

O POTENCIAL DO SOFTWARE DESMOS NO ENSINO DE FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA

THE POTENTIAL OF DESMOS SOFTWARE IN TEACHING AFFINE AND QUADRATIC FUNCTIONS

EL POTENCIAL DEL SOFTWARE DESMOS EN LA ENSEÑANZA DE FUNCIONES AFINES Y CUADRÁTICAS

MARCIA JUSSARA HEPP REHFELDT¹

MARIA CLAUDETTE SCHORR²

RAI DA SILVA LOPES³

RESUMO

Este artigo é oriundo de uma pesquisa desenvolvida no Programa de Pós-Graduação, em uma universidade do Sul do Brasil, no decorrer dos anos 2023-2024. O cerne deste estudo é descrever as contribuições do software Desmos para o processo de ensino das funções afim e quadráticas. De cunho qualitativo e descritivo, ele foi realizado com 20 alunos do 3º ano do Ensino Médio, em uma escola pública, localizada em Guajará-Mirim, interior de Rondônia. Os instrumentos de coleta de dados foram os materiais impressos construídos para a pesquisa, as gravações de áudio e vídeo, diário de campo do pesquisador e questionário final. Os resultados apontam que o software *Desmos* auxiliou na compreensão dos efeitos dos coeficientes quando foram exploradas funções afim e do segundo grau. A facilidade se deu em função da produção rápida e precisa das imagens e por facilitar a manipulação dos coeficientes por meio do controle deslizante.

Palavras-chave: Função afim; Função quadrática; Software Desmos.

ABSTRACT

This article comes from research carried out in the Postgraduate Program, at a university in the South of Brazil, during the years 2023-2024. The core of this study is to describe the contributions of the Desmos software to the teaching process of affine and quadratic functions. Of a qualitative and descriptive nature, it was carried out with 20 students of the 3rd year of high school, in a public school, located in Guajará-Mirim, in the interior of Rondônia. The data collection instruments included printed materials created for the research, audio and video recordings, the researcher's field diary and the final questionnaire. The results indicate that the Desmos software helped in understanding the effects of coefficients when affine and quadratic functions were explored. The ease came from the quick rapid and precise generation of images and from the software's ability to facilitate the manipulation of coefficients through the slider control.

Keywords: Affine function; Quadratic function; Desmos Software.

RESUMEN

Este artículo surge de una investigación realizada en el Programa de Postgrado, en una universidad del Sur de Brasil, durante los años 2023-2024. El núcleo de este estudio es describir las contribuciones del software Desmos al proceso de enseñanza de funciones afines y cuadráticas. De carácter cualitativo y descriptivo, se realizó con 20

¹ Doutora em Informática na Educação. Universidade do Vale do Taquari - Univates. E-mail: mrehfeld@univates.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0007-8639>.

² Doutora em Informática na Educação. Universidade do Vale do Taquari - Univates. E-mail: mclaudetesw@univates.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1874-7917>.

³ Mestre em Ensino de Ciências Exatas. Escola Estadual de Ensino Médio e Fundamental Rocha Leal. E-mail: rai.lopes@universo.univates.br. ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-9955-6202>.

estudiantes del 3º año de educación media, en una escuela pública, ubicada en Guajará-Mirim, en el interior de Rondônia. Los instrumentos de recolección de datos fueron materiales impresos creados para la investigación, grabaciones de audio y video, el diario de campo del investigador y el cuestionario final. Los resultados indican que el software Desmos ayudó a comprender los efectos de los coeficientes cuando se exploraron funciones cuadráticas y afines. Esta facilidad se debió a la producción rápida y precisa de imágenes y a la facilidad de manipular los coeficientes mediante el control deslizante.

Palabras-clave: Function afine; Function cuadrática; Software Desmos.

INTRODUÇÃO

Estudos recentes, como os de Casagrande e Trentin (2020), Oliveira (2021), Santiago, De Sousa e Alves (2022) e Jesus (2018), mencionam as dificuldades que os professores encontram no ensino de funções. Entre os motivos, de acordo com citados os autores, pode-se mencionar o ensino tradicional da matemática, a falta do uso de diferentes metodologias e um ensino segregado, dissociando, por exemplo, os aspectos algébricos e geométricos presentes e observáveis nas relações.

Para França (2022, p. 125),

O ensino de funções, embora seja central no currículo de matemática no Ensino Médio brasileiro, ainda apresenta diversos obstáculos, dentre os quais podemos citar dificuldades prévias dos alunos em conceitos necessários para o entendimento de funções, a segregação do estudo de funções em seus diferentes tipos e a dificuldade de assimilar funções como um objeto e não apenas um processo.

Mediante o uso de antigas metodologias, as funções são ensinadas, predominantemente, explorando, em muitos casos, aspectos algébricos e insuficiente análise acerca dos coeficientes. Ainda se estudam muitos cálculos com pouca conexão com a parte geométrica. Dessa forma, há uma compreensão parcial sobre o que ocorre com os gráficos quando os parâmetros são alterados. Essa realidade também é expressa por Borba e Penteado (2001, p. 23):

[...] usualmente, a ênfase para o ensino de funções se dá via álgebra. Assim, é comum encontrarmos em livros didáticos um grande destaque para a expressão analítica de uma função e quase nada para os aspectos gráficos e tabulares. Tal destaque muitas vezes está ligado à própria mídia utilizada. Sabemos que é difícil a geração de diversos gráficos num ambiente em que predomina o uso de lápis e papel e, então, faz sentido que não se dê muita ênfase a esse tipo de representação.

Em adição à situação narrada pelos autores acima mencionados e corroborados pelos deste artigo, eclodiu, em 2019, com a pandemia do Covid-19, o ensino remoto, exigindo dos professores o uso de outros recursos, em especial, os tecnológicos. No entanto, docentes e alunos estavam pouco preparados para tal cenário e isso reverberou “uma maior dificuldade dos alunos para compreender a matemática no cenário do ensino remoto emergencial” (Santiago, Sousa e Alves, 2022, p. 2) e, assim, alguns conteúdos foram parcamente e, por vezes, nada explorados. As lacunas nos processos de ensino e de aprendizagem de funções afim e quadráticas são um exemplo disso.

Nesse cenário, também foram observadas brechas de conhecimento dos alunos do 3º ano do Ensino Médio em uma escola pública, localizada em Guajará-Mirim, interior do Estado de Rondônia. Eles haviam cursado o 1º ano do Ensino Médio sem comparecer à escola diariamente e sem o uso de tecnologias. Na volta ao formato presencial, quando já estavam matriculados no 3º ano, a escola priorizou uma revisão de conteúdos do Ensino Médio com o intuito de prepará-los às provas do Exame Nacional de Ensino Médio (ENEM) e, para tal, foi-lhes concedida uma cartilha contendo o que deveriam recapitular. Entre os conteúdos, estavam presentes as funções afim e quadráticas; entretanto, o professor titular da disciplina de matemática entendeu que nem todos os elementos a eles relacionados estavam contemplados no dito material, tampouco havia a proposição para a utilização de tecnologias. Em vista disso, um dos autores deste artigo propôs o desenvolvimento de um estudo acerca das referidas funções utilizando o software Desmos, que será explanado em outra seção. Assim, foram criadas atividades que priorizaram a análise do comportamento dos coeficientes, inter-relacionando aspectos algébricos e geométricos.

A partir dessa contextualização, o objetivo deste artigo é descrever as contribuições do software Desmos para o processo de ensino das funções afim e quadráticas, em especial, os efeitos dos coeficientes no comportamento das funções. Para além do objetivo, a presente escrita contempla um referencial teórico alicerçado no ensino de funções mediado por tecnologias, aliado a algumas funcionalidades e potencialidades do software Desmos. Também está expressa a metodologia de pesquisa e da prática docente usada, o público alvo da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, o cronograma e as atividades desenvolvidas. Ademais, como ocorreu na análise de dados, estão descritos os resultados obtidos, imbricados a alguns autores, bem como as considerações finais do estudo.

