VIDYA

VIDYA, v. 44, n. 1, p. 247-266, jan./jun. - Santa Maria, 2024.

Recebido em: 06.07.2023. Aprovado em: 10.05.2024.
ISSN 2176-4603 | DOI: doi.org/10.37781/vidya.v44i1.4644

UMA CONTRIBUIÇÃO BELGA PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CAPIXABA

A BELGIAN CONTRIBUTION TO MATHEMATICAL EDUCATION IN ESPÍRITO SANTO

UM APORTE BELGA A LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN ESPÍRITO SANTO

JULIA SCHAETZLE WROBEL[1]
TERCIO GIRELLI KILL[2]

RESUMO

Os Ginásios Polivalentes, criados na década de 1970, apresentaram uma proposta de escola inovadora alinhada aos princípios da matemática moderna. Para lecionar em tais escolas, era necessário realizar uma formação específica, utilizando como referência didática a coleção *Mathématique Moderne*, de Georges Papy. No Espírito Santo, José Merigueti e Nelson Luiz Piôto D'Ávila publicaram a *Coleção Matemática Orgânica* para ser utilizada pelos alunos dos Polivalentes. O presente artigo tem como objetivo investigar aproximações e distanciamentos entre as propostas pedagógicas modernistas nas duas obras. Foram analisadas e comparadas, especificamente, características das abordagens prescritas para números naturais e inteiros. Argumentamos que a Coleção capixaba não é uma simples versão dos livros belgas, tendo o Movimento da Matemática Moderna assumido feição própria no Espírito Santo. Ainda que os princípios inovadores se fizessem presentes em ambas as coleções, o caminho trilhado é similar para números naturais e bem distinto quando da apresentação dos números inteiros.

Palavras-chave: movimento da matemática moderna; números naturais; números inteiros.

ABSTRACT

The Ginásios Polivalentes Schools, created in the 1970s, presented an innovative school proposal, aligned with Modern Mathematics' principles. Specific training was required to teach in such schools, using Georges Papy's Mathématique Moderne collection as a didactic reference. In Espírito Santo, José Merigueti and Nelson Luiz Piôto D'Ávila published the Coleção Matemática Orgânica, a series of textbooks for use by Polyvalent students. As it was a school project that broke with the current archetype, compatible training with the new mathematics that would be taught was to be expected. In this sense, this article aims to investigate similarities and differences between modernist pedagogical proposals in works intended for teacher training, as well as productions intended for school use in new Gymnasiums. Characteristics of the approaches prescribed for natural numbers and integers numbers were analysed and compared. We argue that the Espírito Santo collection is not a simple translation of the belgian books. Modern Mathematics assumed its own features in Espírito Santo. Although innovative principles were present in both collections, the path taken is similar for natural numbers and very different when presenting integer numbers.

Keywords: *modern mathematics reform; natural numbers; integer numbers.*

1 Doutora em Matemática Aplicada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). Professora na Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). E-mail: julia.wrobel@ufes.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5089-6680
2 Doutor em Educação (Linguagem Matemática) pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). Professor na Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). E-mail: tercio.kill@ufes.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0376-0668

RESUMEN

Los Ginásios Polivalentes, creados en la década de 1970, presentaram una propuesta escolar innovadora y alineada con los principios de las matemáticas modernas. Para enseñar en estas escuelas, había una formación específica utilizando la colección Mathématique Moderne de Georges Papy como referencia. En Espírito Santo, José Merigueti y Nelson Luiz Piôto D'Ávila publicaron la Colección Matemática Orgánica para uso de los alumnos de los Ginásios Polivalentes. Este artículo tiene como objetivo investigar similitudes y diferencias entre propuestas pedagógicas modernistas em obras destinadas a las duas obras. En concreto, se analizaron y compararon las características de los enfoques prescritos para los números naturales y enteros. Sostenemos que la Colección Capixaba no es una versión simple de los libros belgas, sino que el Movimiento de Matemática Moderna adquiere su propio carácter en Espírito Santo. Aunque en ambas colecciones estuvieron presentes principios innovadores, el camino seguido es similar para los números naturales y bastante diferente cuando se presentan números enteros.

Palabras-clave*: movimiento de matemática moderna; números naturales; números enteros.*

INTRODUÇÃO

O Movimento da Matemática Moderna (MMM), mobilização internacional que emerge nos anos de 1960, ambicionava "mudar a estrutura e os assuntos matemáticos do currículo escolar", assim como "os métodos de ensino da disciplina que se praticavam à época" (GUIMARÃES, 2011, p. 1). Esses esforços surgiram de várias fontes e assumiram muitas formas, mas apresentavam o desejo comum de aproximar a matemática escolar da matemática acadêmica do século XX.

As novas tendências tiveram impacto expressivo sobre a formação de professores e a produção de livros destinados ao ensino. No Brasil, o movimento reformista não se desenvolveu de forma homogênea, apresentando diferentes dinâmicas regionais e incorporações distintas, como destacam Silva e Heidt (2019).

