

USO DAS MÉDIAS ARITMÉTICA E HARMÔNICA NA CLASSIFICAÇÃO DE VESTIBULANDOS

*Adriana Stefanello Somavilla**

O concurso vestibular tem sido objeto de questionamentos, com propostas que pretendem desde sua eliminação pura e simples até a utilização de notas obtidas no decorrer do ensino médio. O recurso a questões objetivas, exclusivamente, foi motivo de críticas. Nos últimos anos, a inclusão de prova de redação, além de questões de caráter discursivo representou, sem dúvida, um grande avanço na aferição de conhecimentos do candidato ao ensino superior. O fato é que o utópico brado de “universidade para todos” só terá sentido quando for possível dizer também “todos para a universidade”. A realidade entretanto é que não existe universidade para todos e nem todos devem ingressar na universidade; logo, impõe-se um processo seletivo e o concurso vestibular parece o mais indicado.

Para se obter a classificação dos candidatos, diferentes métodos são utilizados em diversas universidades, entre eles a média aritmética simples ou ponderada e a média harmônica, que também pode ser simples ou ponderada.

* Professora de Matemática do Colégio Madre Júlia de São Sepé, RS. Artigo elaborado a partir de monografia orientada pelo professor Valduíno Stefanel, Área de Ciências Exatas do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria.

Introdução

O vestibular é um acontecimento marcante na vida do estudante. A competição por uma vaga na universidade é cada vez mais intensa, trazendo expectativas e angústias não só para o vestibulando, mas também para seus familiares. Com isso, surgem discussões sobre os critérios de classificação nesse curso.

O considerável aumento de pretendentes ao curso superior ditou, ao lado da Reforma Universitária, substanciais transformações no vestibular. A primeira delas foi a eliminação da prova oral, a partir do início da década de 60, de vez que sua realização acabaria arrastando o processo de seleção por vários dias, tendo em vista o número crescente de candidatos. Pelo mesmo motivo, as provas discursivas, de correção demorada e trabalhosa, começaram a ser substituídas por provas objetivas. Constatando-se, de um lado, a existência de vagas ociosas e, de outro, a figura do excedente, o concurso vestibular perdeu seu caráter eliminatório, tornando-se classificatório. Assim sendo, parece justifica-se a análise das diferenças entre o uso da média aritmética e o uso da média harmônica nesse tipo de concurso, a partir de um corpus preciso: os exames realizados em janeiro de 2000 para o ingresso de novos alunos no Centro Universitário Franciscano de Santa Maria (UNIFRA).

Metodologia

1 Média aritmética

Sejam x_1, x_2, \dots, x_n "n" valores da variável x . A média aritmética de x representada por \bar{x} é definida por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \quad \text{ou ainda:} \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1)$$

onde: x_i é o valor da observação i , e n é o número de observações.

Em outras palavras, a *média aritmética simples* de um conjunto de números é igual ao quociente entre a soma dos valores do conjunto e o número total de valores.

Quando os valores do conjunto tiverem pesos diferentes, obtém-se uma *média aritmética ponderada* através do quociente entre o produto dos valores da variável pelos respectivos pesos e soma dos pesos.

2 Média harmônica

Dados n valores $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, a média harmônica simples do conjunto será:

$$\bar{x}_h = \frac{1}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} \quad \text{ou} \quad \bar{x}_h = \frac{1}{\frac{\sum_{j=1}^n \frac{1}{x_j}}{n}} = \frac{n}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{x_j}} \quad (2)$$

Em outras palavras, a média harmônica simples de um conjunto de valores x_i é o inverso da média aritmética dos inversos.

Quando os números de um conjunto estiverem dispostos em uma tabela de freqüências, utiliza-se a *média harmônica ponderada*, que é dada pela seguinte expressão:

$$\bar{x}_h = \frac{1}{\frac{\sum_{j=1}^k \frac{1}{x_j} f_j}{\sum_{j=1}^k f_j}} = \frac{\sum_{j=1}^k f_j}{\sum_{j=1}^k \frac{1}{x_j} f_j} = \frac{n}{\sum_{j=1}^k \frac{f_j}{x_j}} \quad (3)$$

A média harmônica só será igual à média aritmética, se os n valores forem iguais. Caso contrário, a média harmônica será sempre menor que a média aritmética, e essa diferença se acentua à medida que aumenta a variabilidade dos n valores.

