

**METACOGNIÇÃO E TAREFA DE INVESTIGAÇÃO:
POSSIBILIDADE PARA O ESTUDO DO CONCEITO DE DERIVADA***METACOGNITION AND RESEARCH TASK:
POSSIBILITY FOR STUDYING THE CONCEPT OF DERIVATIVE**TAREA DE METACOGNICIÓN E INVESTIGACIÓN:
POSIBILIDAD DE ESTUDIAR EL CONCEPTO DE DERIVADA***CARLOS JOSÉ FERREIRA SOARES¹
MARLI TERESINHA QUARTIERI²
SUSANA PAULA GRAÇA CARREIRA³****RESUMO**

Este artigo é fruto de uma tese cujo objetivo foi analisar os resultados construídos sobre velocidade por meio de uma tarefa investigativa associada a questões metacognitivas. A intervenção pedagógica ocorreu na disciplina de Cálculo I, com uma turma de Licenciatura em Matemática, em uma Universidade do interior do Estado do Amazonas. Os dados foram produzidos mediante aplicações de tarefas investigativas combinadas com questões metacognitivas e registrados em um caderno de anotações e gravações de voz. A abordagem adotada foi qualitativa; já os dados coletados, analisados por intermédio da análise descritiva. Foi possível constatar que a aplicação da tarefa investigativa, associada à metacognição, contribuiu para a aprendizagem dos alunos, que construíram, quanto à velocidade, significados relacionados com o conceito de derivada.

Palavras-chave: Ensino de Derivada; Metacognição; Tarefa Investigativa.

ABSTRACT

This article is the result of a thesis and aimed to analyze the results constructed on speed through an investigative task associated with metacognitive questions. The pedagogical intervention occurred in the Calculus I discipline of a Mathematics undergraduate class at a university in the interior of the state of Amazonas. The data were produced through the application of investigative tasks combined with metacognitive questions and recorded in notebooks and also in voice recordings. A qualitative approach was adopted and the collected data were analyzed through qualitative descriptive analysis. It was possible to verify that the application of the investigative task associated with metacognition contributed to the students' learning, as they constructed meanings regarding speed related to the concept of derivative.

Keywords: Teaching Derivatives; Metacognition; Investigative Task.

RESUMEN

Este artículo es resultado de una tesis y tuvo como objetivo analizar los resultados construidos sobre la velocidad a través de una tarea investigativa asociada a cuestiones metacognitivas. La intervención pedagógica se desarrolló

1 Doutor em Ensino de Ciências Exatas. Universidade do Estado do Amazonas. E-mail: cjsoures@uea.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0265-8944>.

2 Doutora em Educação. Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES. E-mail: mtquartieri@univates.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9621-3830>.

3 Doutora em Educação. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade do Algarve. E-mail: scarrei@ualg.pt. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0746-7258>.

en la disciplina Cálculo I de una clase de Licenciatura en Matemáticas de una universidad del interior del Estado de Amazonas. Los datos fueron producidos mediante la aplicación de tareas investigativas combinadas con preguntas metacognitivas y registradas en un cuaderno y también en grabaciones de voz. Se adoptó un enfoque cualitativo y los datos recopilados se analizaron mediante análisis descriptivo cualitativo. Se pudo verificar que la aplicación de la tarea investigativa asociada a la metacognición contribuyó para el aprendizaje de los estudiantes, ya que construyeron significados sobre la velocidad relacionados con el concepto de derivada.

Palabras-clave: Derivados de la enseñanza; Metacognición; Tarea investigativa.

INTRODUÇÃO

O estudo da derivada envolve o cálculo de taxas de variação, possibilita a definição de retas tangentes a curvas, bem como o cálculo da velocidade e aceleração de objetos em movimentos, como, por exemplo, a velocidade, que, num dado instante da queda livre, calcula-se pela derivada. Stewart (2015) a destaca como um tipo de limite relacionado com o problema de encontrar a reta tangente de uma curva e com o cálculo da velocidade de um objeto. Assim, este trabalho aborda a exploração do conceito de derivada por meio da tarefa de investigação e metacognição.

As investigações matemáticas na sala de aula podem ser exploradas em qualquer nível de ensino. O foco desta pesquisa foi o Ensino Superior, especificamente o estudo de cálculo diferencial, o que remete aos trabalhos de Gonçalves (2012) e Soares (2021), pois enfatizam que a exploração da investigação matemática possibilita auxiliar os acadêmicos na construção de conceitos referentes à derivada e suas aplicações. Ainda segundo os autores, a justificativa para o desenvolvimento de tarefas investigativas está embasada na ação do professor, que é a de fazer perguntas enquanto mediador do processo para instigar os alunos a fazerem descobertas fundamentadas em conjecturas formuladas, testadas e validadas ou refutadas.

Ferreira e Zuin (2018) corroboram essa temática ao realçarem que a introdução do conceito de derivada pode ser desenvolvida a partir da investigação matemática. Para esses autores, essa tendência de educação matemática contribui para o ensino e a aprendizagem, a partir da apresentação de situações-problema, que instigam os alunos a pensar, formular conjecturas, fazer questionamentos, testar e discutir descobertas com seus colegas voltadas à construção da autonomia e do pensamento crítico por meio da mediação do professor. É um recurso metodológico que pode auxiliá-lo na sala de aula para instigar os discentes a potencializar a aprendizagem, ou seja, elaborar conjecturas e estratégias de resolução em busca de respostas mediadas por construções de relações matemáticas (Franzoni; Quartieri, 2021).

Acreditamos que a metacognição é outra abordagem que contribui para a aprendizagem de derivada, que está associada às estratégias e ações executadas pelos alunos para aprender, ou seja, é o estudo de como o ato de aprender acontece e a capacidade de discernimento consciente dos procedimentos ou efeitos da aprendizagem. Neste sentido, é a aptidão de conhecer seu processo de aprender, o automonitoramento dos processos cognitivos, o pensamento do pensamento, o conhecimento do conhecimento (Flavell, 1979).

Rosa (2011) e Portilho (2011) defendem a exploração da metacognição em sala de aula para aprender e ensinar melhor. A primeira faz uma abordagem no processo de aprendizagem norteado por estratégias, estilos e metacognição. A segunda sustenta que o trabalho em sala de aula, envolvendo tópicos metacognitivos, conduz a aprendizagem e o ensino à melhoria.

Para o desenvolvimento de tarefas investigativas por meio de estratégias metacognitivas é importante que o aluno domine alguns conceitos básicos que envolvam o tema, haja vista que os problemas abertos “[...] exigem uma visão mais complexa e geral do conhecimento, inclusive em sua forma interdisciplinar, são um bom exemplo de instrumento para essa autorreflexão dos estudantes sobre suas aprendizagens” (Rosa, C.; Rosa, A., 2020, p. 7). Os alunos trabalham com a autorreflexão porque ela está relacionada com o processo em que eles avaliam os resultados e os caminhos explorados para alcançá-los durante a realização de investigações matemáticas.

Segundo Rosa (2011), o processo metacognitivo envolve seis elementos: pessoa, tarefa, estratégia, planificação, monitoramento e avaliação. O primeiro é uma variável que representa as convicções que os indivíduos manifestam sobre si mesmos e as comparam com os outros evocados pelo reconhecimento do conteúdo ou parte dele, relacionando-o com conhecimentos anteriores. O segundo é uma representação dos sujeitos das particularidades da tarefa em questão, que se revela pela identificação de informações necessárias à sua realização (da tarefa). O terceiro está vinculado a termos de quando, onde, como e por que executar determinadas estratégias. Sua presença envolve a identificação da melhor estratégia para alcançar o objetivo previsto, baseado em suas particularidades pessoais ou discussões com seus colegas.