ENSINO DE FUNÇÕES MEDIADO POR TECNOLOGIAS

Ao explorar determinados conteúdos mediante o uso das tecnologias, o professor precisa ter em mente de que forma o recurso poderá contribuir para o processo de aprendizagem. Segundo Neide e Quartieri (2016), temos que fazer um bom uso dele [do recurso] e analisar as suas potencialidades. Um software, por exemplo, se bem explorado, é capaz de oferecer um potencial de aprendizagem para o aluno. Em adição, Dullius e Quartieri (2015; 2016) citam que, aliada à escolha de um bom software, deve ser elaborada uma boa atividade, que pode proporcionar aos alunos construções mentais de soluções para problemas científicos. Borba, Silva e Gadanidis (2016) acrescentam que uma atividade matemática desenvolvida com base na experimentação deve, entre outros aspectos, oferecer possibilidades de o estudante gerar conjecturas, manipular de forma dinâmica os objetivos construídos, explorar o caráter visual, dinâmico e auxiliar na compreensão de conceitos. Em complemento, Dullius, Quartieri e Neide (2023) sublinham que as tecnologias digitais oferecem possibilidades, como a visualização e a simulação, o que permite ao aluno experimentar e aprender com os resultados obtidos. No caso de funções afim e quadrática, a visualização do comportamento das variáveis é de extrema importância.

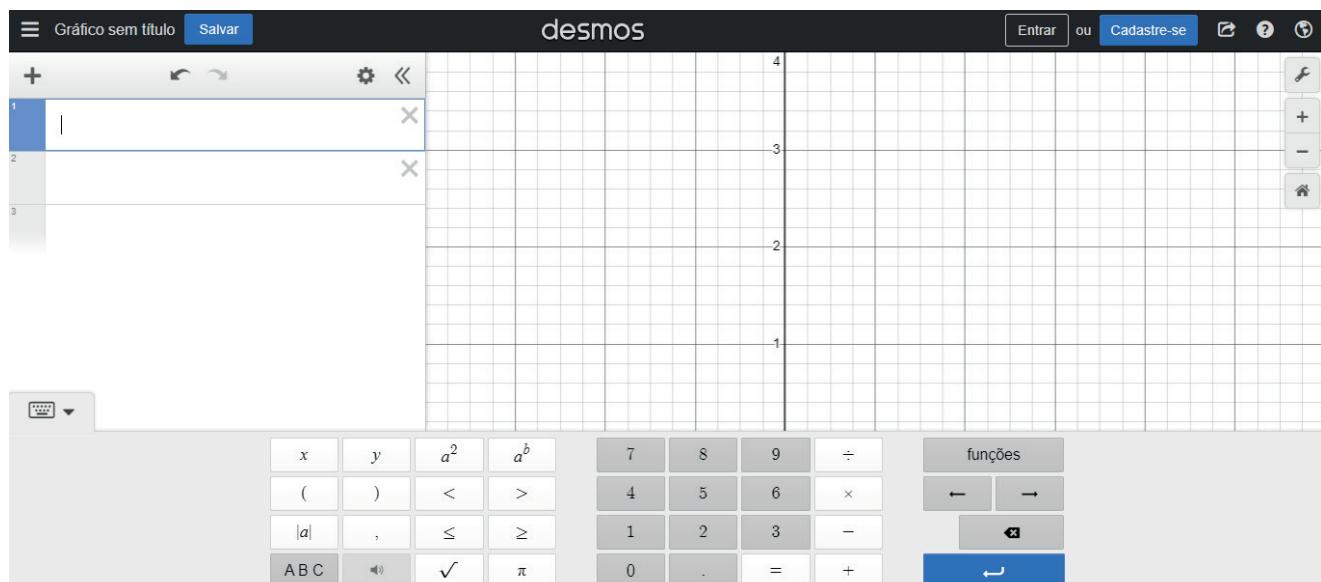
Ademais, um aspecto relevante no ensino de funções é a compreensão dos coeficientes. Pataro e Balestri (2018, p. 109) asseveram que a função afim é do primeiro grau e podemos utilizá-la quando queremos representar aumentos ou reduções lineares. “A função de variável real, definida por $f(x)=ax+b$, em que a e b são números reais. Dizemos que a e b são coeficientes da função. O coeficiente b também é chamado termo independente”. Ainda de acordo com os mencionados autores, uma função quadrática é “toda função do tipo $f(x)=ax^2+bx+c$, em que a é o coeficiente real de x^2 ,

com $a \neq 0$, b é o coeficiente real de x , e c é um número real, também chamado termo independente” (Pataro e Balestri, 2018, p. 128). Na função afim, o coeficiente atem relação com o crescimento da função e a inclinação da reta; o b , com o intercepto do eixo y . Juntos [os coeficientes], indicam qual é a raiz da função, ou seja, $xv = \frac{-b}{a}$. No que concerne à função quadrática, a nos indica a concavidade da parábola; b , os deslocamentos das funções sobre o eixo x ; c , o intercepto com o eixo y . Algumas relações entre esses coeficientes viabilizam encontrar o vértice da parábola V , em que $\Delta=b^2-4.a.c$; o ponto de mínimo ou máximo (as mesmas coordenadas do vértice); a quantidade de raízes das funções, também determinada pelo valor do Δ . Caso $\Delta>0$, há duas raízes reais e distintas; se $\Delta=0$, duas reais e iguais e, por fim, com $\Delta<0$, inexistem raízes reais.

Mas encontrar e compreender os efeitos dos coeficientes não é uma tarefa tão simples e, se isso for desenvolvido apenas de forma algébrica, o desafio se torna ainda maior. Neste sentido, o uso de algum software tem a capacidade de auxiliar na análise da dinamicidade de uma função, ou seja, entender os efeitos que podem ser produzidos nas funções com as alterações dos coeficientes. Para ajudar na visualização e dinamicidade do comportamento das funções, o software Desmos pode ser uma alternativa.

De acordo com Melo (2021) e Santos *et al.* (2021), o software Desmos foi criado por Eli Luberoff e lançado como uma *startup* na conferência *TechCrunch's Disrupt*, realizada nos Estados Unidos, em 2011. Esse recurso permite a visualização do traçado de funções por meio da construção de gráficos em malha quadriculada. Melo (2021, p. 38) complementa que o Desmos “também conta com uma visualização algébrica e uma calculadora na própria tela”. A Figura 1 apresenta a tela inicial do software.

Figura 1 - Tela inicial do software Desmos.



Fonte: www.desmos.com/calculator.

No canto superior, à esquerda, é possível inserir a função, sendo que seu gráfico aparece no centro da tela no plano cartesiano. O seu uso é intuitivo e não requer, dos usuários, longo período de capacitação (França, 2022). Em termos de instalação, ele está disponível para as plataformas de celular IOS e Android ou tablet e precisa ser instalado e, além disso, pode ser usado no formato online

(Melo, 2021, Santos et al, 2021). É descrito como gratuito (Santos et al, 2021), livre e dinâmico (Melo, 2021). Santos et al. (2021, p. 36395) informam que “não necessita de internet para funcionar, apenas para salvar a representação gráfica, é preciso inserir senha e usuário”.

No que concerne às potencialidades do software Desmos, várias são expressas; entre elas, facilidade na construção, visualização, rapidez e precisão no traçado. Melo (2021, p. 52) reitera que,

A partir da análise que fizemos do software Desmos, reconhecemos seu potencial para auxiliar na construção, exploração, visualização, experimentação de situações e manipulação de dados que são facilitados pelos recursos do aplicativo. Pela via docente tradicional, através do uso de recursos convencionais, como, por exemplo, materiais de desenho, o estudante não estaria apto a realizar com tamanha qualidade e diversidade, a análise de relações entre parâmetros em uma representação algébrica e seus desdobramentos em termos de representação gráfica. Assim, espera-se que as dificuldades relacionadas a essas relações possam ser reduzidas com o uso do aplicativo.