Devido a este fato, muitas universidades utilizam a média harmônica para classificar vestibulandos. Dessa forma, são premiados aqueles que têm desempenho semelhante em todas as provas, em detrimento de outros que, embora alcançando a mesma média aritmética, tenham aproveitamento mais diferenciado.

3 Dados utilizados

Para verificar o efeito das médias aritmética e harmônica na classificação dos vestibulandos, foram utilizados resultados obtidos por três cursos no concurso vestibular realizado no Centro Universitário Franciscano em janeiro de 2000, como mostra a Tabela 1.

O concurso vestibular constou da prova de redação e de 110 questões de múltipla escolha, distribuídas em diversas disciplinas, conforme a Tabela 2.

Não foi seguido, com rigor, nenhum processo de classificação utilizado em universidades, pois o objetivo deste trabalho é analisar as implicações das médias aritmética e harmônica na classificação do vestibulando e não comparar critérios usados por qualquer instituição em particular.

Consideraram-se as seguintes notas:

$$N_1 = \frac{\left[10\left(\frac{LP}{16}\right) + 10\left(\frac{LE}{10}\right) + 10\left(\frac{LB}{12}\right) + RE \right]}{4}$$

$$N_2 = \frac{10\left(\frac{BI}{12}\right) + 10\left(\frac{QU}{12}\right)}{2}$$

$$N_3 = \frac{10\left(\frac{MA}{12}\right) + 10\left(\frac{FI}{12}\right)}{2}$$

$$N_4 = \frac{10\left(\frac{GE}{12}\right) + 10\left(\frac{HI}{12}\right)}{2}$$

onde o multiplicando é o fator de ponderação para que cada prova tivesse nota máxima 10; o numerador corresponde ao número de acertos do candidato na disciplina mencionada, o denominador é o número de questões válidas, e o denominador geral é o peso da nota. Foram calculadas pelas expressões cujas notações são definidas na Tabela 2:

Tabela 1 – Dados utilizados para comparar as implicações do uso das médias aritmética e harmônica na classificação do concurso vestibular realizado no Centro Universitário Franciscano (UNIFRA) de Santa Maria, em janeiro de 2000.

Cursos	Número de Vestibulandos	Número de Vagas	Relação Candidato/Vaga
307- Nutrição	180	40	4,5
518- Administração Noturno	80	40	2,0
528- Direito Noturno	251	40	6,3

Fonte: Comissão Permanente de Vestibular – COPERVES.

Tabela 2 – Número de questões aplicadas nas diferentes disciplinas do vestibular realizado em janeiro de 2000 no Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, RS (UNIFRA).

Prova	Sigla	Número de questões
Língua Portuguesa	LP	16
Física	FI	12
Biologia	BI	12
Língua Estrangeira	LE	10
Matemática	MA	12
Química	QU	12
Literatura Brasileira	LB	12
Geografia	GE	12
História	HI	12
Redação	RE	Nota inteira de 0 a 10

Fonte: Comissão Permanente de Vestibular – COPERVES.

$$\text{Média Aritmética Ponderada} = \frac{4(N_1) + 2(N_2) + 2(N_3) + 2(N_4)}{10}$$

$$\text{Média Harmônica Ponderada} = \frac{10}{\frac{4}{N_1} + \frac{2}{N_2} + \frac{2}{N_3} + \frac{2}{N_4}}$$

No cálculo das médias os pesos foram determinados em função do número de questões das notas. Assim, obteve-se a classificação dos candidatos para cada uma das médias. Com a ordem obtida nas duas médias pelos primeiros 45 classificados no vestibular do Centro Universitário Franciscano, foi calculado o coeficiente de correlação de Spearman, a fim de avaliar o grau de concordância entre as duas classificações. Foi testada a hipótese básica $H_1 : \rho \neq 0$, contra a hipótese alternativa $H_0 : \rho = 0$, utilizando o nível de significância de 0,05.

