na etapa 10, são propostos e resolvidos novos problemas correlatos e/ou com a variação de alguns parâmetros e, a partir daí, pode-se retornar à etapa 1, com esses novos problemas, e seguir as demais etapas na ordem e de forma cílica, se houver tempo suficiente.

Destaca-se que, nesta Metodologia, o professor inicia o trabalho de sala de aula com a proposição de um problema aos alunos na etapa 1, e a apresentação da teoria Matemática, que embasa esse problema, vai aparecer formalmente apenas na etapa 9. Dessa forma, o trabalho não segue a ordem das aulas tradicionais de Matemática, em que o professor primeiro apresenta a teoria para em seguida apresentar exemplos, exercícios e problemas relacionados a esse conteúdo teórico. O papel do professor nesta Metodologia é de mediar, orientar e conduzir o desenvolvimento das atividades.

Outro aspecto importante é que o estudante é convidado a buscar os conhecimentos que já possui, pois o ponto de partida desta abordagem não é o conhecimento do professor, como ocorre na abordagem tradicional. “As lições eficazes começam onde os alunos estão, e não onde os professores estão. Isto é, ensinar deve começar com as ideias que as crianças já possuem - as que serão usadas para criar novas ideias” (Van de Walle, 2009, p. 58). Além disso, levar em consideração os conhecimentos prévios dos alunos é, de certo modo, um respeito ao alunado.

Na Figura 1, apresentamos um esquema que sintetiza o desenvolvimento da Metodologia.

**Figura 1** - Esquema com as dez etapas da MEAMaRP.



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51).

Segundo Allevato e Onuchic (2021) com essa metodologia os estudantes têm oportunidade de desenvolverem o letramento Matemático, que segundo a BNCC (Brasil, 2018, p. 266) é entendido como a manifestação de

[...] competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.

Dessa forma, o foco da aula muda do professor para o aluno, que passa a desenvolver um papel ativo na resolução de problemas, promovendo o “desenvolvimento de processos sofisticados de pensamento matemático” (Allevato; Onuchic, 2021, p. 53).

Na próxima seção é exposto como desenvolveu-se este trabalho do ponto de vista procedural e como foi interpretada e planejada a MEAMARP a fim de aplicá-la nas oficinas.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa foi desenvolvida por meio de abordagem qualitativa na forma de um experimento de ensino que consistiu na realização de três oficinas, com duração de 2h20 minutos cada, com uma turma de um curso pré-vestibular comunitário, localizado em Guarulhos, Grande São Paulo.

Nas Oficinas 1 e 2, trabalhou-se com problemas de mecânica baseados em objetos do Museu Catavento que abordam problemas de cinemática e dinâmica, respectivamente. Na Oficina 3, o objeto selecionado faz parte do acervo da Matemateca<sup>7</sup> e aborda um problema de sistema de partículas. Os objetos do Museu Catavento foram selecionados devido ao seu potencial didático, além disso, foram objetos que chamaram a atenção dos alunos durante uma visita ao museu organizada pelo cursinho. O objeto da Matemateca foi selecionado por ser um objeto que geralmente intriga quem o vê pela primeira vez.

No desenvolvimento das oficinas foram seguidas as dez etapas da MEAMARP. Para isso, elaborou-se um plano para execução, tal como apresentado no Quadro 1, e um cronograma para orientar a implementação, em que constava o tempo previsto para a realização de cada etapa, com o objetivo de orientar o professor pesquisador para que todas as etapas fossem cumpridas no tempo disponível para a aula.

**Quadro 1** - As dez etapas da MEAMARP e detalhamento para executá-la.

Etapa	Detalhamento/Descrição
1. Proposição do problema gerador	Projeção de tela ou material impresso entregue aos alunos com o problema gerador.
2. Leitura individual	Alunos fazem leitura individual e pensam em respostas para o problema proposto no item anterior.
3. Em pequenos grupos alunos discutem	Divisão e discussão dos alunos em grupos, que foram nomeados de G1, G2, G3, ..., G10.
4. Alunos em grupos resolvem o problema	Os alunos resolvem o problema em grupo.

<sup>7</sup> Cone que sobe a rampa, fotografias. [201-]. Acervo da Matemateca. Disponível em: [https://matemateca.ime.usp.br/acervo/cone\\_sobe\\_rampa.html](https://matemateca.ime.usp.br/acervo/cone_sobe_rampa.html). Acesso em: 8 mar 2025.