Para o autor supracitado, por um lado, ainda é importante explorar gráficos de forma manual, mas; por outro, os desenhos realizados com lápis e papel não têm a mesma qualidade, tampouco são facilmente manipuláveis se não forem realizados por meio do software. De forma similar, Scremen (2019, p. 6) escreve que,

Como potencialidades do uso do software Desmos, destacaram-se a visualização e a experimentação proporcionados através da manipulação dos gráficos, construção de tabelas, marcação e seleção de pontos, que foram mediados pelas atividades propostas e possibilitaram a compreensão [...] de modo mais enriquecedor, principalmente em seus aspectos geométrico e gráfico.

Silva (2021) também explorou o uso do software Desmos em seu estudo intitulado “Ensino aprendizagem de função afim via exploração, resolução e proposição de problemas com o uso do aplicativo Desmos em contexto remoto”. Nesse sentido, ele afirma que a sua aplicação trouxe bons resultados, pois o recurso demonstrou ser uma ferramenta de interação com a qual os alunos se familiarizaram.

Assim sendo, nessa breve revisão de literatura de alguns estudos recentes foi possível observar as principais potencialidades destacadas nos estudos, quais sejam: construção, exploração, visualização, manipulação, interação, rapidez e precisão nos desenhos. Dando prosseguimento à descrição da prática desenvolvida, seguem as metodologias utilizadas na pesquisa e na prática pedagógica.

METODOLOGIA DE PESQUISA E DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Esta pesquisa pode ser caracterizada, quanto à abordagem, como qualitativa e, no que tange aos objetivos, é do tipo descritiva. Conforme Moreira (2011, p. 76),

O interesse central [da pesquisa qualitativa] está em uma interpretação dos significados atribuídos pelos sujeitos e suas ações em uma realidade socialmente construída, através de observação participativa, isto é, o pesquisador fica imerso no fenômeno de interesse. Os dados obtidos por meio dessa participação ativa são de natureza qualitativa e analisados de forma correspondente.

Flick (2013, p. 23) corrobora a ideia de Moreira ao afirmar que, na pesquisa qualitativa, “o objetivo é menos testar o que é conhecido do que descobrir novos aspectos na situação que está sendo estudada e desenvolver hipóteses ou uma teoria a partir dessas descobertas”. Neste sentido, pressupõe-se que a pesquisa aqui descrita tem abordagem qualitativa, uma vez que o interesse está pautado em observar como os alunos resolviam atividades relacionadas às funções afim e quadrática e de que forma o software Desmos poderia auxiliá-los no entendimento dos parâmetros no comportamento das funções. Mais especificamente, o que significam e como se alteram os coeficientes e na função afim e também os coeficientes , e em funções quadráticas.

No que concerne aos objetivos, tal estudo pode ser caracterizado como descriptivo. Neste tipo de pesquisa, descrevem-se as características de um fenômeno ou objeto de estudo, estabelecendo relações entre as variáveis (Gil, 2010). Entende-se que ela (a pesquisa) tem essas características por evidenciar relações que foram observadas acerca das implicações do uso do software Desmos no processo de ensino das funções afim e quadráticas.

No que consiste à prática pedagógica, esta foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Rocha Leal, fundada em 1967, na Cidade de Guajará-Mirim/RO, interior do Estado de Rondônia, que autorizou o uso do nome e do desenvolvimento do estudo por meio da assinatura de um termo de anuência. O público-alvo, alunos do 3º ano do Ensino Médio, eram de famílias pouco favorecidas financeiramente. A escola, localizada na zona urbana da cidade, atendia, prioritariamente, a clientela do bairro no qual estava/está situada, mas também de outras localidades, oferecendo educação no Nível Fundamental II - 8º e 9º anos - e Ensino Médio. Em 2023, ano em que o estudo foi aplicado, o total de matrículas era de 504, sendo 253 no período matutino e 251 no vespertino. Mais especificamente, a turma em que foi desenvolvida a investigação, era composta de 20 alunos entre 16 e 19 anos, sendo 12 do sexo feminino e 8 do masculino. Para dela participar, os maiores de idade assinaram eles próprios os termos de consentimento; por sua vez, os menores os levaram para casa a fim de conseguirem a aprovação dos pais.

Para o desenvolvimento do estudo, foi realizado o seguinte planejamento de atividades conforme exposto no Quadro 1.

Quadro 1 - Planejamento dos Encontros da Intervenção Pedagógica.

Número do Encontro	Conteúdos	Objetivos
Encontro 1	Efeito dos coeficientes nas funções afim e quadrática.	<ul style="list-style-type: none"> - Revisar as definições de função afim e os coeficientes a e b por meio do software Desmos. - Revisar as definições de função quadrática e os coeficientes a, b e c. - Estabelecer similaridades e diferenças entre os efeitos dos coeficientes em ambas as funções.
Encontro 2	Crescimento e decrescimento das funções afim e quadrática.	Descrever o crescimento e o decrescimento das funções afim e quadrática, observando os coeficientes e correlacionando-os.
Encontro 3	Domínio e Imagem da função afim e da função quadrática.	Identificar o domínio e imagem das funções afim e quadrática por meio de gráficos construídos pelo software Desmos.
Encontro 4	Intercepto do eixo y nas funções afim e quadrática.	Identificar a relação entre os coeficientes das funções afim e quadrática, observando em que local a função corta o eixo.
Encontro 5	Intercepto no eixo com determinação das raízes ou zeros das funções afim e quadrática.	Identificar as raízes da função afim e quadrática, analisando a interseção no eixo por meio do gráfico.

Encontro 6	Valor máximo e valor mínimo da função quadrática.	Determinar o valor de máximo e de mínimo por meio de análise gráfica.
Encontro 7	Resumo dos elementos que compõem as funções afim e quadrática.	Sintetizar os elementos que regram as funções em um quadro.
Encontro 8	Avaliação da sequência didática	Identificar as contribuições do uso do software Desmos na resolução de funções afim e quadrática ⁴ .

Fonte: Dos autores (2024)

Os dados para o estudo foram obtidos por meio do uso de vários instrumentos de coleta de dados, entre eles: gravações, fotos, diário de campo do pesquisador e folhas contemplando as atividades desenvolvidas e um questionário avaliativo aplicado no último encontro. Para Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 118), em um diário de campo, “[...] o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários, descreve episódios ou retrata diálogos”. As gravações foram transcritas, e as respostas das atividades, lidas e escrutinadas tanto para a dissertação e confecção do Produto Educacional - exigências do Programa de Pós-Graduação - quanto para este artigo.

Em relação à escrita da análise de dados, ela ocorreu de forma descritiva. Para Reis e Reis (2002, p. 5), nesse tipo de pesquisa, busca-se “organizar, resumir e descrever os aspectos importantes de um conjunto de características observadas ou comparar tais características entre dois ou mais conjuntos”. Neste sentido, descreveram-se os principais resultados observados no decorrer da exploração da prática pedagógica que podem ser lidos na seção seguinte.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nas subseções que seguem, descrevem-se os resultados obtidos em relação às sete atividades desenvolvidas com os alunos. Em cada uma delas, são narradas conversas entre o professor e os pesquisados e/ou a análise das respostas por eles fornecidas.

