

**CARACTERIZAÇÃO DO PROCESSO DE ELABORAÇÃO DE
UMA TAREFA SOBRE TRIÂNGULOS COM O SOFTWARE GEOGEBRA***CHARACTERIZATION OF THE PROCESS OF PREPARING A
TASK ON TRIANGLES WITH THE GEOGEBRA SOFTWARE**CARACTERIZACIÓN DEL PROCESO DE PREPARACIÓN DE UNA
TAREA SOBRE TRIÁNGULOS CON EL SOFTWARE GEOGEBRA***MARIA RAIANE DA SILVA¹**
VINÍCIUS PAZUCH²**RESUMO**

Objetiva-se analisar o processo de elaboração de uma tarefa de Geometria Dinâmica, planejada de forma colaborativa por três professores de matemática, visando ao ensino de triângulos na educação básica. O estudo ocorreu durante uma Ação de Formação Continuada permanente, associada ao uso de Tecnologias Digitais em Educação Matemática, em uma escola estadual do ABC Paulista. Participaram três professores dos anos finais do Ensino Fundamental e os autores deste artigo. Elaborou-se a tarefa com base em um modelo teórico de Geometria Dinâmica, estruturado em torno de três elementos e sete marcadores - unidades de análise deste estudo -: quadro de referência, recontextualização reversa, contexto de referência, distribuição, estrutura, uso da linguagem, construção, relação pedagógica e engajamento. O modelo permitiu que os professores planejassem a tarefa em sua totalidade. Analiticamente, possibilitou avaliar o processo de elaboração da tarefa e o produto final, de forma sistematizada, contribuindo para a compreensão das escolhas feitas pelos elaboradores.

Palavras-chave: geometria dinâmica; formação de professores; tecnologias digitais.

ABSTRACT

Objective-to analyze the process of elaboration of a dynamic geometry task, planned collaboratively by mathematics teachers, aiming at the teaching of triangles in basic education. I studied during a permanent Continuing Training Year, associated with the use of Digital Technologies in Mathematical Education, in a state school of ABC Paulista. Three professors will participate two years ago from Fundamental Education and the authors of this article. The task is elaborated based on a theoretical model of dynamic geometry, structured around three elements and seven markers - units of analysis of this study -: frame of reference, reverse recontextualization, context of reference, distribution, structure, language use, construction, pedagogical relationship and engagement. The model allowed teachers to plan their entire task. Analytically, it is possible to evaluate the process of elaboration of the task and the final product, in a systematic way, contributing to the understanding of the schools made by the processors.

Keywords: dynamic geometry; teacher training; digital technologies.

¹ Mestra em Ensino e História das Ciências e da Matemática. E-mail: maria.raiane@ufabc.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8343-3682>

² Professor do Centro de Matemática, Computação e Cognição da Universidade Federal do ABC. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. E-mail: vinicius.pazuch@ufabc.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6997-1110>

RESUMEN

El objetivo es analizar el proceso de elaboración de una tarea de geometría dinámica, planificada colaborativamente por profesores de matemáticas, con el objetivo de enseñar triángulos en la educación básica. El estudio se realizó durante una Acción Permanente de Formación Continua, asociada al uso de Tecnologías Digitales en la Educación Matemática, en una escuela pública del ABC Paulista. Participaron tres docentes de los últimos años de Educación Primaria y los autores de este artículo. La tarea se desarrolló a partir de un modelo teórico de geometría dinámica, estructurado en torno a tres elementos y siete marcadores -unidades de análisis en este estudio-: marco de referencia, recontextualización inversa, contexto de referencia, distribución, estructura, uso del lenguaje, construcción, relación y compromiso pedagógico. El modelo permitió a los profesores planificar la tarea en su totalidad. Analíticamente, permitió evaluar el proceso de preparación de la tarea y del producto final, de forma sistemática, contribuyendo a la comprensión de las decisiones tomadas por los desarrolladores.

Palabras clave: geometría dinámica; formación de profesores; tecnologías digitales.

INTRODUÇÃO

As Tecnologias Digitais (TD) em Educação Matemática configuram-se como uma tendência em movimento (Borba; Souto; Canedo Junior, 2022). O potencial das TD como um dos meios de transformação da aprendizagem da Matemática é reconhecido, dadas as oportunidades que elas oferecem para os estudantes investigarem e sobre as quais refletirem diante das ideias matemáticas, alcançando um maior nível de compreensão (Rocha, 2021). Entendemos que essas oportunidades são preocupações dos professores que desejam ensinar Geometria com TD (Silva; Pazuch, 2024a).

No campo da Geometria, com o surgimento dos computadores, em especial dos Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD), tornou-se possível introduzir abordagens diferentes para o estudo dos sólidos e das figuras geométricas. Os AGD proporcionam uma maior liberdade de manuseio; permitem aos usuários a construção, manipulação e visualização de modo mais eficaz; e auxiliam na formulação de justificativas e na busca por soluções para os problemas propostos. Em relação aos recursos manipulativos convencionais, seu principal diferencial é a possibilidade de clicar, arrastar e transformar uma figura, preservando ou não as suas propriedades (Bairral; Barreira, 2017).

Embora os AGD quando trabalhados em prol da construção do conhecimento matemático possuam um grande potencial, seu uso nem sempre é visto com *bons olhos* pelos docentes, pois pressupõem a necessidade de assumir riscos durante a aula. Tais ambientes propiciam circunstâncias inusitadas com maior frequência, já que o professor pode se deparar, por exemplo, com o mau funcionamento de um computador ou um apertar de teclas pelos estudantes que leve a uma situação inesperada, caracterizando uma zona de risco. Ainda que aparente ser um momento negativo, a zona de risco é um espaço que precisa ser explorado pelo professor de modo a ampliar as possibilidades de aprendizagem oferecidas aos estudantes (Silva; Penteado, 2013).

Quando bem planejadas, as tarefas baseadas em AGD permitem que os estudantes desenvolvam o trabalho autônomo, dado seu contato com várias ferramentas de investigação (Silva; Penteado, 2013). No processo de planejar, o professor mobiliza conhecimentos relacionados ao currículo, aos saberes dos estudantes, aos recursos disponíveis, entre outros. Configura-se como o momento de definir estratégias, selecionar exemplos e planejar tarefas (Serrazina, 2012). As tarefas são utilizadas pelos docentes em busca de atingir diferentes objetivos, aparecem no início, no meio ou no final das aulas, influenciam e estruturam a maneira como a aula é gerida e o modo como os estudantes

aprendem a pensar matematicamente. Os variados tipos de tarefas representam diferentes oportunidades de aprendizagem, visto que algumas têm o potencial de propiciar o desenvolvimento de formas complexas de pensamento e outras não (Jesus; Cyrino; Oliveira, 2018).

