

**AS POTENCIALIDADES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NO DESENVOLVIMENTO DA
AÇÃO DE COORDENAR E INTEGRAR VISTAS DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS***THE POTENTIALS OF DIGITAL TECHNOLOGIES IN DEVELOPING THE ACTION OF
COORDINATING AND INTEGRATING VIEWS OF GEOMETRIC SOLIDS**LOS POTENCIALES DE LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES EN EL DESARROLLO DE
LA ACCIÓN DE COORDINAR E INTEGRAR VISTAS DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS***CARMEN VIEIRA MATHIAS¹
CRISTIAN MARTINS DA SILVA²****RESUMO**

Habilidades de Visualização Espacial são requisitos no desenvolvimento do pensamento geométrico, visual e espacial, amplamente requisitado em situações cotidianas. Dentre essas capacidades, temos a ação de Coordenar e Integrar Vistas (CIV), focada no exercício de representações planas e projeções de sólidos geométricos. Entretanto, a forma estática como essas habilidades são comumente trabalhadas inibe seu amplo desenvolvimento, desta forma, as Tecnologias Digitais (TD) surgem como alternativa na dinamização de tarefas de visualização. Nesse contexto, este artigo objetiva investigar as potencialidades do uso das TD no desenvolvimento da ação de visualização de CIV na formação inicial de professores de Matemática. Para tal, esta pesquisa caracteriza-se como um estudo de caso de abordagem qualitativa, na qual participaram seis alunos de um curso de formação de professores de Matemática. Ao longo da pesquisa, são identificadas as dificuldades dos participantes em relação à ação CIV e como o uso do GeoGebra pode ser implementado para superá-las.

Palavras-chave: habilidades de visualização espacial; tarefas de visualização; GeoGebra; formação de professores de matemática.

ABSTRACT

Spatial Visualization Skills are requirements in the development of geometric, visual and spatial thinking, widely required in everyday situations. Among these capabilities, we have the action of Coordinating and Integrating Views (CIV), focused on the exercise of flat representations and projections of geometric solids. However, the static way in which these skills are commonly worked inhibits their broad development, thus Digital Technologies (DT) emerge as an alternative in streamlining visualization tasks. To this end, this research is characterized as a case study with a qualitative approach in which six students from a Mathematics teacher training course participated. Throughout the research, participants' difficulties in relation to CIV are identified and how the use of GeoGebra can be implemented to overcome them.

Keywords: spatial visualization skills; visualization tasks; GeoGebra; mathematics teacher training.

RESUMEN

Las Habilidades de Visualización Espacial son requisitos en el desarrollo del pensamiento geométrico, visual y espacial, ampliamente requeridos en situaciones cotidianas. Entre estas capacidades tenemos la acción de Coordinar e

¹ Doutora em Matemática. Universidade Federal de Santa Maria. E-mail: carmen@ufsm.br. ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-3628-5311>

² Doutorando do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática; Universidade Franciscana. E-mail: martinsdasilvacristian@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5667-159X>

Integrar Vistas (CIV), enfocada al ejercicio de representaciones planas y proyecciones de sólidos geométricos. Sin embargo, la forma estática en la que comúnmente se trabajan estas habilidades inhibe su amplio desarrollo, por lo que las Tecnologías Digitales (TD) emergen como una alternativa para agilizar las tareas de visualización. En este contexto, este artículo tiene como objetivo investigar el potencial del uso de TD en el desarrollo de la acción de visualización CIV en la formación inicial de profesores de Matemáticas. Para ello, esta investigación se caracteriza por ser un estudio de caso con enfoque cualitativo en el que participaron seis estudiantes de un curso de formación de profesores de Matemáticas. A lo largo de la investigación se identifican las dificultades de los participantes con relación al CIV y cómo se puede implementar el uso de GeoGebra para superarlas.

Palabras-clave: habilidades de visualización espacial; tareas de visualización; GeoGebra; formación de profesores de matemáticas.

INTRODUÇÃO

No contexto escolar, uma das competências da área de Matemática e suas tecnologias que o aluno deve desenvolver ao fim da Educação Básica é a de: “utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela” (Brasil, 2012, p. 5). Atualmente, o documento que orienta as diretrizes curriculares da Educação Básica no Brasil é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e esta prevê um ensino de Geometria que desenvolva o pensamento geométrico, pois afirma que ele “é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes” (Brasil, 2018, p. 271).

No que diz respeito ao pensamento geométrico, Leivas (2009) define-o como “um processo capaz de construir estruturas geométricas mentais a partir de imaginação, intuição e visualização, para a aquisição de conhecimentos matemáticos científicos” (p. 136). Em relação à visualização, Cifuentes (2005, p. 66) diz que “visualizar é ser capaz de formular imagens mentais e está no início de todo o processo de abstração”.

Contudo, é percebida certa dificuldade em trabalhar as habilidades de visualização no ambiente escolar, em particular as que se referem a objetos no espaço. Settimy e Bairral (2020) evidenciam que a implementação de mais atividades voltadas à visualização e à representação espacial é necessária para que essas habilidades sejam desenvolvidas, visando a superar essas dificuldades, que podem ser categorizadas como culturais, cognitivas e sociológicas (Arcavi, 2003).

Uma alternativa para contornar as dificuldades cognitivas é proporcionar ao aluno situações em que seja possível manipular as representações bi e tridimensionais. Essas manipulações podem ser realizadas de forma articulada às Tecnologias Digitais (TD), aliando *softwares* de Geometria Dinâmica a essas propostas.

O pensar geométrico é desenvolvido a partir da abstração, porém, a natureza estática do desenho não proporciona uma visão ampla de um objeto geométrico, dessa forma, torna-se interessante para o ensino de Geometria dinamizar esses desenhos, permitindo múltiplas formas de representação (Gravina, 1996). Segundo Notare e Basso (2016), as TD contribuem para esse processo de dinamização do objeto:

Uma das principais contribuições das tecnologias digitais para a educação matemática foi tornar possível a “concretização” dos objetos matemáticos na tela do computador, dando a sensação de realismo e de existência material pela possibilidade de manipulação e alteração de suas propriedades. Com a possibilidade de manipular

os objetos matemáticos, surge uma nova forma de pensar e fazer matemática, configurando-se uma extensão do pensamento do indivíduo (Notare; Basso, 2016, p. 2).