EFEITOS DOS COEFICIENTES NAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA

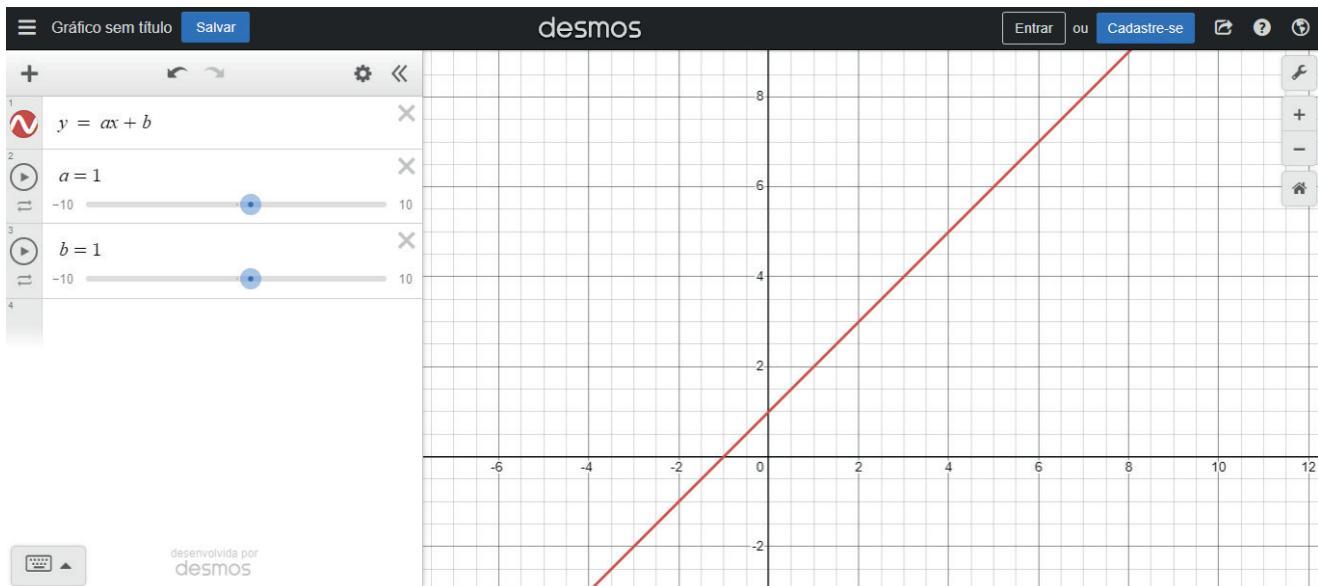
Por se tratar de uma revisão de conteúdos acerca das funções, conteúdo explorado no período da pandemia com o grupo de alunos em questão, supunha-se que eles tivessem conhecimentos prévios para resolver as atividades propostas. Sob a ótica da teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2003), o aspecto que mais importa no processo de aprendizagem é o que o discente tenha os subsunidores presentes na estrutura cognitiva. Embora o estudo não tenha sido desenvolvido à luz da aprendizagem significativa, a relevância dos conhecimentos prévios foi entendida como algo primordial.

Considerado esse aspecto e com o propósito de revisar os efeitos dos coeficientes das funções afim e quadrática, propuseram-se os seguintes objetivos: a) Revisar as definições de função afim e os coeficientes e por meio do software Desmos; b) Revisar as definições de função quadrática e os coeficientes ; c) Estabelecer similaridades e diferenças entre os efeitos dos coeficientes em ambas as funções.

Inicialmente, foram esclarecidas algumas particularidades em relação ao Desmos, tais como link de acesso, de que forma seria possível inserir os dados da função e como observar o retorno do gráfico. Para isso, solicitou-se aos alunos que entrassem no citado software, digitando a função em seu formato genérico, ou seja, como mostra a Figura 2.

⁴ O Produto Educacional com as atividades completas pode ser encontrado em <https://www.univates.br/ppgece/producoes>.

Figura 2 - Imagem retornada pelo software quando da digitação da função de forma genérica.



Fonte: Autores do estudo (2024).

A Figura 2, no canto superior à esquerda, mostra que é possível alterar os valores de a e b dessa forma, realizar as conjecturas acerca do que cada coeficiente altera no gráfico. Para isso, os alunos foram orientados a fixar um dos coeficientes e alterar o outro para evidenciar os resultados, utilizando para isso o controle deslizante. De acordo com Friske *et al.* (2016, p. 16) apud Melo (2021), o uso do controle deslizante pode causar variações, manual ou automaticamente, bem com assumir a função de uma variável.

Da mesma forma como foi explorada a função afim, digitou-se a função quadrática $y=ax^2+bx+c$. Novamente, um dos coeficientes foi fixado; os demais, variados para observar o comportamento da função. A Figura 3 contém uma resposta de uma dupla de alunos⁵ em relação ao efeito do coeficiente a .

Em uma linguagem simples⁶, a Dupla 9 conseguiu expressar a influência do coeficiente a . De acordo com Pataro e Balestri (2018), é possível identificar a concavidade da parábola por meio de seus coeficientes. Se a for positivo, a parábola tem concavidade voltada para cima e, se a for negativo, a parábola tem concavidade voltada para baixo.

5 As duplas serão denominadas por números para preservar o anonimato.

6 Caso o professor desejar uma prática menos dirigida, poderá apenas questionar o aluno sobre o efeito do valor do a sobre o gráfico, não descrevendo acerca da concavidade, já que o software tem a potencialidade de ser rápido e dinâmico.

Figura 3 - Resposta da Dupla 9 a um dos questionamentos feitos.

7 – Ajuste os valores de b e c como estão ($b = 1$ e $c = 1$) e altere os valores de a (por meio do controle deslizante) por $a = 1; a = 2; a = 3; a = 4; a = 10$. Também modifique os valores usando números negativos por $a = -1; a = -2; a = -3; a = -4; a = -10$. Agora escreva o que você observou ao modificar o valor a . O sinal de a positivo e negativo promoveu mudança na concavidade da parábola sobre o eixo x , estando voltada para cima ou para baixo? Se sim, como isso ocorreu? Relacione sua resposta (concavidade voltada para cima ou para baixo) com os sinais do coeficiente a .

Ao mudar o valor de a para positivo ou negativo promove mudança na parábola, quando o sinal é alterado para positivo a linha se curva para cima e quando muda para o negativo se curva para baixo.

Fonte: Dos autores, com base na resposta da dupla 9.

Ainda no que concerne aos coeficientes e para auxiliar na compreensão da interferência do termo independente das funções, perguntou-se: “Ao visualizar as funções no software Desmos, o que você pode observar com o coeficiente da função afim e o coeficiente da função quadrática? É possível notar alguma relação entre esses coeficientes, ou não, isto é, o efeito que ambos produzem sobre o eixo y é o mesmo?”. Na sequência, encontra-se a resposta da Dupla 4 (Figura 4):

Figura 4 - Resposta da Dupla 4 para a pergunta sobre os coeficientes.

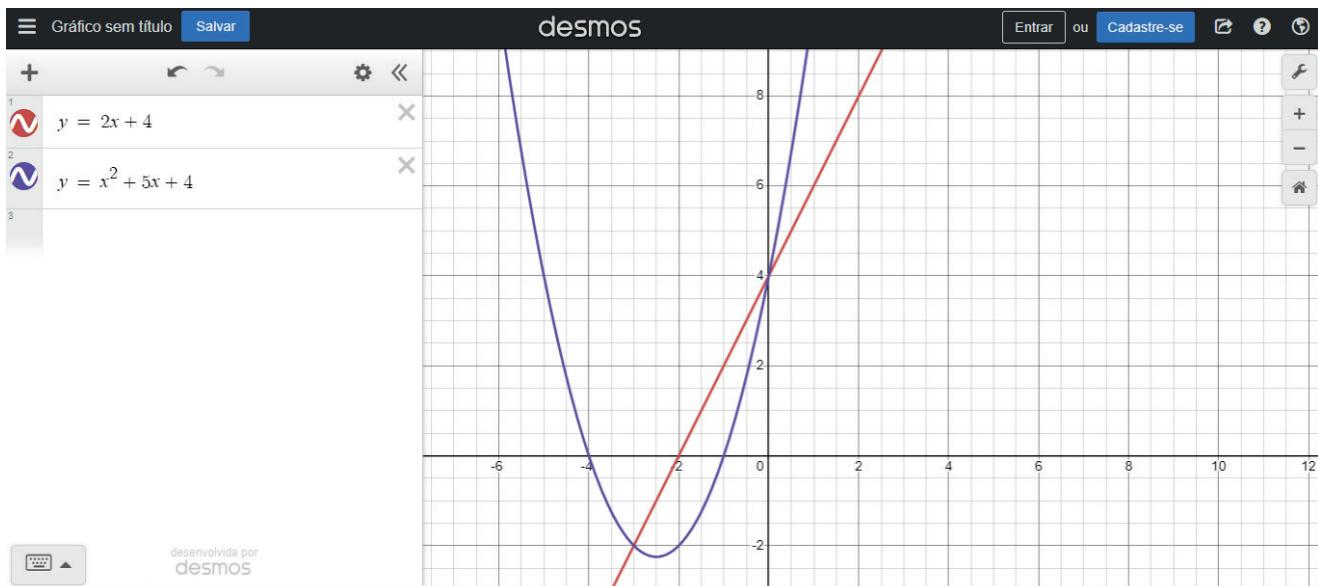
c) Ao visualizar as funções no software Desmos, o que você pode observar com o coeficiente b da função afim e o coeficiente c da função quadrática? É possível notar alguma relação entre esses coeficientes ou não ou seja, o efeito que ambos produzem sobre o eixo y é o mesmo?

