VIDYA

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 173-193, jan./jun. - Santa Maria, 2025.

Recebido em: 19.03.2025. Aprovado em: 16.06.2025.
ISSN 2176-4603 | DOI: doi.org/10.37781/vidya.v45i1.5310

PROBLEMAS DO NÍVEL 1 DA OBMEP COMO VEÍCULOS DE ARTICULAÇÃO ENTRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA E PENSAMENTO COMPUTACIONAL: EXEMPLOS COM ANIMAÇÕES USANDO O GEOGEBRA

OBMEP LEVEL 1 PROBLEMS AS VEHICLES FOR ARTICULATION BETWEEN PROBLEM SOLVING IN MATHEMATICS AND COMPUTATIONAL THINKING: EXAMPLES WITH ANIMATIONS USING GEOGEBRA

PROBLEMAS DE NIVEL 1 DEL OBMEP COMO VEHÍCULOS DE ARTICULACIÓN ENTRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS Y EL PENSAMIENTO COMPUTACIONAL: EJEMPLOS CON ANIMACIONES USANDO GEOGEBRA

HILÁRIO ALENCAR[1]
HUMBERTO JOSÉ BORTOLOSSI[2]
LARISSA CÂNDIDO[3]
GREGÓRIO SILVA NETO[4]

1 Possui graduação em Matemática pela Universidade Católica de Pernambuco, mestrado em Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco e doutorado em Matemática, sob a orientação de Manfredo do Carmo, pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). Atualmente é Professor Titular da Universidade Federal de Alagoas, bolsista de produtividade em pesquisa sênior do CNPq, membro titular da Academia Brasileira de Ciências e membro titular da The World Academy of Sciences (TWAS). Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Geometria Diferencial e interesse por mestrados profissionais relacionados com a Educação Básica. Foi distinguido com a Ordem Nacional do Mérito Científico na Classe de Grã-Cruz. Idealizou e liderou com Marcelo Viana o PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. E-mail: hilario@mat.ufal.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1315-8048

2 Doutor em Matemática pela PUC-Rio, com Mestrado pelo IMPA e graduação em Licenciatura em Matemática pela UEM. Atualmente é Professor Associado I na Universidade Federal Fluminense, onde atua em diversos níveis de ensino: graduação (presencial e EAD), especialização e mestrado profissional. Como Coordenador do Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro, desenvolve importante trabalho de integração entre tecnologia e educação matemática. Tem se destacado na área de divulgação matemática, desenvolvendo projetos inovadores que articulam cultura, educação e matemática para diferentes públicos por meio de múltiplas mídias. Sua atuação busca democratizar o conhecimento matemático, tornando-o mais acessível e conectado com diferentes contextos cult. E-mail: humbertobortolossi@id.uff.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1212-6252

3 Possui especialização em Matemática, suas tecnologias e o mundo do trabalho pela Universidade Federal do Piauí (UFPI); aperfeiçoamento em Educação e Tecnologia pela Secretaria de Educação Básica do Ministério da Educação (SEB) e graduação em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (UFAL), sob a orientação de Hilário Alencar. Atualmente é Professora Efetiva na Escola Estadual Profa Doralice da Silva Moura (EED), a qual pertence à rede estadual de ensino de Alagoas; Bolsista de Apoio Técnico à Pesquisa - CNPq na Ufal. Ela foi bolsista de Iniciação Científica - INCTMat/CNPq (2017-2020) e Apoio Técnico à Pesquisa - CNPq (2020-2021) na Ufal; Professora Contratada na Escola Municipal Profa Rosineide Tereza (2021), no Colégio Municipal Judith Paiva (2021) e na EMEF Dr. Gustavo Paiva (2022-2023), as quais pertencem à rede municipal de ensino de Rio Largo; Professora Pesquisadora no Projeto de Iniciação Científica de Robótica da EMEF Dr Gustavo Paiva (2022); Professora Mentora - Fapeal (2023) na Escola Estadual Profa Doralice da Silva Moura. E-mail: larissa.0030397-6@professor.educ.al.gov.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0303-5634

4 Possui bacharelado em Matemática, mestrado em Matemática e doutorado em Matemática na área de Geometria Diferencial pela Universidade Federal de Alagoas, sob a orientação de Hilário Alencar. Atualmente é Professor Associado II da Universidade Federal de Alagoas, bolsista de produtividade em pesquisa do CNPq - 1D, membro afiliado da Academia Brasileira de Ciências, membro do comitê editorial da revista Professor de Matemática Online da Sociedade Brasileira de Matemática, membro do corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática da UFAL, do Programa de Doutorado em Associação da Universidade Federal de Alagoas/Universidade Federal da Bahia. É um dos editores da Coleção Coletâneas de Matemática da SBM. Concluiu a orientação de 18 (dezoito) dissertações de mestrado, uma tese de doutorado e 8 (oito) trabalhos de conclusão de curso de graduação. Foi coordenador do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat) na UFAL de 2015 a 2019. É autor, em colaboração com Hilário Alencar e Walcy Santos, do livro Differential Geometry of Plane Curves, publicado pela American Mathematical Society. Membro da Comissão de Avaliação Qualitativa dos Programas de Pós-Graduação da Capes para quadriênio 2017-2020 (2021-2022). Atualmente, coordenador do Programa de Pós-Graduação em Matemática da Ufal. E-mail: gregorio@im.ufal.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5626-9653

RESUMO

Neste artigo, apresentamos cinco animações desenvolvidas com o software GeoGebra, correspondentes às soluções de cinco problemas do nível 1 (6º e 7º anos do ensino fundamental) da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep), realizadas entre 2022 e 2024. Também conduzimos uma pesquisa com análise quantitativa e qualitativa das respostas, com o objetivo de avaliar se as animações contribuem de forma eficaz como recursos pedagógicos complementares às soluções publicadas pelo comitê organizador da Obmep. A investigação destaca ainda as habilidades de resolução de problemas e os componentes do pensamento matemático e computacional envolvidos em cada questão. Os dados foram coletados por meio de um formulário do Google Forms, enviado por *e-mail* e WhatsApp a duzentos docentes com experiência na educação básica ou em mestrados profissionais, com formação em Matemática ou Educação. Dos respondentes, 98,3% consideraram as animações úteis para a compreensão das soluções apresentadas.

Palavras-chave: Animação; Pensamento matemático; Pensamento computacional; Obmep; GeoGebra.

ABSTRACT

In this article, we present five animations developed with GeoGebra software, corresponding to the solutions of five problems from level 1 (6th and 7th grades of elementary school) of the Brazilian Mathematics Olympiad for Public Schools (Obmep), held between 2022 and 2024. We also conducted a survey with quantitative and qualitative analysis of the responses, with the aim of evaluating whether the animations were effectively classified as complementary pedagogical resources to the solutions discovered by the Obmep organizing regulations. The research also highlights the problem-solving skills and the components of mathematical and computational thinking involved in each question. The data were found through a Google Forms survey, sent by email and WhatsApp to teachers with experience in basic education or in professional master's degrees, with a degree in Mathematics or Education. Of those interviewed, 98.3% considered the animations useful for understanding the solutions presented.

Keywords: *Animation; Mathematical thinking; Computational thinking; Obmep; GeoGebra.*

RESUMEN

En este artículo, presentamos cinco animaciones desarrolladas con el software GeoGebra, correspondientes a las soluciones de cinco problemas de nivel 1 (6.º y 7.º grado de primaria) de la Olimpíada Brasileña de Matemáticas para Escuelas Públicas (Obmep), celebrada entre 2022 y 2024. También realizamos una encuesta con análisis cuantitativo y cualitativo de las respuestas, con el objetivo de evaluar si las animaciones se clasificaron efectivamente como recursos pedagógicos complementarios a las soluciones descritas en el reglamento de la Obmep. La investigación también destaca las habilidades de resolución de problemas y los componentes del pensamiento matemático y computacional involucrados en cada pregunta. Los datos se obtuvieron mediante una encuesta de Formularios de Google, enviada por correo electrónico y WhatsApp a docentes con experiencia en educación básica o maestrías profesionales, con título en Matemáticas o Educación. El 98,3 % de los entrevistados consideró las animaciones útiles para comprender las soluciones presentadas.