5. Professor incentiva e observa	O Professor anda pela sala, acompanha o desenvolvimento das resoluções, tira dúvidas e faz perguntas complementares ou comentários para apoiar os alunos, sem indicar respostas. Na verdade, este passo não é feito apenas neste momento, ele ocorre também em todas as etapas anteriores, da etapa 1 a 5.
6. Alunos apresentam resoluções	Alguns grupos apresentam a resolução para toda a turma. Ações do professor durante esta etapa: - Faz anotações relativas às exposições de cada grupo para discutir nas etapas 7 e 8. - Quando cada grupo terminar sua exposição, pergunta se alguém quer fazer perguntas ao grupo.
7. Em plenária, professor e alunos discutem ideias	Em plenária, professor e alunos discutem as ideias surgidas. O professor busca ligações e tecê comentários sobre as ideias que apareceram.
8. Busca de consenso sobre as resoluções	Professor e alunos discutem quais soluções foram mais corretas.
9. Professor formaliza conteúdo matemático	O professor formaliza uma explicação (com ênfase no conteúdo de matemática e mecânica), fazendo uso da lousa, de uma solução para o problema gerador e suas associações.
10. Proposição e resolução de novos problemas	São propostos e resolvidos novos problemas.

Fonte: construção dos autores.

Na coluna Etapa, do Quadro 1, foram listadas em ordem as dez etapas da MEAMARP, conforme Allevato e Onuchic (2021), e na coluna Detalhamento/Descrição consta a interpretação dada a cada etapa da metodologia, como foi planejada e colocada em prática em cada oficina.

Neste trabalho apresentaremos a dinâmica desenvolvida na Oficina 1, visto que o plano de execução e o cronograma proposto, permitiram que a dinâmica obtida nas três oficinas fosse semelhante. Uma descrição detalhada das outras oficinas, bem como a pesquisa original na íntegra, podem ser encontradas em (Silva Júnior, 2024). Na Oficina 1, foi trabalhado o objeto “Bolinha lançada do trem”, do Museu Catavento, que consiste em um pequeno trem que percorre um trilho retilíneo, de aproximadamente 3 m de comprimento. Uma vez acionado o botão para início do movimento do trem, ele parte de um extremo do trilho, vai até o outro extremo e depois retorna à sua posição inicial, esse trajeto é realizado em aproximadamente 15s. Quando o trem passa pela posição central do trilho, tanto na ida quanto na volta, ele lança para cima uma bolinha que descreve uma trajetória parabólica, de altura de aproximadamente de 25 cm acima do trem, e cai de volta no trem enquanto este ainda está em movimento. Na Figura 2 é ilustrado esse objeto. Na atividade, concentrou-se o olhar para esse objeto a fim de explicar por que a bolinha cai de volta no trem e estudar sua trajetória.

**Figura 2** - Bolinha lançada do trem.



Fonte: acervo da pesquisa.

Na Oficina 1 havia 50 alunos, que foram divididos em dez grupos, nomeados de G1, G2, G3, ..., G10. Os mesmos grupos foram mantidos nas três oficinas, apesar de algumas ausências terem ocorrido nas duas oficinas seguintes. Inicialmente, na oficina, foi exibido um vídeo, gravado pelo professor pesquisador, do objeto do Museu Catavento, ilustrado na Figura 2. Em seguida, foram aplicadas e seguidas as dez etapas da MEAMaRP, tal como apresentado no Quadro 1, empenhando-se para seguir seu cronograma.

Durante a realização das oficinas, foram feitas anotações do desenvolvimento das atividades, a fim de subsidiar as análises posteriores da pesquisa. As intervenções foram anotadas com o maior detalhamento possível e, logo após a realização delas, novas anotações foram feitas para complementar as anotações anteriores com o objetivo de tentar reproduzir com uma maior fidelidade o que ocorreu. O registro de como desenvolveu-se a Oficina 1, com essas informações, está descrito na próxima seção.

Com o intuito de organizar as informações coletadas, foi criada a seguinte legenda para os registros: Gxp - Pergunta do grupo x; Gxc - Comentário do grupo x; ApyGx - Apresentação de ordem y do grupo x. Esta legenda também será usada na próxima seção.

Ao final de cada oficina, os alunos foram convidados a responderem a um questionário de avaliação das atividades. Com esses questionários, tinha-se como objetivo colher informações sobre a avaliação dos alunos sobre a estratégia de ensino-aprendizagem empregada, especialmente sobre a MEAMaRP, a fim de complementar as análises sobre a abordagem aplicada.

Na próxima seção apresentamos a experiência de ensino realizada na Oficina 1 segundo as dez etapas da MEAMaRP, além da descrição das interações entre o professor pesquisador e os grupos de alunos.

## **POR QUE A BOLINHA CAI DE VOLTA NO TREM?**

Inicialmente, na Oficina 1, foi exibido à turma, em projeção de tela, o vídeo do objeto “Bolinha lançada do trem” (Figura 2) gravado pelo professor pesquisador. O objeto já tinha sido visto pelos alunos durante a visita ao museu, então, o vídeo serviu para relembrar a experiência. A seguir descrevemos como ocorreu a oficina identificando as dez etapas da MEAMaRP.

### **1. Proposição do problema gerador**

Após os alunos verem três vezes o vídeo, foi projetado em tela o problema gerador:

*Por que a bolinha cai de volta no trem?*

O problema proposto foi aberto (Ponte, 2005), não trazendo indicação de quais conceitos matemáticos ou físicos seriam necessários para resolvê-lo, com o intuito de que os alunos fizessem suas próprias conjecturas. De forma complementar, com o objetivo de eventualmente auxiliar os alunos a responderem o problema gerador, também foram elaboradas as seguintes perguntas secundárias: Como descrever o movimento da bolinha? Qual é a trajetória? Qual curva?