No Estado do Espírito Santo, o MMM ganhou força com a criação dos Ginásios Polivalentes[3] na década de 1970, como nos conta Kill (2004). Os Polivalentes, como ficaram popularmente conhecidos, anunciavam um ideário escolar inovador e, para tanto, demandavam a formação de professores alinhados com as novas perspectivas curriculares e a produção de material didático próprio para os alunos. Por esse viés discursivo, o ensino de uma *matemática moderna* era adequado à imagem que então se difundia sobre o projeto escolar em processo de constituição.

A presente pesquisa traz uma análise comparativa de propostas didáticas prescritas para o ensino de números naturais e inteiros no contexto de implantação do novo projeto. Retraçando os caminhos de Bloch[4], Cardoso e Brignoli (1975, p. 409) destacam que o método comparativo consiste em "em buscar, para explicá-las, as semelhanças e as diferenças que apresentam duas séries de natureza análoga, tomadas de meios sociais distintos", por exemplo no tempo e no espaço. Através dele, é possível "descobrir regularidades, perceber deslocamentos e transformações, construir modelos e tipologias, identificando continuidades e descontinuidades, semelhanças e diferenças, e explicitando as determinações mais gerais que regem os fenômenos sociais" (SCHNEIDER; SCHMITT, 1998, p. 49).

Nesse sentido, investigamos a abordagem modernista, levando em conta aproximações e distanciamentos entre a iniciativa belga e a experiência capixaba. Foram consideradas as obras

3 Os Ginásios Polivalente foram criados na década de 1960 através dos acordos MEC-USAID. Nestas escolas, o arquétipo escolar deixava de ser acadêmico-intelectual passando a intencionar uma rápida inserção dos estudantes no mercado de trabalho (WROBEL; KILL, 2021).

4 BLOCH, Comparasion. *Revue de Synthese Historique*, 1928.

destinadas à formação docente para atuação nos Polivalentes, bem como as produções destinadas ao uso escolar nos Ginásios. A escolha dos tópicos pode sugerir um escopo aparentemente limitado de estudo, porém a concentração na abordagem dos números naturais e inteiros mostrou-se válida, uma vez que é inegável a importância dos temas para a matemática escolar.

Duas coleções didáticas constituem o corpus da pesquisa e subsequente análise aqui apresentada. A coleção *Mathématique Moderne* (MM), do professor belga Georges Papy, obra de referência utilizada para a formação matemática dos futuros docentes dos Ginásios e a série de livros didáticos intitulada *Coleção Matemática Orgânica* (CMO), publicada pelos professores capixabas José Merigueti e Nelson Luiz Piôto D'Ávila. Ainda que outros livros didáticos modernistas estivessem disponíveis no mercado brasileiro naquele momento, como a *coleção Matemática - Curso Moderno*, de Osvaldo Sangiorgi, o projeto para os Ginásios Polivalentes no Espírito Santo optou por elaborar a CMO, uma coleção autoral, com uma abordagem mais afeita à formação *ad hoc* prevista, como veremos adiante.

A avaliação de obras dessa natureza é sempre reveladora. Sobre o livro didático, Choppin (2002, p. 22) destaca que constitui fonte privilegiada de pesquisas históricas:

> [...] neles podemos observar a aparição e as transformações de uma noção científica, as inflexões de um método pedagógico ou as representações de um comportamento social. [...] [o livro] impõe uma hierarquia no campo dos conhecimentos, uma língua e um estilo. [...] as escolhas que são operadas por seus idealizadores tanto nos fatos como na sua apresentação (estrutura, paginação, tipografia, etc.) não são neutras, e os silêncios são também bem reveladores: existe dos manuais uma leitura em negativo.

Para Chervel (1990), o livro didático é o que chama prioritariamente a atenção no estudo de uma disciplina escolar, pois é ele que a distingue de todas das modalidades não escolares de aprendizagem, como a família e a sociedade. Em suas palavras,

> a tarefa primeira do historiador das disciplinas escolares é estudar os conteúdos explícitos do ensino disciplinar. Da gramática escolar até a aritmética escolar [...], todas as disciplinas, ou quase todas, apresentam-se sobre esse plano como corpus de conhecimentos, providos de uma lógica interna, articulados em torno de alguns temas específicos. [...] O estudo dos conteúdos beneficia-se de uma documentação abundante à base de cursos manuscritos, manuais e periódicos pedagógicos (p. 203).

Em outra perspectiva, a análise de livros didáticos utilizados nos Ginásios Polivalentes do Espírito Santo apoia-se no que Chartier (2010) chamou de "História Glocal", incorporando, no âmbito da historiografia, o neologismo "gLocal". Para o historiador, trata-se de conciliar uma aproximação entre a micro-história e a história global, operando uma "variação de escala" espaço-temporal:

> A união indissociável do global e do local levou alguns a propor a noção de "glocal", que designa com correção, se não com elegância, os processos pelos quais são apropriadas as referências partilhadas, os modelos impostos, os textos e os bens que circulam mundialmente, para fazer sentido em um tempo e um lugar concretos (CHARTIER, 2010, p. 57).

Para, como escreve Chartier, tornar visíveis os pontos de conexão entre as experiências global e local, consideramos, por um lado, lado, a contribuição de uma produção local para a História da Educação Matemática do Estado do Espírito Santo, e, por outro lado, a relevância do movimento global, a partir da divulgação da matemática moderna pelas produções de Georges Papy.

