

**A UTILIZAÇÃO INTEGRADA DA REALIDADE AUMENTADA NO SOFTWARE GEOGEBRA
POR MEIO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS PARA A APRENDIZAGEM DE
GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO MÉDIO***THE INTEGRATED USE OF AUGMENTED REALITY IN THE GEOGEBRA SOFTWARE THROUGH
MOBILE DEVICES FOR LEARNING OF SPATIAL GEOMETRY IN HIGH SCHOOL**EL USO INTEGRADO DE REALIDAD AUMENTADA EN EL SOFTWARE GEOGEBRA
A TRAVÉS DE DISPOSITIVOS MÓVILES PARA EL APRENDIZAJE DE
GEOMETRÍA ESPACIAL EN LA ESCUELA SECUNDARIA***SILVIO LUIZ GOMES DE AMORIM¹
FREDERICO DA SILVA REIS²
NEUBER SILVA FERREIRA³****RESUMO**

Este artigo apresenta uma pesquisa que objetivou discutir contribuições de atividades exploratórias utilizando de forma integrada a Realidade Aumentada no *software* GeoGebra para a aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Médio. A metodologia qualitativa contemplou uma pesquisa de campo com alunos do 2º ano do Ensino Médio do Instituto Federal de Minas Gerais - *Campus* Ouro Preto, a partir da elaboração, desenvolvimento e avaliação de atividades exploratórias relacionadas a sólidos geométricos utilizando a Realidade Aumentada no *software* GeoGebra 3D, por meio dos *smartphones* dos alunos. As conclusões da pesquisa apontaram que as principais contribuições foram: a visualização na criação e desenvolvimento de ideias, conceitos e propriedades dos sólidos geométricos; a potencialização da aprendizagem móvel por meio da utilização de recursos tecnológicos e dos dispositivos móveis; e a construção de um novo olhar dos alunos para as possibilidades de utilização de Tecnologias Digitais na aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: realidade aumentada; *software* GeoGebra; aprendizagem móvel; geometria espacial.

ABSTRACT

This article presents research that aimed to discuss contributions of exploratory activities using in a integrated way Augmented Reality in the GeoGebra software for learning Spatial Geometry in High School. The qualitative methodology included field research was carried out with students enrolled in the 2nd year of High School at Federal Institute of Minas Gerais - Campus Ouro Preto, based on the elaboration, development and evaluation of exploratory activities related to geometric solids using Augmented Reality in the GeoGebra 3D software, through students' smartphones. The conclusions of research indicate that the main contributions were: visualization in the creation and development of ideas, concepts and properties of geometric solids; enhancing mobile learning through the use of technological resources and mobile devices; and the construction of a new perspective of the students towards the possibilities of using Digital Technologies in learning Mathematics.

Keywords: augmented reality; GeoGebra software; mobile learning; spatial geometry.

1 Mestrado em Educação Matemática. Universidade Federal de Ouro Preto. E-mail: r1130315@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6260-5396>

2 Doutorado em Educação Matemática. Universidade Federal de Ouro Preto. E-mail: frederico.reis@ufop.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6087-6483>

3 Doutorado em Educação Matemática. Instituto Federal de Minas Gerais. E-mail: neuber.ferreira@ifmg.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1588-4254>

RESUMEN

Este artículo presenta una investigación que tuvo como objetivo discutir contribuciones de actividades exploratorias utilizando Realidad Aumentada de forma integrada en el software GeoGebra para el aprendizaje de Geometría Espacial en la Escuela Secundaria. La metodología cualitativa incluyó una investigación de campo con estudiantes matriculados en el 2º año de secundaria del Instituto Federal de Minas Gerais - Campus Ouro Preto, basada en la elaboración, desarrollo y evaluación de actividades exploratorias relacionadas con sólidos geométricos utilizando Realidad Aumentada en el software GeoGebra 3D, a través de smartphones de los estudiantes. Las conclusiones de la investigación mostraron que las principales contribuciones fueron: la visualización en la creación y desarrollo de ideas, conceptos y propiedades de sólidos geométricos; la potencialización del aprendizaje móvil mediante el uso de recursos tecnológicos y dispositivos móviles; y la construcción de una nueva perspectiva de los estudiantes hacia las posibilidades del uso de las Tecnologías Digitales en el aprendizaje de Matemáticas.

Palabras-clave: realidad aumentada; software GeoGebra; aprendizaje móvil; geometría espacial.

INTRODUÇÃO

A evolução tecnológica surgida ainda no século XX e continuamente aperfeiçoada no século XXI, conquistou espaços em todo o mundo, influenciando a vida em sociedade e produzindo efeitos profundos na forma de pensar, interagir, produzir, compartilhar e disseminar informações das mais variadas, indo das conversas diárias nas rotinas das pessoas até os trabalhos científicos elaborados no meio acadêmico.

No cenário educacional, Tecnologias Digitais foram surgindo e sendo modificadas até chegarmos à utilização de *software* dinâmicos e produtos tecnológicos para o ensino e para a aprendizagem de Matemática, tais como a Realidade Aumentada e o *software* GeoGebra. Juntando-se a isso, a própria forma de interação entre alunos e professores sofreu grandes mudanças, passando o aluno a ocupar o centro das atenções no aspecto do desenvolvimento individual, coletivo e social.

Particularmente, tal cenário também tem se verificado no contexto dos processos de ensino e de aprendizagem de Geometria Espacial, parte da Geometria que está inserida numa estrutura curricular que abrange tanto o Ensino Fundamental, por meio de uma introdução de seus conceitos básicos, como o Ensino Médio, por meio de uma exploração das principais propriedades de sólidos geométricos. Nessa direção, observamos que a Geometria Espacial está presente na BNCC, porém de maneira ainda muito tímida, por exemplo, no Ensino Fundamental, de acordo com o parecer emitido por Nacarato (2018, p. 9):

A Geometria Espacial é contemplada apenas no 8.º ano, no A151 (representação em perspectiva). Figuras espaciais são abordadas apenas no eixo Grandezas e Medidas, numa perspectiva reducionista com ênfase apenas na métrica, desconsiderando as características das figuras e os conceitos envolvidos.

Estando os conceitos principais da Geometria Espacial relacionados a informações e visualizações de sólidos e elementos geométricos, observando-se suas especificidades e propriedades, é necessário desenvolver tecnologias, produtos e metodologias que proporcionem aos alunos uma maior compreensão das formas espaciais em 3 dimensões, projetando-as em ambientes reais, tanto na sala de aula quanto fora dela. Entretanto, essas formas de se ver e de se compreender as estruturas

das figuras geométricas ficam prejudicadas quando se dispõem apenas de auxílios visuais como quadros e livros didáticos, pois resulta que as figuras acabam por ficar desenhadas apenas em 2 dimensões, como destacam Oliveira, Silva e Bissaco (2021, p. 2):

[...] a aprendizagem de cálculo de volumes sólidos gera dificuldade porque os estudantes nem sempre conseguem mentalizar o tridimensional a partir do bidimensional, ou seja, converter mentalmente imagens bidimensionais em tridimensionais.

Apesar da exemplificação ter sido feita para o caso do cálculo de volumes de sólidos, entendemos que a questão levantada pelos pesquisadores pode ser estendida para a aprendizagem de conteúdos geométricos espaciais, de forma geral.

Nessa perspectiva, outra possibilidade didática para a aprendizagem certamente pode se configurar a partir da utilização de Tecnologias Digitais no ensino de Matemática, especialmente, quando trabalhadas no ambiente escolar, visando despertar o interesse dos alunos pela Geometria, em situações propostas pelos professores, nas quais ocorram desafios, descobertas e interações, como destacam Menegais, Ferreira, Fagundes e Penha (2022, p. 3) ao afirmarem que:

[...] a utilização das Tecnologias Digitais no campo educacional, proporciona aos estudantes atividades mais ativas e envolventes. O uso de *software* de geometria dinâmica propõe uma aprendizagem envolvente e participativa, além de desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes.