A planificação é um elemento relacionado com a ação do aluno em organizar o material necessário para a realização da tarefa, e sua manifestação é o indicativo da elaboração de plano de ação enfatizando a distribuição de atividades. O monitoramento está atinente ao controle da ação e decorre do início de revisão das estratégias, verificando seu propósito no que tange à execução da atividade. A avaliação corresponde ao momento em que o estudante mostra como ocorreu sua aprendizagem, identificando cada acontecimento, que é indicado pelo ato de refletir sobre a realização da tarefa e analisar os resultados construídos.

Diante disso, Franzoni e Quartieri (2021, p. 504) destacam que tarefas investigativas, aliadas à reflexão de estratégias metacognitivas, potencializam aos alunos produzirem manifestações de aprendizagem relacionadas “[...] 1) ao desenvolvimento da autonomia, da criatividade, do pensamento crítico e reflexivo durante a resolução das tarefas investigativas e momentos de socialização; 2) à consciência metacognitiva; 3) à cooperação e troca de saberes do trabalho em grupo [...]”.

Sob esse prisma, investigou-se quais os indícios de aprendizagem sobre o conceito de derivada a partir da exploração de uma tarefa investigativa combinada com questões metacognitivas. E o objetivo do presente estudo, de caráter qualitativo, foi analisar os resultados construídos sobre velocidade por meio de uma tarefa investigativa, associada a questões metacognitivas, por um grupo de alunos da disciplina de Cálculo I de um Curso de Licenciatura em Matemática. Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram o caderno de anotações dos alunos e gravador de voz. Quanto à análise, utilizou-se a descritiva qualitativa com base em Cervo *et al.* (2007) e Soares (2022). Vale destacar ainda que a pesquisa foi financiada pelo CNPq⁴.

METODOLOGIA

A pesquisa se caracteriza como qualitativa por tentar compreender os significados atribuídos pelos sujeitos participantes em relação ao fenômeno investigado. Portanto o trabalho deve ser focado na interpretação do fenômeno e exige reflexão do pesquisador (Soares, 2022), uma vez que ele

4 Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro ao Projeto, do qual este trabalho é um dos resultados.

envolve a aprendizagem dos alunos sobre o conceito de derivada relacionado com a velocidade ao trabalharem com tarefas investigativas e metacognição.

Para Mattar e Ramos (2021, p. 131), a busca da compreensão dos fenômenos em profundidade das pesquisas qualitativas “[...] implica explorá-los e descrevê-los por diversas perspectivas, além de compreender os significados e as interpretações que os participantes da pesquisa atribuem a esses fenômenos e às suas experiências”. Com base nesse argumento e com o objetivo de coletar dados qualitativos acerca deste estudo, utilizou-se a técnica de pesquisa, observação participante e os seguintes instrumentos de coleta de dados: gravador de voz, questionários metacognitivos e cadernos de anotações com as resoluções dos alunos. Sobre a observação participante, Marconi e Lakatos (2018, p. 86) afirmam que “consiste na participação real do pesquisador com a comunidade ou grupo. Ele se incorpora ao grupo, confunde-se com ele. Fica tão próximo quanto um membro do grupo que está estudando e participa das atividades normais deste”.

Como o foco foi a descrição detalhada dos fatos e dados com o intuito de fazer inferências, utilizando o referencial teórico, explorou-se a análise descritiva qualitativa. Cervo *et al.* (2007) consideram que essa técnica de análise de dados possibilita a realização de descrições detalhadas das particularidades e relações entre sujeitos pesquisados, grupos, comunidades ou determinados contextos em análise. O desenvolvimento na disciplina de Cálculo I, com uma turma de Licenciatura em Matemática, em uma Universidade do interior do Estado do Amazonas, deveu-se à essência dos dados desta pesquisa. Os sujeitos, quatro mulheres e doze homens - foram 16 acadêmicos do semestre 2023/1, com faixa etária de 20 a 39 anos. A tarefa (Quadro 1) foi realizada em grupos compostos de quatro elementos.

Quadro 1 - Tarefa investigativa.

Vamos supor que um determinado objeto que estava em repouso cai de uma determinada altura. Os valores do quadro abaixo ilustram o percurso do objeto em instantes diferentes.

t(segundos)	0	1	2	3	4	5
s(metros)	0	5	20	45	80	125

1) Investigue regularidades existentes no quadro e justifique suas conclusões.
2) O que se pode dizer sobre a velocidade do objeto ao longo do tempo? Justifique.
3) Comente essa afirmação. O objeto tem uma velocidade de 50m/s no instante segundos.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Essa tarefa foi desenvolvida em três aulas de 50 minutos cada, ou seja, 2h30min e envolveu três fases: introdução, investigação e compartilhamento dos resultados. Em cada uma delas, os alunos responderam, singularmente, a um questionário metacognitivo. Na primeira, cada grupo recebeu a tarefa investigativa impressa, e seus integrantes, de maneira individual, responderam ao primeiro questionário metacognitivo que os auxiliou na sua realização. Na segunda, investigaram a tarefa e formularam, testaram, validaram conjecturas, e, na sequência, responderam ao segundo questionário metacognitivo, enfatizando as estratégias utilizadas e os resultados encontrados. Na terceira, as equipes compartilharam seus resultados e discutiram a justificação e a avaliação das conjecturas encontradas e, também individualmente, responderam ao terceiro questionário metacognitivo sobre o que aprenderam.

Por questões éticas, não foram divulgados os nomes dos participantes, sendo identificados, nas gravações de voz, com as letras D, I, M e T, conforme o grupo a que pertenciam, seguido de um símbolo numérico: D1, I3, M2, T4. As respostas são identificadas por QxxMx “resposta da questão x do questionário metacognitivo x do aluno (1 a 4) do grupo (T, I, M ou D)”, como: Q11T1, Q12M3, Q31D2 *etc.*

RESULTADOS

Os dados produzidos durante a realização da tarefa investigativa, combinada com questões metacognitivas, foram organizados e analisados em três momentos: a) introdução da tarefa; b) realização de investigação e monitoramento; c) justificção e avaliação.

a) Introdução da tarefa

Os resultados apresentados se referem às respostas dos alunos às questões do primeiro questionário metacognitivo aplicado durante a introdução da tarefa, que consistiu em ler a tarefa investigativa e responder ao referido questionário. Os fragmentos em destaque apresentam as respostas à primeira questão: Reconhece algum conteúdo na tarefa proposta? Consegue relacioná-lo com conhecimentos anteriores? Descreva.

Q11T2 - De acordo com a leitura aplicada na tarefa proposta, existem conteúdos já reestudados anteriormente que podem ser utilizados de maneira sucinta na resolução desta tarefa, como, por exemplo, a aplicação da velocidade média?

Q11I2 - Variação média que tem que utilizar a fórmula da velocidade média.

Q11I4 - O contexto da tarefa fala se um objeto caindo no mesmo instante, o que me lembra o conteúdo de velocidade instantânea já estudado em anos anteriores.

Q11M2 - Ao realizar a leitura da tarefa consegui identificar alguns conteúdos, por exemplo, velocidade média, acredito que também, a princípio estar envolvido com velocidade instantânea.

As respostas dos alunos ilustram seus conhecimentos acerca da tarefa proposta, indicando que a questão metacognitiva respondida favoreceu a reflexão. Com base nisso, evocou-se o elemento pessoa, uma vez que os conteúdos foram reconhecidos e relacionados com conhecimentos vistos em ocasiões anteriores. Esse estágio inicial de pensamento metacognitivo foi importante para a construção da aprendizagem pautada em argumentos oriundos da metacognição.

O elemento pessoa evocado nas respostas dos alunos também é abordado por Corrêa (2017, p. 81) ao explicar que “o Processo Metacognitivo Pessoal é definido pelas experiências metacognitivas afetivas que acontecem durante o processo de aprendizagem, referindo-se à relação pessoal de interesse, desejo, gosto ou qualquer sentimento que mobilize o estudante a aprender”. Dessa forma, a exploração de diversas tarefas em sala de aula, combinadas com procedimentos metacognitivos, favorece o processo de aprendizagem, pois quanto mais experiências forem vivenciadas pelos discentes, maior a sua mobilização para aprender.