Examinamos inicialmente a contribuição didática de Papy acerca do ensino de números naturais e inteiros para a formação matemática de professores com viés modernista, verificando a maneira como tais conceitos são abordados e, também, a metodologia e sequência didática propostas. Em seguida, destacamos sua escala local, no contexto capixaba, com a análise dos mesmos temas nos textos da CMO. Procuramos, assim, responder à questão central que move essa pesquisa: Quais são as características, no contexto modernista capixaba dos anos de 1970, das abordagens prescritas para números naturais e inteiros, conforme o projeto de formação docente e o currículo escolar estipulados para os Ginásios Polivalentes? Dito de outro modo, procuramos avaliar, a partir das fontes específicas aqui mobilizadas, os pontos de conexão, ou seja, semelhanças e diferenças que emergiram no processo de mediação efetuado no contexto local.

GEORGES PAPY E O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA NA EUROPA

Em 1959, a Organização Europeia de Cooperação Econômica (OECE) promoveu uma sessão de trabalho na França visando lançar uma reforma tão generalizada e profunda quanto possível do ensino da matemática. Conhecida como Seminário de Royaumont, essa reunião teve o objetivo de desenvolver um programa de ensino em consonância com as novas concepções da matemática acadêmica e foi, segundo Guimarães (2011), o início do movimento da reforma curricular na Europa[5]. O seminário abordou uma variedade de propostas para a modernização do currículo escolar de matemática, o ensino da matemática e a preparação de professores.

A partir das discussões de Royaumont, uma comissão de especialistas reunidos em 1961 em Dubrovnik, antiga Iuguslávia, elaborou o Programa Moderno de Matemática para o Ensino Secundário[6]. Guimarães (2007) destaca que a proposta tinha por objetivo introduzir noções modernas de matemática no currículo escolar, de modo que o aluno já estivesse familiarizado com o raciocínio matemático antes de entrar para a universidade.

De Royaumont emanaram princípios como a orientação axiomática e dedutiva, a valorização da linguagem, simbologia e rigor matemáticos, assim como uma abordagem algébrica para aritmética e para a geometria. Em termos de conteúdo, o estudo da teoria dos conjuntos devia ser disponibilizado tão cedo quanto possível, pois servia para a introdução de noções da lógica elementar que, além de importante para a vida intelectual, era a base para os estudos matemáticos (GUIMARÃES, 2011). Outra marca do movimento versava sobre a necessidade de uma linguagem precisa e forte estímulo ao uso de símbolos (GUIMARÃES, 2007).

Neste contexto de promoção de *um Programa Moderno de Matemática para o Ensino Secundário*, Georges Papy fundou, em 1961, o *Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique*, em Bruxelas. Morais (2020) destaca que o objetivo do Centro era estudar e aperfeiçoar o ensino de matemática, contribuindo para a promoção, o desenvolvimento e a difusão do ensino da matemática moderna. Segundo a autora, Papy foi o responsável pela elaboração dos novos currículos de

5 Autores como Kline (1976) e Schoenfeld (1991) defendem que a Matemática Moderna foi uma resposta americana ao lançamento do Sputnik pelos russos e era sustentada no desejo de reestruturação da educação de modo a melhorar o ensino matemático e científico da população: "os russos lançaram o Sputnik e os americanos responderam com a matemática moderna" (SCHOENFELD, 1991, p. 5).
6 *Programme moderne de mathématiques par l'enseignement secondaire.*

matemática das escolas belgas para o equivalente aos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio e em seguida para anos iniciais do Ensino Fundamental.

O primeiro volume da coleção *Mathématique Moderne* foi publicado em 1963. Georges Papy (1968a) destaca, no prefácio da obra, que o conteúdo do livro era resultado de pesquisas realizadas durante os últimos cinco anos, nas classes do programa experimental oficial do Ministério da Educação e Cultura da Bélgica, tendo sido integralmente ensinado às crianças de 12 e 13 anos.

Ainda no prefácio, o autor sublinha que a escolha dos temas e métodos de ensino estavam em conformidade com o simpósio de Dubrovnik e com as recomendações do simpósio da Unesco realizado em 1962 em Budapeste[7]. Considerando a orientação de que a teoria dos conjuntos deve ser ensinada tão cedo quanto possível, os cinco primeiros capítulos introduzem o leitor ao universo dessa teoria, com uma exposição “ingênua e descritiva, mas apresentada de tal forma que um estudo posterior não precise de um recondicionamento fundamental” (PAPY, 1968a, p. vi).

O autor destaca ainda que a matemática, na concepção moderna, tornou-se relacional, ou seja, “está mais interessada na relação entre objetos do que na sua natureza” (PAPY, 1968a, p.vii). Nesse ponto, em particular, nota-se um alinhamento com a vertente filosófica formalista para a matemática escolar, tratando-a como um jogo de símbolos e regras. Em termos metodológicos, Papy sublinha que os gráficos coloridos fornecem um suporte educacional eficaz para ensinar as noções fundamentais da teoria das relações, a partir de situações familiares às crianças, explorando sua tendência lúdica, conforme sugeriam os autores, na ocasião do Simpósio em Dubrovnik.