Neste artigo, portanto, apresentamos uma pesquisa (AMORIM, 2023) realizada com alunos do 2º ano do Ensino Médio do Instituto Federal de Minas Gerais - *Campus* Ouro Preto, que desenvolveram e avaliaram atividades exploratórias utilizando um aplicativo de Realidade Aumentada no *software* GeoGebra 3D, instalados nos dispositivos móveis (*smartphones*) dos alunos, relacionadas a diversos conteúdos de Geometria Espacial, tais como: cubos, paralelepípedos, pirâmides, cilindros, cones e esferas.

Antes, porém, de melhor detalharmos as atividades exploratórias, apontando suas contribuições para a aprendizagem de Geometria Espacial, objetivo central da investigação, julgamos ser necessário apresentar os principais elementos que compuseram o referencial teórico-bibliográfico da pesquisa aqui descrita.

UMA TRÍADE NOS CAMINHOS DA PESQUISA

A Realidade Aumentada (RA) surgiu como uma evolução da Realidade Virtual. Nesta, era necessária a utilização de um dispositivo de acoplamento ao usuário (óculos de realidade virtual) para que ele entrasse no ambiente virtual e interagisse com figuras e eventos que estava vendo diante de seus olhos, fazendo-o se sentir dentro de um mundo paralelo, virtual. Já a RA não necessita de um dispositivo acoplado ao corpo do usuário, podendo ser utilizada por meio de dispositivos móveis portáteis, como *smartphones* e *tablets* para permitir ao usuário acessar o ambiente virtual e trazer a imagem virtual para o ambiente físico ou real.

De acordo com Macedo e Buriol (2016, p. 3), a forma de interação mais usual em RA é aquela na qual o usuário transita livremente ao redor de um objeto, observando-o sob variados ângulos e pontos de vista. Já para Lopes, Vidotto, Pozzebon e Ferenhof (2019, p. 5):

Neste sentido, a RA enquanto elemento complementar do mundo real é uma forma de adicionar elementos virtuais que contribuirão para a aprendizagem e compreensão de elementos da realidade, podendo trazer benefícios às mais diversas áreas do conhecimento, dentre elas, a educação, por sua amplitude de possibilidades de aplicação.

Ainda de acordo com Lopes, Vidotto, Pozzebon e Ferenhof (2019, p. 5), na aplicação da utilização da RA no contexto educacional:

Diversos estudos comprovam que sua utilização traz contribuições para a percepção e motivação dos usuários em diversas atividades no contexto educacional, auxiliando na aprendizagem em diversas áreas do conhecimento. [...] O alto nível de interatividade proporcionado pela Realidade Aumentada acarreta aprimoramento do aprendizado, além de permitir mais engajamento dos estudantes, principalmente quando envolvidos na criação de seus próprios projetos utilizando RA.

Especificamente, em relação às contribuições da RA para a aprendizagem de Geometria Espacial, Macedo, Silva e Buriol (2016, p. 2-3) apontam que:

Ao “misturar” o mundo virtual com o real é possível criar formas de interação com objetos que só estão limitados à nossa imaginação. A possibilidade de visualizar, explorar livremente vários pontos de vista e interagir com objetos virtuais tridimensionais pode sugerir inúmeros benefícios potenciais para o ensino de sólidos geométricos. O uso dessas tecnologias oferece aos alunos a possibilidade de explorar tópicos da disciplina de Matemática de forma mais intensa, desenvolvendo sua intuição e sua consciência de conteúdos.

Assim, atualmente, uma das utilizações da RA no contexto educacional, especialmente, na Educação Matemática, pode ser atrelada ao ensino de Geometria Espacial. Com a utilização do *smartphone*, pode-se “baixar” gratuitamente o aplicativo de RA, juntamente com o *software* de Matemática Dinâmica GeoGebra, para estudar e explorar conteúdos de Geometria Espacial, podendo-se projetar imagens no ambiente real da sala de aula ou em outro local que o estudante preferir, para estudar as propriedades e especificidades de sólidos geométricos em 3D.

De acordo com Idem (2017), o GeoGebra é um *software* gratuito de Matemática Dinâmica que pode ser utilizado em qualquer nível de ensino, combinando diversas áreas da Matemática, não somente Geometria e Álgebra, mas também Aritmética e Estatística. A crescente importância do GeoGebra nas pesquisas relacionadas à utilização de Tecnologias Digitais na Educação Matemática é destacada por Sousa (2018, p. 35), da seguinte forma:

O uso das tecnologias da educação no ensino da Matemática é de grande relevância para efetivamente contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, com o objetivo principal de minimizar as dificuldades oriundas da modalidade de ensino tradicional. Diante de vários *softwares* utilizados para melhorar o aprendizado dos alunos, destaca-se o GeoGebra, como uma ferramenta computacional muito importante e utilizada em várias áreas do conhecimento.

Ainda de acordo com Sousa (2018, p. 36), o surgimento do GeoGebra impactou os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, uma vez que:

A educação sofreu uma revolução com o surgimento do GeoGebra na forma de ensinar e trabalhar os conteúdos da Matemática, pois agora os alunos apresentam um recurso que permite a criação de gráficos e cálculos algébricos de maneira dinâmica e interativa, incentivando aos alunos o interesse pela Matemática.

As possibilidades de utilização do GeoGebra trazem para os alunos uma série de vantagens, principalmente, na visualização, compreensão e entendimento de conteúdos matemáticos. Particularmente, em sua versão 3D, é possível trabalhar com sólidos geométricos e, aliando-o à tecnologia da RA, pode-se projetar figuras em ambientes reais, contribuindo assim, para a compreensão de definições, teoremas, postulados, além de favorecer a interatividade com os objetos virtuais projetados no ambiente real, podendo-se observar as suas especificidades e particularidades e visualizar, por exemplo, os elementos de um cubo tais como faces, arestas, diagonais, entre outros.

Aqui, cabe observar que a visualização tem sido focada em diversas pesquisas em Educação Matemática, especialmente, aquelas que apresentam discussões sobre a utilização de Tecnologias Digitais na sala de aula de Matemática, nos variados níveis de ensino. Então, para os propósitos de nossa pesquisa, ressaltamos que estamos entendendo visualização como concebida por Arcavi (2003, p. 217):

Visualização é a habilidade, o processo e o produto da criação, interpretação, uso de reflexão sobre figuras, imagens, diagramas, em nossas mentes, no papel ou com ferramentas tecnológicas, com a finalidade de descrever e comunicar informações, pensar sobre e desenvolver ideias previamente desconhecidas e entendimentos avançados.

Martins, Reis e Ferreira (2023) afirmam que existe uma abrangência dos aspectos ligados à visualização e, ao mesmo tempo, constata-se a importância de que ela seja considerada e investigada nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Particularmente, em nossa pesquisa, ao considerarmos a utilização de ferramentas tecnológicas, no caso, a RA no *software* GeoGebra, acreditamos que tal referência teórica para a visualização é fundamental na perspectiva de se destacar sua importância ao se “pensar sobre e desenvolver ideias”, especialmente, na perspectiva da aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Médio e associando a visualização à formação de imagens mentais significativas (PACHECO, 2023).

Por fim, destacamos ainda um outro elemento que compõe a tríade que motivou e embasou nossa investigação, especialmente, quando da elaboração das atividades exploratórias.