Utilizou-se o coeficiente de correlação de Spearman, pois os dados são ordenações, enquanto os testes de significância feitos para o coeficiente de correlação de Pearson não são válidos para esse tipo de variável. Foram calculados também os coeficientes de determinação, estes com base no coeficiente de correlação de Pearson.

Tabela 3 – Classificação obtida pelas médias aritmética (MA) e harmônica (MH) de vestibulandos dos cursos de Direito, Nutrição e Administração do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, RS (UNIFRA) de janeiro de 2000.

Classificação UNIFRA	DIREITO		NUTRIÇÃO		ADMINISTRAÇÃO	
	MA	MH	MA	MH	MA	MH
1º	1º	1º	1º	1º	2º	2º
2º	2º	2º	2º	2º	1º	1º
3º	3º	3º	3º	4º	3º	9º
4º	4º	4º	4º	3º	4º	3º
5º	5º	8º	5º	5º	6º	6º
6º	7º	6º	9º	6º	5º	4º
7º	8º	7º	8º	7º	8º	5º
8º	6º	5º	6º	11º	7º	7º
9º	11º	11º	7º	8º	9º	34º
10º	9º	10º	11º	9º	10º	8º
11º	12º	14º	10º	13º	12º	24º
12º	10º	9º	12º	10º	11º	20º

(continua)

Classificação UNIFRA	DIREITO		NUTRIÇÃO		ADMINISTRAÇÃO	
	MA	MH	MA	MH	MA	MH
13º	13º	17º	17º	19º	15º	15º
14º	15º	15º	14º	15º	13º	22º
15º	17º	16º	16º	12º	14º	11º
16º	14º	12º	13º	29º	16º	19º
17º	16º	13º	21º	119º	17º	18º
18º	20º	32º	19º	14º	18º	16º
19º	18º	34º	20º	23º	19º	10º
20º	19º	18º	18º	30º	20º	40º
21º	22º	20º	15º	34º	22º	12º
22º	24º	21º	22º	17º	21º	38º
23º	21º	19º	25º	16º	23º	17º
24º	23º	25º	24º	43º	24º	23º
25º	25º	23º	23º	18º	26º	30º
26º	26º	24º	26º	21º	27º	78º
27º	27º	27º	27º	37º	31º	26º
28º	28º	35º	28º	24º	32º	33º
29º	29º	22º	29º	60º	25º	13º
30º	30º	48º	33º	25º	30º	25º
31º	32º	47º	34º	28º	28º	35º
32º	31º	26º	30º	26º	29º	14º
33º	33º	45º	32º	40º	33º	31º
34º	37º	38º	36º	22º	36º	39º
35º	39º	37º	31º	20º	34º	29º
36º	38º	31º	37º	27º	35º	21º
37º	36º	30º	35º	44º	39º	27º
38º	34º	28º	42º	46º	37º	32º
39º	35º	42º	40º	42º	38º	60º
40º	42º	78º	41º	45º	40º	28º
41º	41º	33º	38º	47º	44º	47º
42º	46º	36º	39º	71º	43º	53º
43º	45º	41º	43º	31º	41º	43º
44º	40º	61º	47º	36º	53º	51º
45º	43º	29º	46º	33º	46º	62º

Resultados e Discussão

Pela Tabela 3, pode-se observar que a ordem obtida através da média aritmética praticamente se iguala à adotada pelo Centro Universitário Franciscano. Em outras palavras, se para a classificação dos vestibulandos da UNIFRA fosse adotado o uso da média aritmética, os candidatos aos cursos de Direito, Nutrição e Administração, com alguma exceção, seriam os mesmos.

Já para média harmônica, surgem algumas diferenças. Entre os primeiros colocados essas diferenças são poucas; mas elas vão aumentando à medida que os candidatos alcançam colocações inferiores. Isso pode ser explicado pelo fato de que os primeiros classificados devem ter bom desempenho em todas as disciplinas e, obtendo notas uniformes, as médias aritmética e harmônica são semelhantes. Analisando mais detalhadamente os candidatos do 1º ao 10º lugar, pela classificação da UNIFRA, nota-se que, para os cursos de Direito e Nutrição, o resultado da classificação não se altera para as primeiras vagas. Já para o curso de Administração, o 9º lugar, pela média harmônica, se colocaria na posição 34º. Dos candidatos que ficaram entre o 11º ao 20º, para o curso de Direito, por exemplo, os candidatos da 18º e 19º posições, teriam respectivamente, pela média harmônica, sua classificação nas posições 32º e 34º. No curso de Administração, o 20º lugar ficaria na posição 40º.