No que concerne ao entendimento da realização da tarefa, na sequência, estão alguns fragmentos relativos à segunda questão respondida pelos alunos: Entendeu como realizar a tarefa? Justifique.

Q21T2 - Devemos aplicar a definição da fórmula da velocidade média para calcular um exato instante que esse objeto poderá se encontrar em um determinado ponto.

Q21T4 - Deve ser calculada a velocidade média.

Q21I2 - Usar a função para encontrar a velocidade média, calcular a que velocidade o objeto está se deslocando.

Q21I3 - Pode-se utilizar a fórmula da velocidade para resolver a tarefa.

Q21D3 - Temos que responder e investigar a tabela proposta e debater em grupo.

Q21D4 - Temos que pensar em estratégias e então escolher uma ou mais para resolver o problema dado. Essas estratégias devem estar relacionadas com a Área da Matemática.

Pelos fragmentos, infere-se que os alunos compreenderam os enunciados, além de entenderem o que era necessário para realizar a tarefa conforme apontam as respostas de Q21T2, Q21T4, Q21I2 e Q21I3. Estas evidenciam a evocação do elemento metacognitivo tarefa quando os pesquisados T2, T4, I2 e I3 destacam que apreenderam o enunciado da tarefa como enfatizado no fragmento Q21T3: “devemos calcular a velocidade média do objeto em relação ao tempo para chegar à solução”. Tal evocação também está presente no trecho de Q21I2 no momento em que o aluno I2 compara as atividades relacionadas com funções, destacando que, por meio de uma delas, é possível encontrar a velocidade e analisar a do objeto em diferentes instantes. Nesse sentido, ele demonstrou ter conhecimento ao se valer dos seus pensamentos para realizar reflexões importantes para o reconhecimento de informações e à sequência da realização da tarefa.

Essas evidências corroboram os estudos de Rosa (2011) e Maman (2021), que destacam a evocação do elemento tarefa como a presença de indícios de construção de conhecimentos por meio do desenvolvimento do pensamento metacognitivo, uma vez que este favorece os processos de ensino e de aprendizagem. Sobre a relevância desse tipo de pensamento, Rosa (2011, p. 85) ainda explica que

A utilização do pensamento metacognitivo significa fornecer instrumentos que permitam ao estudante a seleção do conhecimento necessário para sua aprendizagem. Esse pensamento pode atuar, ainda, como um agente transformador, que promova a reestruturação dos conhecimentos decorrentes das crenças epistemológicas, tidas como obstáculo para aprendizagem em Ciências.

Nessa linha, o trabalho realizado por meio de questões metacognitivas serviu como um instrumento motivador para a utilização do pensamento metacognitivo, que, aliás, levou os alunos a agirem de maneira reflexiva em prol da construção de conhecimentos. Suas respostas demonstram que a tarefa foi analisada, apresentando indícios de estratégias que foram registradas para serem discutidas em grupo conforme as palavras de Q21D3 e Q21D4 e enfatizam a necessidade de investigá-la, debater os enunciados em grupo, pensar em estratégias e escolher a melhor possível para a resolução do problema. Tais evidências apontam a evocação do elemento estratégia, pois indicam a presença da “identificação da melhor estratégia para alcançar o objetivo previsto, baseado em suas particularidades pessoais ou discussão com seus colegas”.

Isso significa que a presença da consciência metacognitiva contribuiu fortemente para que os alunos alcançassem melhores resultados na resolução de problemas, ou seja, na aprendizagem (Goes; Boruchovitch, 2020). Ademais, reconheceram a existência de informações importantes para a realização da tarefa :Reconhece informações necessárias para a realização da atividade? Explique.

Q31T3 - É uma função e podemos usar , e também velocidade instantânea para calcular em cada instante.

Q31I4 - Pensei em velocidade instantânea; então, temos a informação de tempo, mas tem uma função, mas com a ajuda dos colegas veremos o que podemos fazer.

Q31M4 - Teremos que identificar as variações de tempo que está ocorrendo com o objeto.

Q31D4 - A tabela nos dá uma tabela com valores de tempo e espaço, e isso é suficiente para responder as questões da atividade.

Esses excertos permitem inferir a presença do elemento metacognitivo, pois evidenciam que os alunos reconheceram informações necessárias à realização da tarefa, fato confirmado na resposta Q31T3, que destaca o reconhecimento de uma função como uma ferramenta para a resolução da atividade ao realçar que é possível calcular a velocidade média e investigar a instantânea do objeto. Nesse contexto, entende-se que também foi evocado o elemento estratégia, uma vez que eles utilizaram a velocidade média por meio de uma função como caminho para resolver a tarefa conforme aparece na resposta Q31I1: “podemos usar função para calcular a velocidade”.

Segundo Rosa (2011), tais fatos são indícios de estratégias de aprendizagem representadas por diversos comportamentos e processos mentais colocados em prática pelos alunos visando à sua aprendizagem; portanto, são pensamentos de natureza cognitiva e metacognitiva. Suas ações transcritas nos fragmentos indicam que eles refletiram sobre informações úteis que os auxiliaram na resolução da tarefa, o que lhes proporcionou identificar algumas estratégias para alcançar o objetivo proposto com base nos processos mentais desenvolvidos que fazem parte do componente metacognitivo e do conhecimento do conhecimento nos quais estão inseridos os elementos pessoa, tarefa e estratégia (Flavell, 1979). Além do reconhecimento das informações da tarefa, os pesquisados tomaram consciência de seus conhecimentos, pois buscaram relacionar a dita tarefa com situações verificadas anteriormente ao expressarem que os enunciados apresentavam relações com o cálculo da velocidade média, tema que havia sido visto no Ensino Médio e acordado no fragmento Q31D1: “está relacionada com velocidade média”.

Para finalizar o primeiro momento (introdução da tarefa) relacionado à tarefa investigativa aplicada, nos trechos que seguem, encontram-se as respostas dos alunos concernentes à quarta questão: Que estratégias foram pensadas para a realização da tarefa? Comente.

Q41T1 - Diante do conteúdo proposto nessa atividade, a ideia é calcular a velocidade média em seu deslocamento e sua variação de tempo.

Q41I2 - Encontrar a função e depois estudar o comportamento da velocidade do objeto em função tempo.

Q41D1 - Cálculo da velocidade média e também a demonstração com gráficos.

Q41D2 - Encontrar a função que representa os dados da tabela e depois calcular a velocidade média em vários intervalos cada vez menores.

Os excertos acima apontam a presença do elemento metacognitivo estratégia quando os alunos a descrevem, pois eles identificaram caminhos e justificaram suas escolhas, destacando que são eficazes para a realização da tarefa investigativa proposta. O aluno T1 declara que pensou no cálculo da velocidade média por favorecer sua compreensão em intervalos diferentes. Ademais, sugere a construção de gráficos com os dados da tabela para auxiliar na análise do comportamento da

velocidade ao longo do tempo. Os alunos I2 e D2 apresentam a ideia de modelar uma função para calcular a velocidade média e resolver a tarefa conforme o trecho Q41D2.

Neste sentido, as respostas dos alunos comprovam que o elemento estratégia esteve presente, pois identificaram caminhos para a resolução da tarefa, estabeleceram comparações com estudos realizados anteriormente, como, por exemplo, funções, construções de gráficos, velocidade média e discussão em grupo. Em adição, demonstram que realizaram reflexões sobre o que deveria ser feito para alcançar o objetivo da atividade. Maman, Quartieri e Neide (2022, p. 755) convergem para essas evidências ao afirmarem que “para esse elemento as manifestações são relativas ao reconhecimento pessoal, diante do caminho que deverá ser seguido para atingir o objetivo; ao estabelecimento das comparações entre ações já executadas em outras atividades [...]”.