Coelho e Saraiva (2000) discutem como o ensino e aprendizagem de Geometria podem ser potencializados com o uso de TD em Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD), permitindo ampliar as relações entre o aluno e as representações de um objeto, viabilizando a construção de representações mentais.

Os progressos que se têm verificado em termos de software permitem manipular as representações externas de forma reconhecidamente dinâmica. Num AGD é possível fazer construções e manipulá-las, conservando invariantes as propriedades e relações estabelecidas. A observação de regularidades, enquanto se processa a manipulação directa, permite a “descoberta” de propriedades e relações (Coelho; Saraiva, 2000, p. 37).

Contudo, mesmo com tantas possibilidades de utilização das TD nos processos de ensino e aprendizagem, o seu uso apenas, sem nenhum ganho pedagógico, pode acabar sendo considerado vazio ou até mesmo perda de tempo. As atividades com TD devem desenvolver habilidades do pensamento crítico e computacional, e não se deve utilizar estes recursos apenas como “máquinas de escritório” (Valente, 2016). Dessa forma, é importante que, aliado ao uso das TD, exista uma teoria de aprendizagem bem fundamentada e uma proposta de atividade bem definida, em que as TD de fato possam colaborar com o processo de ensinar e aprender.

Diante desse contexto, salienta-se a importância de formar professores de Matemática, principalmente no campo da Geometria, com foco no desenvolvimento das habilidades de visualização. O Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM, do inglês: *National Council of Teachers of Mathematics*) recomenda que os professores tenham uma sólida compreensão dos conceitos matemáticos subjacentes à Geometria e sejam capazes de utilizar tecnologias e outras estratégias de ensino para desenvolver as Habilidades de Visualização Espacial (HVE) dos alunos (NCTM, 2014).

Dada a amplitude desse tema de pesquisa, o presente artigo é um recorte de uma investigação mais abrangente, cujo objetivo geral foi investigar possibilidades de trabalhar as HVE articuladas às TD em um curso de formação de professores de Matemática.

Sendo assim, o presente artigo cobrirá, unicamente, os desdobramentos da pesquisa em relação à ação de visualização de Coordenar e Integrar Vistas (CIV), que é aquela presente em “exercícios que dependem de representações planas do objeto, que exijam algum sistema de projeção para serem realizadas” (Mathias; Simas, 2021, p. 7).

Mediante o exposto, justifica-se esta pesquisa, cujo objetivo é investigar as potencialidades do uso das TD no desenvolvimento da ação de visualização de CIV na formação inicial de professores de Matemática.

REFERENCIAL TEÓRICO

As HVE podem ser definidas como “a capacidade ou habilidade utilizada para transformar mentalmente ou manipular propriedades espaciais de um objeto” (Lowrie; Logan; Hegarty, 2019, p. 2).

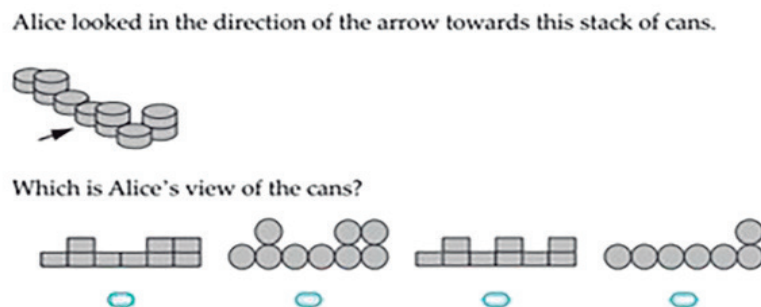
Essas habilidades também podem ser descritas como a capacidade de representar, transformar, criar e recordar informação simbólica e não linguística (Linn; Petersen, 1985).

Desde meados do século XX, as HVE têm sido objeto de estudo em um número crescente de pesquisas em vários campos, especialmente na área da psicologia e da cognição do ponto de vista escolar, sendo assim, não há um termo único para se referir às HVE (Gutierrez, 1996). Nesse sentido, é comum notar, em estudos que se dedicam ao ensino e aprendizado de Geometria, o uso frequente dos termos como raciocínio espacial, pensamento espacial e visualização espacial para referir-se a essas habilidades (Mathias; Simas, 2021).

Como resultado desse crescimento na quantidade de pesquisas voltadas para as HVE, Mathias e Simas (2021), ao analisarem tarefas em livros didáticos do Ensino Médio que demandam HVE para a sua resolução, elencam seis habilidades ou ações de visualização espacial. Dentre elas, temos a ação de CIV, que é exigida em “exercícios que dependem de representações planas do objeto, que exijam algum sistema de projeção para serem realizadas” (Mathias; Simas, 2021, p. 7).

Um exemplo de tarefa que desenvolve a ação CIV está ilustrado pela Figura 1. Nessa tarefa é requerido que o aluno indique qual é a vista frontal de um sólido dado, a partir do seu ponto de observação. Assim, ao realizar essa tarefa, o aluno precisa imaginar esse sólido e posicioná-lo mentalmente a fim de visualizar sua projeção frontal.

Figura 1 - tarefa que desenvolve a ação de CIV.



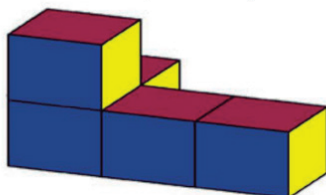
Fonte: Lowrie *et al.* (2020, p. 180).

Gonzato, Fernández e Díaz (2011), ao categorizarem as habilidades relacionadas ao raciocínio espacial, refletem que a habilidade de visualizar e orientar um objeto não se limita a ver objetos e espaços, mas também inclui a capacidade de contemplar suas possíveis representações, relações entre suas partes e examinar suas possíveis transformações.

Uma das habilidades relacionadas ao raciocínio espacial apresentadas é a de Alterar o Tipo de Representação (ATR), que pode ser considerada análoga à ação CIV e é descrita como a capacidade de “representar um objeto físico com uma representação plana, construir um objeto tridimensional a partir de sua representação plana ou converter representações planas de diferentes tipos” (Gonzato; Fernández; Díaz, 2011, p. 101). Essa ação é contemplada pela tarefa ilustrada na Figura 2, em que é apresentado um sólido e são requeridas as suas vistas ortogonais.

Figura 2 - tarefa em que é necessário Alterar o Tipo de Representação.