## 2. Leitura individual

Os alunos fizeram a leitura do problema individualmente e começaram a refletir sobre a sua solução. Durante esta etapa já surgiram os seguintes questionamentos dos alunos.

*Questionamento de aluno:* Tem ar ou vácuo no espaço em volta do trem?

Para chegar a uma resposta a essa pergunta, o professor pesquisador e os alunos reviram o vídeo do objeto e perceberam que havia uma estrutura transparente, provavelmente de material acrílico, externamente ao objeto. Logo, concluíram que essa estrutura servia apenas para proteção do objeto, e não para criar um vácuo dentro da estrutura e no entorno do objeto; então, havia sim ar em volta do trem. Contudo, para efeito prático, pode-se desprezar a resistência do ar, pois nessa situação ela não influenciava significativamente no movimento.

*Questionamento de aluno:* A aceleração é zero?

O vídeo foi exibido novamente, mais três vezes a pedido dos alunos.

## 3. Em pequenos grupos, alunos discutem e aprimoram compreensões

Foi solicitado aos alunos que se dividissem em grupos, sendo formados dez grupos de 5 alunos, em média. Foi entregue uma folha com a identificação para cada grupo: G1, G2, G3, ..., G10, que foi dobrada em formato de um prisma e colocada no centro da mesa do grupo, que permitiu ao professor pesquisador identificar as contribuições feitas pelos alunos. Os alunos começaram a discutir e novas perguntas surgiram:

*G5p:* A velocidade é constante? A trajetória é uma parábola?

*G8p:* É por causa da inércia?

## 4. Alunos em grupos resolvem o problema e 5. Professor incentiva e observa

Nestas duas etapas concomitantes, enquanto os alunos resolviam o problema em grupo, o professor pesquisador ficou andando pela sala à disposição deles para orientá-los e incentivá-los. Surgiram os seguintes comentários.

*G3c:* A velocidade da bolinha e a do trem é a mesma.

*O professor perguntou ao grupo:* Qual a curva da bolinha?

*G4c:* O movimento é o lançamento oblíquo. Explicaram que se a bolinha não fosse para frente o trem avançaria e a bolinha cairia fora dele.

*G1c:* Falaram do princípio da inércia.

*O professor comentou:* Na horizontal o princípio da inércia é válido.

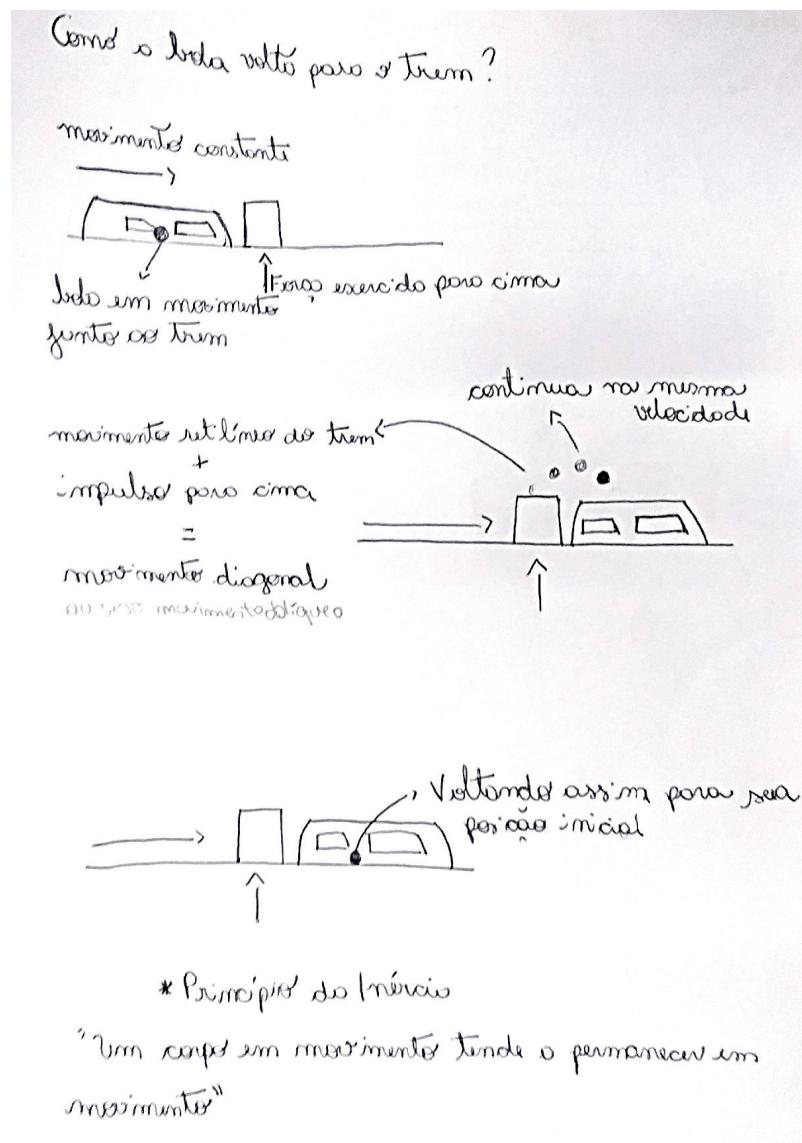
*G5c:* Mostraram desenhos de parábolas que haviam estudado com outro professor de matemática, fizeram associação entre o gráfico de funções do 2º grau e a trajetória da bolinha.