As evidências do primeiro momento (introdução da tarefa) sobre a tarefa investigativa, combinadas com questões metacognitivas, autorizam inferir que essa combinação contribuiu para a evocação dos elementos metacognitivos pessoa, tarefa e estratégia de forma integrativa. Por sua vez, os resultados mostram que ocorreu o reconhecimento de conteúdos (funções, velocidade média e instantânea), bem como o de informações importantes para a realização da tarefa, identificação da melhor estratégia para alcançar o objetivo e demonstração de clareza do rumo e, dessa forma, iniciar a atividade e atingir o objetivo previsto.

b) Realização e monitoramento da tarefa

Em relação ao primeiro item da tarefa investigativa, o Grupo T assim respondeu:

Investigando os dados do quadro encontramos duas regularidades: a primeira que se trata da função quadrática $f(t) = 5t^2$ porque os valores correspondentes aos percursos (5, 20, 45, 80, 125) todos são múltiplos de 5 por isso a constante é 5. A segunda regularidade é que os resultados das diferenças dos percursos aumentam de 10 em 10 metros, por exemplo, 15, 25, 35, 45. Isso significa que pode ser expresso pela função $f(t) = 10t$ e que na verdade isso representa a velocidade.

No início, esse grupo enfrentou dificuldades em realizar a tarefa. Quando isso ocorre, com base nos argumentos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), o docente deve participar ativamente, observar o andamento do trabalho de cada grupo e, caso perceber que algum deles se deparar com problemas, instigá-lo por meio de questionamentos. Ciente disso, o professor se aproximou do grupo T e fez a seguinte interação:

Professor - Entenderam como realizar a tarefa?

T2 - Não entendi, professor. Como assim, regularidades existentes?

T3 - Também estou com dúvida, professor.

Professor - Vocês devem procurar se existem relações matemáticas nos dados apresentados. Será que tem algum padrão nesses números apresentados?

T1 - Há, entendi, professor! Os percursos são números múltiplos de 5.

T4 - Isso pode ser uma função com um coeficiente 5, professor?

Professor - Analisem os dados e façam suas investigações baseados nas suposições de vocês.

T2 - Agora eu entendi, pessoal. Nós temos que fazer vários testes, usando operações e conteúdos matemáticos que já estudamos, para verificar qual é mais adequado e que vai satisfazer os dados do quadro.

Professor - Muito bem! Agora ao trabalho.

Assim, com a intervenção docente, o grupo conseguiu encontrar as duas regularidades já destacadas, que, de acordo com os testes realizados e por meio de cálculos, elas se mostraram válidas (esses cálculos, o grupo não registrou; apenas comentou que realizaram). Sobre uma delas (a função $f(t) = 10t$), seus integrantes chamaram o professor e expuseram suas conclusões, a saber:

T4 - Professor, por favor!

Professor - Encontraram alguma novidade?

T4 - As diferenças do percurso percorrido pelo objeto em determinados instantes são 15, 25, 35 e 45.

Professor - Mas o que isso significa?

T4 - Está aumentando de 10 em 10 metros.

Professor - E qual a conclusão de vocês sobre isso?

T3 - Que também é uma função, só que agora do primeiro grau.

T2 - Professor é a função $f(t) = 10t$ que representa a velocidade do objeto em cada instante.

Professor - Que legal! Parabéns! Vocês acabaram de articular a velocidade instantânea com o conceito de derivada.

T1 - Então quer dizer, professor, que a velocidade instantânea pode ser relacionada com derivada?

Professor - Isso mesmo.

T4 - Professor, eu pensei no seguinte: como a função do percurso em relação ao tempo é de grau 2 e a função velocidade é de grau 1, isso quer dizer que a derivada de uma função polinomial vai ter sempre um grau a menos?

Professor - Isso mesmo! Ótima observação.

Nesse sentido, tomando como base as evidências apresentadas pelo Grupo T, pode-se inferir que o professor é um personagem importante para o andamento do trabalho em sala de aula com tarefas investigativas, pois sua interação com o grupo é fundamental para instigá-lo a formular, testar e validar conjecturas. Mas ele deve ter cuidado para não dar respostas prontas durante sua intervenção (Soares, 2021).

O Grupo I encontrou a mesma função quadrática encontrada pelo Grupo T, mas não justificou suas descobertas. A Figura 1 ilustra esse fato.

Figura 1 - Descobertas do grupo I.

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = 5 / 15 / 25 / 35 / 45 = 5t^2$$

$$5 \cdot 1 = 5$$

$$5 \cdot 4 = 20$$

$$5 \cdot 9 = 45$$

$$5 \cdot 16 = 80$$

$$5 \cdot 25 = 125$$

$$5 \cdot 36 = 180$$

$$f(t) = 5t^2$$

$$[1,9, 2]$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{f(2) - f(1,9)}{2 - 1,9} = \frac{20 - 18,05}{0,1} = \frac{1,95}{0,1} = 19,5$$

$$\frac{20 - 19,80}{2 - 1,99} = \frac{0,2}{0,01} = 20$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2023

O registro da Figura 1 ilustra que o Grupo I percebeu que a função se tratava de um número elevado ao quadrado multiplicado por 5. Aliado a isso, expôs o cálculo da velocidade média em um intervalo específico, ou seja, próximo de 2 pelo lado esquerdo, o que demonstra a busca da velocidade instantânea. Seus membros não apresentaram nenhuma justificativa para as descobertas apresentadas. Esta, segundo Magalhães e Varizo (2016), durante a realização de tarefas investigativas não é uma atividade simples, pois alguns alunos se deparam com dificuldades em explicar suas resoluções e os caminhos que utilizaram para desenvolvê-las.

Sobre a segunda questão da tarefa investigativa, o Grupo T apresentou a seguinte resposta:

De acordo com a observação dos dados apresentados no quadro, percebe-se que a velocidade deste objeto ao longo do tempo é definida pela variação do tempo, ou seja, a cada segundo que se passa, o objeto tende a aumentar a sua velocidade na queda. Portanto, ocorre uma variação a cada instante de segundo, um aumento de velocidade.

A Figura 1 expressa que o Grupo T concluiu que a velocidade do objeto aumenta com o passar do tempo; porém, sem apresentar justificativa escrita que corroborasse essa percepção. Esse fato evidencia que seus integrantes formularam a conjectura apenas observando os dados; por sua vez, áudios auxiliam na compreensão desse fato.

T1 - Sobre essa segunda questão, eu acho que a velocidade do objeto aumenta conforme o tempo vai passando. O que vocês acham?

T4 - Concordo.

T3 - É verdade. Como o objeto está caindo, então a tendência é que a velocidade aumente.

T2 - Também estou de acordo.

T1 - Basta a gente escrever que a velocidade aumenta ao longo do tempo.

T4 - Isso mesmo.

Reitera-se, portanto, que o Grupo I respondeu que seria uma função do primeiro grau com o cálculo dos valores do tempo em segundos; porém, sem justificar por escrito, como chegaram à referida conclusão. A Figura 2 ilustra essa evidência.

Figura 2 - Resposta do grupo I da questão 2 da tarefa.

$$f(t) = 10t$$

$$f(1) = 10 \cdot 1 = 10 \text{ m/s.}$$

$$f(2) = 10 \cdot 2 = 20 \text{ m/s.}$$

$$f(3) = 10 \cdot 3 = 30 \text{ m/s.}$$

$$f(4) = 10 \cdot 4 = 40 \text{ m/s.}$$

$$f(5) = 10 \cdot 5 = 50 \text{ m/s.}$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2023

Os dados da Figura 2 atestam que os alunos encontraram a função derivada $f(t) = 10t$, $f(t) = 5t^2$, que representa a velocidade do objeto em cada instante. Assim, buscou-se o áudio gravado da discussão do referido grupo para compreender a formulação e os testes.

I3 - Pessoal, eu entendi que a velocidade nessa questão 2 está aumentando, mas não estou conseguindo encontrar uma função que represente isso. Vocês já descobriram alguma coisa?

I2 - Eu estou na mesma. Pensei, repensei e não sai nada.