A aprendizagem móvel (tradução da expressão *Mobile Learning*) é uma modalidade que permite ao estudante estudar conteúdos escolares, de todas as disciplinas, fora do ambiente da sala de aula, por meio da utilização de dispositivos móveis, como *smartphones* e *tablets*. A Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO, 2017, p. 1) ressalta que:

A aprendizagem móvel apresenta atributos exclusivos, se comparada à aprendizagem tecnológica convencional: ela é pessoal, portátil, colaborativa, interativa, contextual e situada; ela enfatiza a “aprendizagem instantânea”, uma vez que a instrução pode ocorrer em qualquer lugar e a qualquer momento. Além disso, ela pode servir

de apoio às aprendizagens formal e informal, tendo assim um enorme potencial para transformar o modo de se oferecer educação e treinamento.

Por sua vez, Moura (2010, p. 3) apresenta uma definição de aprendizagem móvel que pode ajudar a entender essa nova forma de aprendizagem e sua relação com as tecnologias. Para a pesquisadora, a aprendizagem móvel é um:

[...] processo de aprendizagem que ocorre apoiado pelo uso de dispositivos móveis, tendo como característica fundamental a portabilidade dos dispositivos e a mobilidade dos sujeitos, que podem estar fisicamente e geograficamente distantes uns dos outros ou em espaços físicos formais de educação, como na sala de aula.

Já para Cleophas, Cavalcanti, Souza e Leão (2015, p. 189), a aprendizagem móvel pode ser tratada como um paradigma educativo, pois:

O que se sabe é que o *m-learning* (*mobile learning*) é considerado um paradigma educativo e está envolto em uma série de possibilidades de aplicações que estão emergindo perante as mudanças necessárias ao processo evolutivo da melhoria da qualidade da educação.

Assim, objetivando a visualização de conteúdos de Geometria Espacial e dentro do cenário da utilização de recursos digitais no ambiente escolar, visando despertar o interesse dos alunos pela Geometria, entendemos que a possibilidade de utilização conjunta da RA com o GeoGebra pode contribuir para a aprendizagem de Geometria Espacial, especialmente, numa perspectiva de aprendizagem móvel que, de fato, permita “a acessibilidade a informações e conhecimentos a qualquer hora e lugar, utilizando aparelhos eletrônicos, digitais, portáteis, com acesso à *internet* e aspectos multimídias, como os *smartphones*” (FREITAS, DUARTE FILHO, 2018, p. 53).

Após essa breve apresentação dos elementos centrais na construção teórica-bibliográfica de nossa pesquisa, buscaremos apresentá-la e contextualizá-la.

APRESENTANDO A PESQUISA EM SEU CONTEXTO

Nossa pesquisa de campo aconteceu tendo como *lôcus* da investigação o Instituto Federal de Minas Gerais - *Campus* Ouro Preto, histórica cidade do interior do estado de Minas Gerais. Elaboramos, desenvolvemos e avaliamos atividades exploratórias com alunos de uma turma do 2º ano do Ensino Médio do Curso Técnico Integrado (Curso Técnico e Ensino Médio, concomitantemente) de Administração, cujo professor de Matemática é efetivo da instituição desde 2010, com sua formação acadêmica incluindo a Licenciatura em Matemática, o Mestrado e o Doutorado em Educação Matemática.

Os 8 encontros (com 2 horas/aula de duração cada) com os 24 alunos da turma (sendo 20 alunas e 4 alunos) e o professor foram feitos de forma presencial, tendo o pesquisador (1º autor deste artigo) acompanhado as aulas de Matemática do professor entre os meses de janeiro a março de 2023, nas quais foram desenvolvidas as atividades exploratórias, na sala de aula da turma.

Apresentamos, a seguir, um cronograma sucinto contendo as datas dos encontros, os conteúdos trabalhados em cada uma das 6 atividades exploratórias realizadas, que serão identificadas por AE1 até AE6, bem como seus focos.

Quadro 1 - Cronograma de realização das Atividades Exploratórias.

Encontro	Data	Atividade Exploratória	Focos
1	16/01/2023	Apresentação da Pesquisa	Questionário Inicial
2	23/01/2023	AE1) Cubos e Paralelepípedos	Visualização dos elementos constitutivos; Construção no GeoGebra 3D; Cálculo da diagonal e áreas; Cálculo do volume; Planificação; Projeção em RA
3	30/01/2023	AE2) Pirâmides	Exercício de identificação dos elementos constitutivos; Cálculo do volume; Construção no GeoGebra 3D; Projeção em RA
4	08/02/2023	AE3) Revisão sobre Cubos, Paralelepípedos e Pirâmides	Cálculo do volume; Cálculo da vazão; Conversão entre unidades de medida; Cálculo do apótema da base e da pirâmide; Construção no GeoGebra 3D; Projeção em RA
5	15/02/2023	AE4) Cilindros	Cálculo de áreas e volume; Sobreposição de figuras; Equivalência entre figuras
6	01/03/2023	AE5) Cones	Construção utilizando o GeoGebra 3D; Projeção em RA; Cálculo do volume em função do raio; Sobreposição de figuras com inversão de sentido
7	08/03/2023	AE6) Esferas	Cálculo do volume; Equivalência entre sólidos; Visualização removendo eixos e sólido principal; Construção utilizando o GeoGebra 3D; Projeção em RA; Cálculo de secção por um plano
8	15/03/2023	Conclusão da Pesquisa	Questionário Final

Fonte: Amorim (2023)

Cabe ressaltar, ainda, que em todas as atividades exploratórias foram utilizadas as ferramentas da RA e da Calculadora Gráfica do GeoGebra 3D, sendo também considerada a perspectiva de uma aprendizagem móvel, por meio da utilização dos dispositivos móveis (*smartphones*), da troca de mensagens na rede social da turma (*WhatsApp*) e no *e-mail* institucional do pesquisador, e pela realização de encontros remotos (plataforma *Google Meet*).

Julgamos importante apresentar, ainda como elemento fundamental de nossa construção metodológica, a concepção de atividade exploratória na qual nos baseamos para elaborarmos, desenvolvermos e avaliarmos nossas 6 atividades exploratórias. Martins Júnior (2015, p. 58-59), em seu trabalho sobre as contribuições da realização de atividades exploratórias no ensino de Cálculo I, apresenta tais atividades como sendo um:

Conjunto de atividades, didaticamente planejadas, com o objetivo de permitir a exploração, a conjecturação, a dedução lógica, a indução, a intuição, a reflexão na ação e a mediação em relação aos conteúdos abordados para possibilitar a construção de conhecimentos realizados por seus atores, sendo essas atividades livres ou guiadas e, usando para isso, os meios necessários que possam dinamizar a relação entre a teoria e a prática e o ensino para a aprendizagem.

Cabe ressaltar que, para a composição das atividades exploratórias, não nos preocupamos em elaborar questões “inovadoras ou complexas” em termos de formulação e resolução, mas sim questões que podem até mesmo ser consideradas “tradicionais” em termos de formulação, porém, como suas resoluções demandam, na grande maioria dos casos, a RA / GeoGebra 3D (utilização integrada da RA no *software* GeoGebra), entendemos que a exploração “livre ou guiada” de tais recursos tecnológicos possibilitou “dinamizar a relação entre a teoria e a prática e o ensino para a aprendizagem”.

Por fim, coadunando com Martins Júnior e Reis (2020), nossa pesquisa buscou valorizar os elementos da visualização proporcionada pelo uso da RA / GeoGebra 3D nos processos de ensino e

de aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Médio, de tal forma a contribuir para a criação e exploração de ideias que, certamente, podem se tornar aliadas para a compreensão dos conteúdos matemáticos correlatos.

