

**INCLUSÃO DE UM ESTUDANTE CEGO:
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

*INCLUSION OF A BLIND STUDENT:
A TEACHING SEQUENCE IN THE LIGHT OF CONCEPTUAL FIELD THEORY*

*INCLUSIÓN DE UN ESTUDIANTE CIEGO:
UNA SECUENCIA DE ENSEÑANZA A LA LUZ DE LA TEORÍA DE CAMPO CONCEPTUAL*

LUIZA OJEDA HOFFMANN¹
CLAUDIA LISETE OLIVEIRA GROENWALD²

RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi implementar uma sequência didática para o desenvolvimento dos Campos Conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas nos Números Naturais visando a aprendizagem de um estudante cego congênito, matriculado nos anos iniciais do Ensino Fundamental em Canoas/RS. Esta pesquisa está fundamentada nos aportes da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, com abordagem qualitativa, contemplando três semestres de intervenções pedagógicas com um estudante cego, realizadas no Laboratório de Estudos de Inclusão (LEI) da ULBRA. Tais intervenções constituíram a sequência didática com materiais táteis e tecnológicos, selecionados para promover a compreensão das relações e operações com Números Naturais. Infere-se que a sequência didática utilizada foi efetiva no desenvolvimento dos Campos Conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas no Conjunto dos Números Naturais para o estudante, possibilitando um aprendizado adequado ao ritmo dele, resultando em um desempenho satisfatório na análise de situações, construção de esquemas e representações de seus invariantes operatórios.

Palavras-chave: Educação Matemática; Inclusão; Deficiência Visual; Teoria dos Campos Conceituais.

ABSTRACT

The objective of this research was to implement a didactic sequence for the development of the Conceptual Fields of additive and multiplicative structures in the Set of Natural Numbers, aiming at the learning of a congenitally blind student enrolled in the early years of Elementary School in Canoas/RS. The research is grounded in the contributions of Vergnaud Theory of Conceptual Fields, with a qualitative approach, encompassing three semesters of pedagogical interventions with a blind student, conducted at the Inclusion Studies Laboratory (LEI) at ULBRA. These interventions constituted the didactic sequence with tactile and technological materials selected to promote the understanding of the relationships and operations of Natural Numbers. It is inferred that the didactic sequence used was effective in developing the Conceptual Fields of additive and multiplicative structures in the Set of Natural Numbers for the student, enabling learning suited to their pace, resulting in satisfactory performance in the analysis of situations, construction of schemes, and representations of their operational invariants.

Keywords: Mathematics Education; Inclusion; Visual impairment; Conceptual Field Theory.

¹ Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil, Canoas, RS. Universidade Luterana do Brasil. E-mail: luizaojedah@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0997-5202>

² Doutora em Ciências da Educação pela Universidade Pontifícia de Salamanca, Espanha. Universidade Luterana do Brasil. E-mail: claudiag@ulbra.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7345-8205>

RESUMEN

El objetivo fue implementar una secuencia didáctica para el desarrollo de los Campos Conceptuales de estructuras aditivas y multiplicativas en el Conjunto de los Números Naturales, teniendo como objetivo el aprendizaje de un estudiante con ceguera congénita, matriculado en los primeros años de la Escuela Primaria de Canoas/RS. Investigación basada en los aportes de la Teoría de Campos Conceptuales de Vergnaud, con enfoque cualitativo, que abarcó tres semestres de intervenciones pedagógicas con un estudiante ciego, realizada en el Laboratorio de Estudios de Inclusión (LEI) de la ULBRA. Tales intervenciones constituyeron la secuencia didáctica con materiales táctiles y tecnológicos, seleccionados para promover la comprensión de las relaciones y operaciones de los Números Naturales. Se infiere que la secuencia didáctica utilizada fue efectiva en el desarrollo de los Campos Conceptuales de las estructuras aditivas y multiplicativas en el Conjunto de los Números Naturales para el estudiante, posibilitando un aprendizaje adecuado a su ritmo, resultando en un desempeño satisfactorio en el análisis de situaciones, construcción de esquemas, y sus representaciones de sus invariantes operacionales.

Palabras-clave: Educación Matemática; Inclusión; Discapacidad visual; Teoría Conceptual de Campos.

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática tem se transformado ao longo dos anos, conforme o contexto histórico e social dos estudantes. A elaboração de uma sequência didática para o ensino de operações básicas com Números Naturais a um estudante cego representa um desafio que transcende a simples transmissão do conhecimento, envolvendo também aspectos relacionados à inclusão e humanização escolar, bem como, ao processo individual de aprendizagem do estudante. A deficiência não é uma característica que define completamente um estudante, entende-se que os estudantes com deficiência possuem habilidades, interesses e personalidades únicas. Além disso, a deficiência não deve ser vista como uma fonte de incapacidade, mas sim, como uma diferença que deve ser compreendida e respeitada.

Diante disso, compreende-se que a sequência didática é um conjunto de atividades organizadas de forma sistemática e planejada para orientar o processo de ensino e aprendizagem, fase por fase. Essas atividades são estruturadas de acordo com os objetivos pedagógicos, e envolvem tanto o desenvolvimento da aprendizagem quanto a avaliação (DOLZ & SCHNEUWLY, 2004). De acordo com Zabala (1998), as sequências didáticas são compostas por atividades organizadas, estruturadas e articuladas para atingir determinados objetivos educacionais, com início e fim claros para professores e estudantes. Além disso, a sequência didática permite analisar as diferentes formas de intervenção pedagógica e avaliar a sua pertinência.

Este artigo apresenta um recorte da dissertação de mestrado intitulada “Inclusão de um aluno cego no ensino de Matemática: uma sequência didática sobre relações e operações no conjunto dos Números Naturais à luz da Teoria dos Campos Conceituais”. A pesquisa buscou responder a seguinte questão: como desenvolver uma sequência didática que possibilite a um estudante cego, dos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF), compreender e sistematizar as operações de multiplicação e divisão no conjunto dos Números Naturais? Buscando responder ao questionamento delineou-se o objetivo geral: implementar (desenvolver, aplicar e avaliar) uma sequência didática com os conceitos numéricos e as operações no Campo Conceitual das estruturas aditivas e multiplicativas no Conjunto dos Números Naturais para um estudante cego matriculado no sistema regular de ensino.

É importante ressaltar que a inclusão de um estudante cego no ambiente escolar requer algumas adaptações, de forma a garantir que ele tenha acesso ao conteúdo e às atividades propostas em sala de aula da mesma forma que seus colegas videntes.

Embora a Lei nº 13.146/2015 (Brasil, 2015) preveja a inclusão de estudantes cegos em turmas regulares, ainda há desafios relacionados à falta de recursos e profissionais adequados para promover um ensino que favoreça a aprendizagem desses estudantes. Dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), na Sinopse Estatística da Educação Básica de 2019 (INEP/EDUCACENSO, 2020), revelam a presença de centenas de estudantes cegos em turmas regulares, mas sem a estrutura devida para maximizar seu potencial de aprendizagem.

Esta pesquisa focou na investigação de práticas que integram a Educação Matemática à realidade de um estudante cego. Para isso, foram desenvolvidas atividades didáticas e recursos que possibilitassem a esse estudante operar com Números Naturais, permitindo a compreensão das operações nesse conjunto e sua aplicação na resolução de problemas. O referencial teórico que embasa esta pesquisa é a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Vergnaud (1996, 1998, 2009).