I4 - Acho que tem alguma coisa relacionada com a diferença dos percursos.

I3 - Como assim?

I4 - Olhem só! Entre 1 e 2 segundos, a diferença do percurso é 15 m; entre 2 e 3 segundos, a diferença é 25 m; entre 3 e 4 segundos, a diferença é 35 m; entre 4 e 5, a diferença é 45 m.

I1 - Aí tem um padrão.

I4 - Bingo.

I3 - Está aumentando de 10 em 10 metros.

I4 - Através desse padrão, eu investiguei dois modelos de funções lineares e $f(t) = 5t$ e $f(t) = 10t$. Eu testei as duas; a primeira não deu certo, mas a segunda, eu acho que faz sentido.

I1 - Tá, mas qual foi tua conclusão?

I4 - Peguei a função $f(t) = 10t$ e calculei nos instantes t (1, 2, 3, 4 e 5) segundos e encontrei os valores 10, 20, 30, 40 e 50, que, no meu entendimento, são as velocidades do objeto em cada instante porque o aumento das diferenças dos percursos entre os instantes significa que a velocidade está aumentando.

I2 - Hum! Interessante.

I3 - Também acho uma ótima descoberta. Vamos colocar na nossa resposta esse cálculo.

Essa discussão remete que o Grupo I encontrou uma função para representar a velocidade instantânea. Embora não a tenha relacionado explicitamente com a expressão derivada, a estratégia encontrou um conceito de sua aplicação. E, apesar de não justificar por escrito essa descoberta, suas enunciações na gravação são evidentes.

Sendo assim, as respostas dos alunos enfatizam a formulação, teste e justificação dos resultados formulados. Além disso, a estratégia que exploraram é um indício da presença da estratégia metacognitiva. O caminho adotado para explorar as velocidades médias dos intervalos e investigar sua regularidade, visando encontrar a função linear destacada, indica que o grupo, durante a investigação, elaborou um plano e o colocou em ação para alcançar o objetivo previsto, que, de acordo com Rosa (2011), é um indicativo da manifestação do elemento metacognitivo planejamento.

Sobre o item 3 da tarefa investigativa, que analisa a afirmação de que a velocidade do objeto atinge 50 m/s no instante $t = 5$ segundos, no Quadro 2, estão transcritas algumas respostas:

Quadro 2 - Respostas dos grupos ao item 3 da tarefa investigativa.

Grupos	Respostas
T	De acordo com a função $f(t) = 10t$ que apresenta a velocidade em cada instante para 5, segundos, a afirmação de que a velocidade é 50 m/s é verdadeira.
I	A afirmação é verdadeira, porque, como nós calculamos o comportamento da velocidade na questão 2, encontramos que no $f(5) = 50$ m/s.
M	Através da função que encontramos na questão anterior $f(t) = 10t$ e calculamos que $f(5) = 50$ m/s podemos concluir que a velocidade instantânea é de 50 m/s, porque se trata do instante exata de 5 segundos.
D	Primeiro, calculamos a velocidade média que deu 25 m/ e, de início, pensamos que a afirmação estava errada. Mas, depois de analisar o contexto, percebemos que se tratava de velocidade instantânea. Então, com a função linear que encontramos na questão 2, que representa a velocidade do objeto em cada instante, conseguimos enxergar que a afirmação é verdadeira, porque a velocidade no instante 5 segundos é 50 m/s.

Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

O Quadro 2 demonstra que os quatro grupos concordaram que, no instante $t = 5$ segundos, o objeto alcançou a velocidade de 50 m/s. De acordo com T, I e M, a função linear $f(t) = 10t$, formulada na questão 2, corresponde à velocidade em cada instante; então, apenas aplicaram em $t = 5$ e concluíram que a afirmação era verdadeira. Os integrantes do D também chegaram a essa conclusão, mas antes exploraram a velocidade média no intervalo $[0, 5]$ e alcançaram o resultado 25 m/s. Após analisarem a questão, verificaram que a interpretação era equivocada e, então, retomaram-na, e o resultado foi 50 m/s. Os fatos ocorridos com esse grupo são indícios da presença do elemento metacognitivo monitoramento conforme explica Rosa (2014, p. 37-38): “a monitoração consiste em controlar a ação e verificar se está adequada para atingir o objetivo proposto, avaliando o desvio em relação a este, percebendo erros e corrigindo-os, se necessário”

Após concluírem as investigações realizadas na segunda fase da tarefa investigativa, os alunos responderam, individualmente, ao segundo questionário metacognitivo, composto de 4 questões, abordando reflexões sobre estratégias utilizadas, planejamento e monitoramento da execução da tarefa. Na sequência, destacam-se respostas referentes à questão 1 do dito questionário: Quais as estratégias que foram discutidas e aplicadas nesta tarefa? Como foram formuladas as conjecturas? Elas foram testadas e validadas? Justifique.

Q12T2 - Foram utilizadas as seguintes estratégias: aplicação do conhecimento já estudado anteriormente, velocidade média, variação de tempo, função quadrática, função linear. As conjecturas foram relacionadas à própria tabela investigativa.

Q12T3 - Discutimos e chegamos à conclusão que é uma função quadrática e foram testadas e validadas. Por exemplo, $f(t) = 5t^2$; $f(1) = 5 \cdot 1^2 = 5$; $f(2) = 5 \cdot 2^2 = 20$ e assim por diante.

Q12I3 - Fizemos simulações e analisamos as informações do quadro e encontramos uma função quadrática. Depois exploramos a velocidade média dos intervalos utilizando a função que encontramos. Os testes que fizemos através das simulações demonstraram que essa conjectura estava correta.

Nessas enunciações, os alunos enfatizam as estratégias que exploraram para realizar a tarefa com destaque à modelagem de funções, cálculo da velocidade média e instantânea, construção de gráficos e utilização do *software Geogebra*. As respostas alusivas às discussões nos grupos e análises de tais estratégias são indícios da presença do elemento metacognitivo planejamento. Nesse sentido, essa questão metacognitiva favoreceu a reflexão sobre o processo de aprendizagem, comprovando que o questionário metacognitivo é um instrumento que pode ajudar o aluno a aprender a estudar melhor. Além disso, para Castro (2015, p. 93), outro fator importante que contribuiu para a evocação desse elemento metacognitivo foi o trabalho em grupo, pois, “são várias cabeças pensando, lendo, falando, ouvindo e escrevendo. Principalmente, um tentando explicar para o outro”.

Os próximos fragmentos - extraídos da questão 2 - são referentes ao planejamento das ações realizadas pelos grupos visando à realização da tarefa: Como foi o planejamento de suas ações e do grupo para a realização da tarefa? Explique.

Q22T1T2 - Planejamos através de discussão para encontrar funções e depois calcular a velocidade média do objeto em cada intervalo para a gente analisar o comportamento.

Q22I4T2 - Foi discutido pelo grupo investigar a possibilidade de encontrar uma função matemática para a velocidade instantânea do objeto. Assim, o plano foi modelar funções e testar com os dados do quadro para verificar a validade.

Q22M3T2 - O planejamento foi, primeiramente, discutirmos os pensamentos de cada grupo, depois dividimos a tarefa para cada um e debatemos possibilidades para a resolução da tarefa.

Q22M4T2 - Plano de discussão em grupo, buscar modelar função e calcular a estudar o comportamento da velocidade média em vários intervalos.

Esses fragmentos apontam que o planejamento dos grupos foi condicionado à realização de discussões com o propósito de definir o melhor caminho para a resolução da tarefa conforme

justificativas de Q22T1, Q22I4, Q22M3 e Q22M4. Neles, alguns alunos enfatizam que o plano colocado em prática foi a divisão de tarefas para a realização da atividade - Q22T3 e Q22M3. Segundo Rosa (2011) e Maman (2021), essas evidências assinalam a elaboração de um plano claro de como e por onde iniciar a atividade para alcançar o objetivo previsto. Portanto, os supracitados excertos indicam a presença do elemento metacognitivo planificação, uma vez que, em suas respostas, os alunos descrevem como começaram e desenvolveram a tarefa proposta.