Desenhe a vista frontal, lateral e superior do objeto.



Fonte: adaptado de Pittalis e Christou (2010, p. 209).

Tarefas deste tipo também são capazes de desenvolverem a aptidão denominada constância de percepção, descrita por Del Grande (1994) como “a habilidade de reconhecer que um objeto tem propriedades invariáveis, como tamanho e forma, apesar das várias impressões que pode causar conforme o ponto do qual é observado” (Del Grande, 1994, p. 158).

A ação de CIV, assim como a ATR, relaciona-se à aptidão de Constância Perceptiva (CP), pois “uma pessoa com constância de percepção, por exemplo, reconhecerá um cubo visto de um ângulo oblíquo como um cubo, embora os olhos colham uma imagem diferente quando o cubo é visto bem de frente ou de cima” (Del Grande, 1994, p. 158).

Além dessas pesquisas, as normativas que orientam a educação básica brasileira também descrevem a importância de desenvolver tarefas que se utilizam de sistemas de projeção. A BNCC do Ensino Fundamental descreve uma habilidade que se relaciona com as HVE e, em especial, com a ação CIV. Segundo o referido documento, os alunos do 9º ano deverão ser capazes de “reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva” (Brasil, 2018, p. 319).

No que diz respeito ao Ensino Médio, a ação CIV pode ser percebida em questões das provas do ENEM, visto que, dentre as competências e habilidades da área de Matemática e suas Tecnologias presentes na matriz de referência dessa avaliação, há itens que se relacionam com o pensamento geométrico e as HVE, conforme descritos no Quadro 1.

Quadro 1 - competências e habilidades relacionadas à Geometria.

Competências	Habilidades
Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.	Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
	Identificar características de figuras planas ou espaciais propostas como solução de problemas do cotidiano.
	Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
	Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos.

Fonte: adaptado de Brasil (2012).

Dada a relevância da ação CIV, a partir de pesquisas e de documentos orientadores da Educação, reforça-se a importância de desenvolver essa habilidade. Pesquisas como as realizadas por Arcavi (2003) e Settimy e Bairral (2020) debatem como o aprimoramento das HVE é um processo

que requer tempo e prática por meio de vários tipos de exercícios. Portanto, é notável a importância de criar atividades que possam desenvolver essas habilidades.

Entretanto, a natureza comumente estática dos desenhos geométricos presentes em livros didáticos e outros manuais impressos pode ser um empecilho aos estudantes que ainda não tenham suas HVE plenamente desenvolvidas (Gravina, 1996). Dessa forma, evidencia-se a ideia de que o uso das TD no ensino de Geometria pode ser uma alternativa a essa dificuldade, dadas as várias possibilidades de manipulação que esses recursos digitais proporcionam.

MATERIAIS E MÉTODOS

As atividades descritas neste artigo ocorreram com um grupo de estudantes matriculados em um curso de formação de professores de Matemática. Nesse sentido, com a aplicação de atividades com um grupo específico de participantes, essa pesquisa pode ser caracterizada como Estudo de Caso. De acordo com Yin (2015)

Um estudo de caso permite que os investigadores foquem um “caso” e retenham uma perspectiva holística e do mundo real - como no estudo dos ciclos individuais da vida, o comportamento dos pequenos grupos, os processos organizacionais e administrativos, a mudança de vizinhança, o desempenho escolar, as relações internacionais e a maturação das indústrias (Yin, 2015, p. 4).

Uma característica comum dos estudos de caso é o seu caráter qualitativo, mas é possível incluir dados quantitativos para melhorar a compreensão do fenômeno estudado (Godoy, 1995). Dessa forma podemos caracterizar a pesquisa como de abordagem qualiquantitativa (Creswell, 2007), visto que pretende investigar as dificuldades subjetivas dos alunos em relação às HVE. Nesse sentido, delimitamos como participantes os alunos do Curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do sul do Brasil.

Ao analisar a estrutura curricular do curso, percebemos que a visualização se faz presente de forma explícita em apenas uma disciplina, denominada Geometria Espacial e suas Aplicações, em que a visualização espacial é parte da ementa da disciplina. E, na unidade dedicada a esse tópico, são contemplados conceitos como perspectiva, vistas, cortes e planificações. Dessa forma, definimos a disciplina de Geometria Espacial e suas aplicações como espaço da nossa investigação, e os participantes da pesquisa foram os seis alunos do 6º semestre do curso, no período noturno, matriculados na referida disciplina, que serão identificados neste artigo como Aluno A, Aluno B etc. Os encontros foram realizados durante as aulas, de forma presencial, totalizando seis encontros de 1 hora e 30 minutos cada.

A partir dos conceitos acima listados, previstos no programa da disciplina, elaboramos a sequência de atividades e apoiamos-nos em Reyes, Dissett e Gormaz (2013) para apresentar conceitos e tarefas sobre visualização, perspectivas e vistas.

Inicialmente, foi necessário avaliar em que nível a ação CIV estava desenvolvida nos alunos. Dessa forma, foi aplicada uma lista de desafios de visualização no primeiro encontro, caracterizando uma avaliação diagnóstica. Segundo Luckesi (2005), uma das principais características desse tipo de avaliação é a sua capacidade preventiva, pois, ao identificar as dificuldades dos alunos no início do processo educativo, torna-se possível antecipar suas reais necessidades e direcionar esforços para atendê-las.

Após essa avaliação inicial, propomos que, a partir de aulas expositivas-dialogadas, os alunos familiarizassem-se com as HVE e as desenvolvessem por meio de tarefas iniciais. Entendemos que, para que pudessemos verificar as HVE dos alunos, as atividades propostas deveriam ser realizadas de forma individual, visto que a visualização é um processo mental e particular (Lowrie; Logan; Hegarty, 2019, p. 2).

Como evidenciado por Settimy e Bairral (2020) e Arcavi (2003), o desenvolvimento das HVE demanda treino. Desse modo, para complementar as discussões sobre visualização em sala de aula, foi elaborada uma série de tarefas que exigem HVE, a partir de um Livro GeoGebra³, que, conforme define Paris de Lima e Mathias (2023), é um ambiente de organização de materiais e construções realizadas no *software*. Dessa forma, o livro consiste em alguns *applets* de produção própria e construções realizadas por participantes da comunidade GeoGebra, mantendo a autoria original em cada atividade. Utilizando o recurso GeoGebra Tarefas⁴, os alunos acessaram o material e responderam às atividades, dando retorno imediato ao pesquisador pelo próprio sistema.