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A TCC, proposta por Vergnaud (1998), é uma teoria cognitiva que defende que a aquisição do conhecimento é influenciada pela situação, pelos problemas e pelas ações. Essa teoria não é uma teoria de ensino, mas oferece subsídios aos professores para entenderem a prática pedagógica, ajudando a desencadear o processo de aprendizagem cognitiva nos estudantes. Com base nessa teoria, os professores podem planejar atividades didáticas que facilitem a compreensão dos conceitos e a aplicação prática desses conhecimentos na vida dos estudantes.

Vergnaud (1993) define o Campo Conceitual como um conjunto de situações, problemas, relacionamentos, estruturas, conceitos e teoremas inter-relacionados. Por exemplo, em um domínio conceitual de adição, um conjunto de situações pode exigir adição, subtração ou uma combinação dessas operações. O mesmo ocorre na estrutura de multiplicação, onde as situações podem exigir multiplicação, divisão ou uma combinação dessas operações.

De acordo com Vergnaud (1993), uma das vantagens da TCC é permitir a classificação a partir da análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser utilizados em cada tarefa. Um indivíduo precisa de tempo, experiência, maturidade e capacidade de aprendizagem para dominar um determinado Campo Conceitual. As dificuldades conceituais são superadas quando são descobertas e enfrentadas, não de forma simultânea, mas progressivamente.

Em relação a TCC, Grossi e Bordin (2010, p. 25), argumentam que “a ideia de Vergnaud é de que se aprende na trama, não de conceitos linearmente sequenciais, mas no emaranhado de uma rede de muitos conceitos presentes em situações de vida”. Vergnaud (2009, p. 181) afirma que “o conhecimento de uma pessoa é construído sobre o que ela consegue construir, relacionar e conceituar em certas situações ou problemas necessários de diferentes níveis de teorema”.

Os conceitos fundamentais da TCC incluem os invariantes operatórios, os esquemas e a inter-relação entre o referente (S), significado (I) e o significante (R). Vergnaud (1993) define o conceito (C) como uma combinação de três componentes: (1) um conjunto de situações (S) que dão sentido ao conceito, funcionando como sua referência; (2) um conjunto de invariantes operatórios (I), usados para analisar e dominar essas situações, constituindo o significado e (3) um conjunto de representações simbólicas (R), usado para representar os invariantes, funcionando como significativos.

As situações representam o contexto ou os problemas que ativam os esquemas e nos quais os conceitos são aplicados. Situações bem-organizadas permitem a aplicação prática dos conceitos, facilitando a realização de ações baseadas no conhecimento adquirido. Essa diversidade de situações é fundamental para a adaptação e a flexibilidade do aprendizado, pois expõe os estudantes a diferentes cenários e desafios.

Os esquemas, por sua vez, são estruturas mentais que organizam o conhecimento e a ação, sendo ativados pelas situações. Os esquemas geram regras de ação que servem para a adaptação e aplicação prática dos conceitos. Dentro dos esquemas, os invariantes operatórios são componentes estáveis que permitem a proposição sobre o real e a construção do conhecimento. Os invariantes facilitam a identificação e a generalização de princípios a partir das situações concretas, promovendo uma compreensão mais profunda e integrada do conhecimento. Desta forma, a interação entre conceitos, situações e esquemas, mediada pelos invariantes operatórios, sustentam a construção contínua e dinâmica do conhecimento.

Os invariantes operatórios são descritos como estratégias mentais utilizadas em diferentes situações que apresentam semelhanças entre si. Podem ser classificados como teorema-em-ação ou conceito-em-ação. Vergnaud (2009) define que um teorema-em-ação é uma regra ou princípio implícito utilizado por um indivíduo para interpretar e resolver problemas em uma situação específica. Já um conceito-em-ação é um conjunto de noções e entendimentos que orientam a compreensão e a aplicação prática em situações de resolução de problemas.

Segundo Magina et al. (2008), o conjunto dos invariantes compreende os objetos, propriedades e relações que podem ser conhecidos e usados pelo sujeito para analisar e denominar as situações, expressando a compreensão do estudante sobre o conceito.

Os invariantes do tipo funções proposicionais são os conceitos-em-ação que diferem dos invariantes proposicionais; as funções proposicionais são conceitos subentendidos, que se assumem relacionados na ação. Vergnaud (1993, p. 6) esclarece que existe uma relação abrangente entre o primeiro e o segundo tipo de invariantes: “Não há proposição sem funções proposicionais, nem função proposicional sem proposição. Do mesmo modo, conceitos-em-ação e teoremas-em-ação se constroem em estreita relação”.

Os esquemas, por sua vez, são estruturas planejadas que permitem a assimilação e acomodação dos conceitos, gerando regras de ação e causando metas e antecipações que orientam a compreensão dos conceitos. Segundo Vergnaud (1998, p. 173), um esquema é “a organização invariante de uma conduta para uma classe de situações apresentadas”.

A TCC se classifica em duas categorias, entre as quais as Estruturas Aditivas e Multiplicativas que são essenciais na compreensão da Matemática.

Para Vergnaud (1996), as estruturas aditivas incluem a compreensão de conceitos como adição, subtração e a relação entre essas operações. Situações que requerem a aplicação de adição ou subtração podem variar desde problemas simples de juntar ou separar quantidades até problemas mais complexos que envolvem a análise de mudanças incrementais ou decrementais em diferentes contextos. A adição e a subtração são vistas não apenas como operações aritméticas, mas como processos de compreensão e solução de problemas cotidianos.

O ponto de partida é a resolução de situações-problema, que são essenciais para introduzir os estudantes às operações aditivas. Esse processo envolve a composição de duas ou mais quantidades para obter uma terceira, abordando a adição e a subtração como operações inversas, utilizadas na resolução de problemas de composição e inclusão de itens.

As transformações dentro deste campo são divididas em temporais e estáticas. As transformações temporais lidam com mudanças que ocorrem ao longo do tempo, como o ganho ou a perda de uma quantidade. Em contraste, as transformações estáticas estão relacionadas a situações em que a comparação entre duas quantidades ocorre sem considerar o tempo, como a comparação direta de duas medidas.

A comparação de medidas é uma dimensão importante do Campo Conceitual Aditivo (CCA), ela envolve a análise de duas ou mais medidas para identificar as relações entre elas, que podem ser diretas ou mediadas por uma série de transformações aditivas. Essa habilidade é fundamental para resolver problemas que exigem a identificação de relações quantitativas e operacionais.

Outra dimensão importante é a composição de transformações, que se refere à combinação de várias transformações para formar uma nova. Este conceito é essencial para resolver problemas complexos que envolvem múltiplas etapas de adição e subtração, como determinar a quantidade total de itens após várias operações sucessivas.

Os esquemas temporais fundamentais são estruturas cognitivas que permitem aos estudantes compreenderem e aplicarem operações aditivas em um contexto temporal. Esses esquemas envolvem a habilidade de sequenciar eventos e transformações ao longo do tempo, facilitando a compreensão de processos dinâmicos e acumulativos.

A composição de estados relativos é uma dimensão que aborda a transformação de um estado em outro por meio de adição ou subtração. Os estudantes precisam entender tanto o estado inicial quanto o resultado das transformações, desenvolvendo assim a capacidade de prever e manipular resultados de operações aditivas.