Os extratos apresentados na sequência foram extraídos da resposta referente à questão 3 do questionário metacognitivo: Como foi a execução da atividade de acordo com os objetivos traçados? Como os resultados foram registrados? Descreva.

Q32T1 - Analisamos os dados do quadro e investigamos os padrões e encontramos uma função quadrática que exploramos no cálculo da velocidade média e depois encontramos também uma função linear que nos deu a velocidade instantânea. Esse trabalho foi registrado em folhas de papel.

Q32I2 - A tarefa foi executada através de muita conversa entre os membros do grupo que proporcionou a formulação de funções para o cálculo da velocidade média e da velocidade instantânea e depois registramos em folha de papel A4.

Q32D1 - A execução da tarefa foi baseada na formulação de funções, depois em testes para verificar a validação e cálculo da velocidade média e velocidade instantânea. Registramos em folhas de papel.

A reflexão metacognitiva sobre como foi executada uma determinada tarefa é uma ação consciente relacionada com o conhecimento e seu entendimento, oportunizando ao sujeito potencializar sua utilização na realização de atividades (Brown, 1987). Fundamentados nessa afirmativa, os excertos de Q32T1, Q32I2 e Q32D1 mostram que os alunos refletiram sobre os procedimentos de execução da tarefa com o objetivo de resolvê-la, enfatizando os caminhos que percorreram para realizar a atividade por meio da discussão em grupo, formulação de funções, exploração da velocidade média e instantânea, construção de gráficos e utilização de recursos tecnológicos como o *software* Geogebra. Portanto, são indícios da manifestação do elemento metacognitivo monitoramento no que tange à convergência com o indicativo de analisar o modo de execução da tarefa, pois significa “o uso das estratégias que a pessoa utiliza com o propósito de otimizar sua aprendizagem” (Portilho, 2011, p. 113) com a tomada de consciência que é uma atividade metacognitiva.

Os próximos fragmentos descrevem os apontamentos dos alunos se houve ou não necessidade de revisar alguma estratégia utilizada para realização da tarefa.

Q42I1 - Foi preciso revisar a estratégia de formulação da função linear que encontramos que dava a velocidade instantânea porque a gente não estava confiante.

Q42I3 - Foi revisada a estratégia do cálculo da velocidade instantânea porque a gente estava com dúvida em relação à função que encontramos.

Q42M3 - Houve uma necessidade de mudar a estratégia de acharmos a fórmula da função porque primeiramente achamos que se tratava de uma função exponencial, mas na verdade se tratava de uma função quadrática.

Segundo Brown (1987), revisar procedimentos e estratégias exploradas para a realização de alguma atividade é muito importante para reorganizá-las e mantê-las no caminho adequado do

objetivo proposto. Isso significa que no processo metacognitivo a reflexão sobre a necessidade de conferir o trabalho realizado é fundamental para o desenvolvimento da aprendizagem. Além disso, rever é refletir sobre a realização da atividade para julgar os resultados alcançados, retomando-a quando necessário.

À luz dessa reflexão, os comentários de Q42I1 e Q42I3 enfatizam a necessidade de revisar a estratégia utilizada na realização da tarefa no que consiste na formulação de funções e do cálculo da velocidade média e instantânea de acordo com os enunciados da tarefa proposta. Isso demonstra a presença do elemento monitoramento, uma vez que conferir é uma ação de monitorar, verificar se o resultado construído está de acordo com o objetivo proposto (Rosa, 2011), manifestações demonstradas nesses fragmentos.

Portanto, a ação de revisar defendida nas respostas dos alunos são reflexões intencionais, conscientes e desenvolvidas de acordo com objetivos propostos. Além disso, vinculam-se aos pensamentos metacognitivos construídos a partir da exploração de estratégias de aprendizagem que, nesse contexto, são manifestações de metacognição, favorecendo a construção de experiências metacognitivas.

c) Justificação e avaliação

A investigação realizada pelos alunos envolveu a busca de regularidades existentes, o comportamento da velocidade do objeto ao longo do tempo e a velocidade no instante em que o tempo é igual a 5 segundos. Nesse sentido, os resultados evidenciam relações matemáticas relacionadas com o enunciado da tarefa proposta, destaque das dificuldades de aprendizagem e da compreensão da velocidade instantânea como um conceito de derivada. Ademais, eles destacam as estratégias exploradas para a realização da tarefa e o processo de aprendizagem.

Os excertos que seguem expõem a discussão dos resultados da segunda questão da tarefa investigativa.

D2 - Sobre o comportamento da velocidade ao longo do tempo, concluímos que ela aumenta conforme o tempo vai passando.

Professor - Como chegaram a essa conclusão?

D2 - Calculamos a velocidade média em diferentes intervalos, e os resultados mostram que, de um intervalo para o outro, ela aumenta.

T1 - Foi exatamente o que fizemos e também chegamos a esse resultado.

M3 - Nós também. Além de calcular velocidade média, construímos um gráfico que ajudou a concluir que realmente a velocidade aumenta conforme o tempo passa.

Os depoimentos dos alunos sublinham que a velocidade aumentou ao longo do tempo e, para chegarem a essa conclusão, calcularam-na em vários intervalos e construíram um gráfico para o auxiliar na análise do comportamento da velocidade do objeto em queda livre. Assim, formularam, testaram e validaram conjecturas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2019).

Professor - E vocês do grupo I, o que encontraram?

I2 - Praticamente a mesma coisa, que a velocidade do objeto aumenta a cada segundo. Só que para isso não exploramos apenas a velocidade média. Além da função, encontramos a função.

T1 - Nós também encontramos essa função.

M2 - O nosso grupo também.

Professor - Ok. Vamos refletir sobre isso. Como vocês encontraram essa função e o que ela representa?

I3 - Encontramos essa função com as diferenças entres as medidas dos percursos: $(5 - 0 = 5)$, $(20 - 5 = 15)$, $(45 - 20 = 25)$, $(80 - 45 = 35)$ e $(125 - 80 = 45)$, que significa que está aumentando de 10 em 10; por isso a função é $f(t) = 10t$.

M1 - Foi assim também que fizemos.

T4 - Essa função representa a derivada.

M1 - Como assim derivada? Nós não pensamos sobre isso.

T1 - Como essa função representa a velocidade, então é uma derivada porque a velocidade é a derivada.

M1 - Continuo não entendendo.

T1 - Vou tentar explicar. A gente estava com dificuldade para entender essa questão. Então, chamamos o professor e ele fez algumas perguntas que nos instigou a investigar os padrões e depois de encontrar essa função, falamos ao professor que era a velocidade. Então, ele disse que tínhamos encontrado a derivada. Então, concluímos que a velocidade instantânea é a derivada.

T4 - Ou seja, $f(t) = 10t$ é a derivada de $f(t) = 5t^2$ porque tem um grau a menos. Depois, discutindo com o professor, concluímos que essa conjectura é válida.

Professor - Isso mesmo! A velocidade é um conceito de derivada. E a derivada de uma função polinomial é outra função com grau menor.

M1 - Deixa ver se entendi. Se eu tenho uma função polinomial do terceiro grau, então a derivada dela é outra função, só que do segundo grau.

Professor - Exatamente. Mais na frente, teremos uma aula expositiva sobre a definição formal de derivada e suas regras de derivação. E essa da função polinomial é uma delas.

D3 - Ah, professor, então por que o senhor não explicou isso antes dessa tarefa, que ficaria mais fácil, porque era só aplicar a regra para encontrar a derivada.

Professor - O mais importante é compreender o conceito de derivada, e vocês descobriram um deles. As regras vêm depois.

M1 - Gostei. É bem interessante.