Palabras-clave: *Animación; Pensamiento matemático; Pensamiento computacional; Obmep; GeoGebra.*

INTRODUÇÃO

Os conceitos de pensamento matemático e pensamento computacional são reconhecidamente polissêmicos, com definições que variam conforme o contexto de aplicação e a perspectiva teórica adotada. Para os propósitos deste artigo, pensamento matemático será definido como aquele caracterizado por processos cognitivos que envolvem a busca de padrões, generalização, modelagem matemática e demonstração. Por sua vez, o pensamento computacional, conforme discutido por Wing (2006) e Brennan e Resnick (2012), é compreendido como uma abordagem de resolução de problemas que envolve habilidades como abstração, decomposição e construção de algoritmos, frequentemente mediada por ferramentas digitais.

Sneider *et al.* (2014) e Weintrop *et al.* (2016) destacam que o pensamento matemático e o pensamento computacional compartilham um núcleo comum de práticas - como modelagem, simulação e análise de dados - que se reforçam mutuamente em contextos de resolução de problemas. Nesse sentido, Cui, Ng e Jong (2023) identificam dois mecanismos fundamentais de codesenvolvimento entre essas formas de pensamento: (i) a utilização de conceitos matemáticos na construção de artefatos computacionais e (ii) a produção de novos conhecimentos matemáticos a partir da prática computacional. Projetos como o *Computational Thinking and Mathematical Problem Solving, an Analytics Based Learning Environment* - CT&MathABLE (European Bebras Community, 2025) e competições como a *Computational and Algorithmic Thinking* - CAT (Australian Mathematics Trust, 2025) ou a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep) exploram precisamente essa sinergia entre pensamento matemático e computacional ao propor problemas cuja solução exige tanto raciocínio lógico-matemático quanto estratégias algorítmicas.

Nesse contexto, os problemas propostos em competições matemáticas são, em geral, concebidos para promover o raciocínio matemático, as habilidades de resolução de problemas e a criatividade, em oposição à simples memorização mecânica de fórmulas e resultados. Ao oferecerem desafios de natureza não rotineira e elevada complexidade, esses problemas constituem contextos ricos para o exercício tanto do pensamento matemático, quanto das estratégias sistemáticas de resolução, próprias do pensamento computacional - contribuindo, assim, para uma formação mais abrangente e alinhada às exigências do século XXI.

A Obmep (Obmep, 2025b), em termos de número de participantes e abrangência nacional, é a competição matemática mais importante no Brasil. Ela é um projeto nacional, criado em 2005, que, em 2024, teve a participação de 56.516 (cinquenta e seis mil e quinhentos e dezesseis) escolas, 18.498.709 (dezoito milhões quatrocentos e noventa e oito mil e setecentos e nove) discentes e atingiu 99,89% dos municípios do Brasil (Obmep, 2025b). Esse projeto é realizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (Impa), situado na cidade do Rio de Janeiro - Brasil - e promovido com recursos do Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI). A Obmep tem como objetivos principais:

> Estimular e promover o estudo da Matemática; Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade; Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas; Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional; Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as

> universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas; Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento. O público-alvo da Obmep é composto de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental até o último ano do Ensino Médio. (Portal da Obmep, http://www.obmep.org.br).

Essa olimpíada possui provas e gabaritos disponíveis *online,* elaborados pelo comitê organizador oficial Obmep e com acesso aberto (Portal da Obmep, 2025).

Neste artigo, como uma camada pedagógica adicional, considerou-se a implementação de soluções animadas para cinco problemas matemáticos, utilizando o *software* gratuito de matemática dinâmica GeoGebra. A seleção dos problemas do Nível 1 da Obmep fundamentou-se na criatividade de seus enunciados e na adaptabilidade de suas soluções à elaboração de representações animadas.

A utilização de animações dinâmicas configura uma estratégia eficaz para a visualização de conceitos matemáticos subjacentes, contribuindo de maneira significativa para a compreensão por parte dos estudantes. Ademais, tais recursos favorecem a interação com as soluções propostas, a exploração de diferentes perspectivas e a consolidação de princípios matemáticos fundamentais.

Importa salientar que essas animações não apenas ilustram as respostas, como também tornam explícito o processo de raciocínio necessário à sua obtenção, promovendo o desenvolvimento de habilidades analíticas nos discentes. Como complemento, buscou-se evidenciar competências associadas à resolução de problemas e elementos do pensamento computacional vinculados a cada situação analisada, conforme detalhado na Tabela 1 da próxima seção.

Em complemento às animações, realizou-se uma pesquisa com o propósito de avaliar sua efetividade enquanto recurso pedagógico adicional às soluções oficiais publicadas pelo comitê organizador da Obmep. De acordo com os dados obtidos - 98,3% de aprovação entre os respondentes -, os resultados demonstraram a eficácia das animações enquanto recurso auxiliar de ensino, esclarecendo dúvidas previamente levantadas a respeito de sua aplicabilidade, conforme apontado por Weiss, Knowlton e Morrison (2002), Tversky, Morrison e Betrancourt (2002), Höffler e Leutner (2007), Lowe e Schnotz (2008) e Ainsworth (2008).

A presente pesquisa utilizou como instrumento de coleta de dados um questionário estruturado no Google Forms, disseminado por meio de *e-mail* e aplicativo de mensagens instantâneas (WhatsApp) a um total de 200 (duzentos) docentes com atuação na educação básica ou em programas de mestrado profissional, todos com formação em Matemática ou Educação. O formulário permaneceu disponível para contribuições no período de 13 de janeiro a 07 de fevereiro de 2025. Durante esse intervalo, obteve-se uma taxa de retorno de 29% dos respondentes, percentual considerado satisfatório para investigações desse tipo. Conforme ressaltam Marconi e Lakatos (2003, p. 201), “em média, os questionários expedidos pelo pesquisador alcançam 25% de devolução”, o que corrobora a adequação dos resultados obtidos.

DISCUSSÃO DE REFERENCIAIS E METODOLOGIA

As questões elaboradas para competições matemáticas admitem uma articulação entre os pensamentos matemático e computacional. Inspirados nas pesquisas de Pólya (1957, 1962, 1968, 1990), Kantowski (1980), Larson (1983), Wickelgren (1995), Knuth (1997), Engel (1997), Onuchic (1999a), Poggioli (2001), Zeitz (2006) e Lenchner (2006), construímos a Tabela 1, a qual associa cada habilidade matemática a sua equivalente no pensamento computacional. Essa associação na tabela permite que os estudantes aprimorem simultaneamente suas habilidades de abstração, decomposição de problemas complexos e construção de algoritmos, enquanto desenvolvem o raciocínio lógico-matemático e a criatividade na busca por soluções.

Tabela 1 - Habilidades em resolução de problemas em matemática e habilidades equivalentes no pensamento computacional.