Por fim, foi aplicado um questionário de avaliação das atividades, que foi disponibilizado aos alunos para que expressassem as suas opiniões sobre as propostas desenvolvidas.

O Quadro 2 resume os instrumentos, descrevendo por qual meio serão disponibilizados e quais os objetivos de cada um. Além disso, ao final de cada encontro, foi sintetizado um diário de bordo com relatos do pesquisador sobre o decorrer das atividades.

Quadro 2 - competências e habilidades relacionadas à Geometria.

Instrumento	Meio	Objetivo
Atividades propostas durante a aula expositiva.	Impresso	Verificar quais HVE os participantes da pesquisa possuem.
Atividades propostas durante a aula expositiva implementadas no GeoGebra Tarefas.	Digital	Desenvolver as HVE por meio de atividades a partir do AGD.
Questionário de avaliação das atividades.	Digital	Avaliar as atividades propostas.

Fonte: sistematizado pelos autores.

Assim, as respostas dos participantes foram categorizadas de acordo com as ações que demandam HVE, descritas em Mathias e Simas (2021). Com essas categorias pré-estabelecidas, foi possível avaliar em quais ações os participantes possuem maiores dificuldades, e identificá-las.

Observamos que, para que os alunos colaborassem com a investigação, eles foram orientados sobre do que se trata a pesquisa e sobre o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, sendo destacado que poderiam não participar da pesquisa se não desejassem.

RESULTADOS

Nesta seção são descritos os resultados coletados a partir dos instrumentos detalhados na metodologia, sendo eles a lista impressa de desafio, as atividades complementares no GeoGebra e o questionário avaliativo.

O primeiro instrumento consistiu em uma sequência com 13 desafios (19 tarefas), com o intuito de perceber as HVE que os alunos já possuíam, sem nenhum tipo de instrução prévia. Essa proposta

3 www.geogebra.org/m/fnz7wfr

4 www.geogebra.org/classroom/qgezutww

de atividade foi considerada como uma avaliação diagnóstica, pois mensurou o quanto os participantes compreendiam sobre o referido tema, e quais eram as suas dificuldades iniciais.

É importante relembrar que, sendo o presente artigo um recorte de uma pesquisa maior que contempla as demais ações de visualização descritas em Mathias e Simas (2021), daremos foco unicamente à ação de CIV neste trabalho.

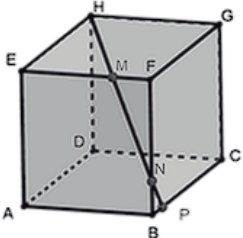
No que segue, são realizadas as análises das tarefas que desenvolvem a ação CIV e suas respectivas subcategorias emergentes.

DESAFIOS QUE DEMANDAM COORDENAR E INTEGRAR VISUALIZAÇÕES DE SÓLIDOS

Os desafios que demandam a ação CIV presentes na sequência consistem em tarefas “que dependem de representações planas do objeto, que exijam algum sistema de projeção para serem realizadas” (Mathias; Simas, 2021, p. 7), e estão ilustradas na Figura 3.

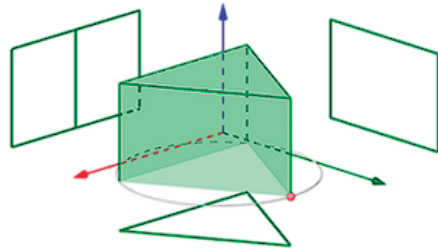
Figura 3 - desafios que demandam CIV para sua resolução.

Desafio 1:
Os pontos H, M, N e P são colineares?

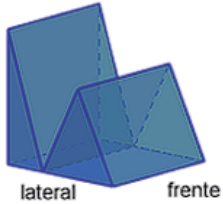


Fonte: Adaptada de Bakó (2003).

Desafio 7:
Quais figuras geométricas são formadas nas projeções laterais do prisma?
Qual a relação entre a figura geométrica da projeção inferior e o prisma?



Desafio 6:
Desenhe as projeções ortogonais (vistas frontal, lateral e superior, respectivamente) da peça no quadriculado.



Vista Frontal

Vista Lateral

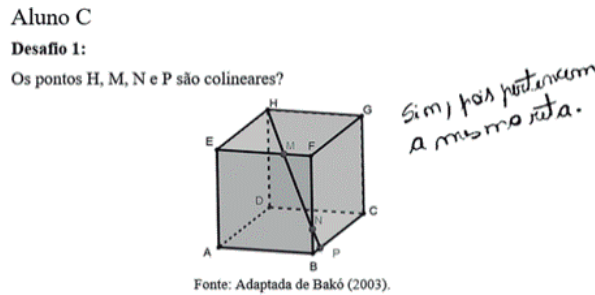
Vista Superior

Fonte: elaborado pelos autores.

A partir das respostas, percebemos que alguns participantes apresentaram dificuldades no processo de reconhecer representações planas de um sólido e integrar e coordenar vistas. Dessa forma, foi possível definir algumas capacidades necessárias para contemplar a ação CIV, criando uma subcategorização de análise. Por exemplo, no desafio 1, o aluno C não percebeu que os pontos H, M, N e P não são de fato colineares, já que o desenho é formado por uma linha espessa, indicando

que os segmentos formados entre os pontos pertencem às faces do cubo e não ao seu interior; para isso, o segmento colinear deveria ser representado de forma tracejada. As respostas desse aluno estão representadas na Figura 4.

Figura 4 - resposta do aluno C ao desafio 1.



Fonte: dados da pesquisa.

Podemos perceber, pela resposta do aluno C, que ele apresenta dificuldade na percepção da posição de elementos geométricos, visto que não conseguiu visualizar que os pontos pertenciam à superfície do cubo, mais especificamente a determinadas arestas, e não ao seu interior.