Além disso, pode-se destacar que as relações terciárias envolvem transformações mais complexas que dependem de múltiplas relações e estados. Estas relações incluem a decomposição de problemas em partes menores e a reestruturação de problemas para facilitar a compreensão e a solução, permitindo uma abordagem sistemática para resolver problemas complexos.

O CCA também destaca a importância das inter-relações entre diferentes conceitos e operações. Por exemplo, a compreensão inicial de adição e subtração é essencial para avançar na comparação de medidas e na composição de transformações. Os esquemas temporais fundamentais, por sua vez, ajudam na compreensão dos estados relativos, que facilitam a resolução de transformações mais complexas.

O Campo Conceitual Multiplicativo (CCM) abrange situações cujo domínio envolve operações de multiplicação e divisão. Essas operações são introduzidas após uma compreensão básica das operações aditivas e são essenciais para o desenvolvimento de conceitos matemáticos mais avançados.

O CCM é definido como um conjunto de problemas e situações que requerem multiplicação ou divisão para serem resolvidos. De acordo com Nunes et al. (2005), é formado pela existência de uma relação constante entre duas variáveis de diferentes tamanhos. A multiplicação e a divisão são operações irmãs porque compartilham a mesma relação constante, sendo uma o inverso da outra (Lerner; Sadovsky, 1996; Mandarino; Belfort, 2005). Moreira (2002, p. 9) define o CCM como “um conjunto de situações cujo domínio requer a multiplicação, a divisão ou a combinação de tais operações”.

De acordo com Magina, Merlini e Santos (2015), o CCM envolve a interconexão entre conceitos matemáticos relacionados à multiplicação, com base na TCC de Vergnaud (1998). Essa estrutura hierárquica dos conceitos é organizada em três níveis: **Operação de multiplicação**: união de dois ou mais elementos em um único resultado; **Conceitos-chave**: propriedades comutativas, associativas e

distributivas; **Conceitos específicos:** frações, números decimais, razão e proporção, que permitem uma compreensão mais abrangente da multiplicação e suas aplicações.

A compreensão da estrutura multiplicativa envolve a identificação de padrões e regularidades expressas pelas propriedades matemáticas. Por exemplo, a propriedade associativa permite que a ordem dos fatores não altere o resultado, enquanto a propriedade distributiva permite que a multiplicação seja distribuída sobre a adição ou a subtração.

Para dominar as estruturas multiplicativas, os estudantes devem ser capazes de resolverem diferentes tipos de situações-problemas, não apenas aquelas relacionadas à adição de partes iguais. Segundo Vergnaud (2009), lidar apenas com cálculos numéricos não é suficiente; é necessário identificar os pontos onde os estudantes têm maiores dificuldades e ajudá-los a construir estes significados.

O CCM inclui conceitos como multiplicação, divisão, duplo, meio, triplo, fração, funções lineares e não lineares, razão, taxa, proporção, espaço vetorial, isomorfismo, combinação, produto cartesiano, área e volume. Vergnaud (2009) apresenta duas categorias fundamentais para a compreensão da noção de medida: o isomorfismo de medidas e o produto de medidas. O isomorfismo de medidas se concentra na relação de proporcionalidade direta, enquanto o produto de medidas permite o cálculo de áreas e volumes, e a resolução de problemas que envolvem a combinação de diferentes grandezas. Ambas as categorias são interdependentes e complementares.

Os problemas do CCM dizem respeito às relações quaternárias (duas medidas de um tipo e duas de outro), que podem ser representadas por uma tabela com duas colunas e duas linhas, com operadores que expressam relacionamentos entre valores (Lerner; Sadovsky, 1996; Mandarino; Belfort, 2005).

A partir do CCM é possível realizar conexões com outros temas relevantes do campo da Matemática, como os Números Naturais, homomorfismo e isomorfismo, fundamentais para o desenvolvimento de um pensamento matemático consistente e para a compreensão da multiplicação e suas propriedades.

METODOLOGIA DA PESQUISA

A partir da pergunta “Como desenvolver uma sequência didática que possibilite a um estudante cego dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental compreender e sistematizar as operações de multiplicação e divisão no conjunto dos Números Naturais?”, a pesquisa foi elaborada com uma abordagem qualitativa, descritiva e exploratória, configurando-se como um estudo de caso. Segundo Cervo, Bervian e Silva (2007, p. 62), “o estudo de caso é a pesquisa sobre determinado indivíduo, família, grupo ou comunidade que seja representativo de seu universo, para examinar aspectos variados de sua vida”.

Desta maneira, a pesquisa examina dados coletados a partir da realidade de G, um estudante cego congênito do 5º ano do Ensino Fundamental, cuja identidade foi preservada para garantir o anonimato. As intervenções pedagógicas ocorreram de forma individualizada, com sessões semanais de 2 horas, divididas em 30 minutos de atividades e 20 minutos de intervalo, ao longo de três semestres, abrangendo o 5º ano completo e o primeiro semestre do 6º ano do Ensino Fundamental.

Além das intervenções pedagógicas, foco deste artigo, a pesquisa incluiu uma entrevista com o professor de G na Associação de Deficientes Visuais de Canoas (ADVIC), observações presenciais do estudante na ADVIC e entrevistas com a mãe de G, revisando informações sobre sua trajetória de vida.

Neste estudo, o processo é mais importante do que os resultados, e a análise dos dados segue um método indutivo de natureza descritiva (Lüdke & André, 2013). Assim, as transcrições dos diálogos mantêm a fala original dos participantes, sem correções gramaticais, para preservar a autenticidade das expressões e da comunicação entre o estudante e a pesquisadora.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Nos primeiros encontros com o estudante G, foram realizadas atividades do Campo Conceitual da Estrutura Aditiva, conforme a teoria de Vergnaud (1998). O objetivo dessas atividades foi verificar se G já compreendia o conceito de número e conseguia resolver situações simples de adição e subtração com Números Naturais. Nos diálogos apresentados a seguir, 'G' refere-se ao estudante e 'P' à pesquisadora.

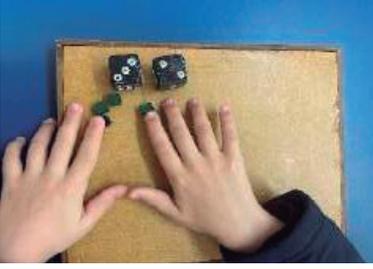
A atividade 1 foi de *Composição e Decomposição de Números*, utilizando o material dourado, com atividades de composição e decomposição de números, elementos fundamentais no CCA. G mostrou habilidade em compor e decompor números corretamente, nomeando-os e utilizando uma caixa adaptada com repartições para centenas, dezenas e unidades. Essas atividades iniciais foram fundamentais para que G começasse a desenvolver a compreensão da estrutura do campo aditivo.

Na atividade 2, foi utilizado o sistema *Dosvox*, G realizou atividades de comparação de números, identificando relações de maior, menor ou igual. Essa atividade explorou o conceito de correspondência entre conjuntos e relações de ordem. No início, G teve dificuldades em usar o aplicativo de forma eficiente, mas com a repetição, ele desenvolveu deduções lógicas importantes para a compreensão dos invariantes operatórios e das relações de ordem. Essa prática foi essencial para que G compreendesse gradualmente os conceitos básicos de comparação e ordem numérica.