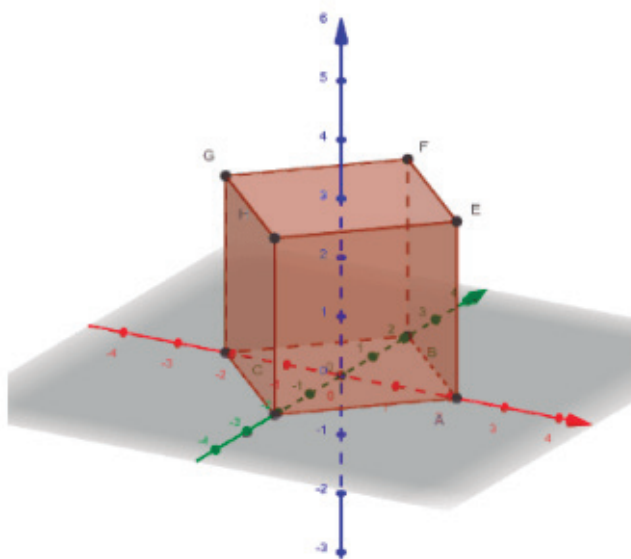
DESENVOLVENDO AS ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS

Buscaremos, agora, descrever alguns momentos do desenvolvimento das atividades exploratórias que julgamos fundamentais para uma visão holística das situações e discussões que aconteceram e que, em alguma medida, impactaram nossa pesquisa. Ressaltamos que uma descrição completa de tal desenvolvimento pode ser encontrada em Amorim (2023).

Como o planejamento entre pesquisador e professor foi pensado de forma a se adequar ao tempo e aos conteúdos previstos no “programa de curso”, optamos por utilizar as atividades exploratórias não para introduzir os conceitos e as principais definições da Geometria Espacial, pois isso aconteceu por abordagens idealizadas e implementadas pelo professor, mas sim para trabalhar e explorar esses conceitos e definições a partir da visualização, da manipulação e do dinamismo proporcionado pela RA / GeoGebra 3D, potencializado pelo uso dos *smartphones* numa perspectiva de aprendizagem móvel. Logo, as abordagens iniciais do professor não serão aqui descritas / detalhadas.

Na 1ª Atividade Exploratória (AE1), foi necessário auxiliar os alunos em seu primeiro contato as ferramentas da RA / GeoGebra 3D. Um destaque foi a exploração do conceito de diagonal do cubo. Primeiramente, seguindo as orientações do pesquisador, foi solicitado aos alunos que utilizassem seus *smartphones* para construir a imagem de um cubo, como mostra a Figura 1, a seguir. É importante salientar que alguns alunos tiveram dificuldades iniciais com as ferramentas disponíveis no GeoGebra 3D, sendo necessário dar-lhes algumas orientações e instruções preliminares.

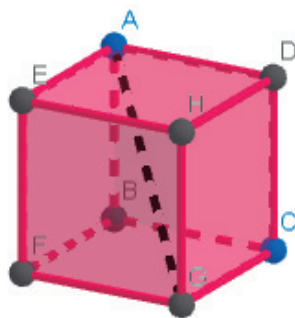
Figura 1 - Montagem de um cubo utilizando as ferramentas do GeoGebra 3D.



Fonte: acervo da pesquisa.

Para trabalhar a visualização da diagonal do cubo, solicitamos aos alunos que desabilitassem os eixos e o plano, como mostra a Figura 2, a seguir. A partir da ferramenta “distância entre dois pontos” do GeoGebra 3D, também solicitamos a eles que calculassem a medida da diagonal. Com isso, utilizando os conhecimentos em relação ao Teorema de Pitágoras, eles puderam deduzir a fórmula do cálculo dessa diagonal.

Figura 2 - Remoção de eixos e planos com destaque para a diagonal do cubo.



Fonte: acervo da pesquisa.

O mesmo procedimento foi realizado para a visualização e cálculo da diagonal do paralelepípedo retângulo, cuja fórmula foi deduzida pelos próprios alunos, a partir da visualização proporcionada pela RA / GeoGebra 3D.

Na 2ª Atividade Exploratória (AE2), os alunos foram mais desafiados à resolução por meio da RA / GeoGebra 3D. Apresentamos na Figura 3, a seguir, a Questão 3 da AE2, na qual, partindo da construção de uma pirâmide de base quadrada e altura determinada no eixo vertical, os alunos foram orientados a determinar o volume da pirâmide e a justificar seus cálculos a partir das informações visualizadas na projeção.

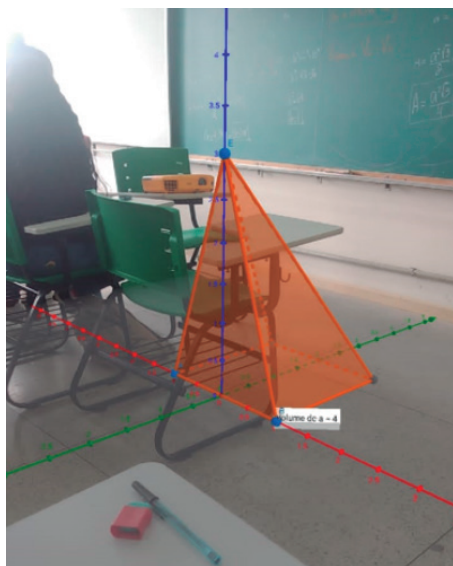
Figura 3- Questão 3 da AE2.

3) Construa, com auxílio da Calculadora Gráfica GeoGebra 3D e da Realidade Aumentada (RA), uma pirâmide de base **quadrangular**, posicionando um dos lados da base nos pontos - 1 (menos um) e 1 (um), no eixo vermelho do plano da base. Selecione o ponto 3 no eixo vertical como sendo o vértice da pirâmide. A seguir, calcule o seu volume, faça uma projeção em RA, exporte a imagem (grave no *smartphone*) e compartilhe no grupo de *Whatsapp* da turma, identificando o seu número de participante.

Fonte: acervo da pesquisa.

Após os cálculos, os alunos foram orientados a verificar se o resultado estava de acordo com o valor fornecido pela ferramenta de cálculo de volume do GeoGebra 3D. É importante destacar que a comparação entre os valores fornecidos por tal ferramenta e os valores obtidos diretamente pela aplicação de fórmulas pelos alunos serviu como subsídio para a confrontação e a confirmação de que, independentemente do meio utilizado, deve-se chegar aos mesmos resultados para tais valores.

Uma dupla de alunos resolveu a questão a partir da pirâmide visualizada na Figura 4, a seguir:

Figura 4 - Resolução da Questão 3 da AE2.

Fonte: acervo da pesquisa.

Considerando-se os dados fornecidos, eles rapidamente deduziram que o lado da base da pirâmide era 2, sua altura era 3 e, como se tratava de uma pirâmide de base quadrada, não tiveram dificuldades para calcular seu volume, mesmo considerando que não se tratava de uma pirâmide regular reta (aquela em que a projeção ortogonal do seu vértice sobre o plano da base coincide com o centro da base).

Para a compreensão do apótema da base, que consideramos ser o apótema de maior dificuldade de visualização, pois a base da pirâmide pode ser qualquer polígono regular, foi formulada uma questão visando a visualização do apótema de uma pirâmide de base pentagonal. Assim, apresentamos na Figura 5, a seguir, a Questão 4 da AE2, na qual os alunos também foram desafiados à resolução por meio da RA / GeoGebra 3D.

Figura 5 - Questão 4 da AE2.