Para o curso de Nutrição, surgiu um caso que merece análise mais detalhada. O aprovado em 17º lugar, pela média harmônica, ficaria na posição 119º. Ao se observar os acertos por disciplina: Português – 12 ; Literatura – 11; Biologia – 9; Física – 0; Matemática – 2; Química – 1; História – 9; Geografia – 7; Língua Estrangeira – 9; Redação – 9, percebe-se que há uma variação entre as notas, principalmente das disciplinas de Matemática, Física e Química, em relação às outras. Pela média aritmética, o candidato ficaria na posição 21º, não alterando muito em relação à classificação da UNIFRA, pois ele compensaria os poucos acertos nas três disciplinas já citadas, pelas disciplinas de maior número de acertos. Então pode-se dizer que, nos cursos em que a relação candidato/vaga é alta, um candidato que obtiver poucos acertos em uma das disciplinas já estaria excluído das primeiras colocações. A vaga seria preenchida por quem tivesse um número elevado de acertos em todas as disciplinas. Já para os cursos em que a relação candidato/vaga é mais baixa, são classificados mesmo os candidatos que tenham poucos acertos em algumas disciplinas, desde que compensem a nota em outras. Diante desse fato, pode-se concluir que a média harmônica premia o aluno que obtém maior homogeneidade nas notas das diversas disciplinas.

Na Tabela 4 encontram-se os valores do coeficiente de correlação, do nível mínimo de significância e do coeficiente de determinação encontrados, eliminando o candidato da posição 17º mencionado anteriormente.

Tabela 4 – Coeficientes de correlação de Spearmann (r_s), nível mínimo de significância (n.m.s.) e coeficiente de determinação (r^2) entre a classificação obtida com a média aritmética e a média harmônica, no vestibular realizado no Centro Universitário Franciscano (UNIFRA) de Santa Maria, RS, em janeiro de 2000.

Curso	r_s	n.m.s	r^2
Direito (noturno)	0,921	<0,0001	0,703
Nutrição	0,836	<0,0001	0,591
Administração (noturno)	0,791	<0,0001	0,543

Verifica-se na Tabela 4 que, para os três cursos, houve correlação significativa entre as classificações obtidas com as duas médias. A probabilidade de ocorrer, devido ao acaso, uma associação igual à obtida, é menor que 1 por 10.000, ou seja, é muito pouco provável que esse fato aconteça. Os coeficientes de determinação mostram que, para o curso de Direito, 70,3% da variação obtida com uma média está associada à outra média, enquanto que, para os cursos de Nutrição e Administração esse valor é, respectivamente, 59,1 % e 54, 3%. Fica evidenciado que o grau de associação entre as classificações obtidas com as duas médias diminui à medida que aumenta a concorrência pela vaga.

Com base nos resultados analisados, pode-se concluir que:

- 1) as médias aritmética e harmônica classificam os candidatos do vestibular de forma diferente;
- 2) quanto maior for a relação candidatos/vaga, maior será a concordância entre as classificações obtidas pelas duas médias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CAMPOS, Humberto de. *Estatística experimental não-paramétrica*. 4. ed. São Paulo: Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, 1983.
- DE FRANCISCO, Walter. *Estatística: síntese de teoria, exercícios propostos e resolvidos*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1982.
- FONSECA, Jairo Simon da; MARTINS, Gilberto de Andrade. 1996. *Curso de Estatística*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 1996.
- HARIKI, Seiji. Média Harmônica. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo, n. 32, 1996, p. 17-24.
- SILVA, Oscar Vieira da. 1987. *Manual do Vestibular; guia para planejamento, execução e avaliação do concurso vestibular*. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Superior, 1987.
- TOLEDO, Geraldo Luciano; OVALLE, Ivo Izidoro. 1992. *Estatística Básica*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 1992;
- WAGNER, Eduardo. 1991. Duas Médias. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo, n. 18, 1991, p. 43-47.