Na atividade 3, o *Jogo de Cartas em Braille*, G praticou a adição de números, essencial para a estrutura aditiva. Ele retirava três cartas do baralho, somava seus valores e comparava com as adições do adversário (que neste caso era a pesquisadora). Essa atividade foi importante para que G fortalecesse os esquemas de composição, conforme descrito por Vergnaud (1998). G inicialmente enfrentou dificuldades ao comparar rapidamente as somas, mas a prática constante ajudou a melhorar sua fluência em adição.

Na atividade 4, *Jogo de Dados*, foram utilizados dois dados de madeira e faces com pinos de metal representando os números. Durante a atividade, os jogadores participantes jogavam individualmente um dado, comparando entre si os resultados obtidos. Em seguida, jogam simultaneamente dois dados para comparar a adição dos valores, sendo declarado vencedor aquele que obtivesse maior pontuação em ambas as modalidades. O objetivo desta atividade foi a comparação de números. Na Figura 1, apresenta-se o jogo de dados.

Figura 1 - Atividade 4 - Jogo de dados.

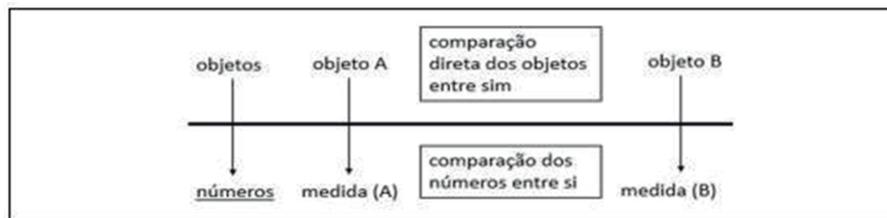
Reconhecendo os dados adaptados	Jogando os dados aleatórios	Comparando com auxílio dos cubinhos
		
<p>G- Eu ganhei com 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6. P- Não vale, juntou meus pontos. Eu fiz 4 pontos e você fez 2. Quanto falta no 2 para chegar no 4. G- 2. P- Então 4-2 é? G- Vou pegar o material dourado. P- Então conta, 2 mais 2 G- 4. Fez 4 pontos. P- Você acha pouco ou muito? G- Pouco. Vamos jogar. P- A última vez, está na hora de ir embora. G- Agora, deu 3 mais 3 que é 6. Fiz 6 pontos. Você joga. P- Eu fiz 5 e 3, que dá 8. Quem fez mais pontos? G- Eu fiz mais, você fez menos. P- Você fez quantos pontos? G- 6 pontos. 3+3. P- E eu fiz quantos pontos? G- 8. P- 6 é mais que 8? G- Vamos descobrir o resultado, vamos lá. 1, 2, 3, 4, 5, 6 meus pontos. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, seus pontos. Onze pontos. P- Vamos pegar o material dourado. G- Já está certo! É 11. P- Vamos pegar os cubinhos do material dourado para descobrir. G- Vou fazer o montinho do 6 e montinho do 8. Eu tenho mais cubinhos nos dois. P- Conta outra vez, tem mais no 6 ou no 8? Ou são iguais? G- Não são iguais, isso não são. No 6 tem menos, então 6 é menor que 8. P- Muito bem, na próxima semana continuamos.</p>		

Fonte: a pesquisa.

Na atividade, G interpreta a expressão “a mais” como uma adição, pois o CCA não está ainda compreendido. O que requer muitas atividades similares a esta, sempre com apoio do material tátil. Aqui os seus invariantes operatórios precisam ser adaptados, neste momento G não estabelece a relação binária no simples exemplo 8 é maior que 6, 6 é menor que 8, o que ficou evidente no jogo de dados. Para descobrir que 8 é maior que 6, recorreremos às unidades do material dourado que ele chama de “cubinhos”. Monta o conjunto com 8 unidades (A) e o conjunto com 6 unidades (B) para fazer a comparação; fazendo correspondência, verifica que 8 é maior que 6 e que 6 é menor que 8. Usa as expressões “aqui tem mais, ali tem menos” manuseando o material. Em todas as jogadas, a estratégia foi sempre a mesma para descobrir qual é o maior e qual é o menor.

Para Vergnaud (1998, p. 137), “De um modo geral, pode-se representar da seguinte maneira o papel dos números na comparação dos objetos”. Este ponto é descrito na Figura 2:

Figura 2 - Papel dos números na comparação de objetos.



Fonte: Vergnaud, 1998, p. 137.

Para a atividade, considera-se que o conhecimento consiste, em grande parte, no estabelecimento de relações binárias e quaternárias, elementos fundamentais para a aplicação da TCC.

Após diversas atividades relacionadas e desenvolvidas com G, semelhantes as já referidas, acredita-se que o estudante G compreendeu o CCA. Neste momento, o CCM está sendo gradualmente construído.

As atividades realizadas com o estudante G evidenciaram uma progressão significativa em sua compreensão do CCA e indicam o início do desenvolvimento no CCM. Nas atividades iniciais, como a de composição e descrição de números com material dourado, G mostrou capacidade de manipular e identificar detalhes, demonstrando compreensão do conceito de número. Esse entendimento é uma base essencial para o CCA, conforme descrito por Vergnaud (1998).

Ao longo das intervenções, observou-se que G começou a aplicar invariantes operatórios, usando operações aditivas para resolver problemas de comparação e soma, como visto no Jogo de Cartas em Braille. Essa aplicação de esquemas mentais em situações de jogo e comparação é um indicativo do desenvolvimento da estrutura aditiva, alinhada com a TCC. Vergnaud (2009) enfatiza que as consolidações do CCA precedem e apoiam a transição para o CCM, que exige uma manipulação de conjuntos e cálculos proporcionais.

Além disso, os diálogos entre G e P demonstram um progresso no raciocínio lógico de G. Inicialmente, G interpretou a expressão “a mais” como adição simples, mas gradualmente passou a entender e aplicar a comparação entre conjuntos com o auxílio de materiais concretos. O uso do material dourado para realizar comparações e compreender a ordem dos números é um elemento fundamental no desenvolvimento do CCM.

Portanto, as atividades realizadas e os resultados apresentados sugerem que G já consolidou o CCA e está construindo o CCM, o que se evidencia pela habilidade de comparar e operar com quantidades mais complexas e sem o uso do material manipulável.

Segundo Vergnaud (1998), o desenvolvimento CCM ocorre a partir da compreensão e consolidação do CCA. Ele afirma que “os esquemas desenvolvidos no campo aditivo são uma base para a construção das operações multiplicativas” (Vergnaud, 1998, p. 137).

Na atividade 5, *Multiplicação com brinquedos (motos)*, foi explorado o conceito de multiplicação utilizando motos de brinquedo. Contando as rodas das motos, ele compreendeu que a multiplicação é uma adição reiterada de parcelas iguais. G mostrou uma boa compreensão do conceito de multiplicação como adição reiterada, mas teve dificuldades ao aumentar o número de elementos, necessitando de mais prática para solidificar o conceito.

Na atividade 6, *Multiplicação com Brinquedos (Sorvetes)*, G trabalhou a multiplicação com o multiplicando 3, utilizando sorvetes que era representado por um cone de metal com 3 bolas de

isopor revestidas de EVA colorido, e com um cheiro para cada sabor (morango, baunilha e chocolate). Ele associou os brinquedos com as unidades do material dourado, facilitando a contagem e compreensão das multiplicações. G foi capaz de resolver multiplicações simples, mas mostrou dificuldade em transitar entre diferentes representações de multiplicação (brinquedos e material dourado).