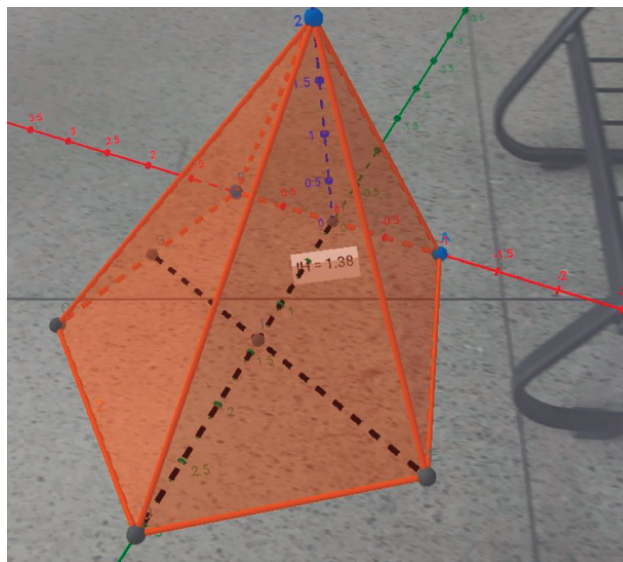
4) Usando a Calculadora Gráfica GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada (RA), construa uma pirâmide tendo como base um **pentágono regular** posicionando um dos lados da base nos pontos - 1 (menos um) e 1 (um), no eixo vermelho do plano da base. Selecione o ponto 2 no eixo vertical como sendo o vértice da pirâmide. A seguir, construa um segmento de reta que passe pelo ponto médio das coordenadas do lado da base, identifique o apótema da base e sua medida. Faça uma projeção em RA, exporte a imagem (grave no *smartphone*) e compartilhe no grupo de *Whatsapp* da turma, identificando o seu número de participante.

Fonte: acervo da pesquisa.

Uma dupla de alunos, seguindo nossas orientações, resolveu a questão da seguinte forma: eles construíram a pirâmide de base pentagonal utilizando as ferramentas do GeoGebra 3D, traçando nessa base dois segmentos que partiam de vértices e atingiam o ponto médio do lado oposto a esses vértices. Esses segmentos acabavam por se cruzar e delimitavam o centro da base da pirâmide. Com

isso, para chegarem ao apótema da base, bastava que traçassem um outro segmento que saía do centro da base da pirâmide e atingia o ponto médio do lado oposto ao vértice desse centro. A Figura 6, a seguir, mostra a resolução feita pelos alunos.

Figura 6 - Resolução da Questão 4 da AE2.



Fonte: acervo da pesquisa.

Como já esperávamos, os alunos apresentaram bastante dificuldade no entendimento de “qual apótema” deveriam calcular, especialmente, dificuldades relacionadas à definição de apótema da base e sua “clássica confusão” com o apótema da pirâmide. Nesse momento, mais uma vez, reforçamos as definições de apótemas da base e da pirâmide e ressaltamos que, mesmo com a obtenção da medida do apótema da base por meio da RA / GeoGebra 3D, esse cálculo “à mão” seria bem difícil, pois tratava-se de um pentágono regular. Aproveitamos, então, para sugerir que eles pesquisassem sobre a existência de uma “eventual fórmula” para o apótema de um pentágono regular.

Ao final da AE2, discutimos a impossibilidade de calcularmos o apótema da pirâmide, pois apesar de possuir como base um polígono regular, a pirâmide construída não era reta, uma vez que a projeção ortogonal do seu vértice sobre o plano da base não coincidia com o centro da base, e sim com o ponto médio de um dos lados da base, fato que os próprios alunos constataram por meio da RA / GeoGebra 3D, que possibilitou girar a pirâmide construída para visualizá-la sob qualquer ângulo e em qualquer posição.

Como a 3ª Atividade Exploratória (AE3) objetivou uma revisão dos principais conceitos e propriedades de cubos, paralelepípedos e pirâmides, passaremos para a 4ª Atividade Exploratória (AE4), que teve como um de seus destaques a Questão 3 da AE4, apresentada na Figura 7, a seguir, na qual incentivamos os alunos a construírem dois cilindros, onde o menor estava “inserido” no maior. Por meio dessa inserção (não necessariamente uma inscrição ou circunscrição), solicitamos que calculassem o valor da diferença de volume entre os dois cilindros. Nessa perspectiva, eles puderam trabalhar com sólidos geométricos inseridos, sendo necessário que debatessem mais entre os componentes dos grupos formados sobre como elaborar essa forma de construção.

Figura 7 - Questão 3 da AE4.

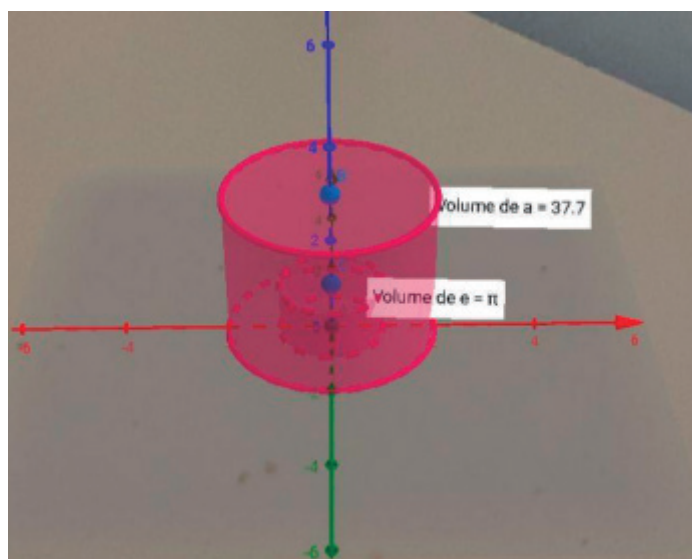
03) A partir da Calculadora Gráfica do GeoGebra 3D, faça um cilindro regular com os seguintes parâmetros: raio = 2 (duas) unidades e altura = 3 (três) unidades. A seguir, faça outro cilindro, dentro do primeiro cilindro feito, com os seguintes parâmetros: raio = 1 (uma) unidade e altura = 1 (uma) unidade. Considere o valor de π (letra grega "pi") como sendo " π " mesmo. A partir dos resultados obtidos, qual é o volume resultante da diferença dos volumes do cilindro maior e do volume do cilindro menor? **Observação: acrescente a imagem em Realidade Aumentada (RA) nesta resposta e coloque os números de chamada da dupla ou do trio no espaço destinado a isso, neste formulário. Em seguida, salve o formulário, no formato PDF, com as respostas e as imagens em RA e envie para o meu e-mail institucional.**

Fonte: acervo da pesquisa.

Um trio de alunos apresentou algumas dúvidas na resolução da questão que, inclusive, foram compartilhadas pelo grupo de *WhatsApp* da turma. Após o esclarecimento das dúvidas, contando com o apoio de seus colegas pela interação por meio de mensagens, eles conseguiram construir um cilindro inserido em outro cilindro, como mostra a Figura 8, a seguir.

Figura 8 - Resolução da Questão 3 da AE4.

$$\text{Volume: } 37,7 - 3,14 = 34,56$$



Fonte: acervo da pesquisa.

Por fim, aproveitamos a exemplificação da inserção de cilindros, para discutir e explicitar as diferenças com a inscrição e a circunscrição de sólidos, exemplificando com o caso dos cilindros inscrito e circunscrito em /a um cubo.

Na 5ª Atividade Exploratória (AE5), inicialmente, objetivamos explorar os elementos centrais de um cilindro, bem como sua relação fundamental. Nessa perspectiva, apresentamos na Figura 9, a seguir, a Questão 1 da AE5.

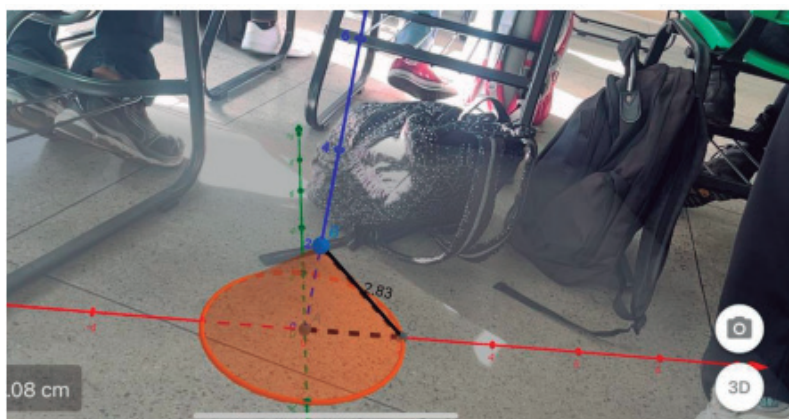
Figura 9 - Questão 1 da AE5.