Ele tem mesmo efeito em ambas as funções, ou seja, eles tem mesmo efeito sobre o eixo y, ou seja, eles tem mesmo efeito.

Fonte: Dos autores, 2024.

A resposta anterior evidencia que ocorreu a compreensão, e o software auxiliou nesse processo conforme aparece graficamente na Figura 4. A Dupla 9 afirmou que “o software Desmos ajuda a compreender melhor as funções e também é possível observar elementos que no quadro não seria possível”. Em adição, a Dupla 6 declarou que “pelo Desmos podemos ver coisas que no quadro não conseguimos”. Ao se analisarem as enunciações dos alunos, é possível verificar que os verbos observar e ver aparecem, o que foi relevante para eles. Nesse sentido, Eusébio (2018) ressalta que o dito recurso permite o uso de um número distinto de cores, o que também pode ser percebido na Figura 5, fato que auxilia na identificação de que ambas as funções cortam o eixo y no mesmo ponto (x,y) . Aqui a função quadrática está representada pela cor azul, e a afim, vermelha. Por sua vez, o ponto de interseção ocorre em $(0,4)$.

Figura 5 - Imagem que ilustra os efeitos dos coeficientes e nas funções.



Fonte: Dos autores, 2024.

A análise dos resultados obtidos nessa atividade está em consonância com as palavras de Flores, Wagner e Buratto (2012) quando eles afirmam que a realização de atividades por meio de softwares proporciona a visualização de elementos gráficos. Além disso, auxilia no entendimento e oportuniza ao aluno uma melhor compreensão de conceitos matemáticos abstratos.

CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA

O objetivo da segunda atividade era descrever o crescimento e o decrescimento das funções afim e quadrática, observar os coeficientes e correlacioná-los. A resposta esperada para o caso da função afim era: Se , a função é crescente; caso contrário, é decrescente. Na Figura 6, a resposta da Dupla 2:

Figura 6 - Resposta da Dupla 2 para a questão acerca do coeficiente.

- a) Quando esta função é crescente? Quando ela será descrente? Relacione sua resposta com algum coeficiente anteriormente estudado.

Quando valor de a é crescente quando é positivo
descrente, quando mundo posição, negativo.

Fonte: Dos autores, 2024.

Em princípio, a supracitada pergunta foi bem compreendida e praticamente todos os alunos a acertaram. As respostas foram similares à anteriormente descrita e à que era esperada. Conforme

Pataro e Balestri (2018), o crescimento e o decrescimento da função afim dependem do coeficiente com valores, respectivamente, maiores e menores que zero.

Já em relação à função $y=ax^2+bx+c$, surgiram dificuldades, especialmente por ela ser ora crescente, ora decrescente, e seu ponto de mudança de crescimento estar associado ao vértice. Ademais, quando o valor do $a>0$, a função é decrescente para $x<x_V$ e crescente para $x>x_V$. Caso $a<0$, a função é crescente para $x<x_V$ e decrescente para $x>x_V$. Quando exemplificada com uma função, os alunos não lembravam mais da fórmula do vértice, tampouco clicaram nesse ponto, possibilidade oferecida pelo software Desmos, que indica as coordenadas dos pontos. Assim sendo, na dita atividade, o professor precisou intervir recuperando a forma de calcular os valores do x_V e do y_V . Para elucidar, descrevem-se as enunciações do docente e dos alunos. Professor: “Reflitam um pouco, analisem os dados do gráfico.” Passados alguns minutos, um integrante da Dupla 5 respondeu: “acho que é o b”. O professor perguntou novamente: “Certo, apenas o coeficiente b?”. Ao observar que ninguém reagiu à pergunta, ele proferiu mais algumas explicações para saber se recordavam as fórmulas. Na sequência, uma aluna da Dupla 1 respondeu: “Professor, se não me engano, como é do x vértice, eu acho que é dividido por 2”. Logo, um da Dupla 5 disse: “Não, agora lembrei, é dividido por 2a”, ao que o docente afirmou: “vocês quase acertaram”, pois ainda estava faltando o sinal negativo diante do coeficiente b . Pataro e Balestri (2018) mencionam que as coordenadas do vértice $V(x_V,y_V)$ do gráfico de uma função quadrática pode ser determinada ao se utilizar a fórmula $x_V = \frac{-b}{2a}$. Assim, após a substituição dos valores da função pelos coeficientes da fórmula, foi possível determinar o valor do x_V .

No tocante às tecnologias, Amado e Carreira (2015, p. 14) sublinham que

Devemos estar conscientes de que não é a tecnologia ou qualquer outro recurso didático que vai melhorar ou resolver os problemas de aprendizagem da Matemática. Defendemos que as tecnologias são um recurso indispensável, mas que deve ser integrado na sala de aula de forma adequada.

Como reiteram as autoras, os recursos tecnológicos são relevantes, mas também é necessário que o professor tenha algum conhecimento nessa área. Nesse sentido, Euzébio (2018) explica que o Desmos é um software fácil de usar; portanto, representa uma possibilidade a ser explorada e usada em sala de aula.

DOMÍNIO E IMAGEM DA FUNÇÃO AFIM E DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Na terceira atividade, o objetivo era discutir o domínio e a imagem das funções afim e quadrática por meio de gráficos construídos pelo software Desmos. Para isso, solicitou-se que o aluno o abrisse e digitasse a função $y=2x+3$ e, na sequência, clicasse com o mouse qualquer ponto na reta. No exemplo, foi proposto o ponto $P(1,03; 5,06)$. Ato contínuo, o pesquisado deveria arrastá-lo sobre a reta, quando foi assim indagado: este ponto poderia ser deslocado para a direita e esquerda e também acontecer que, para algum valor de x , não teria um de y correspondente? Posteriormente, o coeficiente $a=2$ foi trocado por $a=-2$, e a pergunta, repetida. Por fim, em um momento de generalização, tomando uma função afim, foi novamente interrogado: coeficientes poderiam assumir qualquer valor pertencente ao conjunto dos números reais? Dessa forma, concluiu-se que uma função afim, de forma genérica, sempre terá o domínio e a imagem como sendo o conjunto dos números reais.

Na Figura 7, consta a resposta da Dupla 3. Iezzi e Murakami (2013, p. 74) destacam que “[...] chama-se domínio de \mathbb{R} , o conjunto D de todos os primeiros elementos dos pares ordenados pertencentes a \mathbb{R} ”, e “[...] o conjunto imagem da função afim $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x)=ax+b$, com $a \neq 0$, é \mathbb{R} ” (Iezzi; Murakami, 2013, p. 105). De forma similar, qual seria o domínio e a imagem de uma função quadrática e que relação isso teria com os coeficientes da função? Novamente foi mencionado um exemplo, a saber: digitar a função $y=x^2-4x+2$ e posicionar o cursor sobre o ponto P (4,00055; 2,223). Solicitou-se que ele fosse arrastado sobre a parábola e, se para todo valor de x , haveria um valor de y correspondente.