Habilidade em Resolução de Problemas em Matemática	Habilidade Equivalente no Pensamento Computacional
Dividir problemas complexos em partes menores (decomposição)	Decomposição de problemas
Pensar de trás para frente	*Backtracking* (retrocedendo)
Recursão	Recursão (em algoritmos)
Iteração	Laços (*loops*) e iteração
Experimentação e tentativa e erro	*Debugging* e testes
Reconhecimento de padrões	Reconhecimento de padrões em dados
Pensamento algébrico	Abstração (uso de variáveis e expressões)
Visualização	Modelagem visual e simulação
Raciocínio lógico	Estruturas de controle (condicionais, decisões lógicas)
Uso de invariantes	Invariantes em algoritmos e estados
Busca exaustiva	Busca exaustiva (força bruta)
Modelagem matemática	Modelagem computacional
Prova por contradição	Verificação de erros lógicos (testes condicionais)
Prova por indução	Laços e recursão (com verificação de base e repetição)
Análise de casos	Estruturas condicionais (*if-else*)
Pensamento probabilístico	Simulação e algoritmos probabilísticos
Heurísticas	Heurísticas em algoritmos de busca e otimização
Raciocínio por simulação	Simulação computacional (execução de cenários)
Uso de simetria	Uso de simetria em algoritmos para simplificação
Reformulação do problema	Reestruturação do problema em algoritmos (refatoração)

Fonte: construção dos autores.

O uso de tecnologias digitais de informação e comunicação (TDICs) no ensino básico é bastante incentivado na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), a partir das competências gerais da educação básica:

> 5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (Brasil, 2018, p. 9).

É notável que as tecnologias estão cada vez mais presentes no cotidiano dos estudantes. De fato, segundo Aquino, Dantas e Maia (2018), a tecnologia aplicada na educação para Paulo Freire

VIDYA

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 173-193,
jan./jun. - Santa Maria, 2025.

> (...) reflete uma nova forma de aprendizagem por meio da interação multimídia e da comunicação entre pessoas. Especificamente, com esta segunda, a partir do advento da Internet, expande-se o processo educativo para além dos muros das escolas e das universidades (...). (Aquino; Dantas; Maia, 2018, p. 4)

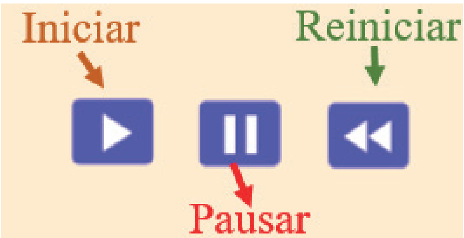
Observamos também que

> (...) a utilização de tecnologias deve servir para o enriquecimento do ambiente educacional e contribuir para a construção do conhecimento do aluno. Contudo, para que isso ocorra é necessário que o professor domine os recursos utilizados e esteja preparado para possíveis imprevistos, contribuindo para um aprendizado com significado para o aluno. (Vendruscolo; Vielmo, 2020, p. 203)

Outrossim, destacamos que o uso de tecnologias parte do princípio da inovação, visto que sua prática está modificando a forma como os estudantes têm contato com novos conteúdos e, consequentemente, com o modo como eles desenvolvem suas competências e habilidades. Nesse sentido, o GeoGebra é um importante recurso auxiliar da visualização geométrica, como pode ser visto, por exemplo, em Barbosa (2013), Rodrigues e Oliveira (2017), Alencar, Cândido e Farias (2019), Mathias, Silva e Leivas (2019), Cândido e Farias (2019), Nóbriga (2019), Alencar *et al.* (2022), Mathias *et al.* (2024) e Amorim, Reis e Ferreira (2024). Portanto, para apresentar possibilidades de utilizar esse *software,* construímos animações de cinco problemas presentes no nível 1 (6° e 7° anos do ensino fundamental) da Obmep. O uso desse recurso deve-se ao fato de propiciar aspectos dinâmicos visuais relevantes para a compreensão dos estudantes. Esse fato será evidenciado por meio da pesquisa realizada, conforme apresentado na seção “Aplicação e Discussões”.

Ressaltamos ainda que, embora o *software* seja intuitivo, é necessário ter algum conhecimento acerca dos recursos disponíveis nas animações. Assim, para facilitar a reprodução e interface do usuário, nossa proposta inclui que em cada animação haverá a presença de três botões (nessa mesma sequência): iniciar, pausar e reiniciar, os quais devem ser clicados para as ações serem efetuadas, ver Figura 1.

Figura 1 - Botões de ações.



Fonte: construção dos autores.

Estes botões têm os seguintes objetivos:

- Iniciar: dar início à animação e/ou dar continuidade após a animação ser pausada;
- Pausar: parar a animação, a qual só retorna após o botão *iniciar* ser apertado novamente;
- Reiniciar: faz com que a animação reinicie.

A seguir, apresentamos os problemas selecionados da Obmep com base em conceitos teóricos previamente discutidos.

CINCO PROBLEMAS OLÍMPICOS E SUAS ANIMAÇÕES

A prova da Obmep (Portal da Obmep, 2025) é composta por duas fases: a primeira consiste em uma avaliação objetiva, com questões de múltipla escolha, que visam avaliar habilidades fundamentais de raciocínio lógico e domínio matemático básico; a segunda fase apresenta questões discursivas, com foco na resolução detalhada de problemas, exigindo do estudante argumentação matemática, clareza na apresentação das soluções e criatividade.

Nesta seção, apresentamos cinco problemas da primeira fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep, 2025a), cada um acompanhado de sua respectiva animação interativa. Tais problemas evidenciam uma articulação entre pensamento matemático e pensamento computacional, ao exigirem dos estudantes não apenas raciocínio lógico e domínio conceitual, mas também a formulação de estratégias sistemáticas de resolução. As animações associadas têm como propósito potencializar a compreensão dos enunciados, favorecer a visualização das situações-problema e ampliar o engajamento do estudante, especialmente em contextos de ensino mediados por tecnologias digitais.

A utilização de animações interativas desenvolvidas no GeoGebra como complemento às soluções de cinco problemas do nível 1 da Obmep fundamenta-se em três pilares teóricos centrais:

(i) a teoria dos registros de representação semiótica, de Duval (2009), segundo a qual a compreensão de conceitos matemáticos depende da capacidade de mobilizar e articular diferentes registros de representação - como linguagem natural, gráficos, figuras geométricas e expressões algébricas;

(ii) os pressupostos da resolução de problemas, com base na heurística proposta por Polya (1957) e na abordagem metodológica defendida por Onuchic (1999b), que valorizam o engajamento ativo do aluno na construção do conhecimento;

(iii) os componentes do pensamento computacional, conforme delineados por Wing (2006) e aprofundados por Valente (2020), que envolvem habilidades como abstração, decomposição e construção de algoritmos.

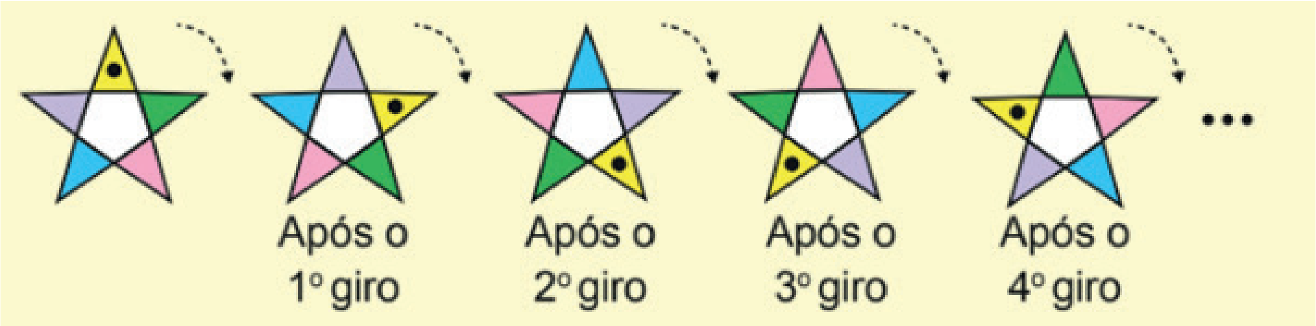
Esses fundamentos foram mobilizados com o objetivo de favorecer o desenvolvimento simultâneo do pensamento matemático e do pensamento computacional, especialmente em atividades que exigem sistematização de estratégias, modelagem e visualização dinâmica.