Discutir aspectos das tarefas auxilia os docentes a ampliarem o seu conhecimento com relação aos processos de ensino e de aprendizagem e refletir sobre a maneira como elas podem ser utilizadas na sala de aula, de modo que esses professores vislumbrem o seu potencial para promover a aprendizagem dos estudantes (Jesus; Cyrino; Oliveira, 2018). Em convergência com essas ideias, neste artigo, buscamos *analisar o modo como ocorre o processo de elaboração de uma tarefa de Geometria Dinâmica planejada de forma colaborativa por três professores de matemática, visando ao ensino de triângulos na educação básica*. Para essa análise utilizaremos um modelo teórico próprio para tarefas dessa natureza (Silva; Pazuch, 2024b).

PRESSUPOSTOS TEÓRICOS RELACIONADOS

Tarefas são ferramentas de mediação essenciais no ensino e na aprendizagem da Matemática, e seu conceito diferencia-se do conceito de atividade, embora, por vezes, sejam tratados como sinônimos. A atividade, que pode ser física ou mental, diz respeito ao estudante e corresponde àquilo que ele realiza em determinado contexto. Por outro lado, a tarefa apresenta apenas o objetivo das ações nas quais a atividade se desdobra. Assim, as tarefas são normalmente propostas pelo professor e então interpretadas pelos estudantes - e podem dar origem a atividades diversas ou a nenhuma atividade (Ponte, 2014).

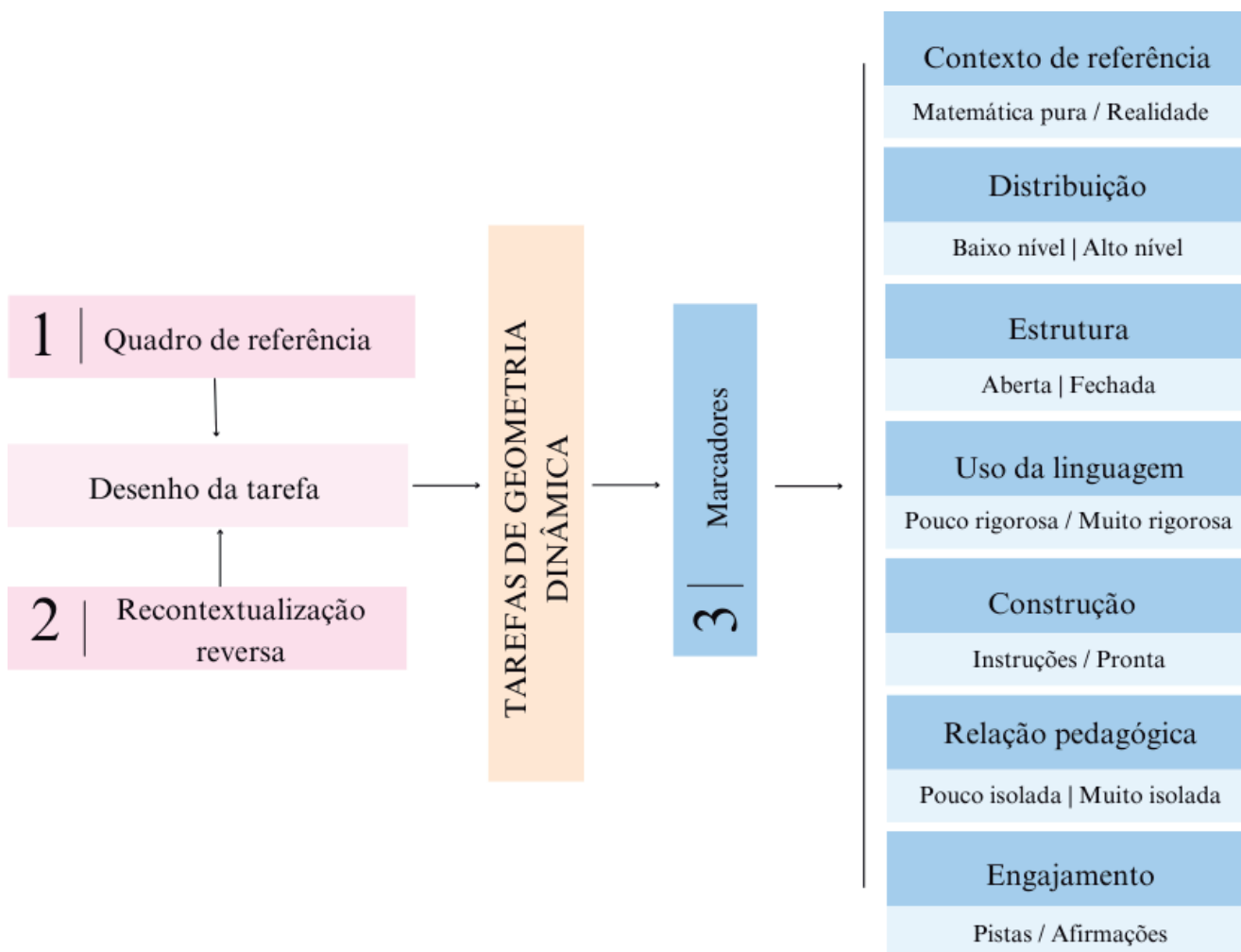
A natureza das tarefas propostas determina o tipo de pensamento que os estudantes mobilizam e as habilidades que aprimoram. As tarefas de Geometria Dinâmica, entendidas como aquelas que fazem uso de AGD, apresentam-se como propulsoras no desenvolvimento da argumentação e do pensamento geométrico. Em fases iniciais de aprendizagem de geometria, os estudantes tendem a identificar os objetos geométricos pela sua aparência física. Posteriormente, passam a reconhecer as características que os distinguem, o que leva à etapa de argumentação, em que devem tentar explicar os padrões e comportamentos que observaram. Nos AGD os objetos geométricos podem ser movimentados pela ação de arrastar, o que permite que o estudante verifique características que se preservam e impulsionam a elaboração, o teste e a validação de conjecturas, etapas importantes no processo dedutivo (Silveira; Notare, 2023).