Figura 7 - Resposta da Dupla 3 à pergunta sobre o domínio e a imagem de uma função afim.

4 - Agora pense de forma genérica em uma função do tipo $y = ax + b$. Que tipo de valores x pode assumir? e y ?
 Tanto valores positivos como negativos
 (qualquer valor).

Fonte: Dos autores, 2024.

Da mesma forma que na função afim, partiu-se para a generalização, indagando quais seriam o domínio e a imagem de uma função quadrática. A Dupla 7 assim respondeu (Figura 8):

Figura 8 - Resposta da Dupla 7 à questão domínio e imagem.

8 - Agora pense de forma genérica em uma função do tipo $y = ax^2 + bx + c$. Que tipo de valores x pode assumir? e y ?
 Pode assumir negativo e positivo em qualquer um.
 Y é limitado.

Fonte: Fonte: Dos autores, 2024.

Em adição, a Dupla 8 afirmou que “os domínios são todos os números reais a imagem tem um determinio do vértice de sua parábola”, respostas que evidenciam a dificuldade de eles escreverem corretamente o que a questão pedia, respondendo de forma parcial. O que os alunos quiseram dizer é que o valor da imagem tem relação com o vértice. Uma resposta esperada é se $a>0$, a imagem de uma função quadrática é $(y, +\infty)$ e se $a<0$, a imagem é $(-\infty, y)$. Nas enunciações das duplas, percebeu-se que a forma gráfica correta desse conjunto imagem não foi obtida, mas algumas delas conseguiram escrever em linguagem materna.

Esses resultados condizem com as palavras de Andrade e Brandão (2019, p. 81) ao afirmarem que o software Desmos

Facilita na compreensão da correspondência entre os valores de “ x ” e “ y ” quando a função quadrática se encontra representada graficamente no plano cartesiano. Na representação gráfica de uma função quadrática, auxilia na compreensão de

que todos os elementos do domínio são utilizados. Na representação gráfica de uma função quadrática, ajuda na compreensão de cada elemento “x” do domínio possui apenas uma imagem pertencente ao contra-domínio.

Mediante as palavras proferidas por Andrade e Brandão (2019), entende-se que tanto o domínio quanto a imagem são observáveis de forma gráfica e não precisam ser imaginados. Novamente, evidencia-se a relevância do aspecto visual, do experimentar, do observar os comportamentos das variáveis e , bem como dos coeficientes , foco principal do estudo.

INTERCEPTO DO EIXO Y NAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA

Referente à quarta atividade desenvolvida, envolvendo funções afim e quadrática, perguntou-se acerca do intercepto da função com o eixo y. O objetivo era identificar a relação entre os coeficientes das funções afim e quadrática, observando o local em que a função corta o eixo y. Para tal, solicitou-se aos alunos que digitassem várias funções afins, todas com o mesmo coeficiente a, mas alterando o valor b. Em seguida, deveriam escrever uma conclusão. A Dupla 3 assim respondeu (Figura 9):

Figura 9 - Resposta da Dupla 3.

2 - Analise as funções após a alteração do sinal no coeficiente b, o que é possível observar no gráfico em relação ao intercepto do gráfico como eixo y?

Que todos os valores estão concentrados no eixo y.

Fonte: Dos autores, 2024.

Analizada a resposta, pode-se entender que a dupla inferiu que uma função intercepta o eixo y no ponto $(0, b)$, sendo o b o coeficiente linear, que se lê diretamente no eixo y quando $x=0$. Paiva (2010, p. 132) anuncia que “Toda reta de equação $y=ax+b$, com $a \neq 0$ também cruza o eixo Oy em um único ponto. Para determinar a ordenada desse ponto, substituiu-se x por zero na equação, obtendo: $y=a.0+b \rightarrow y=b$. Logo, o ponto de intersecção da reta com o eixo Oy é $(0, b)$.”

Da mesma forma procedeu-se com a função quadrática. Novamente os alunos responderam que seria suficiente observar em que ponto, no eixo y, a função corta o eixo. Este seria o valor do intercepto y. Como se pode observar, a visualização foi importante. Nesse sentido, Scremenin (2019) explica que o software Desmos é potente na visualização e na experimentação manipulando os gráficos. Por fim, indagou-se (se haveria a possibilidade de encontrar o intercepto sem realizar cálculos. A Figura 10 contempla a resposta da Dupla 2:

Figura 10 - Questionamento acerca da identificação do intercepto y em uma função quadrática.

6 - É possível encontrar o valor do intercepto com o eixo y, sem desenhar o gráfico? De que forma?

C é possível Analisando o coeficiente c da função quadrática.

Fonte: Autores do artigo, 2024.

A resposta evidencia que os integrantes da Dupla 2 conseguiram associar gráfica e geograficamente os valores, fato relevante para o entendimento do que significa uma função. Nesse sentido, Souza e Alves (2022) também enfatizam a pertinência do uso da tecnologia sob uma perspectiva mais dinâmica e reforçam a importância da manipulação por meio de um recurso tecnológico, uma vez que isso auxilia na compreensão da relação existente entre os coeficientes das funções e o comportamento gráfico. Sendo assim, o professor pode favorecer a aprendizagem do discente quando inclui a manipulação, a experimentação e a visualização.

INTERCEPTO NO EIXO x, COM DETERMINAÇÃO DAS RAÍZES OU ZEROS DAS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA

Após questionar de que forma ocorrem os cortes das funções com o eixo y, também se problematizou o intercepto com o eixo x. Assim, a atividade objetivava identificar as raízes da função afim e quadrática, analisando a interseção no eixo x, por meio do gráfico. Inicialmente, foram sugeridas quatro funções afins; dentre elas, a função $y=2x-2$. Os alunos traçaram os gráficos no software Desmos e responderam de forma similar aos da Dupla 5 (Figura 11).

Figura 11 - Resposta da Dupla 5 à questão acerca do intercepto com o eixo.

3 - O que acontece com o valor de y, no ponto em que o gráfico intercepta o eixo x?

Isso não é 0

Fonte: Autores do artigo, 2024.

O intento dos alunos foi declarar que o valor de $y=0$ ocorre quando o gráfico corta ou intercepta o eixo x. Em termos teóricos, segundo Iezzi e Murakami (2013, p. 108), “Zero de uma função é todo número x cuja imagem é nula, isto é, $f(x)=0$, o que delibera que os valores de y são realmente nulos. Em outras palavras, Iezzi e Murakami (2013, p. 109) sustentam que: “[...] podemos interpretar o zero da função afim como sendo abscissa do ponto onde o gráfico corta o eixo dos x. Ao serem indagados se sabiam calcular (de forma algébrica) o ponto de intersecção, responderam de forma similar aos da Dupla 6 (Figura 12).

Figura 12 - Resposta ao questionamento feito acerca da fórmula do cálculo de raízes de funções afim.

5 - Como é possível determinar essas coordenadas em cada função usando os coeficientes a e b ?

Utilizando a fórmula $\frac{-b}{a}$

Fonte: Autores do artigo, 2024.

Iezzi e Murakami (2013, p. 108) declaram que

Zero de uma função é todo número x cuja imagem é nula, isto é, $f(x)=0$. x é zero de $y=f(x)\Leftrightarrow f(x)=0$. Assim, para determinarmos o zero da função afim, basta resolver a equação de 1º grau: $ax+b=0$ que apresenta uma única solução $x = \frac{-b}{a}$. De fato, resolvendo $ax+b=0$, $a \neq 0$, temos: $ax+b=0\Leftrightarrow ax=-b\Leftrightarrow x = \frac{-b}{a}$.