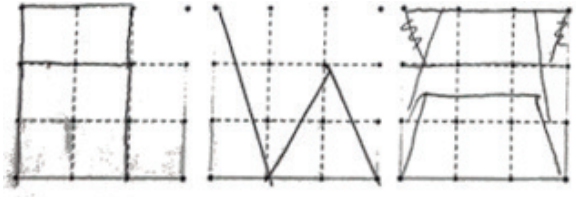
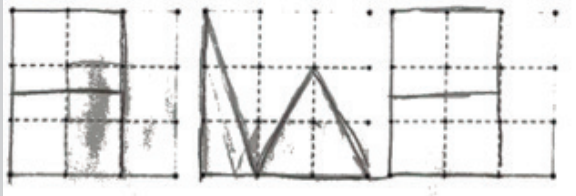
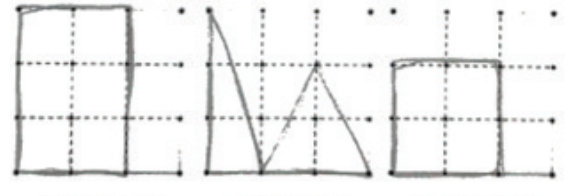
A capacidade de perceber a posição de um elemento em uma figura ou sólido geométrico aproxima-se da aptidão de percepção de figuras em campos que, ao ser desenvolvida, possibilita que o aluno possa identificar figuras sobrepostas (Del Grande, 1994).

No desafio 6, o aluno A foi o que representou com maior exatidão as vistas ortogonais do sólido dado. Entretanto, os outros cinco participantes não mantiveram as dimensões das vistas deste em relação à malha.

Assim, constatamos que os participantes possuem dificuldade na percepção das dimensões de sólidos e figuras, que é a capacidade de perceber o tamanho destes a partir das suas representações. O Quadro 3 sintetiza as dificuldades apresentadas pelos alunos nesse desafio.

Quadro 3 - competências e habilidades relacionadas à Geometria.

Aluno	Dificuldade	Representação
A	Não percebeu que precisava sinalizar as marcações das vistas frontal e superior, hachurando todo o quadrado	<p>Vista Frontal Vista Lateral Vista Superior</p>
B	Não percebeu que, ao olhar a figura de frente, o correto seria ter dois retângulos, como ocorreu na vista superior. Esse aluno representou a vista frontal do sólido numa altura menor que a original.	<p>Vista Frontal Vista Lateral Vista Superior</p>

C	Possui ideia de que, ao olhar a peça de frente ou superiormente, o contorno será um quadrado. Porém, apesar de fazer uma marcação na vista superior, não fez as marcações na vista frontal, que dão a ideia de que o sólido não é um bloco. Não percebeu que a porção mais alta do sólido tem metade da largura da porção menor ao representar a vista superior deste.	 <p>Vista Frontal Vista Lateral Vista Superior</p>
D	Representou a vista frontal do sólido com apenas 2/3 do seu comprimento e as duas porções do sólido com a mesma largura na vista superior, o que não está correto.	 <p>Vista Frontal Vista Lateral Vista Superior</p>
E	Não percebeu que a porção menor do sólido tem 2/3 da altura da porção maior e representou-o com apenas 2/3 do comprimento original nas vistas frontal e superior.	 <p>Vista Frontal Vista Lateral Vista Superior</p>
F	Representou a vista frontal do sólido com 2/3 do comprimento original e, ao desenhar a vista superior, o fez com apenas 4/9 da área da base do sólido dado.	 <p>Vista Frontal Vista Lateral Vista Superior</p>

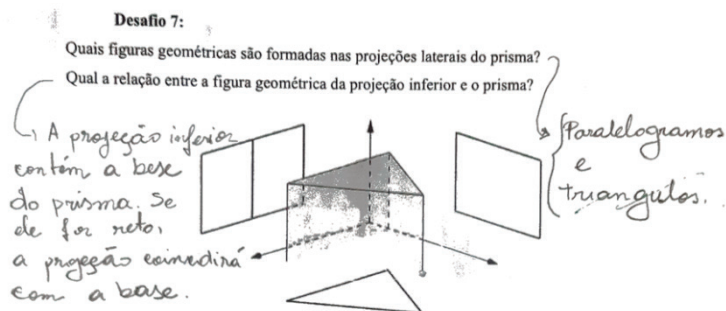
Fonte: dados da pesquisa.

Notamos que os participantes não conseguiram representar as vistas do sólido com as mesmas dimensões da sua representação tridimensional. Dessa forma, percebe-se que a capacidade de perceber as dimensões de sólidos e figuras relaciona-se com a aptidão da constância perceptiva, que é definida por Del Grande (1994) como “a habilidade de reconhecer que um objeto tem propriedades invariáveis, como tamanho e forma, apesar das várias impressões que pode causar conforme o ponto do qual é observado” (Del Grande, p. 158).

Além disso, é válido destacar o caso do aluno D, que não reconheceu a ortogonalidade da vista superior do sólido e tentou representá-lo em perspectiva, indicando que ele tem dificuldade com a ação CIV propriamente dita.

Esse mesmo tipo de embaraço foi percebido na resposta do aluno A ao desafio 7, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5 - resposta do aluno A ao desafio 7.

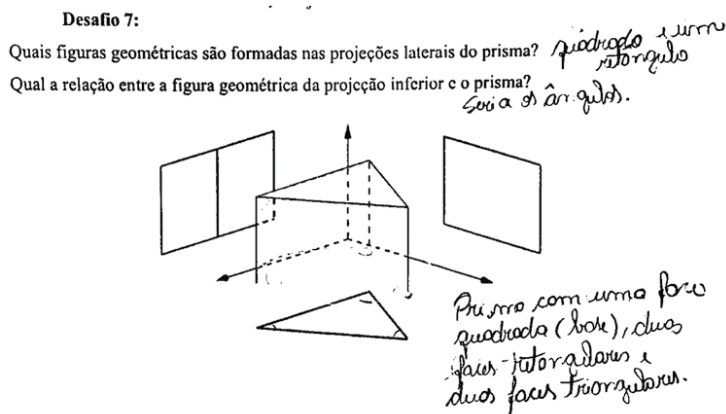


Fonte: dados da pesquisa.

Nesse caso, o participante confundiu as vistas ortogonais do sólido dado e listou um triângulo como vista lateral, sendo que o triângulo é a vista inferior do sólido. Ainda assim, percebeu a relação entre esta última e a base do prisma, condicionando-o a um prisma reto.

Ainda sobre o desafio 7, o aluno C reconheceu que o sólido apresentado era um prisma, mas não identificou corretamente seus elementos, confundindo a base e as faces do prisma, apresentando dificuldade em classificar elementos de sólidos e figuras, como ilustra a Figura 6.