Conforme nos alertou Chartier (2010) sobre a apropriação e partilhas de modelos em escala mundial, torna-se mister posicionar ouvidos em direção aos ecos belgas e como eles reverberaram no Brasil, e assim entender a singularidade da intepretação dada pelos professores capixabas ao material.

BACKX E AS IDEIAS DE PAPY NO BRASIL

Em reportagem publicada no *Correio da Manhã*, Mariza Coutinho (1970) relata que, embora alguns professores secundários tivessem estudado em Bruxelas e que livros e revistas especializadas chegassem ao Brasil, um movimento mais organizado foi capitaneado no Rio de Janeiro pelo professor Arago de Carvalho Backx, no antigo Estado da Guanabara. No Jornal do Brasil, Celina Luz (1971, p. 4) complementa:

> Arago Backx começou a trabalhar em 1963 e foi bolsista, durante dois anos, do Instituto de Matemática Pura e Aplicada. Em 1966 foi ao Uruguai, bolsa de 3 meses, da OEA. Lá assistiu a conferências de Georges Papy, conheceu-o e entusiasmou-se pelo aspecto da pedagogia e do ensino de Matemática. E com bolsa da Capes, por sugestão do matemático Leopoldo Nachbin, foi para a Bélgica, em 1967, no Centro Belga de Pedagogia da Matemática.

Após dois anos estagiando na Bélgica, sob a orientação dos professores Georges Papy e sua esposa Fredérique Papy, Backx retorna ao Brasil e contacta Dom Irineu Penna[8] para se colocar a par da experiência de ensino de influência belga realizada no Colégio São Bento no Rio de Janeiro, que

7 O evento teve como objetivo manter a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco) a par de projetos, experimentos e discussões sobre a matemática escolar, que estavam sendo desenvolvidas em vários países (SOARES; PINTO, 2014).
8 Estudos sobre a trajetória de Don Irineu Penna e sua produção no contexto da matemática moderna podem ser encontrados, respectivamente, em Dassie, Costa e Carvalho (2015) e Morais (2020).

tivera início em 1967 (LUZ, 1971, p. 4). Desde sua volta ao então Estado da Guanabara, destaca Coutinho (1970, p. 12), "Arago não tem feito outra coisa senão difundir seus conhecimentos de matemática moderna". Backx, atuou no curso de formação de professores secundários e normalistas, no Colégio André Maurois. Lecionou, também com metodologia belga, para alunos do curso de Admissão do Centro Educacional de Niterói (CEN) e da 1ª série ginasial do Colégio André Maurois.

Backx divulgava as potencialidades terapêuticas da matemática moderna do seguinte modo: "um aluno bloqueado para a matemática tradicional pode ser curado pela matemática moderna" (COUTINHO, 1970, p. 12). Na mesma linha, afirmava que "as noções básicas de Matemática Moderna - os conjuntos, as relações, os grupos - podem ser assimilados facilmente por alunos de qualquer nível" (Ibid). Tais concepções faziam parte do ideário pedagógico modernista belga: o próprio Papy acreditava que "aos 12 anos ainda é muito tarde para se introduzir programas modernos no ensino de matemática. Convém fazer isso aos 6 anos, no primeiro ano primário" (LUZ, 1971, p. 4).

A matemática moderna, para Backx, assumia posição de dualidade entre o abstrato e o concreto. Coutinho (1970, p.13) relata que, em sua concepção,

> o argumento definitivo para se adotar a Matemática Moderna é o resultado da experiência de Papy na Bélgica. Depois que a Matemática Moderna foi introduzida, nenhum aluno ficou reprovado só em Matemática, como acontecia lá e aqui também, onde a Matemática é o terror dos alunos.

Ainda em 1970, além de estar à frente de práticas escolares e de cursos de formação de professores no Rio de Janeiro e em outras cidades, Backx foi convidado para organizar o programa de matemática dos Ginásios Polivalentes e os programas de formação de seus professores no método Papy (CINCO..., 1971). Com isso, segundo Coutinho (1970, p. 12 - grifos da autora), o professor

> amplia a experiência de André Maurois e do CEN por 320 ginásios que serão instalados em Minas Gerais, Espírito Santo, Bahia e Rio Grande do Sul. Só que desta vez, ao contrário de outras **reformas** de ensino, as etapas também serão planejadas; os professores desses ginásios, escolhidos por curso, passarão antes por cursos de "reciclagem" em todas as matérias, inclusive Matemática.

Tais cursos, assim como os Ginásios Polivalentes, foram implementados no âmbito do *Programa de Melhoria do Ensino Médio* (PREMEM[9]), em 1970 e, segundo Marins e Dassie (2021, p. 15), tinham como objetivo "reformular o ensino de Matemática do nível de 1º e 2º graus, dando os subsídios necessários à formação dos professores nos estados de Bahia, Minas Gerais, Espírito Santo e Guanabara, com relação ao Movimento da Matemática Moderna" (MMM). Além disso,

> O programa possuía uma equipe formada por avaliadores, planejadores e professores. Os professores participantes, além de ajuda financeira em forma de bolsa de estudos, também receberam os volumes 1 e 2 do *Mathemátique Moderne* de Georges Papy, pois o programa importou muitos desses livros (MARINS; DASSIE, 2021, p. 15).