Na atividade 8, *Multiplicação com Carrinhos de Corrida*, G trabalhou a multiplicação com o multiplicando 4 utilizando carrinhos de corrida. Ele contou as rodas dos carrinhos, realizando adições reiteradas para entender a multiplicação. A atividade também incluiu divisões simples, reforçando a relação entre multiplicação e divisão. G apresentou dificuldades em manter a contagem correta ao aumentar o número de carrinhos, mas mostrou progresso ao repetir a atividade várias vezes.

Na atividade 9, *Resolução de Problemas de Isomorfismo de Medidas*, foi trabalhado problemas de isomorfismo de medidas, G encontrou dificuldades iniciais, mas progressivamente desenvolveu estratégias para resolver os problemas. A atividade abordou multiplicações e divisões, ajudando G a entender a aplicação prática desses conceitos em diferentes contextos. G teve dificuldades significativas ao começar, especialmente em entender as relações de proporcionalidade, mas mostrou melhora com prática e orientação.

Na atividade 10, *Jogo de General adaptado*, foi desenvolvida com 5 dados de madeira com pinos de metal e 2 jogadores P e G. O objetivo definido foi atingir pontuação total maior que a do adversário. Este jogo consistiu em rodadas, nas quais cada jogador, em sua vez, tem três chances de arremessar os dados. Na primeira, joga os cinco dados; na segunda, conforme o resultado obtido, pode voltar a arremessar de um a cinco dados, se os valores dos dados forem baixos podem arremessar outra vez, ou aceitar o resultado; caso não aceite o resultado, pode arremessar novamente os dados, escolher os valores, dando por encerrada a jogada, caso contrário joga-se pela última vez, completando assim três rodadas. Ao encerrar os arremessos, registram-se os resultados no tabuleiro, através das quantidades de cubos do material dourado. O tabuleiro pode ser preenchido aleatoriamente.

Por exemplo, o jogador optou por 4 dados que caíram com a face cinco, neste caso deverá colocar no tabuleiro, no local correspondente ao dado de face 5, vinte cubinhos do material dourado, e não poderá mais utilizar o dado de face 5.

O resultado obtido ao final da jogada deve ser classificado, pelo próprio jogador, como uma das possíveis combinações. De acordo com os dados obtidos na jogada, as combinações fornecem diferentes pontuações, como apresenta-se a seguir:

- jogada de 1 - É marcada a adição de todos os dados de valor 1 (por exemplo: 1-1-1-4-5, vale 3 pontos);
- jogadas de 2, 3, 4, 5 e 6 - correspondentes à jogada de 1 para os demais números (por exemplo: 3-3-4-4-5, vale 6 pontos se for considerada uma jogada de 3, ou 8 pontos se for considerada uma jogada de 4, ou ainda 5 pontos se for uma jogada de 5);
- o final do jogo será quando a cartela toda estiver preenchida. Adicionam-se os valores de cada coluna, e o jogador que obtiver mais pontos será considerado o vencedor.

A pesquisadora vai interagir durante as jogadas questionando: qual a jogada mais conveniente para que o jogador faça mais pontos? (neste momento, a pesquisadora observa o desempenho do estudante verificando se há ou não construção do número, sequência numérica, processo aditivo e se o estudante é capaz de antecipar a jogada).

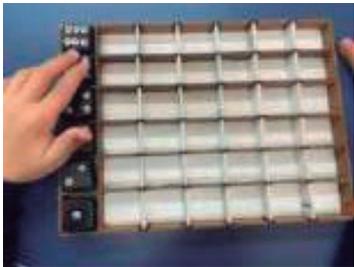
Antes de iniciar o jogo, a pesquisadora simulará as possíveis jogadas, para que no decorrer do jogo não haja dúvidas e o jogo seja prazeroso e motivador

Ao fim de todas as jogadas, é obrigatório escolher uma das combinações para marcar a pontuação. É possível escolher marcar 0 pontos em uma combinação caso a jogada não cumpra os requisitos de pontuação.

Uma vez que uma combinação seja marcada, ela não poderá mais ser escolhida por aquele jogador.

Ao final das rodadas, com a cartela toda preenchida, somam-se os valores de cada linha, e o jogador que obtiver mais pontos será considerado o vencedor. Observa-se as jogadas e as intervenções na Figura 3.

Figura 3 - Atividade 10 - Jogo do general.

Tabela (tabuleiro) de registro de G	1ª jogada de G	2ª jogada de G
		
3ª jogada de G	4ª jogada de G	5ª e 6ª jogadas de G. Tabuleiro completo.
		

P- Vamos começar a jogar.
 G- Sim!
 Primeira rodada:
 P- Joga, o que vai escolher?
 G- 3 números 5.
 P- Joga novamente, lembra que podes jogar três vezes.
 G- 1 número 4, 1 número 1, e 1 número 5.
 P- Separa aí o seu 5.
 G- Vou jogar de novo. Agora não tirei nenhum número 5.
 P- Quantos pontos você fez no número 5?
 G- Fiz 20 pontos, porque fiz quatro vezes o cinco, que é $5+5+5+5=20$
 P- Minha vez, 3 números 2, não tirei nada, 2 números 6. Mas eu não vou trocar.
 G- Ah você fez $2+2+2 = 6$, tirou só três vezes o dois. Te ganhei!
 P- Ganhou por quanto?
 G- Fiz 14 pontos a mais. Vinte menos seis. Vou cuidar para você não me alcançar.
 P- Quanto eu tenho que fazer para te alcançar?
 G- 14 pontos. E pra ganhar de mim tem que fazer 15 pontos. 2ª rodada:
 P- Pode jogar as suas três vezes.
 G- Vou jogar, deixa eu escolher sozinho!
 P- Tá bom!

G- Hiiiiii, deu ruim, joguei as três vezes e tirei só 2 números 6. $6+6=12$ ou duas vezes o seis é 12. Empatei com a tua primeira jogada! Agora é a sua vez. E eu já tenho 32 pontos. Vê se não passa de mim! Para passar de mim você precisa fazer 27 pontos ainda.

P- Nas minhas três jogadas eu consegui somar 20 pontos, confere com os dados.

G- Tirou 4 números 5. Fez só 20 pontos. Não me alcançou! Eu já tô com 32 pontos, ficaram te faltando 7 pontos pra ganhar de mim.

P- Vamos para a 3ª rodada. Joga!

3ª rodada:

G- Saiu 5, mas não posso usar mais, não vou pegar nada, vou jogar de novo. Saiu 1 número 5, 3 números 1. Vou pegar os números 1. $1+1+1=3$, que é $3 \times 1=3$. Só fiz três pontos na linha do 1. Agora é sua vez.

P- Saiu o número 2 e o número 5, mas não posso pegar, vou pegar o número 3, vou jogar de novo, mais um número 3, e vou jogar mais uma vez, dessa vez não saiu nada de três. Então eu fiz 6 pontos. $3+3=6$, ou seja, $2 \times 3=6$. Sua vez.