Cada referencial teórico foi acionado conforme as características dos problemas selecionados e da abordagem visual adotada. Cabe destacar que as animações não foram concebidas apenas como elementos ilustrativos, mas como artefatos pedagógicos intencionais, elaborados para estimular a articulação entre os dois tipos de pensamento e favorecer a mobilização de processos cognitivos essenciais à aprendizagem significativa da Matemática.

No primeiro problema, a animação enfatiza a construção geométrica dinâmica, permitindo a transição entre registros figural e simbólico. Conforme Duval (2009), essa conversão entre registros é essencial para a compreensão matemática, e o recurso visual potencializa a formação de significados.

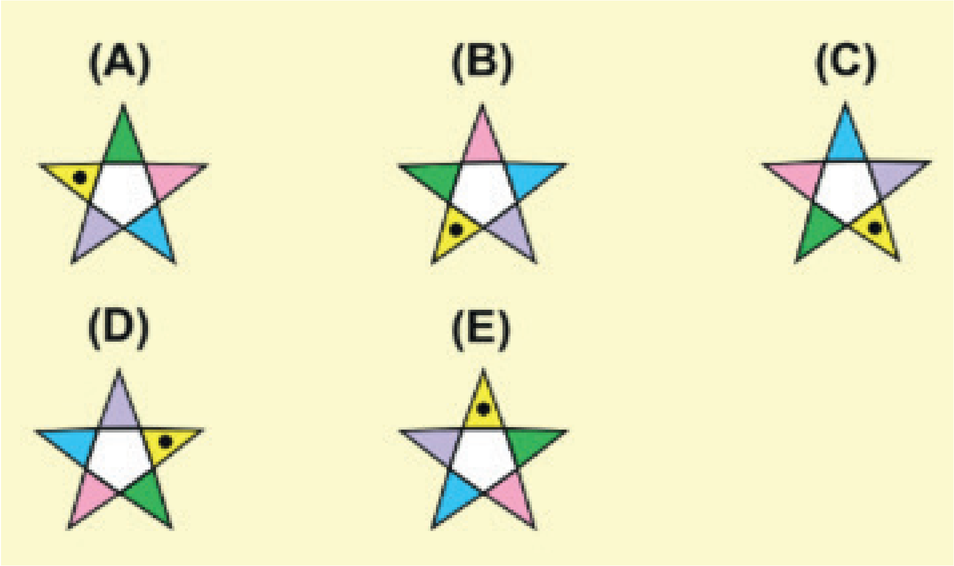
Problema 1 - (Obmep, 2024 - 1ª fase, nível 1, questão 2) A estrelinha colorida girou muitas vezes (Figura 2). Qual é a posição da estrelinha logo após o 12° giro (Figura 3)?

Figura 2 - Dados do Problema 1.



Fonte: portal da Obmep.

Figura 3 - Alternativas do Problema 1.



Fonte: portal da Obmep.

Solução Oficial (**Obmep, 2025a).** A cada 5 giros, a estrelinha volta à sua posição original, com a ponta amarela para cima; assim, depois do décimo segundo giro ela estará como na posição que estava após o segundo giro, com a ponta azul para cima.

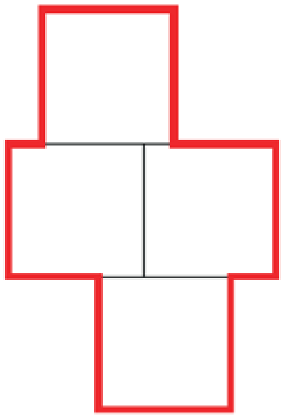
A animação da solução do Problema 1 construída pelos autores pode ser vista em <geogebra.org/m/hbqrvuve>.

O segundo problema aborda por meio de uma animação passo a passo que simula o desenvolvimento do raciocínio lógico, o que se alinha às fases clássicas da resolução de problemas propostas por Polya (1995): compreender o enunciado, elaborar um plano, executar e revisar. Além disso, evidencia como o estudante pode percorrer diferentes caminhos até encontrar a solução correta. Elementos como repetição controlada, tentativa e erro, e seleção de dados relevantes são trazidos de forma visual e dinâmica. Essa abordagem favorece a autonomia do estudante e o desenvolvimento de estratégias pessoais.

Problema 2. (Obmep, 2024 - 1ª fase, nível 1, questão 16) A figura foi formada por quatro quadrados iguais de lado 3cm, e seu perímetro está destacado em vermelho (Figura 4). Qual é o valor desse perímetro?

Figura 4 - Dados do Problema 2.

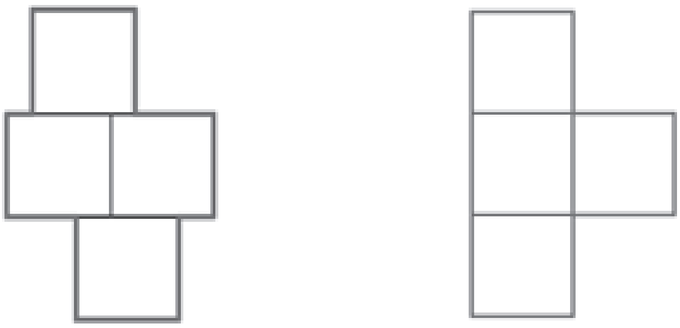
(A) 30 cm;
(B) 33 cm;
(C) 27 cm;
(D) 24 cm;
(E) 21 cm



Fonte: portal da Obmep.

Solução Oficial (**Obmep, 2025a).** As duas figuras (ver Figura 5) têm o mesmo perímetro. A figura da direita tem perímetro igual a 10 vezes o lado do quadrado, ou seja, 10 x 3 = 30 cm.

Figura 5 - Solução do Problema 2.



Fonte: portal da Obmep.

A animação da solução do Problema 2 construída pelos autores pode ser vista em <geogebra.org/m/d8xkaxey>.

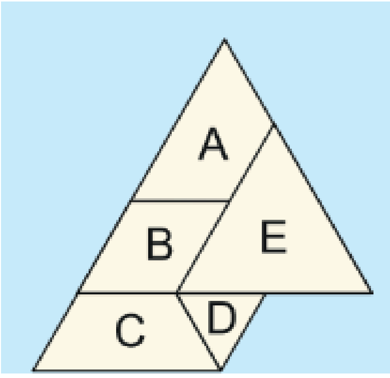
O terceiro problema envolveu a manipulação de medidas e ângulos com *sliders* interativos, suscitando a decomposição da situação em partes menores e o uso de abstrações - competências descritas por Wing (2006) como centrais ao pensamento computacional. A construção também estimula a criação de algoritmos geométricos implícitos, apoiando uma lógica exploratória.

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 173-193,
jan./jun. - Santa Maria, 2025.

Problema 3. (Obmep, 2023 - 1ª fase, nível 1, questão 4) Cinco cartões iguais A, B, C, D e E, em forma de triângulo equilátero, foram colados em uma cartolina, um por vez. A figura (ver Figura 6), mostra como ficaram esses cartões. Qual foi o terceiro cartão colado?

Figura 6 - Dados do Problema 3.

(A) A;
(B) B;
(C) C;
(D) D;
(E) E.



Fonte: portal da Obmep.

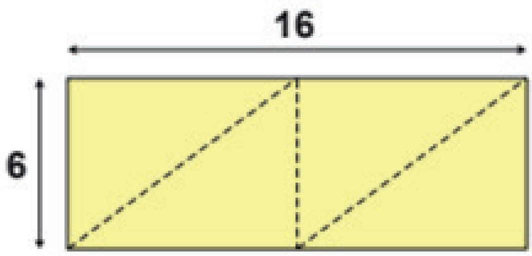
Solução Oficial (**Obmep, 2025a).** Vamos fazer o problema de trás para frente, identificando qual foi o quinto e último cartão colado, depois o quarto cartão colado e, então, descobrir qual foi o terceiro cartão colado. O cartão E está sobre todos os outros cartões; portanto, ele foi o quinto e último cartão colado. Depois vemos que o cartão A está colado em cima do cartão B. Perceba que o cartão B está colado sobre os cartões C e D; logo, C e D foram os cartões iniciais na colagem. Note que o cartão D foi colado de cabeça para baixo.