Figura 6 - resposta do aluno C ao desafio 7.



Fonte: dados da pesquisa.

A partir desse contexto, podemos definir a classificação de elementos de sólidos e figuras como a capacidade de identificar e classificar os elementos que os compõem, como arestas, vértices, faces, alturas e diagonais. Sendo essa a terceira subcategoria da CIV, que emergiu no processo de categorização.

As análises realizadas serviram para verificar quais eram os conhecimentos prévios dos participantes em relação às HVE. Em geral, todos apresentaram dificuldades em alguma das ações de visualização discutidas anteriormente. Além disso, foi possível perceber que existem algumas dificuldades que derivam de algumas dessas ações.

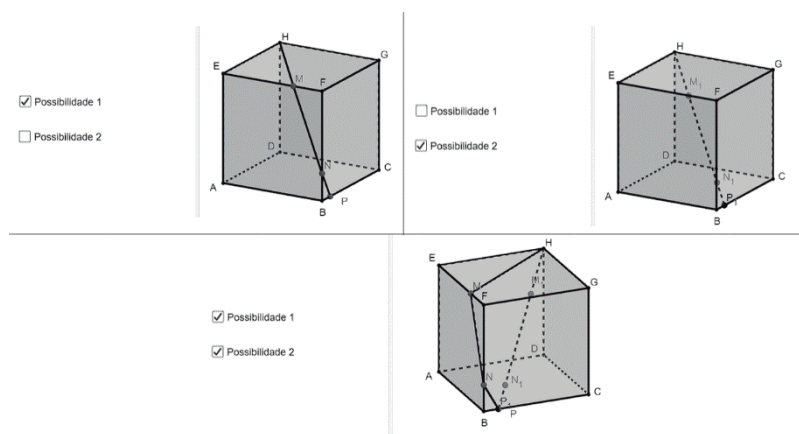
A partir desses resultados iniciais, foi possível traçar um caminho para acompanhar como os participantes poderão superar as dificuldades iniciais, a partir dos demais instrumentos da pesquisa.

SOBRE O LIVRO GEOGEBRA E AS TAREFAS DISPONIBILIZADAS

A etapa seguinte da pesquisa consistiu na aplicação de uma série de atividades organizadas em um livro GeoGebra, em que os participantes tiveram a possibilidade de fazer desafios do primeiro instrumento e tarefas complementares, manipulando as várias representações de sólidos e figuras a partir dos AGD.

A respeito do desafio 1, ele foi abordado a partir de um *applet*⁵, no qual era possível girar o cubo para visualizá-lo e distinguir duas possibilidades de disposição dos pontos. Na possibilidade 1, os pontos H, M, N e P foram dispostos conforme a figura estática dada no desafio 1; na possibilidade 2, uma segunda disposição permitia que os pontos fossem colineares, conforme ilustra a Figura 7.

Figura 7 - manipulações da tarefa 1.



Fonte: elaborado pelos autores.

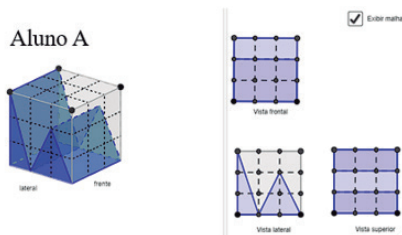
Durante a aplicação desse instrumento, o aluno C, único participante a apresentar dificuldade, manipulou o *applet* e aparentemente demonstrou entender a relação entre os pontos e o cubo. Entretanto, ao responder o questionamento, o participante manteve a solução anterior. Não fica claro, a partir dessa resolução, se o participante não superou a dificuldade ou apenas se confundiu ao marcar a resposta, considerando a possibilidade 1 como sendo a que os pontos dados são colineares, o que não está correto.

Outra dificuldade apresentada foi durante a resolução do desafio 6, em que os alunos não mantiveram as dimensões do sólido nas suas vistas ortogonais. Percebe-se pelas respostas dadas nessa atividade, aqui denominada como tarefa 2, que a dificuldade específica foi superada pelos alunos ao utilizarem o *applet*⁶, já que eles poderiam usar o recurso da malha e manter as dimensões, como registrado na resposta do aluno A (Figura 8).

5 www.geogebra.org/m/fnz7wftr#material/rpb3xdjtj

6 www.geogebra.org/m/fnz7wftr#material/ja4cxequ

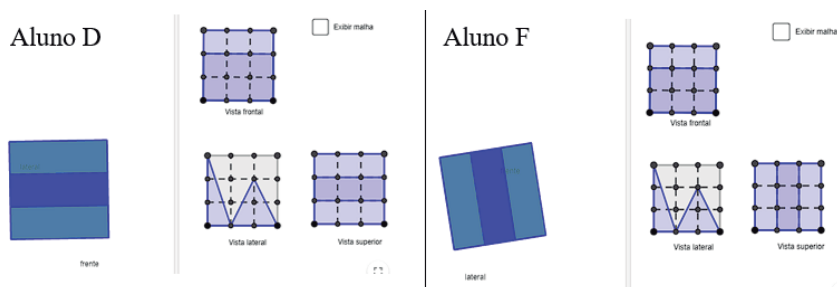
Figura 8 - respostas do aluno A à tarefa 2.



Fonte: dados da pesquisa.

Entretanto, pôde-se observar que os participantes apresentaram divergência na posição do sólido em relação a sua vista superior. Acredita-se que isso ocorreu pela livre manipulação e rotação do sólido no AGD, em que cada participante acabou tomando um ponto de vista como referência ao analisar o sólido. Isso fica evidente nas respostas dos alunos D e F, em que ficou registrada a rotação do sólido para observar a sua vista superior (Figura 9).

Figura 9 - respostas dos alunos D e F à tarefa 27.



Fonte: dados da pesquisa.