4ª Rodada:

G- Nas minhas três jogadas consegui tirar 4 vezes o número 3. $3+3+3+3=12$, ou seja, $4 \times 3=12$. Eu estava com 35 pontos, agora já tô com 47, somando os doze que eu tirei agora. Contei as minhas unidades no tabuleiro. Tô ganhando longe de você! Vamos somar seus pontos: $6+20=26+6=32$

P- Quantos pontos faltam para eu chegar no 47 e empatar contigo?

G- Um monte: 32 (1), 33 (2), 34 (3), 35 (4), 36 (5), 37 (6)...46 (15). 15, faltam ainda 15 pontos.

P- Se prepara que eu vou fazer mais de 15 pontos agora. Tirei nas minhas três jogadas duas vezes o número 6. $6+6=12$ que é a mesma coisa $2 \times 6=12$. Vai que é você!

5ª Rodada:

G- Eu só posso tirar o 2 ou 4. Porque o resto já está preenchido as casinhas na minha tabela. Joguei. Escolhi o número 2, deu três vezes, fiz $2+2+2=6$ pontos. Agora vai, é sua vez!

P- Vou jogar! Eu só posso tirar 1 ou 4. Vou escolher o 1, já saiu uma vez aqui já. Nas três jogadas consegui tirar só duas vezes o número 1, $1+1=2$, ou $2 \times 1=2$. Última Rodada.

6ª Rodada

G- Eu só posso escolher o número 4, vou torcer que saia 5 números 4. Mas saiu só 2. Duas vezes o número quatro. Oito pontos eu fiz. $4+4=8$

P- Eu vou para minha última jogada, vai somando os seus pontos aí. Será que eu ainda posso ganhar?

G- Pode você pode, mas não vai ganhar! Eu sou muito bom nesse jogo.

P- Está bom! Consegui apenas 2 números 4. Ou seja, $2 \times 4=8$. Fiz oito pontos só. G- Eu já somei meus pontos, eu fiz 61 pontos.

P- Certo! Eu só fiz 54 pontos. Ganhou por quantos pontos?

G- Ué, tem que fazer $61-54=7$. 7 pontos. Eu ganhei por 7 pontos. Fiz 7 a mais que você. E você fez 7 a menos que eu. Então eu ganhei!!!

Fonte: a pesquisa.

Na atividade 10, o jogo do general favoreceu um avanço no domínio da TCC da estrutura aditiva com o estudante G, e ainda propiciou a construção da estrutura multiplicativa, no isomorfismo de medidas, quando ele fala: “Fiz 20 pontos, porque fiz quatro vezes o cinco, que é $5+5+5+5=20$ ” (4×5 , se referindo a $5+5+5+5$, no processo de adição reiterada), assim foi feita a contagem de cada rodada.

Segundo Vergnaud (1998, p. 241), “é evidente que a introdução da multiplicação como “adição reiterada” se faz com maior facilidade com grandezas discretas e números inteiros”. No nosso caso, Números Naturais.

Conforme os diálogos do jogo do general, observa-se que foi automático associar a adição de parcelas iguais à multiplicação.

Na atividade 11, *Isomorfismo de Medidas*, foi trabalhado isomorfismo de medidas com balas e potes. G foi solicitado a distribuir balas igualmente entre potes, explorando conceitos de multiplicação e divisão. Ele demonstrou habilidade crescente em resolver problemas envolvendo relações multiplicativas, como distribuir 60 balas em 10 potes. Questionando sobre quantas balas foi em cada pote, G expressou “tem 6 balas em cada pote”, a pesquisadora questionou “quantas balas têm em 2 potes?”, G respondeu corretamente, entendeu que 2×6 é equivalente a 12 balas. Inicialmente, G apresentou dificuldade em entender a distribuição sem contar uma a uma, mas com a prática, ele

desenvolveu uma compreensão mais clara das relações de multiplicação e divisão, consolidando seus invariantes operatórios de multiplicação.

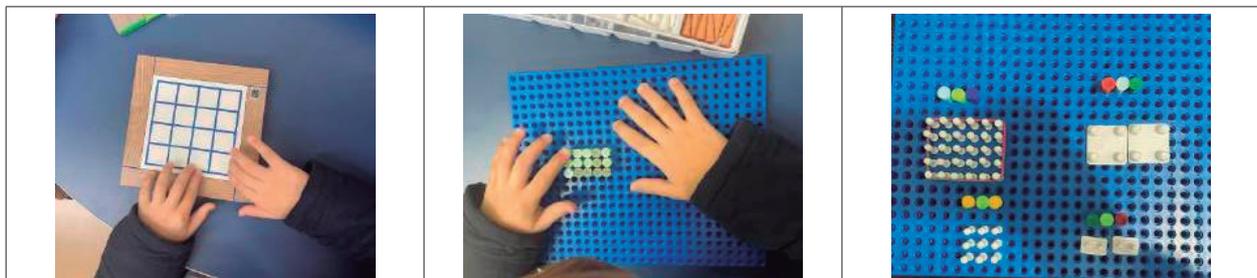
Na atividade 12, *Problemas de Divisão e Multiplicação*, foi revisado problemas de atividades anteriores, sem o uso de material tátil, para reforçar a compreensão dos Números Naturais. G foi capaz de resolver problemas como dividir balas entre pessoas, mostrando progresso significativo na aplicação dos conceitos de divisão e multiplicação. G melhorou significativamente na resolução de problemas simples de divisão e multiplicação, demonstrando uma compreensão mais profunda dos conceitos de divisão, como $24: 6 = 4$, e aplicando invariantes operatórios para resolver os problemas.

Na atividade 13, *Jogo da Escova Adaptada do 15* foi utilizado para reforçar a estrutura aditiva. G praticou adições que resultam em 15, utilizando cartas do baralho em Braille. G mostrou facilidade em adicionar e subtrair números para alcançar a adição de 15, revelando um bom entendimento dos conceitos de adição e subtração, e conseguiu construir esquemas mentais eficazes para resolver problemas de adição e subtração.

Na atividade 14, *Multiplicação com Ábaco*, a multiplicação foi trabalhada usando um ábaco com 10 hastes. G foi desafiado a representar multiplicações de 6, 7, 8, 9 e 10 no ábaco. G demonstrou compreensão das operações de multiplicação como adição reiterada de parcelas iguais e utilizou o ábaco de forma eficiente. Embora tenha achado cansativo, ele conseguiu elaborar e aplicar seus conceitos, mostrando progresso na compreensão do CCM.

Na atividade 15, *Multiplano*, o estudante G utilizou o multiplano para aprofundar o conceito do CCM, fazendo montagens de quadrados e retângulos e nos cálculos de suas áreas (comprimento vezes largura), como descrito na Figura 4.

Figura 4 - Atividade 15 - Montagem e cálculo de áreas de figuras planas.



P- Vamos trabalhar com o multiplano. G- Acho que eu ainda não conheço esse.

P- Vai conhecer. Toque aqui. É uma placa azul cheia de furinhos, ela é retangular, possui 546 furinhos distribuídos em 26 linhas e 21 colunas, tem pinos identificados em Braille: 10 pinos de cada letras, 10 pinos de cada algarismos ou sinais. Tem atilhos e tem pinos para fixar os elásticos. Pode tocar e analisar cada peça.

G- Tá!

P- Agora que já conheceu o material vamos fazer algumas montagens de quadrados e retângulos.

G- Deixa comigo, vou fazer um retângulo de 5 de comprimento e de 3 de largura.