A animação da solução do Problema 3 construída pelos autores pode ser vista em <geogebra.org/m/k76hzpw9>.

No próximo problema, padrões numéricos são representados com movimento repetitivo e ritmo visual, permitindo a identificação intuitiva de regularidades. Tal representação promove tanto o reconhecimento de padrões quanto a tradução entre registros - conectando os aportes de Duval (2009) e Wing (2006).

Problema 4. (Obmep, 2022 - 2ª fase, nível 1, questão 4; itens a e b) Janaína cortou uma cartolina retangular de 16 cm de comprimento e 6 cm de largura em quatro triângulos retângulos iguais, conforme mostra a figura (ver Figura 7).

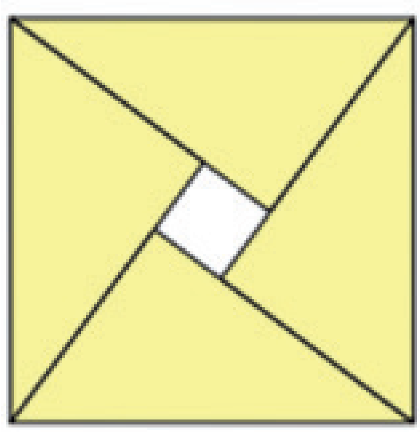
Figura 7 - Dados do Problema 4.



Fonte: portal da Obmep.

a) Qual é a área de cada um desses triângulos?
b) Em seguida, Janaína usou os quatro triângulos para montar um quadrado com um buraco no seu interior, conforme mostrado na figura (ver Figura 8). Qual é a área do buraco?

Figura 8 - Dados do Problema 4 - item b).



Fonte: portal da Obmep.

Solução Oficial (Obmep, 2025a).
a) Como os 4 triângulos são iguais, basta calcular a área da folha de cartolina e dividir por 4. Portanto, qualquer um desses triângulos tem área igual a $\frac{6\times16}{4} = 24$ cm^2. Alternativamente, vemos que os quatro triângulos são triângulos retângulos iguais e seus lados menores (catetos) têm medidas 6 e 8. Portanto, a área de cada um deles é igual a $\frac{6\times8}{2} = 24$ cm^2.
b) O buraco no centro do quadrado tem lado cuja medida é igual à diferença entre as medidas dos dois catetos dos triângulos, ou seja, 8 - 6 = 2 cm. Logo, a área do buraco é $2^2 = 4$ cm.

A animação da solução do Problema 4 construída pelos autores pode ser vista em <geogebra.org/m/j3t8tmhw>.

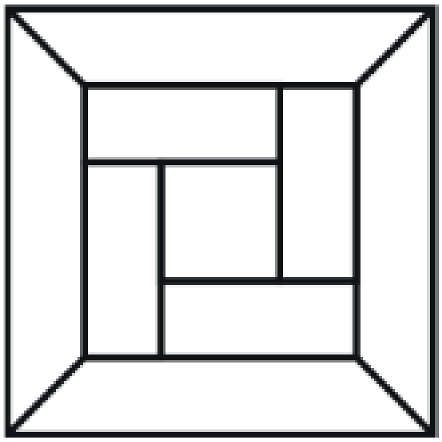
A animação do problema 5 se concentra na exploração visual de propriedades geométricas por meio de transformações dinâmicas. Além de favorecer a visualização e a inferência, como propõem Polya (1957) e Onuchic (1999b), ela permite uma análise crítica e reflexiva da estrutura da solução.

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 173-193,
jan./jun. - Santa Maria, 2025.

Problema 5. (Obmep, 2024 - 1ª fase, nível 1, questão 6) Francisco vai colorir a figura de modo que regiões vizinhas tenham cores diferentes. Qual é o menor número de cores que ele deve usar? (Figura 9).

Figura 9 - Dados do Problema 5.

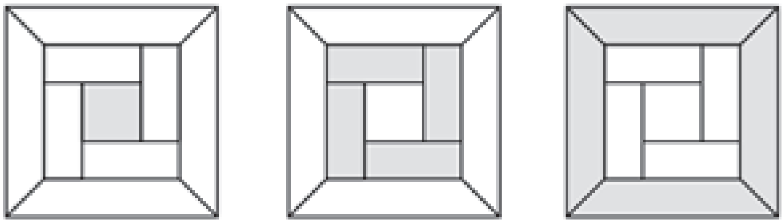
(A) 5;
(B) 2;
(C) 3;
(D) 6;
(E) 4.



Fonte: portal da Obmep.

Solução Oficial (**Obmep, 2025a).** Podemos decompor a figura em três partes: uma parte central formada por uma única região, uma parte intermediária formada por quatro regiões, e uma parte externa também formada por quatro regiões (ver Figura 10).

Figura 10 - Solução do Problema 5.



Fonte: portal da Obmep.

Para pintar a parte interna precisamos de uma cor. Depois, para pintar a parte intermediária precisamos de pelo menos mais duas cores diferentes da cor usada na parte interna, pintando as regiões opostas e não vizinhas nessa parte intermediária com a mesma cor. Por último, para pintar a parte externa precisamos também de pelo menos duas cores diferentes das cores usadas na parte intermediária, também pintando regiões opostas e não vizinhas nessa parte externa com a mesma cor. Logo, Francisco vai precisar de pelo menos $1 + 2 + 1 = 4$ cores diferentes para pintar a figura; assim, é possível pintar a figura de modo que regiões vizinhas tenham cores diferentes somente com 4 cores, como descrito.

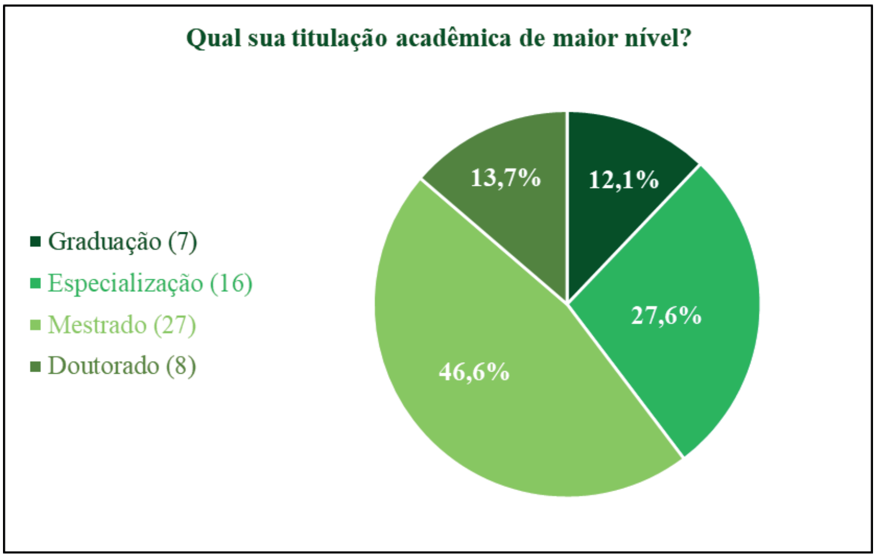
A animação da solução do Problema 5 construída pelos autores pode ser vista em <geogebra.org/m/xpgjracs>.

APLICAÇÃO E DISCUSSÕES

Após a construção das animações correspondentes aos cinco problemas selecionados da Obmep, foi aplicada uma pesquisa por meio do Google Forms. Responderam à pesquisa 58 docentes, cujas respostas forneceram subsídios tanto quantitativos quanto qualitativos para a análise. Os dados obtidos permitem uma investigação significativa sobre a articulação entre o pensamento matemático e o pensamento computacional no contexto das situações-problema apresentadas.