---

9 Regulado pelo Decreto no. 63.194, de 27 de dezembro de 1968, o Programa de Expansão do Ensino Médio (PREMEM) foi instituído com o objetivo de incentivar o desenvolvimento quantitativo, a transformação estrutural e o aperfeiçoamento do ensino médio. Para adequação à nova estrutura do ensino brasileiro, ele foi absorvido pelo Programa Brasileiro de Melhoria do Ensino (PREMEN) conforme Decreto no. 70.067 de janeiro de 1972 (PINHEIRO, 1993).

Os primeiros registros conhecidos sobre o MMM no Espírito Santo remetem, de acordo com Kill (2004), a um seminário coordenado por Osvaldo Sangiorgi na antiga Faculdade de Filosofia Ciências e Letras (Fafi), onde funcionava o curso de matemática, no ano de 1966. Posteriormente, uma delegação de professores do Espírito Santo participou de palestra ministrada por Georges Papy no dia 16 de junho de 1971, no Centro Educacional de Niterói, Rio de Janeiro[10] (PAPY..., 1971). No entanto, Kill (2004) ressalta que as maiores divulgações do movimento modernista no estado se intensificaram com a implantação do PREMEN e, *a posteriori*, com a elaboração da 1ª Proposta Curricular de 1º a 8º ano para o Espírito Santo, no ano de 1974.

Para lecionar matemática nos Ginásios Polivalentes, Kill (2004) destaca que era necessário que o professor fizesse um curso de 1600 horas, direcionado à nova didática e aos novos objetivos. Equivalente a um curso superior, chamava-se “licenciatura de curta duração”. Professores licenciados que se interessassem pelo projeto poderiam fazer um curso de reciclagem de 300h. Tal formação foi ofertada também pela Fafi, na Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), por meio do PREMEN.

O curso era coordenado pelo professor Nelson Luiz Piôto D’Ávila e apresentava programas modernistas instituídos pelo próprio projeto, que tinha a coleção *Mathèmatique Moderne* de Papy, como principal referência em matemática, conforme Kill (2004). José Merigueti era professor do Programa e lecionava as disciplinas de matemática e prática de ensino.

Os livros belgas serviam como texto básico para o curso de formação de professores de matemática do PREMEN. Kill (2004) resgata a expressão de preocupação do professor D’Ávila com manuais escolares. Era aceitável que os professores estudassem em livros franceses, mas como levá-los para as salas de aula? Por outro lado, a adoção de livros tradicionais estaria em desalinho com a formação. Era necessário, então, a produção de um livro didático brasileiro nos moldes da MM.

De fato, não havia uma tradução para o português dos livros de Papy. Da Costa (2014) destaca que a Editora Ao Livro Técnico encomendou a Dom Irineu Penna, em 1969, uma tradução da coleção *Mathématique Moderne*. Esse trabalho foi feito e sua versão manuscrita e a cores encontra-se no acervo do Mosteiro de São Bento, no Rio de Janeiro, mas não chegou a ser publicada.

A COLEÇÃO MATEMÁTICA ORGÂNICA

Os professores José Merigueti e Nelson Luiz Piôto D’Ávila escreveram a *Coleção Matemática Orgânica* (CMO) com o objetivo de suprir a necessidade de um texto em português para ser utilizado pelos alunos do Ginásios Polivalentes no Espírito Santo. A série de livros tinha a previsão inicial de quatro volumes, dos quais apenas três foram publicados: 5ª série, publicado em 1974, 6ª série, de 1975 e 7ª série, de 1976. O projeto foi interrompido e o livro para a 8ª série não chegou a sair do prelo pois professores e alunos tinham dificuldades com o material, segundo declaração de um dos autores anos mais tarde (KILL, 2004). Os livros seriam destinados às séries finais do que hoje denomina-se Ensino Fundamental e concebidos para alunos com idade média regular à época entre 11 e 14 anos.

Os autores do CMO iniciam a escrita da obra com a epígrafe: “Árduos e difíceis são os caminhos que levam à ciência Matemática, que podem ser amenizados com uma metodologia adequada tornando-os até atraente” (MERIGUETI; D’ÁVILA, 1974, p.10). Em consonância com as ideias de Papy e do próprio Backx, defensores de que a matemática moderna era o remédio para um aluno tradicionalmente bloqueado, os autores destacavam que o ensino moderno seria eficiente, ou que uma

10 Papy veio ao Brasil a convite da SADEM (Serviço de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Médio) e do Centro de Treinamento de Professores de Matemática da Faculdade de Filosofia Santa Úrsula, para divulgar a matemática moderna e o seu minicomputador (LUZ, 1971).

metodologia adequada aguçaria a motivação, resultando em um consequente sucesso na aprendizagem. Tais motes de propaganda, que pugnavam pela exaltação do novo, em detrimento do obsolescente, também foram destacados por Búrigo (1989, p. 76): "é possível dizer que moderno significava eficaz, de boa qualidade, opondo-se o tradicional em vários momentos". Para Papy, era preferível "a matemática moderna com maus mestres à tradicional com bons" (PAPY..., 1971, p. 15).