Dessa maneira, os AGD atuam como espaços em que os estudantes podem materializar suas ideias informais e possibilitam sua coordenação com conceitos formalizados sobre determinado tema. Nesses ambientes, é preciso decidir se a construção feita corresponde ao que se pretendia construir inicialmente. O critério para essa decisão baseia-se na evidência perceptiva, isto é, a construção deve manter suas propriedades quando seus elementos básicos são movimentados na tela. A exploração de figuras e de suas propriedades origina o reconhecimento de um sistema de relações geométricas, que em última análise constituem o objeto geométrico (Basso; Notare, 2015).

Contudo, para que os AGD tenham um papel significativo no aprendizado de Geometria, é preciso ter atenção na escolha das tarefas propostas aos estudantes, visto que apenas o uso desses recursos não garante a aprendizagem. Torna-se necessário que o professor associe seu conhecimento pedagógico e do conteúdo com o conhecimento referente ao *software* escolhido e a forma como a intervenção será feita na sala de aula. Ademais, ao escolher um AGD para o ensino, é preciso elaborar as tarefas considerando não apenas o objetivo a ser alcançado, mas também as potenciais

dificuldades que os estudantes podem enfrentar, tanto em relação ao conteúdo abordado quanto ao uso do *software* (Lecrer; Pazuch, 2021). Assim, em convergência com essas ideias, criou-se um modelo teórico que busca auxiliar o professor durante a elaboração de tarefas de Geometria Dinâmica. A elaboração do modelo compilou características de modelos anteriores propostos por Barbosa (2013) e Powell e Pazuch (2016). A Figura 1 apresenta a estrutura do modelo teórico proposto por Silva e Pazuch (2024b).

Figura 1 - Modelo para elaboração de tarefas de Geometria Dinâmica.



Fonte: Silva e Pazuch (2024b).

Conforme pode ser observado na Figura 1 o modelo é organizado em torno de três elementos: *quadro de referência*, *recontextualização reversa* e *marcadores*. O primeiro elemento, *quadro de referência*, refere-se aos princípios que norteiam a elaboração da tarefa, incluindo restrições e indicações do que pode ser contemplado. Já o segundo, *recontextualização reversa*, diz respeito ao movimento de considerar, antes da elaboração da tarefa, aspectos da própria prática, como as especificidades dos estudantes. A relação existente entre o quadro de referência e a recontextualização reversa é conflituosa, pois possuem lógicas diferentes, contudo, esse conflito é frutífero e tem

como produto a tarefa. As evidências desse embate formam os *marcadores*, que explicitam as características da tarefa (Barbosa, 2013). Até o momento, o modelo destaca sete marcadores: *contexto de referência*, *distribuição*, *estrutura*, *uso da linguagem*, *construção*, *relação pedagógica* e *engajamento*, todos possuindo uma escala de variação. No Quadro 1 consta a descrição de cada marcador.

Quadro 1 - Marcadores associados às tarefas de Geometria Dinâmica.

Marcadores	Descrição
Contexto de referência	Universo conceitual no qual a tarefa se baseia, podendo remeter a um campo da vida cotidiana ou apenas à matemática pura. Em sua escala de variação tem-se como extremos a matemática pura e a realidade.
Distribuição	Nível de demanda cognitiva que a tarefa mobiliza, variando entre baixo e alto nível.
Estrutura	Natureza estrutural da tarefa, variando entre as que possuem dados e resultados determinados, consideradas fechadas; e aquelas em que os dados e os resultados possuem certo grau de indeterminação, chamadas de abertas.
Uso da linguagem	Nível de formalidade da linguagem utilizada na tarefa, variando entre pouco ou muito rigorosa.
Construção	Forma como a construção será trabalhada com os estudantes, podendo ser fornecida, realizada por meio de instruções ou em forma de convite, em que os alunos devem desenvolvê-las de maneira independente. Assim, sua escala tem como extremos a construção pronta e o convite.
Relação pedagógica	Grau de isolamento presente na interação entre professores e estudantes, indicando a natureza da comunicação entre ambos e variando entre pouco ou muito isolada.
Engajamento	Ações que buscam manter o estudante envolvido com a tarefa, envolvendo questionamentos, afirmações, pistas, incentivo ao arraste e movimentação dos sólidos e figuras geométricas, dentre outros. Possui como extremos pistas e afirmações.

Fonte: Silva e Pazuch (2024b).

O modelo em questão configura-se como uma ferramenta pedagógica para o trabalho dos professores e analítica para materiais empíricos de pesquisa. Seu uso pedagógico orienta o professor durante a elaboração de tarefas de Geometria Dinâmica, ressalta os pontos essenciais que elas precisam contemplar e evidencia a variedade de caminhos possíveis que o docente pode seguir ao considerar a escala de variação dos marcadores. Em relação à sua utilização para a pesquisa, sua potencialidade analítica remete à possibilidade de análises oriundas do confronto que pode surgir entre os encaminhamentos teóricos nele especificados e a prática pedagógica do professor que ensina com tecnologias digitais. Neste artigo, exploraremos a característica analítica do modelo.

APORTES METODOLÓGICOS: NATUREZA, CONTEXTO, PARTICIPANTES E INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS

A pesquisa³ tem natureza qualitativa, com dados provenientes de encontros de uma Ação de Formação Continuada (AFC) permanente com professores e pesquisadores da universidade e da escola, que trabalham colaborativamente em ações voltadas para a prática pedagógica de professores de matemática. As ações envolvem os participantes engajados em estudar, analisar, planejar e refletir sobre TD em Educação Matemática. Dessa forma, as ações - sejam elas constituídas pela comunicação verbal ou não verbal - são consideradas na descrição, na interpretação e na análise dos dados.

³ Esta pesquisa tem aprovação dos procedimentos éticos com voluntários sob CAAE: 79407624.5.0000.5594 no Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do ABC.

Este estudo está associado à metodologia de pesquisa-formação, concebida como um processo de desenvolvimento profissional e mudança efetiva nas práticas pedagógicas (Longarezi; Silva, 2013). Essa AFC tem o envolvimento ativo de todos os participantes-colaboradores,

investigando situações-problema na busca por construir respostas e soluções para elas; compreende pesquisa acadêmica e prática pedagógica como unidade; é desenvolvida por todos os seus membros mediante discussões e interações diversas; parte das necessidades dos sujeitos envolvidos, dando sentido ao processo que estão vivenciando; ocorre no contexto escolar; toma a prática pedagógica como conteúdo do processo formativo; respeita as diversas formas de saber existentes; e, fundamentalmente, é processo de formação política. (Longarezi; Silva, 2013, p. 223).