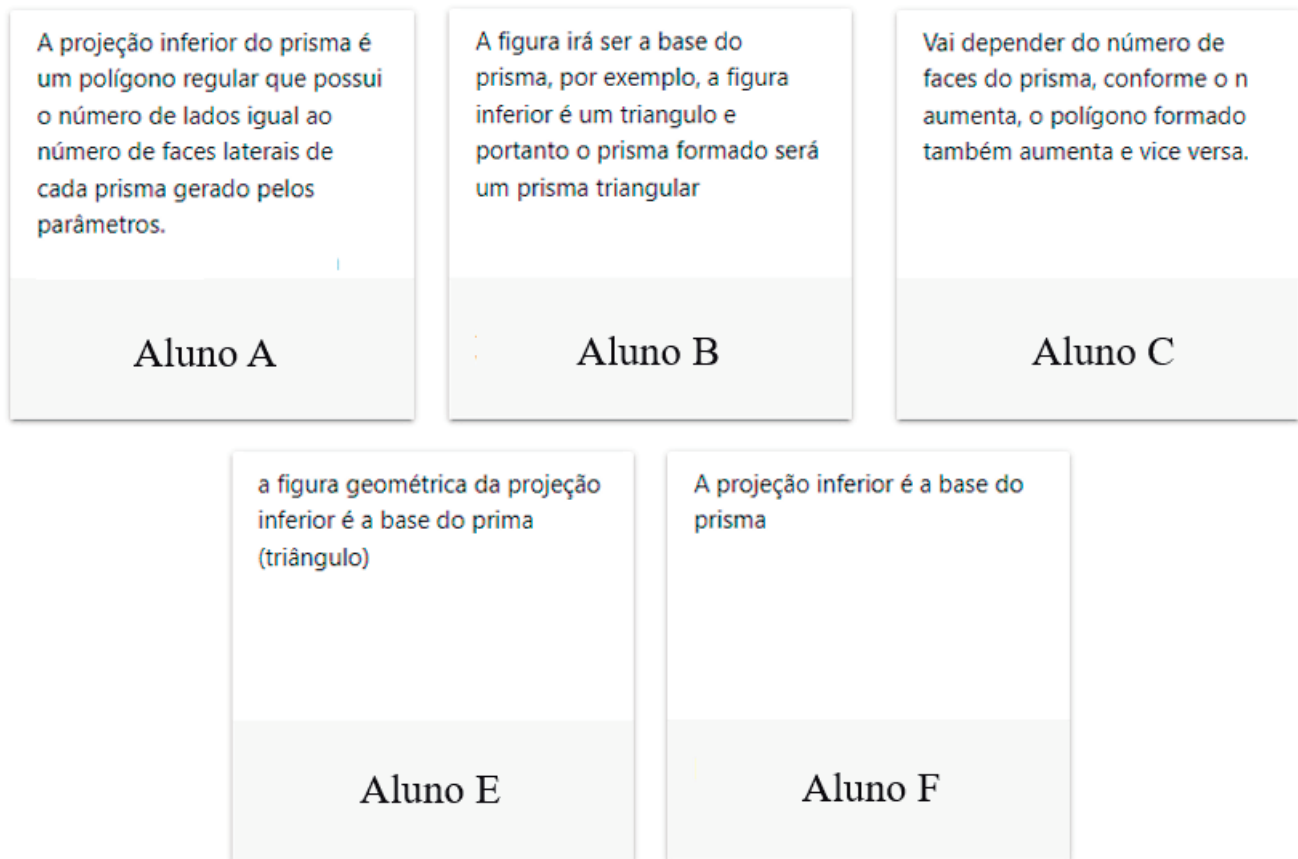
Retomando o desafio 7, contemplado no livro GeoGebra pelas tarefas 3 a 5, os alunos poderiam controlar as dimensões do prisma regular reto apresentado, alterando, inclusive, o número de lados da base.

Essa proposta teve como intuito fazer com que os estudantes percebam que as projeções laterais desse prisma reto não se alteram, independente da base, ou seja, sempre será um retângulo. Dessa forma, quando questionados, na tarefa 4, quais figuras geométricas são formadas nas projeções laterais do prisma, todos os estudantes responderam corretamente.

Dadas as dificuldades apresentadas no momento da lista de exercícios, daremos destaque as respostas do aluno A - “retângulos com alguns segmentos verticais contidos nos retângulos” - e do aluno C - “retângulos, não importa o número de faces do prisma” -, sendo esses exemplos evidências de que esses alunos perceberam a relação entre o prisma reto e sua projeção lateral.

Na tarefa 5, os alunos responderam à pergunta: qual a relação entre a figura geométrica da projeção inferior e o prisma? As respostas dos alunos (Figura 10) revelam que, a partir do *applet*, eles foram capazes de relacionar a base de um prisma reto com sua projeção ortogonal.

Figura 10 - respostas dos alunos à tarefa 30.



Fonte: dados da pesquisa.

Em geral, os alunos demonstraram maior interesse nas tarefas que propunham refazer os desafios da lista anterior, além de apresentarem facilidade ao trabalharem com o recurso digital. A partir desses resultados, é possível dizer que o recurso digital facilitou aos alunos participantes da pesquisa desenvolverem, pelo menos em algum nível, a ação CIV, além de superarem as dificuldades emergentes da lista de desafios.

Ao final da aplicação da pesquisa, foi disponibilizado um questionário com o intuito de os alunos avaliarem esse período de atividades, para que fosse possível perceber como eles receberam a proposta.

Sobre os conteúdos trabalhados, os alunos avaliaram as HVE como relevantes e trabalhariam com atividades voltadas a esse objeto em sua futura prática docente, além de considerarem a metodologia utilizada durante o período da pesquisa como bem desenvolvida, cogitando utilizá-la enquanto professores.

Acerca do uso do recurso digital do GeoGebra, todos os alunos que responderam ao questionário consideraram os AGD como bem articulados com o conteúdo das HVE e com as atividades propostas. Além disso, mesmo que os participantes tenham apresentado um desempenho satisfatório nas atividades impressas, os alunos demonstraram preferência pelas atividades com o GeoGebra.

Por fim, os alunos poderiam escrever algum comentário ou sugestão sobre a pesquisa, oportunidade em que um aluno escreveu: *“o pesquisador levou uma proposta de visualização com total domínio de conteúdo. Eu, em partes, achei muito legais as possibilidades de visualização, em que muitas vezes a primeira impressão nos engana. É bom ver isso, pois facilita e nos faz sempre pensar se não há outra maneira ou forma de ver as informações, outras possibilidades”*.