Na apresentação, Merigueti e D'ávila (1974, p. 11) destacam que a coleção foi escrita "pensando na escola, no professor e no particular do aluno. [...] os assuntos de difícil abordagem foram preparados de modo a oferecer ao professor subsídios para a motivação". Ao considerar que um livro com tal abordagem seria adequado para a cultura escolar, os autores prescrevem uma matemática de feições diferentes daquela que constava nos manuais didáticos tradicionais, publicados no Brasil até então. Essa foi, aliás, uma das convicções do MMM: a escola precisa ensinar uma matemática mais próxima daquela que se cultiva na academia, uma vez que lá habitava a verdadeira matemática. Reflexão pontual sobre a adoção de um currículo cientificista na escola foi compartilhada por Chervel (1990, p. 180), declarando que "na opinião comum, a escola ensina as ciências, as quais fizeram sua comprovação em outro local. [...] e quando ela se envolve com a matemática moderna é, pensa-se, porque acaba de ocorrer uma revolução na ciência matemática".

No cerne do modernismo, estava a concepção de que só existe uma matemática, aquela desenvolvida na academia, como expõe Backx:

> Não existem duas Matemáticas. O que se chama vulgarmente de Matemática Moderna nada mais é do que a Matemática onde se tomou uma sequência lógica diferente, introduziram-se certos assuntos ao nível secundário de grande importância dentro da Matemática e fora da Matemática; e também recursos pedagógicos para a introdução de novos assuntos. (LUZ, 1971, p. 4).

Mas a disciplina escolar, defende Chervel (1990), não é uma vulgarização do ensino acadêmico nem se limita a transmitir saberes ou condutas geradas no exterior da escola, usando para isso um "lubrificante" a que chamam de pedagogia. Há uma cultura especificamente escolar em sua origem, em sua gênese e em sua configuração, com "criações espontâneas e originais do sistema escolar" (p. 184).

No prefácio do volume 1, os professores Merigueti e D'Ávila (1974, p. 11) fazem uma ressalva, pois não queriam "iludir os alunos" e, apesar de indicarem explorar aspectos intuitivos, reconheciam que os caminhos da matemática são árduos e requerem esforço pessoal. Externalizaram, contudo, que as possibilidades de aprendizagem se tornam possíveis mediante a conjunção da tríade "metodologia aplicada, motivação estimulada e, principalmente, trabalho do professor" (Ibid). A importância do método, enquanto atribuição da pedagogia, no que diz respeito a uma assimilação rápida e melhor de uma parte considerável de conteúdos científicos inerentes à disciplina são indicativos das concepções dos autores sobre escola, conteúdos e ensino.

A apresentação do livro revela também, alinhando-se aos princípios modernistas e à obra de Papy, a concepção de que a matemática deveria ter como pilares de sustentação a teoria dos conjuntos, além de assumir características de continuidade, o que se expressava no próprio encadeamento dos capítulos da obra.

VIDYA

VIDYA, v. 44, n. 1, p. 247-266,
jan./jun. - Santa Maria, 2024.

O ESTUDO DOS NÚMEROS NA COLEÇÃO MATEMÁTICA ORGÂNICA E NA *MATHÉMATIQUE MODERNE*

A breve contextualização do projeto Movimento da Matemática Moderna e de sua recepção brasileira ajuda a situar a questão que nos move: realizar, a partir das coleções capixaba e belga, o exame das aproximações e distanciamentos entre a abordagem modernista na apresentação dos conteúdos de números naturais e inteiros, conforme as obras didáticas[11].

As duas coleções iniciam com a apresentação da teoria dos conjuntos, que, segundo as premissas do MMM, era o alicerce para os estudos matemáticos. A apresentação da teoria dos conjuntos é bastante similar nas duas obras e assume posição metodológica estratégica, quando da abordagem dos números naturais. Na coleção capixaba, agrupamento de carros, coleção de lápis de cor, estações do ano, os anos em que o Brasil foi campeão mundial eram exemplos para conjuntos. Na coleção belga, por sua vez, enxame de abelhas, classe de alunos e uma tropa de soldados eram indicações que serviam ao mesmo propósito, conforme Figura 1.

Figura 1 - Apresentação de conjuntos no CMO à esquerda e na MM à direita.

Sobre a mesa o que vemos?
Na rua o que você vê?
Dentro da caixa de lápis de cor o que se pode encontrar?

Você pode ter respondido que sobre a mesa se encontra uma **porção** de objetos escolares, que na rua vemos um **agrupamento** de carros, uma **fileira** de postes, etc..., e que dentro da caixa de lápis de cor você vê uma **coleção** de lápis de cor.

Veja que, aqui, **porção, agrupamento, fileira, coleção,** são palavras sinônimas. Que outros sinônimos poderíamos encontrar para as palavras acima? Alguém falou em conjunto? Usaremos sempre a palavra **conjunto** para uniformizarmos nosso modo de falar.

Parece que a idéia de conjunto é bem conhecida de todos.

Quem seria capaz de lembrar-se de cinco exemplos de conjuntos?

Exemplos

2.1) O conjunto das estações do ano será escrito:
{primavera, verão, outono, inverno}

2.2) O conjunto dos anos em que o Brasil foi campeão mundial será escrito:
{1958, 1962, 1970}

2.3) O conjunto dos números pares compreendidos entre 10 e 20 será escrito:
{12, 14, 16, 18}

Quando escrevemos um conjunto enumerando os seus elementos, como nos exemplos acima, dizemos que o conjunto está definido em extensão.