*G7c:* Falaram que o problema está relacionado às leis de Newton e parábola, mas que precisariam de cálculos para justificar o movimento. Explicaram que a bolinha vai para frente, sobe e cai.

*O professor ponderou:* Gesticulou com a mão que uma trajetória como um "V" de ponta cabeça também satisfaz ao que eles disseram, mas percebe-se que não é essa a trajetória da bolinha. Então, precisam caracterizar melhor essa trajetória.  
*G10c:* Também falaram que o problema está relacionado à lei da inércia e fizeram um desenho, reproduzido na Figura 3.

Na Figura 3 os alunos do G10 analisaram o movimento do trem e da bolinha e fizeram três desenhos: o primeiro antes da bolinha ser lançada do trem, o segundo logo após a bolinha ser lançada do trem e o terceiro assim que a bolinha retorna ao trem. A partir disso, concluíram que a bolinha executa um movimento oblíquo ao ser lançada do trem. Por fim, justificaram isso enunciando o princípio da inércia.

**Figura 3** - Solução no papel do G10 na oficina 1.



Fonte: acervo da pesquisa.

## 6. Alunos apresentam resoluções

Após os alunos terem trabalhado na resolução do problema, pediu-se para os grupos que se voluntariassem para apresentar o que haviam pensado. Nesta oficina, oito grupos apresentaram suas resoluções. No Quadro 2 são apresentadas as anotações feitas pelo professor pesquisador sobre as falas dos grupos. Ao final de cada apresentação, o professor pesquisador perguntou se alguém tinha algum comentário ou pergunta, mas não houve manifestações.

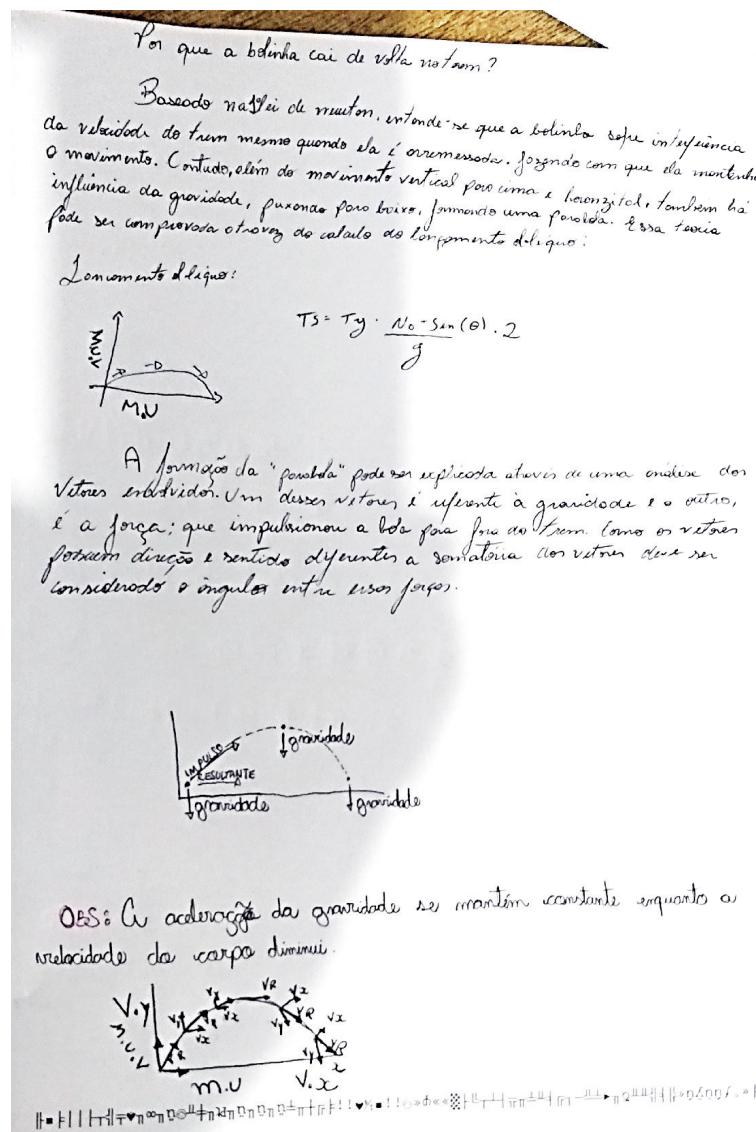
**Quadro 2** - Apresentação das resoluções dos grupos na Oficina 1.