Nesta seção, apresentamos os principais resultados da pesquisa. Como ponto de partida, foi solicitado aos participantes que indicassem sua titulação acadêmica de maior nível. O Gráfico 1 a seguir sintetiza os dados obtidos.

Gráfico 1 - Titulação acadêmica dos respondentes à pesquisa.



Fonte: dados da pesquisa.

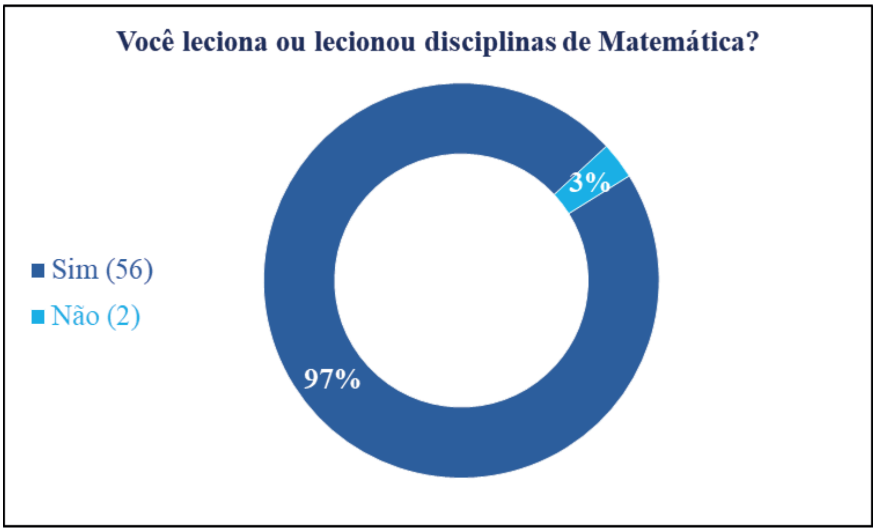
A análise dos dados revela que a maior parte dos participantes possui formação *stricto sensu*. Essa distribuição indica um público com sólida formação acadêmica, o que reforça a confiabilidade das respostas quanto à avaliação pedagógica das animações propostas.

Em relação à segunda pergunta, "Você leciona ou lecionou disciplinas de Matemática?", o Gráfico 2 mostra que a grande maioria dos professores responderam positivamente a essa questão.

VIDYA

VIDYA, v. 45, n. 1, p. 173-193,
jan./jun. - Santa Maria, 2025.

Gráfico 2 - Respondentes à pesquisa que lecionam ou lecionaram matemática.

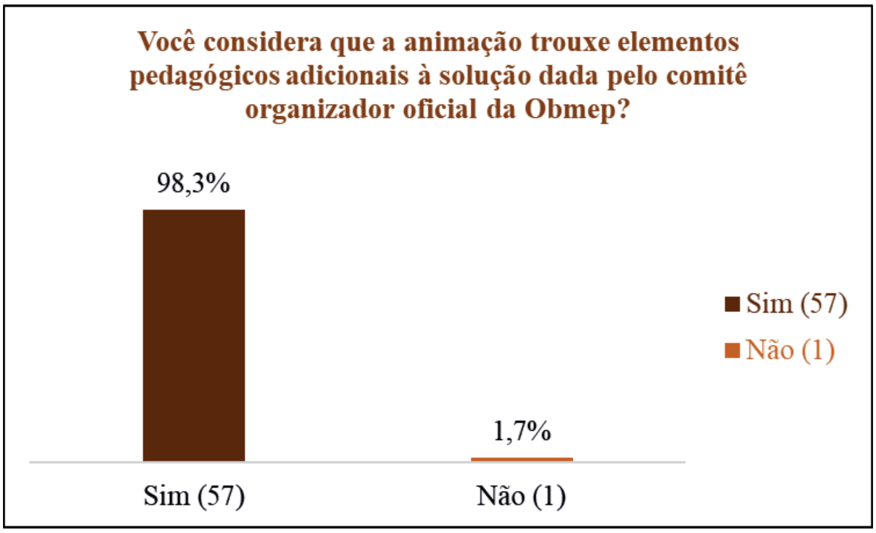


Fonte: dados da pesquisa.

Após a apresentação do Problema 1, foi solicitado aos professores que, caso desejassem, propusessem uma solução. Em seguida, foram exibidas a resolução oficial divulgada pelo comitê organizador da Obmep e a respectiva animação interativa. O mesmo procedimento foi adotado para os demais quatro problemas selecionados.

Ao término das visualizações das animações dos cinco problemas, os docentes foram convidados a responder à seguinte questão: “Você considera que a animação trouxe elementos pedagógicos adicionais à solução dada pelo comitê organizador oficial da Obmep?” A resposta afirmativa foi registrada por 98,3% dos participantes, conforme indicado no Gráfico 3.

Gráfico 3 - Respondentes à pesquisa que consideram que a animação trouxe elementos pedagógicos adicionais à solução escrita.



Fonte: dados da pesquisa.

Em seguida, solicitamos uma justificativa, a qual era de preenchimento opcional, para a resposta dada anteriormente. Quase a totalidade dos respondentes à pesquisa indicaram que a animação trouxe elementos pedagógicos adicionais a solução escrita. Destacamos algumas justificativas dadas pelos respondentes: "(...) considero que a abordagem se configura em uma excelente alternativa metodológica de verificação, de visualização concreta a respeito de um conteúdo e/ou solução.", "Muitas vezes um exemplo visual é muito mais claro do que uma explicação verbal, e as questões apresentadas são um claro exemplo disso." e "A Geometria Dinâmica ajuda na visualização e compreensão de vários temas matemáticos."

O próximo questionamento inserido no formulário diz respeito às categorias de resolução de Problemas/Pensamento Computacional, ver Tabela 1. Solicitamos que os professores indicassem em quais categorias os problemas propostos se enquadravam. As respostas destacaram visualização (87,9%), raciocínio lógico (77,6%) e dividir problemas complexos em partes menores (74,1%), as quais são habilidades de extrema importância para a disciplina, mas que apresentam certa dificuldade de desenvolvimento durante as aulas. Observou-se, no entanto, que determinadas categorias apresentaram baixa incidência nas respostas, como é o caso da busca exaustiva (1,7%) e da prova por contradição (5,2%). A distribuição completa dos dados referentes a todas as categorias analisadas pode ser visualizada no Gráfico 4.

Gráfico 4 - Categorias de resolução de Problemas/Pensamento Computacional presentes nos problemas.

Fonte: dados da pesquisa.

O formulário foi finalizado com um campo opcional destinado a comentários, críticas ou sugestões, permitindo aos docentes expressarem livremente suas impressões sobre a contribuição das animações como elementos pedagógicos complementares às soluções dos problemas. As respostas obtidas revelaram predominantemente avaliações positivas, especialmente no que se refere ao papel dos elementos visuais dinâmicos na facilitação da compreensão por parte dos estudantes.

As contribuições dos docentes evidenciaram três aspectos destacados, organizados em torno dos seguintes eixos temáticos: (i) apoio à abstração e concretização do raciocínio matemático, como indicado em "[...] pode servir como complemento na abstração do raciocínio e da solução do problema, uma vez que problemas do nível 1 são para crianças [...] que ainda são bastante dependentes de materiais concretos", "a visualização facilita a compreensão do problema" e "o problema sai da abstração para o concreto"; (ii) aprofundamento da compreensão e visualização de soluções, expressado em comentários como "a visualização da solução com o GeoGebra permite ao leitor ter uma maior profundidade quanto à sua resolução"; e (iii) estímulo ao engajamento e à aprendizagem significativa, como sugerem depoimentos do tipo: "utilizar ferramentas dinâmicas [...] é uma forma atual para promover uma aprendizagem mais significativa", "a animação amplia a visão do aluno" e "as animações [...] permitem que os alunos vejam o problema na prática de forma lúdica".