Tanto esse comentário como as demais respostas indicam a boa aceitação, por parte dos alunos, em relação à pesquisa. Indicando que esta tem potencial de ser bem recebida em uma hipotética nova aplicação com um outro grupo de alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dentre os pilares do pensamento geométrico, a visualização tem destaque (Leivas, 2009) e, assim como o ato de formular imagens mentais, é o princípio de qualquer processo de abstração (Cifuentes, 2005). Dessa forma, as HVE tornam-se relevantes ao serem definidas como a capacidade de representar, transformar, criar e recordar informação simbólica e não linguística (Linn; Petersen, 1985).

Dada a relevância das HVE no ensino e a possibilidade do uso das TD nesse processo, ressalta-se a importância de formar professores de Matemática que sejam capazes de realizar as articulações entre esses dois campos (NCTM, 2014).

Nesse cenário, este artigo teve como objetivo investigar as potencialidades do uso das TD no desenvolvimento da ação CIV na formação inicial de professores de Matemática. Dessa forma, este estudo de caso foi realizado a partir da aplicação de uma sequência de atividades com alunos do 6º semestre do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do sul do Brasil.

Adaptando tarefas de Reyes, Dissett e Gormaz (2013), o primeiro instrumento de pesquisa serviu como uma avaliação diagnóstica (Luckesi, 2005) e, a partir das respostas dos participantes, foi possível identificar as dificuldades que esses futuros professores tinham em relação às HVE.

Essas dificuldades foram inicialmente categorizadas a partir das ações de visualização descritas em Mathias e Simas (2021), entretanto, durante a análise das respostas, novas categorias foram concebidas. Esta pesquisa permitiu definir outras variações das HVE, sendo elas a Percepção da Posição de Elementos Geométricos e a Percepção das Dimensões de Sólidos e Figuras.

Em relação ao uso das TD, essa pesquisa mostrou que os alunos demonstraram maior facilidade em realizar as tarefas de visualização quando havia um recurso digital disponível, em vista das possibilidades de manipulação e dinamização dos desenhos geométricos (Gravina, 1996; Coelho; Saraiva, 2000; Notare; Basso, 2016). Além disso, o GeoGebra mostrou ser um recurso eficaz para desenvolver as HVE, em especial a visualização na ação CIV, e na organização das atividades. A partir do livro GeoGebra, foi possível compilar as tarefas a serem trabalhadas, e o GeoGebra Tarefas permitiu aplicar esses materiais de forma prática, dinâmica e de rápido retorno.

Este artigo evidencia a importância de articular as TD com o desenvolvimento das HVE, mostrando que de fato o uso desses recursos digitais proporcionou ganho pedagógico aos participantes. Nesse sentido, espera-se que essa pesquisa possa servir de fomento para mais trabalhos na área, expandindo o debate sobre HVE e o uso das TD na Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

- ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, n. 52, p. 215-241, 2003.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base*. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 abr. 2023.
- BRASIL. **Matriz de Referência ENEM**. Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília: MEC/INEP, 2012. Disponível em: https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf. Acesso em: 20 abr. 2023.
- BRUNHEIRA, L., PONTE, J. P. Desenvolvendo o raciocínio espacial na formação inicial de professores dos primeiros anos. **Zetetike**, v. 26, n. 3, 2018.
- CIFUENTES, J. C. Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. **Educational Studies in Mathematics, Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 46, p. 55-72, 2005.
- COELHO, M., SARAIVA, M. Tecnologias no ensino/aprendizagem da geometria. **Atas do Encontro Ensino e Aprendizagem da Geometria**, p. 35-60, 2000.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- DEL GRANDE, J. J. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST, M. M., SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando Geometria**. Editora Atual, São Paulo, p. 156-167, 1994.
- GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de empresas**, v. 35, p. 20-29, 1995.
- GONZATO, M.; FERNÁNDEZ, M.; DÍAZ, J. J. Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. **NÚMEROS**, Revista de Didáctica de las Matemáticas, v. 77, p. 99-117, 2011.
- GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, v. 1, p. 1-13, 1996.
- GUTIERREZ, A. **Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework**. University of Valence, Spain, 1996. Disponível em: <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>. Acesso em: 25 jul. 2023.
- LEIVAS, J. C. P. Imaginação, intuição e visualização: a riqueza da possibilidade da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. **Tese** (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009.
- LINN, M. C., PETERSEN, A. C. Emergence and characterization of gender differences in spatial abilities: A meta-analysis. **Child Development**, n. 56, p. 1479-1498, 1985.
- LOWRIE, T., LOGAN, T., HEGARTY, M. The influence of spatial visualization training on students' spatial reasoning and mathematics performance. **Journal of Cognition and Development**, v. 20, n. 5, p. 729-751, 2019.

LOWRIE, T., *et al.* In search of the mechanisms that enable transfer from spatial reasoning to mathematics understanding. **Mathematics Education Research Journal**, v. 32, p. 175-188, 2020.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem Escolar**: estudos e proposições. 17^a Ed. São Paulo: Cortez, 2005.

MATHIAS, C. V., SIMAS, F. L. B. Tarefas de Visualização em Exercícios de Geometria Espacial. **Educação Matemática em Revista-RS**, v. 2, n. 22, 2021.

NCTM, NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles to actions: Ensuring mathematical success for all**, National Council of Teachers of Mathematics. 2014.

NOTARE, M.; BASSO, M. Geometria Dinâmica 3D - novas perspectivas para o pensamento espacial. **RENOTE**, v. 14, n. 2, 2016.

PARIS DE LIMA, S.; VIEIRA MATHIAS, C. A Visualização em Livros do GeoGebra. **Educação Matemática Sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática**, v. 4, n. 2, p. 175-195, 2023.

PITTALIS, M.; CHRISTOU, C. Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. **Educational Studies in mathematics**, v. 75, n. 2, p. 191-212, 2010.

REYES, C., DISSETT, L., GORMAZ, R. **Recursos para la Formación Inicial de Profesores de Educación Básica en Matemática**: Geometría para futuros profesores de educación básica. 1. Ed. Santiago, Chile: Ediciones SM, 2013.

SETTIMY, T. F. O., BAIRRAL, M. A. Dificuldades envolvendo a visualização em geometria espacial. **VIDYA**, v. 40, n. 1, p. 177-195, 2020.

VALENTE, J. A. Integração do pensamento computacional no currículo da Educação Básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. **Revista E-curriculum**, v. 14, n. 3, p. 864-897, 2016.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 5. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.