Apresentação	Descrição
Ap1G5	Falaram que: - Havia conservação da velocidade. - A trajetória é diferente quando vista num referencial da Terra ou do trem. Mencionaram a equação da trajetória, lei dos senos e lei dos cossenos, mas não deixaram claro como aplicariam isso, misturaram assuntos.
Ap2G4	Falaram da inércia para a bolinha ir para frente e que a velocidade se anula com a gravidade.
Ap3G2	Foram objetivos. Falaram que pensaram sem cálculos e leram as anotações que haviam feito, sobre: - Lei da inércia. - A força da gravidade faz a bola cair.
Ap4G3	Comentaram que se trata de lançamento oblíquo, leis de Newton e vetores. Falaram que havia uma força inclinada atuando no lançamento. Havia dois vetores de força e que se pode calcular a resultante das forças pela lei dos cossenos, desenharam isso na lousa. Comentaram que a aceleração é constante, e falaram que a aceleração é cumulativa. Disseram que ocorre como se tivesse uma força para baixo. Explicaram ainda que na vertical tem-se o movimento uniformemente variado (MUV) e na horizontal tem-se o movimento uniforme (MU). Na Figura 4 e na Figura 5 são apresentadas, respectivamente, as fotos da solução do G3 em papel e na lousa durante a sua apresentação na oficina.
Ap5G9	Não foram na frente da sala, leram as anotações do próprio local: “Trata-se da 1 <sup>a</sup> lei de Newton. Trem e bolinha possuem a mesma velocidade. Força faz cair a bolinha”.
Ap6G10	Não foram na frente da sala, leram as anotações do próprio local. Na Figura 3 foi ilustrada a solução no papel do G10 nesta oficina.
Ap7G8	Não foram na frente da sala, leram as anotações do próprio local. Falaram da 1 <sup>a</sup> lei de Newton, inércia, e da relatividade de Galileu.
Ap8G1	Falaram da lei da inércia e deram um exemplo do movimento de uma pessoa dentro de um ônibus quando esse passa em uma lombada.

Fonte: construção dos autores.

Nas Figura 4 e Figura 5 são reproduzidas, respectivamente, a solução apresentada pelo G3 feita no papel e na lousa.

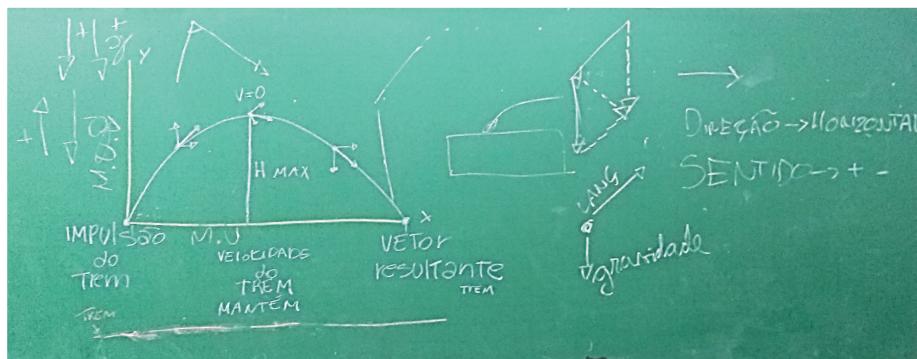
Figura 4 - Solução no papel do G3 na Oficina 1.



Fonte: acervo da pesquisa.

Na Figura 4 os alunos do G3 iniciaram a explicação do movimento da bolinha justificando isso com a primeira lei de Newton. Após, mencionaram que o movimento da bolinha sofre ação da gravidade que resulta em uma trajetória parabólica. Afirmaram que se trata do lançamento oblíquo e colocaram uma expressão matemática para o tempo de duração do movimento. Em seguida, justificaram a trajetória parabólica a partir de vetores (porém de forma imprecisa) e ilustraram isso com um desenho. Por fim, fizeram uma observação sobre a aceleração da gravidade e a velocidade da bolinha e concluíram com um último desenho representativo do movimento.

**Figura 5** - Solução na lousa do G3 na Oficina 1.



Fonte: acervo da pesquisa.

Na Figura 5 são mostradas as anotações na lousa dos alunos do G3 durante sua apresentação nesta etapa 6. Destaca-se que eles ilustraram a trajetória parabólica da bolinha e desenharam um paralelogramo fazendo menção à soma de vetores.

## 7. Em plenária, professor e alunos discutem ideias, concepções e 8. Busca de consenso sobre as resoluções

Nestas duas etapas, o professor pesquisador fez comentários gerais com base nas ideias que surgiram nas resoluções e apresentações, buscando entender os acertos e equívocos mais comuns que apareceram e consolidando as ideias e conceitos principais. Conceitos de Física e Matemática envolvidos no problema proposto foram discutidos. Este é um momento importante, pois as soluções apresentadas pelos alunos são valorizadas, fazendo com que ocupem um papel de protagonistas no processo de aprendizagem.