As situações-problema configuraram-se no estudo, na resolução e na elaboração de tarefas de Geometria Dinâmica, particularmente, sobre triângulos e quadriláteros. Os encontros - com duração de 1 hora e 30 minutos cada - foram realizados em uma escola pública estadual situada na região do ABC Paulista, durante o horário destinado à Aula de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC), ao longo dos meses de março, abril e maio de 2024. No momento, tinha-se como participantes três professores dos anos finais do Ensino Fundamental - mencionados como PEB⁴ 1, PEB 2 e PEB 3 - e os dois autores deste artigo, nomeados como Pesquisadora de Pós-Graduação (PPG) e Professor-Pesquisador Universitário (PPU). No Quadro 2 apresentamos a sequência de tarefas desenvolvidas pelo grupo.

Quadro 2 - Descrição das tarefas desenvolvidas nos encontros da AFC.

Encontro	Descrição
1	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação da AFC. • Questionário de levantamento do perfil dos participantes. • Apresentação do <i>software</i> GeoGebra. • Resolução da tarefa 1 - Construção de triângulos.
2	<ul style="list-style-type: none"> • Resolução da tarefa 2 - Construção de quadrados.
3	<ul style="list-style-type: none"> • Discussão sobre tarefas. • Definição de tarefas de Geometria Dinâmica. • Apresentação do modelo teórico para elaboração de tarefas de Geometria Dinâmica. • Elaboração de uma tarefa de Geometria Dinâmica.
4	<ul style="list-style-type: none"> • Simulação da aplicação da tarefa de Geometria Dinâmica. • Discussão sobre a necessidade de modificações na tarefa. • Finalização do roteiro da tarefa.
5	<ul style="list-style-type: none"> • Desenvolvimento da tarefa com os estudantes.
6	<ul style="list-style-type: none"> • Discussão sobre a aplicação da tarefa. • Finalização da AFC.

Fonte: elaborado pelos autores.

A produção dos dados explicitados neste artigo ocorreu nos encontros 3 e 4, em que se discutiu o processo de elaboração de tarefas de Geometria Dinâmica e estudaram-se os conceitos presentes na literatura e o modelo explicitado na Figura 1. Posteriormente, os participantes elaboraram, de forma conjunta, uma tarefa sobre um tópico geométrico que consideraram relevante para seus

⁴ Professor da Educação Básica (PEB).

estudantes, utilizando como AGD o *software* GeoGebra. A tarefa deveria apresentar todos os elementos abordados no modelo. A produção de dados recorreu a gravações de vídeo. Escolheu-se esse método de registro por ser flexível, capturar comportamentos e interações complexas e permitir aos pesquisadores reexaminarem continuamente os dados (Powell; Francisco; Maher, 2004). Os vídeos foram posteriormente transcritos. As transcrições são apresentadas na forma de acontecimentos - eventos críticos.

Com base na análise dos vídeos, foram selecionados 9 *eventos críticos* que permitiram identificar as escolhas feitas ao longo da elaboração da tarefa sobre cada elemento do modelo. Tais eventos se configuram como sequências conectadas de expressões e ações, que dentro do contexto de uma pesquisa demonstram mudanças em relação a concepções prévias, saltos conceituais, dentre outros momentos significativos (Powell; Francisco; Maher, 2004).

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS EVENTOS CRÍTICOS

Nesta análise, seguiremos a lógica estrutural do modelo e discutiremos seus elementos na seguinte ordem: *quadro de referência*, *recontextualização reversa* e *marcadores*. Esses elementos são as unidades de análise deste artigo. Na apresentação dos dados, as numerações são utilizadas como marcações para cada trecho de modo que o(a) leitor(a) possa retornar à leitura de aspectos importantes nos eventos críticos destacados, evitando assim repetições ao longo do texto.

Evento Crítico 1 - Quadro de referência

[01] PEB 3: *Tem que ser uma atividade simples, de preferência de arrastar, né?*

[02] PPG: *Pode ser uma tarefa que faça sentido para vocês, sobre um assunto que vocês acham relevante. O PEB 2 tinha dado a ideia de usar algo que desse para aproveitar na própria aula, né?*

[03] PEB 2: *É, então porque já deve ter os slides do segundo bimestre, aí dependendo do conteúdo que eles cobrarem lá no segundo bimestre aí na própria tarefa você já encaixa as habilidades e competências. Uma parte dos documentos, né? Porque está vinculado à BNCC.*

Observando o diálogo do evento crítico 1, é possível notar que o *quadro de referência* utilizado pelos participantes é composto por dois documentos norteadores: a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Material Digital para Professores da Rede fornecido pela Secretaria Estadual de Educação, citado no trecho⁵ **[03]** como “*slides do segundo bimestre*”. Tal recurso faz parte do Programa Sala do Futuro, que contempla iniciativas tecnológicas voltadas à melhoria de dois indicadores educacionais: a frequência e a performance dos estudantes. Sua estrutura didática propõe-se a complementar a dinâmica das atividades desenvolvidas pelo professor na sala de aula (São Paulo, 2024).

Evento Crítico 2 - Recontextualização Reversa

[05] PEB 3: *Por isso que eu falei, no caso a gente vai ter que escolher uma série para essa atividade, depois. Eu prefiro levar o sétimo. É uma sala assim, são mais maduros.*

[06] PEB 1: *É, os sétimos são mais maduros que os oitavos. É um caso bem berrante aqui.*

⁵ Utilizamos o termo “trecho” para referência à parte dos diálogos pertencentes aos eventos críticos que desejamos ressaltar. Tal escolha tem como base o estudo desenvolvido por Costa, Oliveira e Silva (2017).