E1 Un ensemble deux-pièces formé de cette jupe et de cette blouse.
E2 Cet essaim d'abeilles.
E3 Cette troupe de soldats.
E4 Cette classe d'élèves.
E5 Cette paire de chaussures.
E6 Ce troupeau de moutons.
E7 Cette escadrille d'avions.
E8 L'ensemble des classes (locaux) de notre école.
E9 L'ensemble des tables du petit réfectoire.
E10 L'ensemble des pieds des tables du petit réfectoire.
E11 L'ensemble des chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
E12 L'ensemble des théorèmes de tel cours de géométrie.
E13 Cette botte de carottes (ensemble de carottes).
E14 Cet ensemble de bottes de carottes.
E15 Ce bouquet de fleurs (ensemble de fleurs).
E16 L'ensemble des atomes de cette molécule d'acide sulfurique
E17 L'ensemble des wagons de ce train.
E18 L'ensemble des tables et des pieds des tables du petit réfectoire.
E19 L'ensemble des prénoms des élèves de notre classe.
E20 L'ensemble des élèves de notre classe.

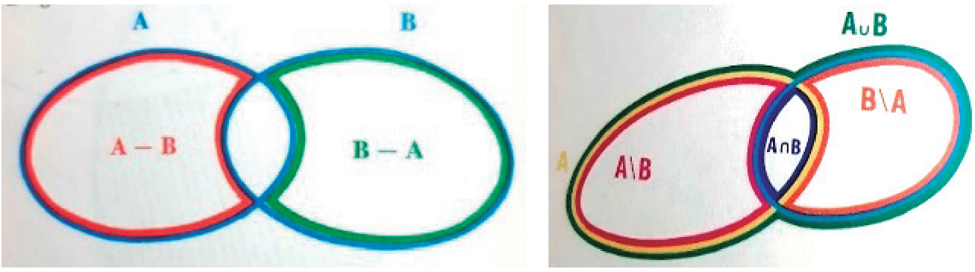
Fonte: Merigueti; D'ávila (1974, p. 18-19); Papy (1968a, p. 1).

À título de convergência, percebe-se uma aproximação metodológica de importância no âmbito das produções didáticas. A valorização das operações com conjuntos e o uso da simbologia adequada, no contexto de diagramas e cores (Figura 2), ilustram a forma como ocorreu a apropriação das proposições da escola modernista belga pelos autores do CMO. Nas palavras de Papy (1968a), a mobilização de tais representações configurava a premissa de um bom método de ensino.

11 Uma análise da apresentação do conjunto dos números racionais na CMO pode ser encontrada em Wrobel e Kill, 2021.

VIDYA, v. 44, n. 1, p. 247-266,
jan./jun. - Santa Maria, 2024.

Figura 2 - Representação de conjuntos no CMO à esquerda e na MM à direita.



Fonte: Merigueti; D'ávila (1974, p. 26); Papy (1968a, p. 240).

Assim como na MM, o CMO apresenta a teoria dos conjuntos em seus primeiros capítulos. As duas coleções trazem a ideia de conjunto enquanto uma coleção com representação adequada e suas operações. A introdução dos números naturais é associada, nas duas obras, à cardinalidade de conjuntos, com distinção simbólica (Card e #), conforme indica a Figura 3.

Figura 3 - Números Naturais na CMO e na MM.

card {0,1,2} = 3
card {0,1,2,3,} = 4
card {0,1,2, ..., 9} = 10
card {0,1,2, ..., 11.394} = 11.395

O conjunto formado pelos cardinais dos conjuntos acima é chamado: **o conjunto dos números naturais e anotado por ℕ**

ℕ = {0,1,2,3, ..., 11.394, ...} que você já conhecia

On continue la litanie :

3 = # { 0, 1, 2 }
4 = # { 0, 1, 2, 3 }
5 = # { 0, 1, 2, 3, 4 }
...
27 = # { 0, 1, 2, 3, ..., 26 }
...
1.000.000.000 = # { 0, 1, 2, 3, ..., 999.999.999 }
...

Tu admettras volontiers que les nombres 0, 1, 2, 3, ... ainsi définis sont distincts deux à deux.

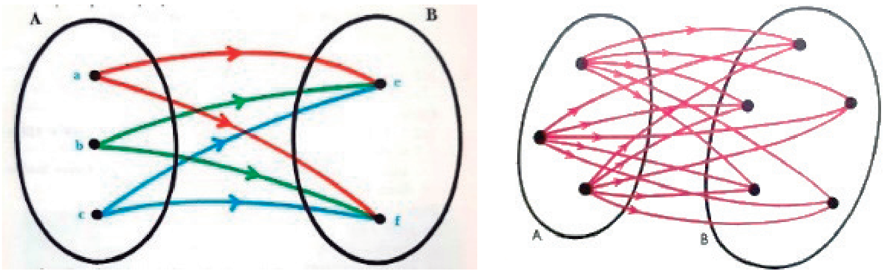
Ces nombres sont appelés **naturels**.