## 9. Professor formaliza o conteúdo matemático

Nesta etapa, foi feita a resolução formal do problema na lousa para concluir que a equação que descreve a trajetória da bolinha,  $y = f(x)$ , é uma parábola e seu movimento é o lançamento oblíquo. Logo, a bolinha cai de volta no trem devido a isso e por manter sua componente horizontal da velocidade sempre igual à velocidade do trem, mesmo quando ela está fora dele, no ar.

Neste momento, o professor pesquisador preocupou-se em formalizar os conceitos utilizados, propiciando a sistematização do conhecimento. Além dos conceitos de mecânica envolvidos no problema, também foram abordados os conteúdos matemáticos de equações e funções do 1º e 2º grau; trigonometria no triângulo retângulo; decomposição de vetor em duas componentes, vertical e horizontal; e manipulação de expressões algébricas. Este tipo de abordagem propicia que os alunos façam conexões entre os conteúdos trabalhados, favorecendo uma aprendizagem mais significativa.

## 10. Proposição e resolução de novos problemas

Nesta etapa, o professor pesquisador perguntou aos alunos sobre problemas que eles poderiam propor relacionados ao que foi estudado, comentando que os exemplos de uma pessoa em um ônibus - citados pelas alunas dos grupos G1 e G8 - são outros exemplos de problemas similares. Segundo Allevato e Onuchic (2021, p. 51) “Esta última etapa pode, inclusive, configurar-se em um momento em que é oferecida aos estudantes a oportunidade de elaborarem problemas, a partir das experiências vivenciadas nas etapas anteriores”. Também foram mencionados pelo professor pesquisador outros três exemplos análogos: bola de futebol/cobrança de falta por cima da barreira; arremesso no jogo de basquete; e avião em movimento lançando um pacote.

## ANÁLISE DOS DADOS

A seguir será analisado como as oficinas desenvolveram-se, guiadas pela MEAAMaRP. Primeiro apresentamos uma reflexão baseada nas produções dos alunos e nos registros e observações do professor pesquisador durante a realização das oficinas e depois, uma análise baseada nas manifestações dos alunos ao responderem os questionários propostos.

### Análise das Oficinas

A realização das oficinas, seguindo as etapas da MEAAMaRP, propiciou uma dinâmica em sala de aula diferente da que os alunos estavam acostumados. Nas aulas tradicionais o professor apresenta a teoria, dá exemplos, resolve alguns exercícios e propõe outros que são resolvidos individualmente pelos alunos e corrigidos na lousa pelo professor. Nas oficinas foi notável a participação dos alunos, revelando a importância da metodologia no desenvolvimento da autonomia. Os alunos se mostraram interessados e participativos na busca para resolver os problemas, revelaram-se ainda comprometidos, criativos e curiosos, o que pode ser identificado pelas perguntas feitas, como por exemplo a que ocorreu logo no início da Oficina 1 “Tem ar ou vácuo no espaço em volta do trem?”.

O trabalho em grupo, outra característica da metodologia, favoreceu a interação entre os estudantes, sendo que a interação não ocorreu apenas interna aos grupos, mas também entre os grupos, por iniciativa própria dos alunos. Também houve bastante interação entre os estudantes e o professor durante a mediação da atividade (etapas 3, 4 e 5 da MEAAMaRP), visto que enquanto o professor pesquisador acompanhava o trabalho dos grupos, surgiram dúvidas que foram discutidas, como citado na seção anterior na descrição dessas etapas. Durante as discussões das soluções (etapas 7 e 8 da MEAAMaRP), também foi outro momento que propiciou a participação dos alunos. Isso promove principalmente o desenvolvimento das capacidades de argumentação e comunicação, pois os alunos precisam explicar suas ideias para os demais. Segundo Van de Walle (2009, p. 33), neste ambiente, os estudantes são convidados a fazer matemática,

O foco está nos estudantes ativamente compreenderem as coisas, testarem ideias e fazerem conjecturas, desenvolverem raciocínios e apresentarem explicações. Os estudantes trabalham em grupos, em duplas ou individualmente, mas eles estão sempre compartilhando e discutindo suas ideias. O raciocínio é celebrado quando os estudantes defendem seus métodos e justificam suas soluções.

Identificou-se também um comportamento naturalmente científico e investigativo dos alunos na busca de explicações para os objetos das três oficinas e de resolução dos problemas geradores. Eles fizeram comparação dos problemas das oficinas com outras situações cotidianas, como na Oficina 1 que compararam com a situação de uma pessoa dentro de um ônibus quando esse passa em uma lombada, estabelecendo, então, conexões “a aprendizagem em Matemática está relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos resultantes das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos.” (Allevato; Onuchic, 2019, p. 5). Também reproduziram fenômenos similares aos das oficinas, variaram parâmetros e observaram resultados e realizaram medições.