- [07] PEB 2: *Não, mas os oitavos são fracos mesmo.*
[08] PEB 3: *Não, em termos de maturidade mesmo.*
[09] PEB 1: *Os sétimos tão mais maduros e pegam mais fácil também.*
[10] PEB 3: *É ... pegam mais fácil.*
[11] PEB 2: *Mas assim, eles são participativos?*
[12] PEB 1: *Sim. O sétimo é bastante, eles falam muito, mas participam bastante também.*
[13] PEB 2: *Não, mas o falar muito é porque são crianças mesmo.*

Com base no evento destacado podemos notar que os professores participantes recorreram ao seu conhecimento sobre o perfil dos estudantes para definir a turma em que a tarefa seria executada. Em sua discussão foram destacados os conhecimentos prévios, a maturidade e a participação das turmas como elementos relevantes diante da aplicação da tarefa que desejam elaborar, conforme citado, de forma mais enfática, nos trechos [05], [07], [08] e [11].

Marcadores

As análises das classificações dos marcadores, definidas pelos participantes no decorrer da elaboração da tarefa, são apresentadas a seguir. Um mesmo evento crítico pode apresentar traços de um ou mais marcadores.

Evento Crítico 3 - Contexto de Referência

- [14] PEB 2: *É para escrever como vai ser a tarefa, né? Então eu acho que poderia ser a construção de um triângulo e depois montar os ângulos, aí eu acho que esse triângulo...*
[15] PEB 3: *Então a tarefa é construção de triângulos.*
[16] PEB 2: *É vocês vão trabalhar a construção...*

A tarefa, cujo objetivo é a construção e exploração de triângulos, situa-se no contexto da matemática pura. Seu intuito é puramente matemático, com ausência de contextualizações pertencentes à realidade e/ou semirrealidade, conforme enfatizado no trecho [15].

Evento Crítico 4 - Distribuição

- [17] PEB 3: *Vamos para o triângulo então. Né PEB 1? Vamos fazer a demonstração dos ângulos internos do triângulo. Faz parte sim. O pessoal do sétimo ano é mais participativo.*
[18] PEB 3: *Né PEB 2? O pessoal do sétimo é mais participativo. Eles são mais legais nesse ponto. Eu acho o pessoal do oitavo muito pra baixo.*
[19] PEB 3: *Primeiro que ele vai ter que construir o triângulo, não é isso?*

Segundo Stein e Smith (1998), existem quatro níveis de demanda cognitiva: (1) memorização; (2) procedimentos sem conexão com os significados; (3) procedimentos com conexões com os significados; e (4) fazer matemática. As tarefas pertencentes aos dois primeiros níveis são consideradas de baixo nível de demanda cognitiva, enquanto as demais são de alto nível. Conforme destacado no evento crítico anterior, serão propostas aos estudantes a construção de triângulos e a exploração de

algumas de suas características, como evidenciado nos trechos [17] e [19]. Nesse caso, é explorado o uso de procedimentos de maneira mais elaborada e recorre-se às propriedades que fundamentam a construção do objeto geométrico em questão. Dessa maneira, podemos considerar que a tarefa se situa no terceiro nível da classificação estabelecida por Stein e Smith (1998), sendo, portanto, de alto nível.

Evento Crítico 5 - Estrutura

[20] PEB 2: *Então, vai ter que usar a ideia da circunferência...*

[21] PEB 3: *Tem que ter o passo a passo.*

[22] PEB 2: *É vai ter que ter o passo a passo. Passo a passo da circunferência.*

A tarefa caracteriza-se como fechada, conforme pode ser visto no trecho [21], em que os professores decidem fornecer um roteiro para que os estudantes realizem a construção de um triângulo.

Evento Crítico 6 - Uso da linguagem

[23] PEB 3: *Ou simplesmente coloca “raio maior que a metade do segmento AB” ... assim acho mais fácil.*

[24] PEB 2: *O bom de colocar “maior do que o ponto médio” é que você já trabalha a linguagem.*

[25] PEB 3: *Trabalha a linguagem...*

A linguagem utilizada na tarefa situa-se em uma posição intermediária entre os extremos “pouco rigorosa” e “muito rigorosa”, podendo ser classificada como mediana. Embora exista a presença de termos específicos do conteúdo matemático, como “ponto médio”, citado no trecho [24], os professores tomaram o cuidado de adequar a abordagem de certas nomenclaturas para facilitar a compreensão por parte dos estudantes, como levantado no trecho [23].

Evento Crítico 7 - Construção

[26] PEB 2: *Mas eu acho que eles mesmos conseguem esse processo de construção do triângulo.*

[27] PEB 3: *Eu acho legal ...*

[28] PEB 2: *Eu acho que eles conseguem, porque eu pegando alunos que nunca viram o GeoGebra na vida, você dando instruções simples, como essa do colocar o ponto, colocar a reta, eles meio que já ... porque eles mesmo fuçam. Eles têm essa mania de falar “Espera aí, o que faz isso aqui?”, aí ele clica lá no ponto e põe para ver o que acontece. Aí ele vê que sai um ponto e começa a clicar um monte. É ... reta, a mesma coisa. Ele clica aí ele vê que começa a puxar uma linha e assim por diante.*

[29] PEB 2: *Então esse processo da construção eu acho que dá para fazer sim.*

Na tarefa, a construção será realizada pelos estudantes, com o auxílio de um roteiro, elaborado pelos professores, delimitando o passo a passo a ser seguido no *software* GeoGebra. Conforme destacado nos trechos [26] e [28], essa escolha foi motivada, entre outros fatores, pela experiência dos professores com a turma escolhida, o que lhes permitiu compreender que os estudantes conseguiriam realizar a construção proposta, desde que o caminho fosse indicado.

Evento Crítico 8 - Relação Pedagógica

[30] PEB 2: *E mesmo que ele tenha dúvida do que é o ponto médio, ele vai perguntar. Ai no que ele for perguntar...*

[31] PEB 3: *Tem uns que vão até falar média...*

[32] PEB 2: *É, e tem alguns que vão até falar, “não... é metade”, “ponto médio é metade”. Então aí vai ter aquela interação entre os alunos.*

[33] PEB 3: *Que o ponto médio de AB...*

[34] PEB 2: *Eles vão acabar se ajudando. Eu acho que essa tarefa não vai ser muito individual. Ela pode até começar individual, mas ela vai se tornar pelo menos, no mínimo, duplas ali. Porque na sala de informática, por exemplo... é, eles vão acabar se ajudando por ali. Entendeu...*

Na tarefa em questão, percebemos uma tendência a um isolamento fraco, tendo em vista que nela se pressupõe a interação entre os estudantes, conforme sinalizado no trecho [34]. Além disso, a intervenção do professor se fará essencial, em especial, no esclarecimento das afirmações sobre os conceitos matemáticos trabalhados, conforme ilustrado no trecho [32].