01) Construa um Cone utilizando a Calculadora Gráfica do GeoGebra 3D, atribuindo ao vértice a medida 2 (dois), bem como ao raio a mesma medida 2 (dois). Em seguida, marque o ponto de intersecção que sai do centro do cone e tem a medida do raio. Após isso, construa um segmento que une esse ponto ao vértice. Calcule a sua medida. Por fim, o que você deduz sobre esse valor? O que ele representa? **Observação: acrescente a imagem em Realidade Aumentada (RA) nesta resposta e coloque os números de chamada da dupla ou do trio no espaço destinado a isso, neste formulário. Em seguida, salve o formulário, no formato PDF, com as respostas e as imagens em RA e envie para o meu e-mail institucional.**

Fonte: acervo da pesquisa.

Uma dupla de alunos, a partir dos recursos de movimentação da RA / GeoGebra 3D, conseguiu visualizar o triângulo retângulo formado pelo raio da base, altura e geratriz do cone e, dessa forma, eles perceberam que deveriam calcular a medida da geratriz, como mostra a Figura 10, a seguir.

Figura 10 - Resolução da Questão 1 da AE5.



Fonte: acervo da pesquisa.

Ao final da AE5, exploramos, ainda, o fato de que a geratriz desempenha no cone o papel do apótema na pirâmide, ambos sendo a hipotenusa de um triângulo retângulo formado por elementos centrais, tanto na pirâmide como no cone.

Por fim, na 6ª Atividade exploratória (AE6), além da exploração dos elementos centrais da esfera, apresentamos aos alunos um conceito que não havia sido trabalhado pelo professor em sua abordagem inicial do conteúdo: a seção da esfera obtida por meio de planos paralelos, seguida da relação entre a distância desses planos, o raio da esfera e o raio de seção, por meio da Questão 3 da AE6, como mostra a Figura 11, a seguir.

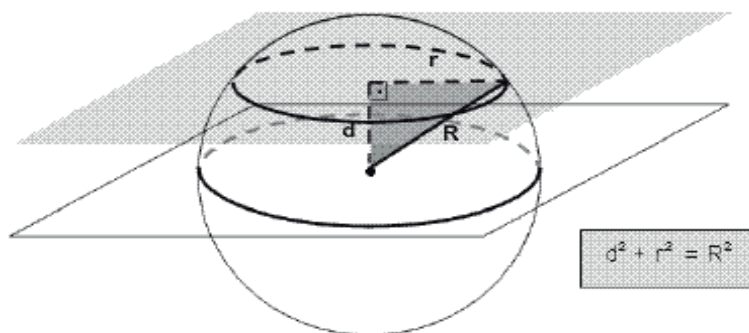
Alguns alunos apresentaram dificuldades na construção da figura, provavelmente, por ser necessária a implementação de alguns passos utilizando as ferramentas disponíveis no GeoGebra 3D para efetuar tal construção. Para auxiliar a diminuir as dificuldades, solicitamos que eles observassem a “dica” disponibilizada na questão que poderia facilitar seu entendimento e interpretação. Assim, com o debate feito entre alunos e pesquisador, pôde-se efetuar a construção e exploração da relação entre a distância dos planos de corte, o raio da esfera e o raio de secção.

Figura 11 - Questão 3 da AE6.

03) Como temos em Nery e Trotta (1984, p. 292) uma **secção** é um círculo determinado de um plano que corta uma esfera. A relação entre a distância do plano de corte até o centro da esfera e o raio da secção é dada por: $R^2 = d^2 + r^2$. Sendo assim, construa uma secção de um plano sobre uma esfera. No final, calcule os valores dos segmentos que representam: o raio da esfera (R), a distância (d) do plano de corte até o centro da esfera e o raio (r) que é o raio da secção. Feito isso, compare com a fórmula dada e veja se os valores são “aproximadamente” iguais. Faça um print da questão e compartilhe no grupo de mídia da turma, com a identificação dos números de chamada.

***Dica:** Para facilitar a construção, trace, primeiramente, três pontos: um no encontro dos eixos, outro no valor 1 (um) do eixo vertical e outro no valor 2 (dois) também no eixo vertical.

Figura 5 - Secção de um plano sobre uma esfera

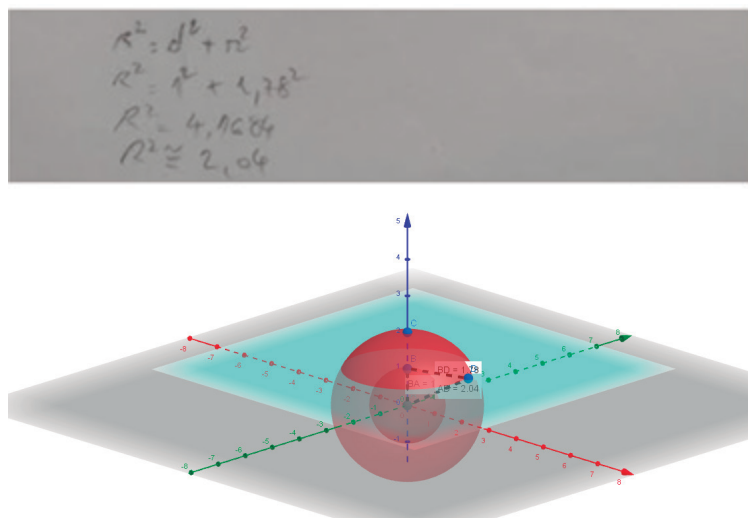


Fonte: <https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/esferas-geometria-espacial/>.

Fonte: acervo da pesquisa.

Uma dupla de alunos não manifestou muitas dificuldades na construção solicitada e resolveu a questão utilizando os recursos proporcionados por meio da RA / GeoGebra 3D, como mostra a Figura 12, a seguir. Eles utilizaram a relação entre os planos de corte das esferas, a distância entre eles, bem como a distância entre seus centros para calcular os valores e inferir conclusões a respeito da questão proposta. Também fizeram a projeção em RA para verificar o resultado em 3D, dentro da perspectiva da construção de sólidos geométricos por meio da utilização das ferramentas disponíveis no GeoGebra 3D.

Figura 12 - Resolução da Questão 3 da AE6.



Fonte: acervo da pesquisa.

Ao final da AE6, observamos que, com o desenvolvimento das atividades exploratórias, os alunos foram, gradativamente, apresentando uma maior familiaridade com os recursos da RA / GeoGebra 3D e, por consequência, uma menor dificuldade na resolução das questões apresentadas.

CONTRIBUIÇÕES PARA A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL

Considerando que, em nossa pesquisa, objetivamos discutir possíveis contribuições de atividades exploratórias utilizando de forma integrada a RA no *software* GeoGebra para a aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Médio, entendemos que tais contribuições podem ser identificadas por meio dos nossos registros em diário de campo, das gravações de áudio para o registro do desenvolvimento das atividades exploratórias, das dúvidas e questões dos alunos durante a realização das atividades exploratórias que envolveram a RA / GeoGebra 3D e, por fim, das respostas dadas pelos alunos ao Questionário Inicial (que objetivou uma identificação das experiências dos alunos com tecnologias no ensino) e ao Questionário Final (que objetivou uma avaliação pelos alunos das atividades exploratórias desenvolvidas).