Outros relatos reforçam ainda que as animações oferecem uma alternativa valiosa quando os métodos tradicionais de resolução se mostram insuficientes para alguns estudantes: "Essa alternativa de solução visual e dinâmica permite que os alunos construam um conhecimento mais sólido e aprofundado, despertando neles maior interesse e melhores resultados nos testes" e "as animações deixam mais claro os problemas, permitindo que os alunos vejam o problema de forma lúdica".

Esses depoimentos corroboram as evidências quantitativas e qualitativas já apresentadas, reafirmando o potencial das animações como recurso pedagógico eficaz para o ensino da Matemática.

A análise qualitativa revelou três categorias centrais:

1. Valorização da multirrepresentação: muitos docentes destacaram que as animações permitiram uma visualização dinâmica que favoreceu a compreensão de propriedades matemáticas, corroborando Duval (2009).

2. Estímulo à autonomia do estudante: diversos relatos apontaram que os recursos animados incentivam a formulação de hipóteses e estratégias próprias, conforme os princípios de Polya (1995) e Onuchic (1999b).

3. Integração com habilidades contemporâneas: foram mencionadas aproximações com a lógica computacional e com o raciocínio algorítmico, em consonância com Wing (2006) e Valente (2020), especialmente nos problemas que envolviam padrões ou manipulação interativa de elementos.

Esses dados da pesquisa revelam que os docentes não apenas validaram as animações como instrumentos pedagógicos eficazes, como também reconheceram nelas um potencial de inovação alinhado às demandas contemporâneas da Educação Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho buscou integrar recursos tecnológicos - mais especificamente, animações desenvolvidas no GeoGebra - ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, tomando como base cinco problemas apresentados nas olimpíadas entre 2022 e 2024. A análise quantitativa e qualitativa das respostas de docentes demonstrou que a utilização dessas animações pode contribuir significativamente para a compreensão conceitual dos problemas, potencializando a aprendizagem por meio da visualização e da manipulação dinâmica de representações.

As animações foram desenvolvidas com o objetivo de utilizar tecnologias educacionais e estimular a criatividade no ensino de Matemática. Assim, buscamos nas animações destacar formas de ampliar o processo de ensino-aprendizagem e torná-lo mais atrativo. Para isso, orientamos que a sequência didática em relação ao uso dessas animações tenha o seguinte roteiro: discutir e compreender a solução analítica, elaborar uma solução geométrica e executar cada animação. Ademais, salientamos que, a depender da formação computacional do professor, pode-se acrescentar um último tópico a esse roteiro: estimular a construção, via GeoGebra, da solução geométrica obtida pelos estudantes, o que promove o protagonismo deles. Vale ressaltar que, embora o presente estudo tenha adotado o *software* GeoGebra como ferramenta principal para a construção das animações interativas, existem outras alternativas disponíveis, como o *Geometrix* e o *Cinderella*, que também oferecem recursos relevantes para a exploração de conceitos geométricos e a integração entre pensamento matemático e computacional. A escolha pelo GeoGebra deveu-se à sua ampla difusão na comunidade educacional, interface acessível e compatibilidade com ambientes de ensino mediados por tecnologias digitais.

A fundamentação teórica que norteou as animações - especialmente os trabalhos de Duval (2009), Polya (1957), Onuchic (1999b), Wing (2006) e Valente (2020) - revelou-se adequada e coerente com os objetivos da proposta, tendo em vista a valorização da multirrepresentação, da resolução de problemas e do pensamento computacional como eixos estruturantes da formação matemática.

A pesquisa realizada com o objetivo de avaliar se as animações contribuíram, de forma efetiva, como elementos pedagógicos complementares à compreensão das soluções dos cinco problemas apresentados revelou que 98,3% dos participantes consideraram as animações úteis no apoio à aprendizagem. Esse resultado evidencia a eficácia das animações como recurso didático auxiliar e contribui para esclarecer questionamentos previamente levantados na literatura especializada acerca de sua efetividade, conforme discutido por Weiss, Knowlton e Morrison (2002), Tversky, Morrison e Betrancourt (2002), Höffler e Leutner (2007), Lowe e Schnotz (2008) e Ainsworth (2008).

A ampla aceitação das animações pelos docentes participantes (98,3%) evidencia não apenas sua funcionalidade pedagógica, mas também seu potencial como estratégia didática complementar às soluções tradicionais publicadas pela Obmep. Além disso, os dados apontam para o fortalecimento de competências cognitivas e heurísticas essenciais à construção do conhecimento matemático no ensino fundamental.

Importante destacar que a pesquisa revelou algumas respostas destacadas, como, por exemplo: “(...) esse uso deve ser antecipado por um *brainstorming*, abstraindo hipóteses sobre a resolução, antes da utilização do *software*”, “A visualização geométrica e a animação das figuras, no meu entendimento deixa a solução mais clara para os alunos. (...)”, “(...) acredito que essas ideias poderiam até ser utilizadas em oficinas preparatórias, como uma solução alternativa, além de apresentar o GeoGebra aos estudantes como uma ferramenta auxiliar no ensino.”

Este artigo mostra que o uso de recursos auxiliares, como GeoGebra, associado às soluções dos cinco problemas propostos, pode contribuir para a melhoria da aprendizagem dos estudantes. De fato, foi significativamente importante a realização da pesquisa com os docentes, pois consolidamos o que antes era apenas uma percepção sobre a importância do uso das animações na resolução de problemas na educação básica. No entanto, ressaltamos a necessidade de formação computacional para os docentes, a qual possibilite o ensino da Matemática com recursos tecnológicos, além da disponibilidade de salas com computadores para serem desenvolvidas essas atividades.

Como continuidade deste estudo, sugere-se a implementação dessas animações em ambientes de sala de aula, acompanhada de observações e entrevistas com estudantes, a fim de investigar sua efetividade direta na aprendizagem. A produção de novos materiais interativos que dialoguem com diferentes níveis e habilidades matemáticas também se apresenta como um campo promissor de pesquisa e desenvolvimento.

Concluímos este artigo vislumbrando o mapeamento das técnicas de resolução de problemas utilizadas nas provas da Obmep.

REFERÊNCIAS

AINSWORTH, S. How do animations influence learning? In: ROBINSON, D.; SCHRAW, G. (Eds.), **Current Perspectives on Cognition, Learning, and Instruction: Recent Innovations in Educational Technology that Facilitate Student Learning**. p. 37-67, 2008.

ALENCAR, H.; CÂNDIDO, L.; FARIAS, M. Resoluções visuais de alguns problemas de matemática da Educação Básica. **Revista do Professor de Matemática Online**, 7(1), 1-19, 2019. Disponível em: https://doi.org/10.21711/2319023x2019/pmo71. Acesso em: 27 jun. 2025.

ALENCAR, H.; CÂNDIDO, L.; GARCIA, R.; MATHIAS, C. O GeoGebra como ferramenta de apoio ao entendimento de demonstrações em Geometria. **Revista do Professor de Matemática Online**, v. 10, n. 4, p. 482-501, 2022. Disponível em: https://doi.org/10.21711/2319023x2022/pmo1033. Acesso em: 27 jun. 2025.

AMORIM, S. L. G. de; REIS, F. da S.; FERREIRA, N. S. A utilização integrada da realidade aumentada no software GeoGebra por meio de dispositivos móveis para a aprendizagem de geometria especial no ensino médio. **VIDYA**, Santa Maria (RS, Brasil), v. 44, n. 1, p. 211-230, 2024. DOI: 10.37781/vidya.v44i1.4771. Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/4771. Acesso em: 27 jun. 2025.