Evento Crítico 9 - Engajamento

[35] PEB 2: *E assim, a gente está escrevendo aqui assim, mas eu acho que seria legal essa construção não falar o que vai fazer.*

[36] PPG: *Eles descobrirem a figura.*

[37] PEB 2: *É. Tipo ele falar “vou traçar um segmento, tá bom”, traça o segmento. Aí vou lá coloco a circunferência, ele não tem a mínima ideia do que está acontecendo.*

[38] PEB 3: *O quinto passo então é, “a partir de um único ponto de interseção...”, né melhor colocar “escolha um único ponto de interseção”?*

[39] PPP: *Acho que dá no mesmo, só precisa destacar que único, destacar, sublinhar, negrito...*

[40] PEB 2: *Aí tem que dar essa ênfase porque é o que eu estou falando, se você não falar que a tarefa não vai construir um triângulo, ele está ali, está montando, está construindo, ele fez um segmento, aí traçou ... aí às vezes ele estava até pensando que é outra coisa que ele vai montar, alguma coisa totalmente diferente...*

No que diz respeito ao engajamento, uma das decisões tomadas pelos professores visando manter o envolvimento da turma refere-se a não comunicar inicialmente, no roteiro, o polígono que seria construído, conforme pode ser visto no trecho [35]. Tal estratégia busca deixar os estudantes curiosos com o resultado que vão obter, além de tornar possível o surgimento e descarte de palpites relacionados a qual objeto geométrico surgiria, conforme a construção fosse evoluindo.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A tarefa elaborada durante a AFC teve como objetivo a construção e exploração de triângulos. Analisando os eventos críticos destacados, foi possível listar as classificações adotadas pelo grupo em relação a cada elemento pertencente ao modelo para elaboração de tarefas de Geometria Dinâmica, obtendo os resultados mencionados na seção anterior e sistematizados no Quadro 3.

Quadro 3 - Modelo para elaboração de tarefas de Geometria Dinâmica - escolhas feita na tarefa discutida.

Elementos	Escolha
Quadro de referência	<ul style="list-style-type: none"> • BNCC • Material Digital para Professores da Rede
Recontextualização reversa	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecimentos prévios dos estudantes • Maturidade dos estudantes • Participação da turma
Marcador	Classificação
Contexto de referência	<ul style="list-style-type: none"> • Matemática pura
Distribuição	<ul style="list-style-type: none"> • Alto nível
Estrutura	<ul style="list-style-type: none"> • Fechada
Uso da linguagem	<ul style="list-style-type: none"> • Mediana
Construção	<ul style="list-style-type: none"> • Instruções
Relação pedagógica	<ul style="list-style-type: none"> • Pouco isolada

Fonte: elaborado pelos autores.

Em relação ao *quadro de referência*, os professores recorreram às indicações presentes na BNCC e no Material Digital para Professores da Rede. Ambos fazem parte das orientações curriculares que norteiam seu trabalho. Tais prescrições apresentam um panorama geral dos temas que devem ser considerados, bem como as finalidades e os objetivos de aprendizagem. No nível de cada unidade de ensino, elas estabelecem conceitos, representações, procedimentos, conexões e outros aspectos que possam ser relevantes para os processos de ensino e de aprendizagem (Ponte; Quaresma; Pereira, 2015).

No que se refere à *recontextualização reversa*, foram mencionadas preocupações que se não se limitam às maneiras de abordar determinado conteúdo, como a maturidade e a participação das turmas, fatos que impactam na aceitação das propostas apresentadas. Tal postura se alinha com a perspectiva defendida por Ponte, Quaresma e Pereira (2015), ao destacarem que uma boa aula depende de diversos fatores - preparação, inspiração por parte dos professores, interesse e disponibilidade dos estudantes. Embora as habilidades de improviso e resposta a situações inesperadas sejam essenciais, elas não diminuem a importância de um planejamento adequado da aula, considerando os elementos fundamentais para seu desenvolvimento, que podem posteriormente ser ajustados de acordo com as necessidades que emergirem no decorrer da evolução dos acontecimentos.

Durante as discussões do grupo, os tópicos pertencentes ao *quadro de referência* e à *recontextualização reversa* não foram considerados de forma desarticulada. A definição do conteúdo a ser explorado e a maneira como a sua abordagem seria feita basearam-se nas particularidades das turmas, ou seja, existe uma íntima relação entre esses dois elementos, que por vezes dispensa hierarquias. Essa observação se alinha às ideias de Barbosa (2017), ao afirmar que a relação entre os dois elementos citados resulta em um conflito frutífero que recai na delimitação inicial da tarefa.

A respeito dos marcadores, a tarefa não possui contextualização que remete à realidade ou à semirrealidade, tendo como *contexto de referência* a matemática pura. Embora possa parecer que tarefas dessa natureza não são significativas para o estudante, por não se aproximarem de suas vivências, para Ponte (2014), elas podem ser desafiadoras e sua realização permite que se perceba como a atividade matemática dos matemáticos profissionais se desenvolve, ressaltando o caráter da

Matemática como uma construção humana e contribuindo para a diminuição da aversão que muitos estudantes sentem por ela.

Acerca da *distribuição*, a tarefa caracteriza-se como de alto nível, visto que propõe a realização da construção de um objeto geométrico com base em suas propriedades, o que exige a mobilização de formas complexas de pensamento. Para Stein e Smith (1998), abordagens que buscam desenvolver procedimentos com conexões com os significados potencializam o aprendizado de processos e diferentes representações e ampliam a compreensão de ideias e conceitos matemáticos.

Em termos de *estrutura*, a tarefa é fechada, dado o sequenciamento do processo de resolução presente no roteiro. Segundo Ponte (2014), nessa configuração é claramente dito o que é dado e pedido. Para o autor, tais tarefas são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes, pois este se baseia em uma relação estreita e rigorosa entre dados e resultados.

A *linguagem* adotada tem um rigor considerado mediano - situa-se entre aquelas de rigor fraco e forte. Essa distinção se dá mediante a ausência ou presença, respectivamente, de termos específicos do conteúdo matemático. Na tarefa em questão, embora esses termos apareçam, não são numerosos, além disso, foram previstos pelos elaboradores momentos de intervenção nos quais eles seriam abordados - não se exigiu que os estudantes os dominassem previamente.