Assim, em busca de um contraste de nossos dados de pesquisa com diversos referenciais teórico-bibliográficos, estabelecemos as seguintes categorias de contribuições de atividades exploratórias utilizando de forma integrada a RA no *software* GeoGebra para a aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Médio:

- A visualização na criação e desenvolvimento de ideias, conceitos e propriedades dos sólidos geométricos

Uma grande contribuição das atividades exploratórias utilizando a RA / GeoGebra 3D para a aprendizagem de Geometria Espacial, certamente, foi a possibilidade de visualização, aqui destacada por meio de alguns recortes de respostas de alunos ao Questionário Final:

- As atividades exploratórias contribuíram para a visualização das figuras, auxiliando, por exemplo, na identificação de arestas e vértices.
- Com as atividades exploratórias, eu pude compreender melhor aquilo que víamos em teoria, além de poder aplicar com a RA, o que foi bem mais divertido.

Notamos que os alunos, ao manusearem a RA / GeoGebra 3D para a construção dos sólidos geométricos, desenvolveram habilidades de criação (ARCAVI, 2003) e exploração de conceitos e propriedades desses sólidos geométricos, especialmente, os elementos essenciais em sua definição.

Também conseguimos perceber, notadamente, que as atividades exploratórias levaram os alunos, em diversos momentos ao longo dos encontros, à atitude de “pensar sobre e desenvolver ideias”, especialmente, na aprendizagem de pirâmides, sendo que a visualização proporcionada pela RA / GeoGebra 3D contribuiu diretamente para a formação de imagens mentais significativas (PACHECO, 2023) em relação ao conceito de apótema da pirâmide e sua diferenciação em relação ao apótema da base.

Entendemos, ainda, que o planejamento de nossas atividades exploratórias foi essencial para seu desenvolvimento nos encontros, ao longo dos quais os alunos puderam “visualizar, abstrair e generalizar”, especialmente, em relação a certas propriedades características dos diversos sólidos geométricos abordados.

De maneira particular, em relação à utilização das tecnologias, como revelou nossa pesquisa, também como forma de possibilitar a visualização dos alunos, a RA pode ser considerada como essencial para a aprendizagem de Geometria Espacial (MACEDO; SILVA; BURIOL, 2016).

Dessa forma, coadunamos com Martins, Reis e Ferreira (2023) na constatação da rica abrangência dos aspectos ligados ao processo de visualização que revelam a importância de sua consideração / investigação nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

- A potencialização da aprendizagem móvel por meio da utilização de recursos tecnológicos e dos dispositivos móveis

Como detalhamos anteriormente, no desenvolvimento de nossas atividades exploratórias, ao longo dos encontros, buscamos explorar a utilização dos recursos tecnológicos da RA / GeoGebra 3D presentes nos dispositivos móveis (*smartphones*) pelos alunos, numa das perspectivas de aprendizagem móvel como entendida por Freitas e Duarte filho (2018).

Também como descrevemos, em vários momentos entre e durante os encontros, comunicamo-nos com os alunos por meio da troca de e-mails e pelo grupo de grupo de *WhatsApp* da turma e, apesar de não termos descrito anteriormente, já que não se tratou de uma atividade realizada durante, mas sim entre alguns encontros, realizamos videoconferências para esclarecimento de dúvidas pela plataforma *Google Meet*.

Esses diversos momentos de comunicação entre pesquisador, professor e alunos promoveram trocas de informações, debates de ideias e compartilhamento de conhecimento matemático, pelo que muito contribuíram, em nosso entendimento, para uma potencialização da aprendizagem móvel, especialmente, em suas características “pessoal, portátil, colaborativa, interativa, contextual e situada” (UNESCO, 2017).

Um exemplo pontual, contudo, marcante das características colaborativa e interativa aconteceu com a utilização do grupo de *WhatsApp* pelos alunos de forma fundamental para a compreensão e posterior resolução das questões da AE4, explorando os recursos gerados por meio da RA / GeoGebra 3D

e, evidenciando “a mobilidade dos sujeitos, que podem estar fisicamente e geograficamente distantes uns dos outros”, mas interagindo no processo de aprendizagem, como destacado por Moura (2010).

Outro destaque interessante é que, durante a resolução das questões integrantes das atividades exploratórias, que demandavam que os alunos realizassem a projeção em RA com o intuito de explorar diversas características e propriedades dos sólidos projetados, solicitamos que, ao final dos trabalhos, eles realizassem os *prints* de suas telas e nos enviassem pelo grupo de *WhatsApp* da turma. Certamente, as discussões proporcionadas pelos *prints* enviados pelos alunos influenciaram em sua avaliação das contribuições das atividades exploratórias para a sua aprendizagem, como observamos em alguns recortes de respostas dadas pelos alunos ao Questionário Final:

- Na representação das partes constitutivas de sólidos geométricos, onde dada uma relação de transformação, através da remoção de planos e eixos, a figura remanescente obtida enquadrava-se num componente de teorema, como o de Pitágoras.
- O quanto interessante é a forma que o aplicativo e as contas funcionam.

Dessa forma, coadunamos com Cleophas, Cavalcanti, Souza e Leão (2015), ao defenderem a constituição de um novo paradigma educativo a partir e por meio da aprendizagem móvel, numa perspectiva de se travar uma discussão que contribua para mudanças necessárias aos processos educacionais.

- Um novo olhar para as possibilidades de utilização de Tecnologias Digitais na aprendizagem de Matemática

Sob o prisma das possibilidades advindas da utilização de Tecnologias Digitais na aprendizagem de Matemática, emergem considerações feitas pelos alunos quando, no Questionário Final, puderam manifestar suas expectativas / desejos de futuras experimentações de Tecnologias Digitais sendo utilizadas para a aprendizagem de outros conteúdos matemáticos. Aqui, destacamos recortes de algumas respostas:

- Com certeza, seriam interessantes tecnologias para ajuda no cálculo dentro de outros conteúdos da matemática, e também em outras matérias escolares que incluem cálculo.
- Bom, a utilização de Tecnologias Digitais para a aprendizagem requer muita atenção e um certo interesse. Eu gostei de participar das atividades, mas não sei se para outros conteúdos matemáticos seria legal.

Se, por um lado, tais respostas parecem apontar para uma visão de que a utilização de tecnologias deve ser priorizada em disciplinas “que incluem cálculo” ou conteúdos geométricos, por outro lado, tal visão parece conjugar com o fato de que, no Questionário Inicial, a maioria dos alunos revelou sua crença de que a utilização de Tecnologias Digitais no ensino de Matemática deve ocorrer de forma gradual e opcional para cada um dos professores.

Cabe destacar ainda que, apesar de quase todos os alunos já terem tido a oportunidade de utilizar *software* em sua prática discente, antes da participação em nossa pesquisa, como também revelou o Questionário Inicial e como percebemos ao longo dos encontros, entendemos que a realização das atividades exploratórias, especialmente, pela utilização integrada de Tecnologias Digitais,

claramente impulsionou os alunos a uma atitude bem mais (re)ativa do que, tradicionalmente, observamos na sala de aula de Matemática, nos mais variados níveis de ensino.

Nessa direção, durante o desenvolvimento das atividades exploratórias, percebemos alunos motivados e engajados em sua própria aprendizagem, em todo o tempo. Um registro pode ser pontuado quando da “exploração livre e não guiada” dos recursos da RA / GeoGebra 3D na resolução de questões relacionadas a cubos e paralelepípedos. Outro registro advém da manipulação e observação das imagens geradas dos cones, seguida da rica discussão que os interligou às pirâmides, por meio dos elementos geratriz e apótema, visualizados como elementos geométricos planos. Tal relação entre a motivação e a postura dos alunos em relação à sua própria aprendizagem encontra respaldo em Idem (2017) e Sousa (2018).