As sobreditas enunciações demonstram que os alunos construíram o conceito de derivada, enfatizando que é a velocidade instantânea, além de expressarem que a (derivada) de uma função polinomial corresponde a outra, mas com um grau menor conforme enfatizado pelo aluno M1. Essa descoberta converge para a abordagem de Soares (2021, p. 110) ao destacar que a exploração de tarefas investigativas em sala de aula estimula a construção do conceito de derivada, "...em particular no âmbito de taxa de variação". Neste seguimento, estão expostas as enunciações referentes à apresentação e discussão da terceira questão da tarefa investigativa.

Professor - E sobre a terceira questão: o que concluíram?

T2 - O nosso grupo concorda com essa afirmação. Quando o $t = 5s$ a velocidade é 50 m/s.

Professor - Compartilhem o que fizeram?

T2 - Primeiro nós não concordamos. Analisamos a velocidade média e achávamos que era 25 m/s. Mas, após analisar com mais calma os dados, entendemos que a

velocidade média não era suficientemente precisa para esse caso porque a velocidade do objeto não é constante.

Professor - Muito interessante essa reflexão de vocês. Mas o que concluíram?

T3 - A afirmação está correta. Realmente a velocidade no instante 5 segundos é 50 m/s.

Professor - Tá, mas ainda não está claro como vocês chegaram a essa conclusão.

T2 - Como a função $f(t) = 10t$ é a velocidade, calculamos quando o t é igual a 5 segundos e encontramos 50 m/s.

I4 - Então, essa velocidade é a velocidade instantânea.

M3 - Foi isso que entendi também. Então, velocidade instantânea é a derivada.

Professor - Isso mesmo, vocês estão corretos.

Os excertos supracitados permitem inferir que os alunos construíram o conceito de derivada ao analisarem os dados, modelarem funções, compreenderem o comportamento da velocidade do objeto ao longo do tempo e no instante $t = 5$ segundos. Sendo assim, merecem destaque os alunos I4 e M3, pois enfatizam que a velocidade é um conceito de derivada representada pela velocidade instantânea. Essa afirmação corrobora o pensamento de Soares (2021), que sustenta que o momento da apresentação e da discussão dos resultados de cada grupo, com a interação do professor, é fundamental, uma vez que contribui para a construção de conhecimentos mediante a justificativa e avaliação das evidências debatidas.

Findo o momento de apresentação e discussão dos resultados, os alunos, individualmente, responderam ao terceiro questionário metacognitivo. Neste seguimento, encontram-se as respostas da primeira questão: Quais os procedimentos e recursos explorados para construir os resultados? Todos funcionaram? Justifique.

Q13T4 - Elaboramos um plano que consistia em modelar uma função, calcular a velocidade média e investigar a velocidade instantânea. Depois revisamos todos os passos e as estratégias que usamos e concluímos que estavam de acordo com o objetivo previsto; então, os procedimentos funcionaram.

Q13I1 - Organizamos os dados baseados nos objetivos para alcançar os resultados, depois analisamos e calculamos a velocidade média do objeto em relação ao tempo.

Q13I3 - Executamos um plano que foi modelar a função, calcular a velocidade média e analisar a instantânea e fazer uma reflexão sobre o desenvolvimento da tarefa para verificar se o caminho seguido foi correto e, quando necessário, retomamos para corrigir os erros.

Os procedimentos adotados pelos alunos durante a tarefa investigativa vão ao encontro dos destacados por Magalhães e Varizo (2016), que enfatizam que o trabalho investigativo em aulas de matemática é dinâmico, e a discussão em grupo contribui para a definição dos caminhos que devem ser percorridos para a formulação, teste e validação ou refutação de conjecturas. Nesse sentido, ações realizadas pelos grupos indicam que investigaram, discutiram ações, estratégias e revisaram os caminhos que utilizaram para a construção dos resultados.

Também vale ressaltar que as respostas dos alunos demonstram a presença dos elementos metacognitivos, monitoramento (Q13T4 e Q13I1) e avaliação (Q13I3). Isso significa que tais respostas, embasadas em Maman (2021), evidenciam que eles exploraram pensamentos metacognitivos, indicando a construção da aprendizagem de forma planejada, ou seja, consciente (Flavell, 1979), pois monitoraram suas ações para a realização da tarefa.

As respostas que seguem abordam as considerações dos alunos acerca do trabalho em pequenos grupos no que diz respeito à potencialização da aprendizagem: Você considera que o trabalho desenvolvido em pequenos grupos potencializa a aprendizagem? Justifique a sua resposta.

Q23M1 - O trabalho em grupo ajudou bastante, porque a gente estava com dificuldade de definir estratégias para modelar funções.

Q23M4 - Os pontos positivos do trabalho em pequenos grupos é que com a participação de todos podemos discutir, trocar ideias, realizar os cálculos e revisar os resultados para ver se estão de acordo com os objetivos.

Q23D1 - Como cada pessoa tem uma forma de pensar, o trabalho em grupo ajuda na aprendizagem porque com a discussões de pensamentos diferentes podemos encontrar a melhor estratégia para a realização da tarefa.

Posto isso, pode-se afirmar que o trabalho em grupos produziu resultados e contribuiu para a aprendizagem dos alunos. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), a realização de tarefas investigativas em sala de aula por meio de pequenos grupos tem se mostrado uma técnica eficaz por favorecer a aprendizagem dos alunos, uma vez que as discussões, a troca de ideias e as interações potencializam o aprendizado de cada membro.

M1 revelou que teve dificuldades para encontrar estratégias principalmente na modelagem de função, o que corresponde ao segundo objetivo da tarefa. Por sua vez, M4 declarou que seu grupo discutiu os procedimentos que foram adotados, além enfatizar a importância de revisar os resultados para verificar a compatibilidade com os objetivos traçados (Q23M4). Segundo Rosa (2011), essas evidências são manifestações do elemento metacognitivo monitoramento, significando que a exploração de ações de verificação são estratégias metacognitivas que podem auxiliar na aprendizagem dos alunos, pois suas ações direcionadas de forma consciente favorecem a construção de conhecimentos, já que o estudo está sendo monitorado em prol do expoente aprender a aprender.

As próximas respostas correspondem à questão 3 do terceiro questionário metacognitivo: Como foi sua participação durante a realização desta tarefa? O que realizou? Como realizou?

Q33I1 - Participei da elaboração do plano para a realização da tarefa, das discussões em grupo e dos registros dos resultados.

Q33I3 - Participei dos debates, das resoluções das questões e identificação da estratégia que julgamos como a melhor para alcançar os resultados.

Q33I4 - Interagi nos debates que realizamos, nas resoluções das questões e na revisão das estratégias para verificar se tínhamos alcançados os resultados de acordo com o planejado.

Q33D2 - Participei da discussão que realizamos sobre como iniciar a atividade e qual o caminho mais adequado para alcançar nosso objetivo.

Nas respostas dos alunos, percebe-se a manifestação do elemento metacognitivo monitoramento, haja vista que I1, D2, I3 e I4 expõem indícios de que revisaram as estratégias fundamentadas no plano elaborado, além de definirem como iniciaram a tarefa para alcançar o objetivo traçado (Rosa, 2011; Maman, 2021). Desse modo, com base em Flavell (1979), houve a interação do conhecimento metacognitivo por meio do monitoramento, que é um elemento (metacognitivo) da autorregulação da aprendizagem. Góes e Boruchovitch (2020, p. 48) explicam que monitorar “abrange a capacidade de

o indivíduo realizar uma reflexão, em nível mais avançado, a respeito da própria aprendizagem e dos processos pelos quais aprende”.

Os próximos fragmentos são concernentes aos apontamentos dos alunos acerca do que aprenderam durante a realização da tarefa investigativa.

Q43T4 - Descobri que a derivada de uma função polinomial tem um grau a menos, por exemplo, a derivada de uma função quadrática é uma função do primeiro grau.

Q43M4 - Aprendi que um dos conceitos da derivada é a velocidade instantânea.

Q43D3 - Aprendi várias formas de pensar uma determinada tarefa e refletir sobre conteúdos anteriores relacionados com ela e, para a partir daí, definir uma estratégia para resolvê-la.