P- Quantos pinos usou?

G- 15, nem contei um por um, multipliquei direto, comprimento vezes largura. $3 \times 5 = 15$. P- Muito bem!

G- Já saquei. Vou montando e vou dizendo. E é para deixar tudo montado na placa. Pode ser? P- Pode. Mas tem que ir me explicando o que está fazendo.

G- Vou fazer um retângulo de comprimento 2 e largura 3. Usei ao todo 6 pinos. A conta é $2 \times 3 = 6$. Agora vou fazer um quadrado de comprimento 3 e largura 3, $3 \times 3 = 9$. Olha tem outras peças aqui vou usar.

P- Usa.

G- Não desmanche, olhe. $3 \times 3 = 9$, $1 \times 3 = 3$, $5 \times 6 = 30$, $1 \times 2 = 2$, $2 \times 2 = 4$. Agora juntei dois quadrados de 4 pinos, dá um retângulo de 8 pinos, $2 \times 4 = 8$. Nuca foi tão fácil.

P- Parabéns ficou linda a tua montagem, passa mão. G- Gostei.
P- Escuta bem, se eu pegar 30 pinos e montar um retângulo de comprimento 6, de quanto será a largura?
G- Não sei, tenho que pensar!
P- Pegue as peças e monte.
G- Montei, deu 5 de largura, passando a mão no que ta montado e pensando se eu fizer 30 dividido por 6, é igual a 5. Posso só dividir então? Será?
P- Quantos e quais são os retângulos diferentes que eu posso montar com 30 pinos? G- 6 por 5, 15 por 2, 3 por 10. Deve ter outros pensei nesses.
P- Pegue 12 pinos monta um retângulo de comprimento 4. Qual será a largura?
G- $12:4=3$. Largura 3. Nem contei, fiz a conta de cabeça, vou montar para conferir, oh deu certo. Eu sou um gênio. Multiplicação dominada e quadrados e retângulos dominados.

Fonte: a pesquisa.

G mostrou uma postura reflexiva e analítica ao longo da atividade, frequentemente usando expressões como “vou pensar” e “estou pensando”, indicando que estava processando e internalizando os conceitos envolvidos. Este comportamento reflete a aplicação dos invariantes operatórios descritos por Vergnaud (1998), que são as propriedades invariáveis dentro de um campo conceitual que ajudam na compreensão e resolução de problemas.

A atividade centrou-se na compreensão do produto de medidas, um conceito essencial no CCM. Vergnaud (2009) identifica dois tipos principais de relações multiplicativas: o isomorfismo de medidas e o produto de medidas. No contexto desta atividade, o produto de medidas (contínuo-contínuo e discreto-discreto) foi explorado através das montagens de quadrados e retângulos com o multiplano.

Ao resolver os problemas, G utilizou seus teoremas-em-ação (conhecimentos aplicáveis a uma situação específica) e conceitos-em-ação (conceitos que guiam a compreensão e a ação). Por exemplo, ao montar um retângulo de 30 pinos com comprimento 6, ele determinou a largura como 5, utilizando a divisão ($30:6=5$) para confirmar sua resposta. Esse processo evidencia a aplicação prática dos invariantes operatórios descritos por Vergnaud (2009).

A atividade 15 demonstrou que G estava consolidando sua compreensão do CCM, especialmente no que diz respeito ao produto de medidas. A combinação de manipulação tátil, reflexão analítica e aplicação prática de invariantes operatórios permitiu que G internalizasse os conceitos matemáticos de forma significativa. Como evidenciado por Zanella e Barros (2014), a variedade de situações-problemas e a utilização de representações concretas são fundamentais para o desenvolvimento de uma compreensão profunda das estruturas multiplicativas, de acordo com Zanella e Barros (2014, p. 70):

O estudo das estruturas multiplicativas apresenta diversificados tipos de multiplicação e de divisão, e essa variedade de situações-problemas devem ser cuidadosamente abordadas em sala de aula, para que os estudantes tenham contato e reconheçam uma estrutura que compõe estas situações, e, conseqüentemente, desenvolvam estratégias de resolução. É a variedade de situações que o educando enfrenta, bem como os invariantes e representações que podem contribuir para a formação e o desenvolvimento de conceitos envolvidos na estrutura multiplicativa.

G demonstrou rapidez nas construções. O uso de materiais táteis, como o similar ao material dourado, encontrou facilidade com os pinos no multiplano pois, G montava a base e a altura, preenchia, contava as colunas e linhas e multiplicava. O trabalho com as placas foi fácil, G conseguiu calcular tudo corretamente. Estava caminhando para a solução de problemas no CCM. Neste dia, da

intervenção, ele nem pediu para jogar, tudo indicava que não se cansou, pois encontrou facilidade em resolver as questões propostas.

Na atividade 16, *Produto de medida contínuo-contínuo*, estudante G trabalhou com o material dourado para desenvolver conceitos relacionados ao CCM. Como descrito na Figura 5.

Figura 5 - Atividade 16 - Trabalho com material dourado.



P- Vamos analisar um material muito conhecido nosso, material Dourado. Pode tocar nas peças.
 G- Placas, cubos, parecem cubos.
 P- Pode contar quantos cubinhos têm cada peça?
 G- Sim. Parece cubo, mas não são tem lados maiores. P- Qual o comprimento, largura e altura?
 G- Essa aqui o comprimento tem 10 e a largura 6. Total 60 cubinhos. Essa tem 4 de comprimento e 4 de largura, tem 16. Essa barra do material Dourado tem 10 de comprimento e 10 de largura, então tem 100 cubinhos.
 P- Como chegou nos resultados tão rápido?
 G- $6 \times 10 = 60$ ou $10 \times 6 = 60$ e $4 \times 4 = 16$ e $10 \times 10 = 100$.
 P- As peças parecem cubos, mas não são, são paralelepípedos mesmo.
 G- É os comprimentos e as larguras têm medidas diferentes. É como seu colocasse uma placa em cima da outra. Essa peça aqui tem 3 placas de 4 por 4. Cada placa tem 16 cubinhos, e as três juntas tem 3 vezes 16 que é igual a 48. Vou pensar na conta. $4 \times 4 \times 3$ ou $3 \times 4 \times 4$, tudo dá 48.
 P- Saberá me dizer a quantidade de cubos de todas as outras peças?
 G- Acho que sim! Vou arriscar nas contas, e confiro contando um por um os cubinhos. Que trabalhão! É melhor só fazer as contas, ver os comprimentos as larguras e as alturas e multiplicar. Vou contar todos os cubinhos do cubão do material dourado! É melhor fazer as contas, pensei bem, vou fazer $10 \times 10 \times 10 = 1000$.
 P- E aí?
 G- Acertei tudo, barbadinha. Pensando descobri.
 P- Fizemos várias montagens com as peças e calculamos os volumes. Se eu tiver 27 cubinhos, quantos cubos de comprimento 3 e largura 3 posso formar? Qual o comprimento da altura?
 G- Coloca 9 na camada de baixo, mais 9 na camada do meio, mais nove na última camada, formando um cubo de 27 cubinho. Deu 3 placas de 9 de altura.
 P- Que conta eu posso fazer para achar as três camadas? G- Porque são camadas de 9 e altura é 3, eu posso fazer a divisão de 27 dividido por 9, pra essa peça que tá montada.

Fonte: a pesquisa.