De forma análoga, procedeu-se às representações de funções quadráticas. Conforme Iezzi e Murakami (2013, p. 140), “os zeros ou raízes da função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$ são os valores de x reais tais que $f(x)=0$ e, portanto, as soluções da equação do segundo grau $ax^2+bx+c=0$ ”. Nesse momento, os alunos perceberam que nem sempre as funções quadráticas cortam o eixo x ; elas podem apenas tocá-lo ou nem isso. Cabe observar que, mesmo sabendo da existência da fórmula de bhaskara, não relacionaram o número de respostas à quantidade de raízes. De acordo com Pataro e Balestri (2018), o discriminante Δ dirá quantas raízes a função possui: caso $\Delta > 0$, esta terá duas raízes reais e diferentes; nessas condições, a interseção do gráfico da função com o eixo x ocorre em dois pontos distintos. Se $\Delta = 0$, a função terá duas raízes reais e iguais; então, ela apenas toca o eixo x , e isso ocorre em um único ponto. Mas, se $\Delta < 0$, a função não terá raízes reais e distintas. Sendo assim, não haverá interseção do gráfico da função com o eixo x . Paiva (2010, p. 162) explica que também

Há parábolas que interceptam o eixo das abscissas em um ou dois pontos. Para obter esses pontos a partir de $y=ax^2+bx+c$, atribuímos o valor de zero à variável y , obtendo: $ax^2+bx+c=0$. Pela fórmula resolutiva de uma equação do 2º grau, temos: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ em que $\Delta=b^2-4.a.c$.

No tocante ao software Desmos, Andrade e Brandão (2019) enfatizam que, com o seu uso, é possível mostrar que as raízes de uma função quadrática correspondem aos pontos da parábola nos quais ocorre a interseção do gráfico com o eixo x . Caso apenas toque, tem-se uma raiz, caso contrário, a função não terá raízes. Reitera-se, portanto, a relevância da visualização para o entendimento das raízes, bem como da associação da resolução algébrica com a geométrica.

VALOR MÁXIMO E VALOR MÍNIMO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Na sexta atividade, o objetivo era determinar o valor de máximo ou de mínimo por meio da análise gráfica. Essa questão esteve relacionada somente à função quadrática, haja vista que as afins não têm vértice, pois seu traçado se constitui em uma reta. Duas perguntas foram feitas aos alunos, a saber: identificar quais funções apresentavam ponto de mínimo ou máximo a partir da construção

dos gráficos no software Desmos; analisar, a partir do valor do coeficiente , se a função teria ponto de mínimo ou ponto de máximo. A primeira questão, baseada em observações no gráfico, foi bem compreendida pelos alunos, que conseguiram identificar as que tinham pontos de mínimo ou máxi- mo. No entanto, a segunda, analisar o que ocorre apenas analisando o coeficiente , apresentou um grau de dificuldade maior. Uma das razões pode estar relacionada ao uso de símbolos matemáticos, tais como \geq ou \leq . A Figura 13 contém a resposta da Dupla 19.

Figura 13 - Descrição da Dupla 9 para a pergunta feita.

3 - Ao variar o coeficiente a ($a > 0$ e $a < 0$) variando os sinais positivo e negativo, o que acontece com a parábola? Relacione isso com o ponto de máximo ou de mínimo?

Ela muda de posição alterando o ponto de máxima e o ponto de mínima

Fonte: Dos autores, 2024.

A Figura 13 confirma que a resposta está incompleta, uma vez que a dupla não especificou que, quando o valor do for positivo, a função terá ponto de mínimo e, se for negativo, ela terá ponto de mínimo. Sobre observar o gráfico por meio do software Desmos, Andrade e Brandão (2019, p. 82) explicam que

Auxilia na visualização do ponto do vértice da parábola no gráfico. Ajuda na compreensão de que o vértice é o ponto inflexão da parábola. Mostra que o vértice é um ponto de máximo quando o coeficiente da função for negativo e um ponto de mínimo quando for positivo. Evidencia que o vértice é ponto de encontro entre a parábola e o seu eixo de simetria. Facilita a percepção de que a coordenada do vértice da parábola corresponde à média aritmética dos valores das raízes da função.

RESUMO DOS ELEMENTOS QUE COMPÓEM AS FUNÇÕES AFIM E QUADRÁTICA

A última atividade (atividade 7) relacionada ao estudo das funções afim e quadrática envolveu um quadro cujos elementos fundamentais que regram as funções foram explicitados, e os alunos deveriam preenchê-lo. O objetivo era sintetizar, de certa forma, os estudos e as atividades realizadas anteriormente conforme mostra o Quadro 2.

Quadro 2 - Identificação dos elementos das funções afim e quadrática.

Função	Afim	Quadrática
Escrita algébrica		
Coeficientes		
Condições básicas de existência		
Concavidade		
Crescimento e decrescimento		
Zeros da função		
Vértice		
Interseção com o eixo X		
Interseção com o eixo Y		
Valor máximo e valor mínimo		
Desenho do gráfico		

Fonte: Dos autores (2024).

As partes escuras no Quadro demonstram que nem todos os elementos aparecem nas funções. Por exemplo, a do primeiro grau não tem vértice, concavidade, tampouco um ponto de mínimo ou máximo. Como se percebe, não ocorreram instruções sobre digitar determinada função no Desmos e observar os efeitos, o que pode ter contribuído para um relativo número de equívocos mesmo depois de ser estudado cada elemento de forma isolada. As perguntas com maior número de erros ainda estavam relacionadas à concavidade, zeros da função e crescimento, conectando isso com os coeficientes. A Figura 14 ilustra um exemplo de resposta em que ocorreram os equívocos acima mencionados.

Figura 14 - Resposta da Dupla 2 ao quadro de perguntas.

1 - Após a resolução de todas as atividades, escreva detalhadamente tudo o que conseguiu identificar, a respeito da função afim e da função quadrática, conforme o solicitado no quadro:

Função	Afim	Quadrática
Escrita algébrica	$f(x) = ax + b$	$f(x) = ax^2 + bx + c$
Coeficientes	a, b	a, b, c
Condições básicas de existência	$a \neq 0$	$a \neq 0$
Concavidade		$a > 0$
Crescimento e decrescimento	Sim	Sim
Zeros da função	$2x^2 - 5$	Sim
Vértice		Sim
Interseção com o eixo X	$f(x) = 0$	$f(x) = 0 \quad a > 0 \Rightarrow 0 = 0$
Interseção com o eixo Y	c	$\text{coeficiente de } b \text{ e } c$
Valor máximo e valor mínimo		$a > 0 \text{ mínimo } \quad a < 0 \text{ máximo}$
Desenho do gráfico	$\text{crescente, } \text{afins, } \text{centro}$	$\text{Parábola, } \text{máximo}$

Fonte: Dos autores, 2024.

Em função do número significativo de equívocos e das respostas dadas às perguntas acerca da concavidade, crescimento, zeros das funções e vértice, infere-se que o Quadro carece de questões mais pontuais, bem como de relação com os coeficientes. Em outras palavras, é importante que os alunos relacionem gráfica e algebricamente as funções, usufruindo do software Desmos que, de forma rápida, traça os gráficos. Cabe salientar que o intuito com essa atividade era conectar os diversos elementos às funções, expressando suas similaridades e diferenças. Por exemplo, a condição de existência de ambas (as funções) está relacionada ao coeficiente a , que precisa ser diferente de zero. Por outro lado, uma função afim é apenas crescente ou decrescente, diferentemente de uma quadrática que ora é crescente, ora decrescente. Visualizar e internalizar tais semelhanças e diferenças entre esses elementos é essencial para a compreensão dos efeitos de cada coeficiente sobre uma função.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término da escrita deste artigo, é oportuno relembrar o principal objetivo do estudo, qual seja, relatar as potencialidades do software Desmos na revisão de conteúdos acerca de funções afim e quadrática. Após algumas reflexões, entendeu-se que a utilização do nomeado recurso, por si só, não garante o sucesso do ensino e do aprendizado de funções, mas pode auxiliar nos processos. Portanto, cabe ao professor desenvolver uma atividade com os alunos que fomente o seu aprendizado, seja capaz de desafiá-los a pensar, criar conjecturas e reflexões. No caso deste estudo, as atividades valorizaram o uso do controle deslizante, uma das potencialidades da referida ferramenta, com a finalidade de promover descobertas acerca dos coeficientes das funções. Ao deslizarem o controle sobre os coeficientes a e b de uma função do tipo $y=ax+b$, os pesquisados perceberem e visualizaram que o primeiro é responsável pelo tipo de crescimento da função; o segundo, pelo intercepto com o eixo y . Sem o software, possivelmente, muitos gráficos seriam construídos de forma manual para se obterem as mesmas descobertas, o que pode demandar tempo e ainda assim não representar precisamente a função.