Quanto à *construção*, decidiu-se que ela seria realizada pelos estudantes, com base em instruções. Esse processo auxilia no desenvolvimento da autonomia e contribui para o entendimento de que os objetos geométricos são construídos com base em propriedades, evidenciando que, se esse processo não for seguido, não está garantido que, ao ser manipulado, o objeto manterá suas características. Dessa forma, o estudante pode estabelecer generalizações, tornando-se capaz de diferenciar desenhos de figuras. Nesse sentido, para Bongiovanni (2016), desenhar é uma reprodução da imagem mental que se tem sobre determinado objeto, enquanto construir é obter uma representação do objeto geométrico com base em suas propriedades.

Na *relação pedagógica*, o isolamento apresenta-se como fraco, pressupondo interação professor-estudante e estudante-estudante. Essa relação não dialoga com a estrutura fechada da tarefa, visto que nestas o isolamento costuma ser forte, já que em alguns momentos o professor pode se manter afastado das ações dos estudantes durante sua resolução, pois costuma-se necessitar de poucas orientações (Costa; Oliveira; Silva, 2017). Tal fato ressalta as inúmeras possibilidades de mobilizar os marcadores e suas escalas de variação.

Por fim, a estratégia de *engajamento* utilizada recorreu ao desafio para manter o interesse dos estudantes no desenvolvimento da tarefa. Não explicitar, no roteiro, qual objeto geométrico seria construído permite que tentativas de adivinhação sejam feitas, contribuindo para a identificação, por meio da exploração, de particularidades da figura ou do sólido trabalhado. A tarefa finalizada, organizada em duas partes, pode ser vista no Quadro 4 e no Quadro 5, respectivamente.

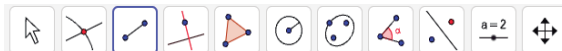
Quadro 4 - Tarefa - Construção de triângulos (Parte 1).

VAMOS CONSTRUIR?!

Nome: _____ Data: ____/____/____

Olá, estudante! Na tarefa a seguir, você vai usar o software GeoGebra. Siga os passos com cuidado e, se precisar, chame o professor.

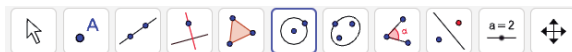
1º PASSO: Trace um segmento de reta AB. Para isso, clique no botão “Segmento”.



2º PASSO: Determine o ponto médio do segmento AB. Para isso, clique no botão “Ponto Médio ou Centro”.



3º PASSO: Construa uma circunferência, clicando no botão “Círculo dados centro e um de seus pontos”. A circunferência deve ter centro em A e raio maior do que o ponto médio do segmento AB.



4º PASSO: Construa uma circunferência, clicando no botão “Círculo dados centro e um de seus pontos”. A circunferência deve ter centro em B e raio maior do que o ponto médio do segmento AB.

5º PASSO: Encontre o ponto de interseção das circunferências. Para isso, clique no botão “Interseção de dois objetos”.



6º PASSO: Escolha um único ponto de interseção. Partindo dele, trace um segmento até o centro A da circunferência. Para isso, clique novamente no botão “Segmento”.

7º PASSO: Partindo do mesmo ponto de interseção usado no passo anterior, trace um segmento até o centro B da circunferência. Para isso, clique novamente no botão “Segmento”.

8º PASSO: Clique no botão “Polígono” e selecione 3 pontos: A, B, o ponto de interseção e novamente o ponto A.




Para refletir e responder:

Qual o nome do polígono formado?

9º PASSO: Clique no botão “Distância, Comprimento ou Perímetro” e encontre as medidas dos lados do polígono



10º PASSO: Clique na opção “Configurações” e arredonde para zero número de casas decimais.

 Configurações

11º PASSO: Clique na função “Mover” e arraste os pontos do polígono.



Para refletir e responder:

- 1) As medidas dos lados dos polígonos podem ser modificadas? De acordo com a medida dos lados, o polígono recebe nomes diferentes? Se sim, quais nomes?

Fonte: elaborado pelos autores com base na tarefa desenvolvida na AFC.

Quadro 5 - Tarefa - Construção de triângulos (Parte 2).

VAMOS CONSTRUIR?!

Nome: _____ Data: ____ / ____ / ____

<p>Construa um triângulo equilátero!</p> <p>Anote as medidas dos lados:</p> <p>LADO 1: _____</p> <p>LADO 2: _____</p> <p>LADO 3: _____</p>	<p>Construa um triângulo isósceles!</p> <p>Anote as medidas dos lados:</p> <p>LADO 1: _____</p> <p>LADO 2: _____</p> <p>LADO 3: _____</p>
<p>Construa um triângulo escaleno!</p> <p>Anote as medidas dos lados:</p> <p>LADO 1: _____</p> <p>LADO 2: _____</p> <p>LADO 3: _____</p>	

Fonte: elaborado pelos autores com base na tarefa desenvolvida na AFC.

A necessidade de separar a tarefa em duas partes se deu devido à estratégia de engajamento utilizada, o desafio. Como na segunda parte já seria revelado que o polígono construído seria um triângulo, ela não poderia ser entregue aos estudantes no início.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo teve como objetivo *analisar o modo como ocorre o processo de elaboração de uma tarefa de Geometria Dinâmica, planejada de forma colaborativa por três professores de matemática, visando ao estudo de triângulos na educação básica*. Com o intuito de nortear esse processo, recorreu-se a um modelo teórico para elaboração de tarefas dessa natureza, que pode ser utilizado para fins pedagógicos e analíticos. Estruturalmente, o modelo apresenta três elementos e sete marcadores - juntos constituíram as unidades de análise discutidas.

Com base nos eventos críticos destacados, inferimos que as classificações estabelecidas nos *marcadores*, as indicações consideradas no *quadro de referência* e os aspectos levantados na *re-contextualização reversa* emergiram da percepção coletiva sobre conteúdos, dificuldades e aspectos comportamentais das turmas, oriundas das experiências dos participantes.

Quando se trata dos marcadores, evidenciou-se que a possibilidade de os posicionar entre dois extremos permite diversas combinações, resultando em tarefas com características variadas. Isso destaca as possibilidades que o professor possui ao explorar esse processo, permitindo, inclusive, a emergência de características incomuns, como a presença de um isolamento fraco em uma tarefa fechada, conforme observado ao longo desta análise.