Dessa forma, coadunamos com Menegais, Ferreira, Fagundes e Penha (2022) ao defenderem que a utilização de Tecnologias Digitais pode não somente favorecer a aprendizagem de Geometria Espacial, mas também proporcionar aos estudantes atividades mais ativas e envolventes, o que, certamente, contribui para que eles lancem um novo olhar para as possibilidades advindas da utilização de recursos tecnológicos na aprendizagem de Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

À guisa de conclusão, julgamos por bem ser necessário perspectivar alguns desafios para a pesquisa vigente em Educação Matemática revisitados em nossa pesquisa.

Inicialmente, nossa pesquisa mostrou as possibilidades de se utilizar de forma integrada o *software* GeoGebra 3D com a projeção de sólidos geométricos em RA. Essa nova abordagem trouxe para os alunos algumas dificuldades para desvincularem-se da aprendizagem tradicional, que acontece comumente por meio de “conteúdos engessados” e exercícios a serem resolvidos utilizando-se, geralmente, caderno, lápis e fórmulas prontas. Ao interagirem com tecnologias presentes nos seus *smartphones*, propiciamos aos alunos o manuseio de uma ferramenta à qual já estão habituados (os *smartphones*) mas com uma “nova roupagem”, na qual teriam de descobrir como construir objetos, visualizá-los em 3D e projetarem em RA, com o intuito de perceberem suas partes constitutivas e produzirem suas conclusões de uma forma mais imediata.

Assim, nossa pesquisa mostrou que a utilização da RA / GeoGebra 3D, por meio de aplicativos instalados nos *smartphones*, oferece uma nova forma dos alunos visualizarem sólidos geométricos, facilitando a compreensão de conteúdos onde se trabalham figuras manipuláveis em 3D. Também pudemos verificar que a utilização de dispositivos móveis pode se constituir em um meio complementar para a percepção visual, o raciocínio abstrato e a verificação da aprendizagem dos alunos no que se refere às construções virtuais em 3D.

Nessa direção, nossa pesquisa trouxe a utilização de Tecnologias Digitais para a aprendizagem móvel, à medida em que desenvolvemos com os alunos algumas atividades exploratórias, durante os encontros presenciais, porém, com a utilização da RA / GeoGebra 3D, podendo-se estudar tanto dentro como fora da sala de aula; porquanto apontamos para a aprendizagem móvel, numa modalidade que permite o desenvolvimento de estudos a qualquer hora e lugar, dentro e fora do ambiente escolar.

Nossa pesquisa mostrou, ainda, que, com a adequada integração das Tecnologias Digitais na Educação Matemática, desenvolvem-se meios alternativos para o ensino e a aprendizagem de conteúdos por meio, por exemplo, da aprendizagem móvel e dos meios midiáticos de interação, além da

própria troca de informações que pode ser feita a qualquer momento, utilizando-se das tecnologias móveis presentes nos *smartphones*, destacando-se o uso da RA / GeoGebra 3D.

Especificamente, apontamos para a RA como uma evolução da Realidade Virtual, que ainda está presente no mundo atual, porém, numa perspectiva inversa, a RA cria um modelo mais dinâmico e não restringe o usuário a se isolar do ambiente real para imergir num contexto particular do ambiente virtual. Por sua vez, apontamos que o GeoGebra dispõe de opções que podem trazer a planificação e a movimentação de sólidos geométricos na tela dos *smartphones*, proporcionando aos alunos visualizações instantâneas que, prontamente, contribuem para a resolução de questões simples ou complexas.

Outrossim, cabe ressaltar que, em relação à formação pedagógica digital dos professores, entendemos que são necessários investimentos e infraestrutura adequada nos enlaces de comunicação, para que os professores possam mediar pedagogicamente a proposta curricular de Matemática e interagir com seus alunos de forma a potencializar os saberes matemáticos e tecnológicos.

Por fim, nossa pesquisa apontou que, por meio da realização de atividades exploratórias, em duplas ou trios, contribuimos para uma participação mais ativa dos alunos que promoveram debates, trocaram informações e, de fato, participaram de forma mais ativa e autônoma da construção de sua própria aprendizagem, evidenciando que a conjuntura colaborativa dos alunos proporcionou ganhos na relação dialógica entre eles, fazendo com que a manifestação de cada um nas atividades exploratórias fosse considerada essencial para o conjunto da turma.

Dessa forma, entendemos que nossa pesquisa revisitou e ressignificou diversos desafios que continuam lançados a pesquisadores / educadores matemáticos.

REFERÊNCIAS

- AMORIM, S. L. G. **A utilização integrada da Realidade Aumentada com o Software GeoGebra na perspectiva da aprendizagem móvel de Geometria Espacial**. 2023. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
- ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 52, n. 3, p. 215-241, 2003.
- CLEOPHAS, M. G.; CAVALCANTI, E. L. D.; SOUZA, F. N.; LEÃO, M. B. C. M-Learning e suas múltiplas facetas no contexto educacional: uma revisão da literatura. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 8, n. 4, p. 188-207, 2015.
- FREITAS, P. C.; DUARTE FILHO, N. F. Aprendizagem Móvel: percepções quanto à utilização por docentes da Educação Profissional e Tecnológica. **Revista Educação a Distância e Práticas Educativas Comunicacionais e Interculturais**, v. 18, n. 2, p. 50-63, 2018.
- IDEM, R. C. **Construcionismo, Conhecimentos Docentes e GeoGebra**: uma experiência envolvendo licenciados em Matemática e professores. 2017. 163f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- LOPES, L. M. D.; VIDOTTO, K. N. S.; POZZEBON, E.; FERENHOF, H. A. Inovações Educacionais com o uso da Realidade Aumentada: uma revisão sistemática. **Educação em Revista**, v. 35, n. 1, p. 1-33, 2019.

MACEDO, A. C.; SILVA, J. A.; BURIOL, T. M. Usando smartphone e Realidade Aumentada para estudar Geometria Espacial. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 14, n. 2, p. 1-10, 2016.

MARTINS, E. M.; REIS, F. S.; FERREIRA, G. C. G. The GeoGebra software in the introductory teaching of Dynamic Systems: research with students of Bachelor's Degree in Mathematics. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 12, n. 1, p. 4-28, 2023.

MARTINS JUNIOR, J. C. **Ensino de Derivadas em Cálculo I**: aprendizagem a partir da visualização com o uso do GeoGebra. 2015. 123f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

MENEGAIS, D. A. N. F.; FERREIRA, V. L. D.; FAGUNDES, D. S.; PENHA, J. T. **A utilização das tecnologias digitais no ensino e aprendizagem de Geometria Espacial**: a percepção dos estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Porto Alegre: UFRGS, 2022.

MOURA, A. M. C. **Apropriação do Telemóvel como Ferramenta de Mediação em Mobile Learning**: Estudos de Caso em Contexto Educativo. 2010. 630f. Tese (Doutorado em Ciências da Educação - Tecnologia Educativa) - Universidade do Minho, Portugal.

NACARATO, A. M. **Parecer - Base Nacional Comum Curricular (BNCC) - Área de Matemática**. Itatiba: USF, 2018.

OLIVEIRA, F. C.; SILVA, R. R.; BISSACO, M. A. S. O uso de tecnologias digitais no ensino de geometria espacial: uma revisão da literatura. **Research, Society and Development**, v. 10, n. 15, p. 1-11, 2021.

PACHECO, C. B. L. **Tecnologias Digitais em Geometria Espacial no Ensino Médio**: experiências e perspectivas no contexto do Ensino Híbrido. 2023. 158f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

SOUSA, F. D. R. B. **Software GeoGebra no Ensino da Trigonometria**: proposta metodológica e revisão da literatura a partir das produções discentes nas dissertações do PROFMAT. 2018. 63f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Maranhão, São Luís.

UNESCO. **TIC na Educação do Brasil**: Aprendizagem Móvel. 2017. Disponível em: <https://pt.unesco.org/fieldoffice/brasil/expertise/ict-education-brazil>. Acesso em: 10 abr. 2024.