AQUINO, M. de A.; DANTAS, G. G. C.; MAIA, M. E. **Educação para a autonomia: um diálogo entre Paulo Freire e o discurso das Tecnologias da Informação e Comunicação**, 2018. Disponível em: https://bibliotecas.sebrae.com.br/chronus/ARQUIVOS_CHRONUS/bds/bds.nsf/4066990953DD6E4E03256F9C004DBDE8/$File/NT00030606.pdf. Acesso em: 27 jun. 2025.

AUSTRALIAN MATHEMATICS TRUST. **Computational and Algorithmic Thinking (CAT)**. [S. l.], 2025. Disponível em: https://www.amt.edu.au/cat. Acesso em: 27 jun. 2025.

BARBOSA, S. M. O software GeoGebra e as possibilidades do trabalho com animação. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 2, n. 1, p. 22-32, 2013. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/12843/12201. Acesso em: 27 jun. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação - MEC. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 27 jun. 2025.

BRENNAN, K.; RESNICK, M. New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking. **Annual Meeting of the American Educational Research Association Meeting**, v. 1, 25 p., Vancouver, BC, Canada, 13-17 abril, 2012. Disponível em: http://scratched.gse.harvard.edu/ct/files/AERA2012.pdf. Acesso em: 27 jun. 2025.

CÂNDIDO, L.; FARIAS, M. Uma demonstração visual. **Revista do Professor de Matemática (RPM)**, v. 99, p. 31, 2019.

CUI, Z.; NG, O.; JONG, M. S.-Y. Integration of Computational Thinking with Mathematical Problem-based Learning: Insights on Affordances for Learning. **Educational Technology & Society**, v. 26, n. 2, p. 131-146, 2023. Disponível em: https://dx.doi.org/10.30191/ETS.202304_26(2).0010. Acesso em: 27 jun. 2025.

DUVAL, R. **Aprender a pensar matematicamente: o papel das representações semióticas na aprendizagem da matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

ENGEL, A. **Problem-Solving Strategies**. New York: Springer, 1997.

EUROPEAN BEBRAS COMMUNITY. **Computational Thinking and Mathematical Problem Solving (CT&MathABLE)**. [S. l.], 2025. Disponível em: https://bebras.ehu.eus/CT&Mathable/Index.html. Acesso em: 27 jun. 2025.

HÖFFLER, T. N.; LEUTNER, D. Instructional animation versus static pictures: A meta-analysis. **Learning and Instruction**, v. 17, n. 6, p. 722-738, 2007.

KANTOWSKI, M. G. Some Thoughts on Teaching for Problem Solving. In: REYS, R. E. (Ed.), **Problem Solving in School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 1980.

KNUTH, D. E. **The Art of Computer Programming**, v. 1. 3. ed. Addison-Wesley, 1997.

LARSON, L. C. **Problem-Solving Through Problems**. (Problem Books in Mathematics). New York: Springer-Verlag, 1983.

LENCHNER, G. **Creative Problem Solving in School Mathematics**. APSMO, 2006.

LOWE, R.; SCHNOTZ, W. **Learning with Animation: Research Implications for Design**. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MATHIAS, C. V.; ALENCAR, H.; CÂNDIDO, L.; GARCIA, R. Uma investigação dinâmica sobre as demonstrações das desigualdades das médias. **Revista Conexões - Ciência e Tecnologia**, v. 18, p. 1-11, 2024. Disponível em: https://conexoes.ifce.edu.br/index.php/conexoes/article/view/2992. Acesso em: 27 jun. 2025.

MATHIAS, C. V.; SILVA, H. A. da; LEIVAS, J. C. P. Provas sem palavras, visualização, animação e GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 8, n. 2, p. 62-77, 2019. Disponível em: https://doi.org/10.23925/2237-9657.2019.v8i2p062-077. Acesso em: 27 jun. 2025.

NÓBRIGA, J. C. C. Demonstrações matemáticas dinâmicas. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 15, n. 1, p. 1-21, 2019. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2019.e61725. Acesso em: 27 jun. 2025.

OBMEP. **Provas e soluções**, 2025a. Disponível em: http://www.obmep.org.br/provas.htm. Acesso em: 27 jun. 2025.

OBMEP. **Obmep em números**, 2025b. Disponível em: http://www.obmep.org.br/em-numeros.htm. Acesso em: 27 jun. 2025.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.), **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999a.

ONUCHIC, L. **Resolução de Problemas: uma proposta de trabalho na Educação Matemática.** Campinas: Autores Associados, 1999b.

PÓLYA, G. **How to Solve It**. Princeton: Princeton University Press, 1957.

PÓLYA, G. **Mathematical Discovery: on Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving**. 2 vols. New York: John Wiley, 1962.

PÓLYA, G. **Mathematics and Plausible Reasoning**, volume 2: Patterns of Plausible Inference. Princeton: Princeton University Press, 1968.

PÓLYA, G. **Mathematics and Plausible Reasoning**, volume 1: Induction and Analogy in Mathematics. Princeton: Princeton University Press, 1990.

POGGIOLI, L. **Estrategias de Resolución de Problemas**. (Serie Enseñando a Aprender). Caracas: Polar, 2001.

PORTAL DA OBMEP. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - Obmep**, 2025. Disponível em: http://www.obmep.org.br. Acesso em: 27 jun. 2025.

RODRIGUES, G.; OLIVEIRA, E. de. O uso do GeoGebra no ensino de elipse nas aulas de matemática da Educação Básica. **Revista do Professor de Matemática Online**, v. 5, n. 2, 2017. Disponível em: https://doi.org/10.21711/2319023x2017/pmo52. Acesso em: 27 jun. 2025.

SNEIDER, C.; STEPHENSON, C.; SCHAFER, B.; FLICK, L. Exploring the science framework and NGSS: Computational thinking in the science classroom. **Science Scope**, v. 38, n. 3, p. 10-15, 2014. Disponível em: https://doi.org/10.2505/4/ss14_038_03_10. Acesso em: 27 jun. 2025.

TVERSKY, B.; MORRISON, J. B.; BETRANCOURT, M. Animation: can it facilitate? **International Journal of Human--Computer Studies**, v. 57, p. 247-262, 2002. doi:10.1006/ijhc.1017. Disponível em: https://web.cs.dal.ca/~sbrooks/csci4166-6406/seminars/readings/Tversky_AnimationFacilitate_IJHCS02.pdf. Acesso em: 27 jun. 2025.

VALENTE, J. O pensamento computacional na formação do cidadão do século XXI. In: VALENTE, J. A.; ALMEIDA, M. E. B. (Org.), **Pensamento computacional na educação básica: fundamentos e experiências**. Campinas: UNICAMP/NIED, 2020.

VENDRUSCOLO, T.; VIELMO, S. E. Questões da Obmep adaptadas: análise de erros e o software GeoGebra. **VIDYA**, Santa Maria (RS, Brasil), v. 40, n. 1, p. 197-216, 2020. Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3048. Acesso em: 27 jun. 2025.

WEISS, R. E.; KNOWLTON, D. S.; MORRISON, G. R. Principles for using animation in computer-based instruction: Theoretical Heuristics for Effective Design. **Computers in Human Behavior**, v. 18, n. 4, p. 465-477, 2002. Disponível em: https://doi.org/10.1016/s0747-5632(01)00049-8. Acesso em: 27 jun. 2025.

WEINTROP, D.; BEHESHTI, E.; HORN, M.; ORTON, K.; JONA, K.; TROUILLE, L.; WILENSKY, U. Defining Computational Thinking for Mathematics and Science Classrooms. **J Sci Educ Technol**, v. 25, p. 127-147, 2016. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5. Acesso em: 27 jun. 2025.

WICKELGREN, W. A. **How to Solve Mathematical Problems**. New York: Dover Publications, 1995.

WING, J. M. Computational Thinking. **Communications of the ACM**, v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006.

ZEITZ, P. **The Art and Craft of Problem Solving**. 2. ed. USA: Malloy, 2006.