Em relação ao uso do modelo como *ferramenta pedagógica*, observamos que ele funciona como um *guia orientador* para os professores, na medida em que contempla as características que uma tarefa de Geometria Dinâmica precisa abranger para que atinja seus objetivos educacionais. Além disso, mobiliza nos elaboradores reflexões que vão além do conteúdo matemático a ser abordado, levando-os a planejar a aula em que a tarefa será desenvolvida em detalhes, considerando os conhecimentos prévios dos estudantes - tanto sobre o conceito trabalhado como sobre o AGD utilizado -, a versatilidade do docente com o AGD, o perfil comportamental da turma, a disponibilidade de recursos e os papéis que se espera que tanto o professor quanto o aluno assumam na sala de aula. Ademais, essa ferramenta tecnológica destaca o modo como as tarefas determinam os caminhos seguidos em prol da construção da aprendizagem, evidenciando o cuidado necessário com a sua elaboração.

No que diz respeito ao uso do modelo como *ferramenta analítica*, sua contribuição recai na possibilidade de avaliar o processo de elaboração de tarefas e o produto final de uma maneira sistematizada, proporcionando o acompanhamento da sua estruturação mediante as características que lhe são fundamentais, contribuindo para uma melhor compreensão das escolhas feitas pelos elaboradores, o que, em termos de pesquisa, é essencial no processo de levantamento de questões a serem debatidas e futuramente trabalhadas.

Devido a sua estrutura sistemática, o modelo pode ser replicado para outras áreas dentro da Educação Matemática ou fora dela. Para isso, é necessário destinar atenção especial na avaliação dos marcadores atuais - definidos tendo como foco as tarefas de Geometria Dinâmica - avaliando aqueles que podem permanecer e quais devem ser excluídos ou acrescentados, a fim de comportar as especificidades da categoria de tarefas que se deseja elaborar, de modo que os objetivos educacionais possam ser alcançados.

Ademais, reconhece-se que o modelo apresenta limitações, tendo em vista que seus marcadores estão sujeitos a modificações, em termos de quantidade e escala de variação, que podem emergir de seu confronto com a prática pedagógica. Assim, seu uso precisa ser orientado pela reflexão, afastando-se da noção de *checklist*.

Para pesquisas futuras, sugere-se o desenvolvimento de ações de formação continuada realizadas nas escolas e centradas nos desafios educacionais demandados por professores da educação básica, incluindo a inserção das diferentes TD no ensino e na aprendizagem da Matemática. Tal posicionamento além de destacar a escola como espaço de formação, contribui com o estreitamento do vínculo entre a pesquisa e a prática pedagógica.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (Capes), Código de Financiamento 001. Agradecemos também ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de produtividade em pesquisa (Proc. 312882/2022-0) do segundo autor.

REFERÊNCIAS

- BAIRRAL, M. A.; BARREIRA, J. C. F. Algumas particularidades de ambientes de geometria dinâmica na educação geométrica. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 6, n. 2, p. 46-44, 2017.
- BARBOSA, J. C. Designing written tasks in the pedagogic recontextualising field: proposing a theoretical model. In: **INTERNATIONAL MATHEMATICS EDUCATION AND SOCIETY CONFERENCE**, 7., 2013, Cape Town. *Proceedings ...* Cape Town: University of Cape Town, 2013. p. 213-222. v. 1.
- BASSO, M.; NOTARE, M. R. Pensar com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 13, n. 2, p. 1 - 10, 2015.
- BONGIOVANNI, V. A inserção da geometria dinâmica no ensino da geometria: um olhar didático. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 2, n. 2, p. 264-297, 2016.
- BORBA, M. C.; SOUTO, D. P. L.; CANEDO JUNIOR, N. R. **Vídeos na Educação Matemática: Paulo Freire e a Quinta Fase das Tecnologias Digitais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2022.
- COSTA, W. O.; OLIVEIRA, A. M. P.; SILVA, L. A. Análise de materiais curriculares elaboradas por professores na perspectiva dos marcadores de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 3, p. 42-66, 2017.
- JESUS, C. C.; CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, n. 2, p. 21-46, 2018.
- LECRER, O. P. V. G.; PAZUCH, V. Reflexão sobre o processo de elaboração de tarefas de geometria espacial em um movimento formativo de professores. **REMATEC**, v. 16, n. 37, p. 97-122, 2021.
- LONGAREZI, A. M.; SILVA, J. L. Pesquisa-formação: um olhar para a sua constituição conceitual e política. **ContraPontos**, n. 3, v. 13, p. 214 - 225, 2013.
- PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem de Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Cidade: Editora, jun. 2014. p. 13-28.
- PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; PEREIRA, J. M. É mesmo necessário fazer planos de aula? **Educação e Matemática - Revista da Associação de Professores de Matemática**, n. 133, p. 26 - 35, jun. 2015.
- POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema**, n. 21, p. 81-140, 2004.
- POWELL, A. B.; PAZUCH, V. Tarefas e justificativas de professores em ambientes virtuais colaborativos de geometria dinâmica. **Zetetiké**, v. 24, p. 191, 2016.
- ROCHA, H. Conhecimento matemático para ensinar com tecnologia: episódios da prática de uma professora. **Educação Matemática Debate**, v. 5, n. 11, p. 1-22, 2021.
- SÃO PAULO (Estado). **Sala do futuro - material digital para professores da rede**. 2024. Disponível em: <https://atendimento.educacao.sp.gov.br/knowledgebase/article/SED-07509/pt-br>. Acesso em: 30 jul. 2024.

SERRAZINA, M. L. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 266-283, 2012.

SILVA, G. H. G. S.; PENTEADO, M. G. Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de Matemática diante da imprevisibilidade. **Ciência e Educação**, v. 19, n. 2, p. 279-292, 2013.

SILVA, R. M.; PAZUCH, V. Tecnologias digitais no ensino de geometria: uma revisão sistemática da literatura. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 26, n. 2, p. 31-55, 2024a.

SILVA, R. M.; PAZUCH, V. **Um modelo analítico e pedagógico para a elaboração de tarefas de geometria dinâmica**, 2024b, 20 f.

SILVEIRA, P. F.; NOTARE, M. R. Dobraduras Dinâmicas e o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. **Ensino de Matemática em Debate**, v. 10, n. 3, p. 5-24, 2023.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.