G iniciou a atividade analisando peças do material dourado e rapidamente identificou as medidas de comprimento, largura e altura das peças. G usou multiplicação para calcular o número total de cubinhos em cada peça, demonstrando compreensão do conceito de composição de medidas. Por exemplo, identificou que uma peça com comprimento de 10 e largura de 6 contém 60 cubinhos ($10 \times 6 = 60$). Essa habilidade de compor medidas reflete seu entendimento sobre a multiplicação como uma operação que combina duas medidas diferentes para formar uma nova quantidade.

G demonstrou compreensão do produto de medidas ao calcular o volume de peças tridimensionais, como cubos e paralelepípedos. G aplicou a fórmula de volume (comprimento \times largura \times altura) para calcular corretamente o número total de cubinhos em um “cubão” do material dourado,

mostrando que ele entendeu como multiplicar três dimensões para obter um volume. Por exemplo, ele calculou corretamente que um cubo com dimensões $10 \times 10 \times 10$ contém 1000 cubinhos ($10 \times 10 \times 10 = 1000$).

A atividade também explorou o conceito de isomorfismo de medidas, G foi solicitado a dividir uma peça maior em camadas menores e calcular o número de camadas. G usou divisão para encontrar o número de camadas em uma peça com 27 cubinhos, distribuindo-os em camadas de 9 cubinhos cada (27 dividido por $9 = 3$ camadas). Isso demonstrou que ele entendeu a relação entre multiplicação e divisão como operações inversas. G mostrou habilidade em construir esquemas mentais e aplicar invariantes operatórios para resolver problemas de multiplicação e divisão. Seus “teoremas-em-ação” e “conceitos-em-ação” ficaram evidentes quando dizia “pensando bem vou fazer as contas” e usava multiplicação e divisão para verificar suas respostas. Essa habilidade de raciocinar e resolver problemas matemáticos indica que G estava desenvolvendo um entendimento das estruturas multiplicativas. A atividade demonstrou que G tinha um bom domínio dos conceitos de multiplicação e divisão no CCM. Ele demonstrou habilidade em aplicar propriedades multiplicativas, compor e decompor medidas, e utilizar isomorfismo de medidas para resolver problemas. Por meio do tato e da fala, G conseguiu construir e comunicar seus esquemas mentais de maneira eficaz, evidenciando progresso significativo na construção dos conceitos relacionados à multiplicação e divisão, conforme apresentado por Vergnaud (1998) na TCC.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscou-se neste artigo refletir sobre as intervenções pedagógicas utilizadas para a aprendizagem de conceitos matemáticos, integrando jogos, materiais digitais e manipuláveis com um estudante cego. A pesquisa focou na implementação e análise de uma sequência didática destinada ao desenvolvimento dos Campos Conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas no conjunto dos Números Naturais, com ênfase na aplicação dos invariantes operatórios.

Durante o processo, observou-se que G, um estudante cego congênito do Ensino Fundamental, progrediu significativamente na organização dos esquemas para resolver problemas matemáticos. Inicialmente, G compreendia o conceito de número, mas ao longo das intervenções, demonstrou habilidades aprimoradas em aplicar os invariantes operatórios para solucionar problemas envolvendo estruturas aditivas e multiplicativas. A capacidade de G em utilizar conceitos como “teoremas-em-ação” e “conceitos-em-ação” evidenciou seu avanço na compreensão e sistematização das operações matemáticas.

Não se pretende que esta pesquisa seja prescritiva, mas sim demonstrar como uma sequência didática, com atividades encadeadas de forma que possibilite o avanço da compreensão dos conceitos, pode contribuir para o desenvolvimento de noções matemáticas, respeitando o ritmo de aprendizagem de cada estudante. Na perspectiva da Educação Inclusiva, reconhece-se que não há um formato único de ensino, mas estratégias previamente exploradas podem ser reutilizadas e adaptadas conforme necessário.

A aplicação da TCC, de Vergnaud (1998), ofereceu uma base teórica sólida para as intervenções e seleção das atividades propostas, neste caso, foram utilizadas atividades do CCA e do CCM, adaptadas para um estudante cego, demonstrando que a interação entre conceitos, situações e esquemas, mediada pelos invariantes operatórios, é fundamental para a construção contínua do conhecimento.

É importante salientar que G possui uma estrutura cognitiva bem desenvolvida e que ao serem propostas atividades adaptadas à sua deficiência visual consegue avançar e aprofundar sua compreensão e seus conhecimentos.

Neste sentido, defende-se que um planejamento didático adequado, fundamentado teoricamente auxilia na caminhada educacional de estudantes com deficiência visual.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Lei nº 13.146, de 6 de julho de 2015**. Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Brasília, 2015. Recuperado de http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/113146.htm
- CERVO, A. L., BERVIAN, P. A., & SILVA, R. **Metodologia científica** (6ª ed.). São Paulo: Pearson Prentice Hall. 2007.
- DOLZ, Joaquim. SCHNEUWLY, Bernard.. **Gêneros orais e escritos na escola**. Campinas/SP: Mercado das Letras. 2004
- GROSSI, E. P. & BORDIN, T. **Paixão de aprender**. Petrópolis: Vozes. 2010. INEP/EDUCACENSO. (2020). Sinopse estatística da educação básica 2019. Brasília: Inep. Recuperado de <http://inep.gov.br/sinopses-estatisticas-da-educacao-basica>
- LERNER, D. & SADOVSKY, P. (1996). O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C. et al. **Didática da matemática** (pp. 73-155). Porto Alegre: Artes Médicas.
- LÜDKE, M. & ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU. 2013.
- MAGINA, S., CAMPOS, T. M. M., GATIRANA, V., & NUNES, T. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais** (3ª ed.). São Paulo: PROEM. 2008.
- MAGINA, S., SANTOS, A., & MERLINI, V. Quando e como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do ensino fundamental? Contribuição para o debate. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, 1(1), 1-23. 2010.
- MANDARINO, M.; BELFORT, E. **Números naturais: conteúdo e forma**. Rio de Janeiro: Ministério da Educação: Universidade Federal do Rio de Janeiro, LIMC. 2005.
- MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, 7(1), p. 07-29. 2002.
- NUNES, T., CAMPOS, T. M. M., MAGINA, S., & BRYANT, P. **Educação matemática: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez. 2005.
- VERGNAUD, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. In L. NASSER (Ed.), **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro** (p. 1-26). Rio de Janeiro: SBEM - RJ.
- VERGNAUD, G. (1996). A teoria dos campos conceituais. In J. BRUN (Ed.), **Didática das matemáticas** (p. 155-191). Lisboa: Instituto Piaget.

VERGNAUD, G. (1996b). Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. **Perspectivas**, 26(10), 195-207.

VERGNAUD, G. (1998). **El niño, las matemáticas y la realidad**: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Mexico: Trillas.

VERGNAUD, G. (2009). **A criança, a matemática e a realidade**: problemas de ensino da matemática na escola elementar. (M. L. FARIA MORO, Trad.; M. T. CARNEIRO SOARES, Rev. Técnica). Curitiba: Editora da UFPR. (Trabalho original publicado em 1981).

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZANELLA, M. S., & BARROS, R. M. O. (2014). **Teoria dos campos conceituais**: situações-problema da estrutura aditiva e multiplicativa de naturais. Curitiba: CRV.