Q43D4 - Aprendi que problemas envolvendo velocidade podem ser resolvidos utilizando derivada porque a velocidade instantânea é uma derivada.

As sobreditas respostas comprovam que os alunos entenderam o conceito de derivada (terceiro objetivo desta tarefa), pois enfatizam que a velocidade instantânea pode ser utilizada na solução de alguns problemas de aplicações e que a derivada de uma função polinomial faz parte dessa família, mas com um grau menor conforme atestam os fragmentos Q43T4, Q43M4 e Q43D4. Ademais, eles compreenderam que o trabalho com a tarefa de investigação produz resultados positivos, mas, para isso, é importante analisar os enunciados, debater as possibilidades com os colegas do grupo, além de conhecer os assuntos anteriormente estudados para potencializar a formulação, teste e validação de conjecturas. Esse entendimento retrata a abordagem de Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), que, segundo eles, para obterem sucesso, os pesquisados precisam ter conhecimentos matemáticos com autonomia.

Por fim, as declarações dos alunos apresentam indícios da exploração de estratégias metacognitivas para o aprofundamento da aprendizagem. Em efeito, D3 afirmou que seu grupo analisou os objetivos traçados para realizar a tarefa e conteúdos anteriores com o intuito de auxiliar na definição de uma estratégia adequada como atesta o argumento do fragmento Q43D3. Segundo Maman, Quartieri e Neide (2022, essas evidências permitem afirmar a presença do elemento metacognitivo avaliação, pois os pesquisados refletiram sobre o conhecimento adquirido (a velocidade instantânea é um conceito de derivada). Isso demonstra a existência de um olhar crítico consciente sobre as ações realizadas, que buscaram definir caminhos para desenvolver a atividade e, dessa forma, diminuir a ocorrência de erros e favorecer a aprendizagem.

CONCLUSÃO

O presente estudo teve o objetivo de analisar os resultados construídos sobre velocidade por meio de uma tarefa investigativa, associada a questões metacognitivas, por um grupo de alunos da disciplina de Cálculo I de um Curso de Licenciatura em Matemática, em uma universidade do interior do Amazonas, ao trabalharem com tarefas investigativas combinadas com questões metacognitivas. As respostas dos alunos aos questionários metacognitivos, nas resoluções das questões da tarefa investigativa explorada e nas gravações de áudio, comprovam que eles entenderam que a velocidade instantânea e inclinação da reta tangente estão relacionadas com o conceito de derivada. A esse respeito, Rogawski e Adams (2018) enfatizam que a derivada corresponde a uma taxa de variação e também a inclinação de uma reta tangente.

Nesse sentido, durante a realização da tarefa investigativa associada com questões metacognitivas, os alunos construíram conceitos sobre velocidade média e instantânea, que podem ser relacionadas com a inclinação de uma reta tangente em determinado ponto de uma curva. Aliás, os resultados demonstram que a velocidade é um conceito de derivada, haja vista que a função desta representa a velocidade de um objeto em um determinado instante.

Com base nesses supracitados indícios sobre o conceito de derivada, a metacognição influenciou o pensamento dos alunos em relação à aprendizagem, haja vista que os questionários metacognitivos auxiliaram nas resoluções/respostas durante a realização das tarefas investigativas. Isso se tornou evidente pelo fato de as questões metacognitivas instigarem os pesquisados a refletirem sobre caminhos que os levassem ao autoconhecimento e ações analisadas a partir da definição de planos, revisões e avaliações do trabalho realizado para alcançar os objetivos previstos. Logo, as perguntas metacognitivas os provocaram a articular cada questionamento com o próprio conteúdo, favorecendo a transversalidade dos elementos metacognitivos, ou seja, interagirem simultaneamente de forma integrada e não separada.

Posto isso, entende-se que a metacognição pode ser explicitada a partir de um objetivo de aprendizagem e emergir de uma atividade., o que ocorreu neste estudo. Em todo caso, é fundamental a intencionalidade do professor; dito de outra forma, ele deve conhecer a metacognição e pensar metacognitivamente, pois as respostas discentes precisam ser interpretadas e favorecer a mediação do trabalho em sala de aula. Além disso, esta pesquisa corrobora outras no contexto da Educação Matemática, tais como Rosa (2011), Franzoni e Quartieri (2021) e Maman (2021), ampliando as possibilidades do ensino de matemática por meio de estratégias metacognitivas.

REFERÊNCIAS

- BROWN, A. L. Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In: WEINERT, Franz E.; KLUWE, Rainer H. (Eds.). **Metacognition, motivation and understanding**. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1987. p. 65-116.
- CASTRO, C. de M. **Você sabe estudar? quem sabe, estuda menos e aprende mais**. Porto Alegre: Penso, 2015.
- CERVO, Amado L. *et al.* **Metodologia científica**. 6 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.
- CORREIA, N. N. G. **Percepções e reflexões de estudantes de ensino médio no processo metacognitivo da aprendizagem em física**. 2017. 156 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 20217.
- FERREIRA, A. S.; ZUIN, E. de S. L. Introdução do conceito de derivada a partir da Investigação Matemática. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 6, n. 10, p. 82-102, 2018.
- FLAVELL, J. H. Metacognition and cognitive monitoring: a new area of cognitive - developmental inquiry. **American Psychologist**, v. 34, n. 10, p. 906-911, 1979.
- FRANZONI, P.; QUARTIERI, M. T. Investigação matemática e educação financeira: manifestações de aprendizagem em um curso de licenciatura. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 21, n. 68, p. 487-512, jan./mar. 2021.

GOES, N. M.; BORUCHOVITCH, E. Intervenções para promover a autorregulação da aprendizagem de professores do ensino médio: resultados de pesquisas e aplicações para a sala de aula. *In*: FRISON, L. M. B.; BORUCHOVITCH, E. (org.). **Autorregulação da aprendizagem: cenários, desafios, perspectivas para o contexto educativo**. Petrópolis: Vozes, 2020.

GONÇALVES, D. C. **Aplicações das derivadas no cálculo I: atividades investigativas utilizando o geogebra**. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

MAGALHAES, A. P. de A. S.; VARIZO, Z. da C. M. **Atividades investigativas como uma estratégia de ensino e aprendizagem da matemática**. Curitiba: CRV, 2016.

MAMAN, A. S. de. **Uso de recursos experimentais e computacionais para o desenvolvimento do pensamento metacognitivo no ensino de física**. Tese (Doutorado em Ensino) - Universidade do Vale do Taquari, Lajeado, 2021.

MAMAN, A. S. de; QUARTIERI, M. T.; NEIDE, I. G. Elementos metacognitivos que emergem de uma intervenção didática no ensino de Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 39, n. 3, p. 743-768, dez. 2022.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2018.

MATTAR, J.; RAMOS, D. K. **Metodologia da pesquisa em educação: abordagens qualitativas, quantitativas e mistas**. São Paulo: Edições 70, 2021.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.**, 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

PORTILHO, E. **Como se aprende?** estratégias, estilos e metacognição. 2. ed. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2011.

ROSA, C. T. W da.; ROSA, A. W. Da. Aprendizagem autorreguladora: aportes teóricos para subsidiar a educação científica. **Res., Soc. Dev.**, v. 9, n. 1, e71911633, 2020.

ROSA, C. T. W. da. **A metacognição e as atividades experimentais no ensino de física, SC**. 2011. 324 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

ROSA, C. T. W. da. **Metacognição no ensino de física: da concepção à aplicação**. Passo Fundo: Editora UFP, 2014.

SOARES, C. J. F. **Análise descritiva qualitativa**. Curitiba: CRV, 2022.

SOARES, C. J. F. **Tarefas investigativas no ensino e aprendizagem de aplicações de derivadas**. Curitiba: CRV, 2021.

STEWART, J. **Cálculo: volume 1**. Tradução de EZ2 Translate. 3. Ed. São Paulo: Cengage Learning, 2015.