Essa dinâmica nas oficinas foi possível pela escolha de questões abertas (Ponte, 2005) como problemas geradores e perguntas complementares. Essa opção permitiu a cada grupo chegar ao resultado a partir de diferentes reflexões, mobilizando a criatividade e empregando uma diversidade de resoluções e representações. Isso se contrapõe a direcionar os pensamentos para um caminho único de solução, como tipicamente ocorre com exercícios e problemas fechados. Allevato e Vieira (2016, p. 130) corroboram essa visão,

Os dados apresentados permitem concluir que o caráter aberto do problema proposto e a investigação que se sucedeu desempenharam um papel preponderante na emergência de diversas estratégias de resolução pelos alunos, respeitando os diferentes estilos de aprendizagem e possibilitando diferentes abordagens para um mesmo conteúdo matemático.

Em síntese, a partir da observação dos registros ficou evidenciado que a MEAAMaRP estimula a manifestação e desenvolvimento nos alunos da capacidade de raciocínio, autonomia, argumentação e comunicação, desenvolvimento dos processos de resolução de problemas e postura investigativa, bem como o letramento matemático.

## Análise dos Questionários

Ao final de cada oficina, foi disponibilizado aos estudantes um questionário. Tínhamos como objetivo avaliar a percepção deles sobre a metodologia utilizada durante as oficinas, obtendo dados para discutir o potencial desta abordagem de ensino e aprendizagem.

No questionário 1, respondido por 40 estudantes, foram feitas quatro perguntas dissertativas: Q1: O que foi diferente na aula de hoje? Q2: O que não gostou? Q3: O que mais gostou? e Q4: O que aprenderam com a aula de hoje? Com elas tinha-se por objetivo específico conhecer qual a percepção dos estudantes sobre a abordagem utilizada na aula.

Analizando-se as respostas em relação à primeira questão - O que foi diferente na aula de hoje? - observa-se que os estudantes consideram esse formato de aula mais dinâmico, dando destaque ao trabalho em grupo e à maior participação dos estudantes, “A aula de hoje foi mais dinâmica e participativa” e “A dinâmica e a participação que exigiu dos estudantes usarem do próprio conhecimento para ensinar os outros”. Outros ainda destacam a importância do compartilhamento das diferentes explicações e pontos de vista no processo de aprendizagem da turma “A dinâmica de separação dos grupos e forma como cada um apresentou foi diferente e produtivo para aprender com diferentes conceitos e pontos de vista”, outro aluno destaca

A metodologia aplicada durante a aula resultou na melhor percepção e formulações de dúvidas e pensamentos, e por aplicar um estilo mais liberal, relacionar conceitos distintos tornou-se uma base interativa e, com toda certeza, resultando numa melhor fixação das ideias.

A MEAAMaRP apresenta essas características de aula apontadas pelos alunos, uma aula mais dinâmica, participativa e interativa, além de os estudantes trabalharem em grupo e terem um papel ativo no aprendizado.

As respostas à segunda questão - O que não gostou? - indicam que os estudantes gostaram da aula, com algumas poucas respostas destacando o despreparo para os cálculos ou ter apresentado sozinho a solução.

Em relação à terceira questão - O que mais gostou? - as respostas destacam novamente o trabalho em grupo e a exposição de ideias, “Da interação e participação de todos” ou ainda “Da participação dos alunos atuando na aula”, indicando que os alunos gostaram de desempenhar um papel de protagonismo em seus aprendizados. Essas interações, o trabalho em grupo e as exposições das soluções pelos alunos são características de destaque da MEAAMaRP e favorecem o desenvolvimento do letramento Matemático tal como concebido pela BNCC (Brasil, 2018).

Em relação à última questão do primeiro questionário - O que aprenderam com a aula de hoje? - os estudantes destacam não apenas aprendizados em relação aos conhecimentos de Matemática e Física, mas também aprendizados de como resolver problemas práticos e aprender a trabalhar em grupo, que são habilidades úteis na vida adulta e profissional.

Com o questionário 2, respondido por 31 estudantes, tinha-se por objetivo específico saber a opinião deles sobre a abordagem utilizada na aula. Foram feitas duas perguntas dissertativas: Q1: Qual sua opinião sobre a metodologia e dinâmica empregada na aula de hoje? Q2: O que poderia ser mudado, retirado ou adicionado para melhorar a aula?

Analizando-se as respostas em relação à primeira questão - Qual sua opinião sobre a metodologia e dinâmica empregada na aula de hoje? - nota-se que os estudantes consideram a metodologia aplicada na oficina como didática, estimula o raciocínio, favorece a troca de conhecimentos e a participação, “Gostei bastante, a interação entre os alunos tornou mais dinâmica e houve uma troca de conhecimentos muito bacana”. Outro aluno ainda afirma: “Eu gosto muito dela, porque a aula é mais ativa. Não fica só o professor falando enquanto os estudantes escutam. Os alunos participam. É legal, também, que há vários pontos de vista de solução de um problema”.