De forma similar, na função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$, o controle deslizante permitiu observar nitidamente o que acontece com um gráfico quando se variam os coeficientes. Dito de outra forma, a é responsável pela curvatura da concavidade e b pelo deslocamento do gráfico pelo eixo x , caminhando para a direita e esquerda. Por fim, c produz o mesmo efeito na função quadrática que b na afim. Se ainda forem correlacionados os coeficientes, é possível obter as raízes das funções, o vértice, o ponto de mínimo ou máximo, entre outros o que é relevante para a compreensão das funções, haja vista elas serem relações entre variáveis que apresentam coeficientes.

Com base nas constatações anteriormente mencionadas, infere-se que as potencialidades observadas foram: geração rápida e precisa das imagens dos gráficos, redução de tempo de construção dos gráficos (se comparado aos desenhos manuais) e precisão das representações em função do uso de escalas pré-estabelecidas. Sendo assim, facilita as construções mentais dos alunos como sustentam Dullius e Quartieri (2015, 2016).

REFERÊNCIAS

- AMADO, N. M. P.; CARREIRA, S. P. G. Recursos tecnológicos no ensino e aprendizagem da matemática. In: DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. (org.). **Explorando a matemática com aplicativos computacionais**. 1. ed. Lajeado: Editora Univates, 2015. p. 10-18.

ANDRADE, W. M.; BRANDÃO, J. C. **O estudo das funções quadráticas com a mediação do software GeoGebra.** 1. ed. Curitiba: CRV, 2019.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.** Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, M. de C.; SILVA, R. de R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática: sala de aula e internet em movimento.** 1. ed., 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

CASAGRANDE, E.; TRENTIN, S. M. A. **Função polinomial do 2º grau: uma sequência didática apoiada nas tecnologias digitais e na robótica.** *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 11, n. 1, p. 131-153, 2020. DOI: <https://doi.org/10.26843/renccima.v11i1.2265>.

DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. **Explorando a matemática com aplicativos computacionais: anos iniciais do ensino fundamental.** 1. ed., v. 1, 127 p. Lajeado: Univates, 2015.

DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. **Aproximando a matemática e a física por meio de recursos tecnológicos: Ensino Médio.** 1. ed., v. 1, 124 p. Lajeado: Univates, 2016.

DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T.; NEIDE, I. G. **Teoria do Uso Didático das Tecnologias Digitais - TUDITEC.** In: DULLIUS, M. M.; NEIDE, I. G. (orgs.). **Tecnologias digitais no ensino de ciências e matemática.** São Paulo: Livraria da Física, 2023. p. 9-34.

EUZÉBIO, J. da S. et al. **Proposta de ensino de geometria analítica utilizando o Desmos.** 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, PR. Disponível em: http://repositorio.utfp.edu.br/jspui/bitstream/1/3833/1/PB_PROFMAT_M_Euz%C3%A9bio%2C%20Julian%20da%20Silva_2018.pdf. Acesso em: 20 set. 2024.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

FLICK, U. **Introdução à metodologia de pesquisa: um guia para iniciantes.** 1. ed. Porto Alegre, RS: Penso, 2013.

FLORES, C. R.; WAGNER, D. R.; BURATTO, I. C. F. **Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas.** *Revista Educação Matemática e Pesquisa*, v. 14, n. 1, p. 31-45, 2012.

FRANÇA, J. de A. **Proposta para o ensino de funções usando a ferramenta digital Desmos.** 2022. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/240889>. Acesso em: 28 ago. 2024.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar, 1: conjuntos, funções.** São Paulo: Saraiva, 2013.

JESUS, D. N. de. **O uso do software GeoGebra para o ensino de função do 2º grau: o caso da 1ª série do ensino médio de uma escola federal.** 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, RS. Disponível em: <https://www.univates.br/bduserver/api/core/bitstreams/4397b53e-6d35-4fc8-81e-9-086ef9c634d4/content>. Acesso em: 15 jul. 2024.

MELO, A. B. P. **Software educativo Desmos: possibilidades e limites no ensino de funções no Fundamental II.** 2021. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/20573>. Acesso em: 28 ago. 2024.

MOREIRA, M. A. **Pesquisa e ensino: métodos qualitativos.** São Paulo: Livraria da Física, 2011.

NEIDE, I. G.; QUARTIERI, M. T. Recursos tecnológicos nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática e da física. In: DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. (orgs.). **Aproximando a matemática e a física por meio de recursos tecnológicos: Ensino Médio.** Lajeado: Editora Univates, 2016. p. 9-14.

OLIVEIRA, E. R. de. **O uso da tecnologia no ensino da matemática: contribuições do software GeoGebra no ensino da função do 1º grau.** 2021. Trabalho de Conclusão de Curso - [Instituição não informada], Patos, PB. Disponível em: <https://repositorio.ifpb.edu.br/handle/177683/1316>. Acesso em: 28 ago. 2024.

PAIVA, M. R. **Matemática.** 2. ed. São Paulo: Moderna, 2010.

PATARO, P. M.; BALESTRI, R. **Matemática essencial 9º ano: ensino fundamental, anos finais.** 1. ed. São Paulo: Scipione, 2018.

REIS, E. A.; REIS, I. A. **Análise descritiva de dados.** Relatório técnico. Belo Horizonte, MG: UFMG, 2002. Disponível em: <http://www.est.ufmg.br/portal/arquivos/rts/rte0202.pdf>. Acesso em: 17 ago. 2024.

SANTIAGO, P. V. da S.; SOUSA, R. T. de; ALVES, F. R. V. **O ensino de funções do 1º grau por meio da gamificação com o Escape Factory.** Educitec - Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico, v. 8, e178822, 2022. DOI: <https://doi.org/10.31417/educitec.v8.1788>.

SANTOS, H. M. dos; SOUZA, S. R. de; COSTA, G. P.; SANTOS, L. C.; CAVALCANTE, F. F.; GRACIANO, M. R. da S. **Reflexão sobre a usabilidade dos aplicativos Winplot, GeoGebra e Desmos no ensino de matemática.** Brazilian Journal of Development, v. 7, n. 4, p. 36384-36399, 2021.

SCREMIN, G. **O que f'(x) nos diz sobre f(x): uma abordagem com uso de tecnologia computacional.** 2019. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado. Disponível em: <https://www.univates.br/bduserver/api/core/bitstreams/f9661dc6-c014-48c9-a608-da1874eee92e/content>. Acesso em: 27 ago. 2024.

SILVA, C. F. da. **Ensino-aprendizagem de função afim via exploração, resolução e proposição de problemas com o uso do aplicativo Desmos em contexto remoto.** 2021. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, PB. Disponível em: <https://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/4217>. Acesso em: 3 set. 2024.

SOUZA, R. T.; ALVES, F. R. V. **O ensino de função quadrática com arrimo do simulador PhET: uma prática analisada com base na teoria dos conceitos figurais.** APEDuC Revista/APEDuC Journal, v. 3, n. 1, p. 81-101, 2022. Disponível em: <https://apeducrevista.utad.pt/index.php/apeduc/article/view/252/115>. Acesso em: 3 set. 2024.