Essas respostas destacam que na MEAAMaRP os alunos desempenham um papel ativo no processo de ensino e aprendizagem, em que o foco da aula é no estudante e não no professor, ou seja, é uma abordagem que se afasta das características de aulas tradicionais que, como bem destacou a resposta do aluno, na maior parte da aula só o professor fala e os estudantes só escutam.

Analizando-se as respostas em relação à segunda questão - O que poderia ser mudado, retirado ou adicionado para melhorar a aula? - constata-se que predominantemente os estudantes acreditam que esse formato de aula é consistente e não precisa ser mudado “A meu ver, não tem o que ser mudado. Porque acredito que dessa maneira há um estudo ativo que faz toda diferença”. Houve uma resposta em que o estudante sugere que fossem disponibilizados exercícios na aula, “Poderia adicionar exercícios para demonstrar e ajudar em relação ao vestibular”. Essa é uma boa sugestão e pode ser contemplada durante a etapa 10 da MEAAMaRP, como feito por Silva (2024).

Com o questionário 3, composto por duas questões fechadas e respondido por 44 estudantes, tinha-se por objetivo específico conhecer a opinião dos alunos sobre as etapas da MEAMaRP. Na primeira questão, os estudantes deveriam avaliar a importância das etapas, em uma escala de 1 a 5, em que 1 corresponde a pouco relevante e 5 corresponde a muito relevante. Já, na segunda questão, os alunos deveriam escolher, dentre as etapas propostas, a que eles consideraram mais importante. Em relação à primeira questão, todas as etapas foram bem avaliadas, com destaque para “Em grupos, alunos discutem e resolvem o problema, professor anda pela sala e auxilia”, “Professor e alunos discutem as resoluções” e “Professor formaliza o conteúdo”. Já em relação à segunda questão, as etapas “Professor e alunos discutem as resoluções” e “Em grupos, alunos discutem e resolvem o problema, professor anda pela sala e auxilia” foram as consideradas mais importantes pelos estudantes, com 21 e 15 indicações, respectivamente. Observamos que estas escolhas, são condizentes com as respostas dos questionários anteriores, em que os estudantes valorizam o trabalho em grupo e os momentos de troca de ideias, enriquecendo o processo de aprendizagem.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a pesquisa realizada, ficou evidente as potencialidades do uso da MEAMaRP em sala de aula. Para além de promover a aquisição do conteúdo, ao propiciar uma postura investigativa, estimula o desenvolvimento de atitudes e habilidades, como comunicação e argumentação, pois os estudantes são convidados a fazer Matemática.

A partir das análises realizadas, percebeu-se que houve envolvimento e engajamento dos alunos com a realização das oficinas e interesse pelo aprendizado. Eles realizaram um bom trabalho em grupo ao se comunicarem e interagirem na busca da solução para os problemas. Também desenvolveram e aplicaram interpretação e raciocínio matemático, exploraram a argumentação, a exposição de ideias e a criatividade.

Além disso, nas oficinas os alunos simularam fenômenos/situações similares aos objetos trabalhados a fim de tirar conclusões e buscar respostas às questões, tal como propõe o método científico e investigativo. Eles tiveram autonomia durante o desenvolvimento das atividades, desempenhando um papel ativo no processo de ensino e aprendizagem.

A Metodologia utilizada mostrou-se dinâmica e ativa. Dinâmica porque houve interação tanto entre alunos e professor quanto entre os alunos. Ativa porque os estudantes estavam em atividade na maior parte das etapas, em trabalho ativo na busca pela solução dos problemas, e o papel do professor pesquisador foi principalmente de mediador/orientador.

Além disso, avalia-se que a escolha e oportunidade de trabalhar com objetos da área da mecânica e usar a Matemática como ferramenta para dar explicações aos problemas foi um fator relevante para o sucesso do trabalho, uma vez que despertou o interesse e comprometimento dos alunos com as atividades.

Nesta perspectiva, concluímos que o uso da MEAMaRP fomentou o desenvolvimento de comportamentos, atitudes e habilidades essenciais para a construção do conhecimento.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, [S. I.], v. 10, n. 2, p. 1-14, 2019. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/renclima/article/view/2334>. Acesso em: 8 mar 2025.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas?. In: ONUCHIC, L. R. (org.) et al. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. 2. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.

ALLEVATO, N. S. G.; VIEIRA, G. **Do ensino através da resolução de problemas abertos às investigações matemáticas**: possibilidades para a aprendizagem. Quadrante, [S. I.], v. 25, n. 1, p. 113-132, 2016. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22926>. Acesso em: 08 mar. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. In: ONUCHIC, L. R. (org.) et al. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. 2. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2000.

PONTE, J. P. da. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

SILVA, I. P. **Geometria Analítica no Ensino Médio**: uma abordagem através da Resolução e Proposição de Problemas. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2024.

SILVA JÚNIOR, V. F. da. **Uma abordagem de ensino baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas**: uma experiência envolvendo problemas de mecânica. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2024. doi:10.11606/D.45.2024.tde-14012025-213152. Acesso em: 28 out. 2025.

VAN de WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed. 6. ed., 2009.