Fonte: Merigueti; D'ávila (1974, p. 141); Papy (1968a, p. 240).

Na apresentação das operações com números naturais, as duas coleções também trazem propostas semelhantes. Os autores capixabas consideram os conjuntos A={a,b,c} e B = {e,f} e fazem uma representação em diagrama destes conjuntos e de seu produto cartesiano. Papy considera o produto cartesiano entre um conjunto A com 3 elementos e um conjunto B com 5 elementos, indicando da mesma forma a representação adequada (Figura 4).

VIDYA, v. 44, n. 1, p. 247-266,
jan./jun. - Santa Maria, 2024.

Figura 4 - Diagrama ilustrativo da multiplicação em N no CMO (à esquerda) e na MM (à direita).



Fonte: Merigueti; D'ávila (1974, p. 146); Papy (1968a, p. 271).

Nas duas obras os autores solicitavam a determinação do número de flechas. Na MM, a definição da Cardinalidade do produto cartesiano de A com B era apresentada na sequência: "o produto das cardinalidades dos dois conjuntos A e B é a cardinalidade de AxB, #A·#B = #(AxB)" (PAPY, 1968a, p. 271).

Merigueti e D'Ávila (1974), por sua vez, vão além, propondo perguntas e respostas (Figura 5) para ajudar o aluno a entender o que foi apresentado.

Figura 5 - Cardinalidade do Produto Cartesiano de dois conjuntos.

Você quer escrever o produto cartesiano A x B?

Uma sugestão:

$\{\{(1,1), (1,2), (1,3), \ldots, (1,n)\}, \{(2,1), (2,2), (2,3), \ldots, (2,n)\}$

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \{(m,1), (m,2), (m,3), \ldots, (m,n)\}\}$

é uma partição de A x B.

Qual o cardinal de cada uma das classes da partição?

Existem **n** pares em cada classe, logo, o cardinal de cada uma é **n.**

Qual o cardinal de A x B?

$\underbrace{n + n + \ldots\ldots + n}_{m \text{ termos}}$

O que você concluiu a respeito de m. n?

$m.\,n = \underbrace{n + n + n + \ldots\ldots + n}_{m \text{ termos}}$

Fonte: Merigueti; D'ávila (1974, p. 147).

Os autores da CMO propõem ainda, por meio de perguntas e respostas, outra partição, com *m* pares em cada classe. Então independente da partição que se tome, o produto da cardinalidade é a cardinalidade do produto cartesiano.

Destacamos que os extratos apresentados em ambas as coleções mostram a forte presença da teoria dos conjuntos e de sua linguagem simbólica, bem como do formalismo de definições.

Se para os números naturais os dois livros trazem abordagens muito semelhantes, para o conjunto dos números inteiros não é bem assim. Merigueti e D'Ávila (1974) definem o conjunto de números inteiros pela via algébrica, a partir de uma relação Z de NxN, definida na Figura 6:

Figura 6 - Definição da relação Z no CMO.

Seja a seguinte relação em $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$:

se $b \leq a$ e $d \leq c$, então dizemos que (a,b) está relacionado com (c,d) se e somente se $a - b = c - d$.

Se $a \leq b$ e $c \leq d$, então (a,b) relacionado com (c,d) se e somente se $b - a = d - c$.

Vamos designar esta relação por Z

Fonte: Merigueti; D'ávila (1974, p. 164).

Na sequência, mostram que a relação Z é reflexiva, simétrica e transitiva, logo Z é uma relação de equivalência no conjunto NxN. Mais que isso, Z estabelece uma partição em NxN.

Merigueti e D'Ávila (1974, p.167 - grifos dos autores) definem os números inteiros como classes de equivalência:

> Se m N, m determina o par (m, 0) e, portanto, a classe [m, 0] = {(a, b) ∈ NxN | (a, b) Z (m, 0)}. Esse conjunto é designado por +m. **+m é chamado um número inteiro positivo**. [...]
> Se m N, m determina o par (0, m) e, portanto, a classe [0, m] = {(a, b) ∈ NxN | (a, b) Z (0, m)}. Esse conjunto é designado por -m. **-m é chamado um número inteiro negativo.** [...]
> O conjunto Z= {..., -5, -4,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...} é chamado **o conjunto dos números inteiros.**

De posse das classes de equivalência, a operação de adição definida para os naturais é estendida para as classes dos números inteiros, como vemos na Figura 7:

Figura 7 - Adição de inteiros na CMO.

Definição: $a, b, c, d \in \mathbb{N}$.
$(a,b)\ \mathbb{Z}\ (c,d) \Rightarrow a + d = b + c$.

3.2 — Se $a, b, c, d \in \mathbb{N}$, então (a,b), $(c,d) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

Agora, $(a + c, b + d) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Por quê?

Porque $a + c \in \mathbb{N}$ e $b + d \in \mathbb{N}$.

O par $(a + c, b + d)$ é chamado a soma dos pares (a,b) e (c,d).

$$(a,b) + (c,d) = (a + c, b + d)$$

3.3 — Adição de classes.

$[a,b] = \{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid (x,y)\ \mathbb{Z}\ (a,b)\}$

$[c,d] = \{(u,v) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid (u,v)\ \mathbb{Z}\ (c,d)\}$

$$\left.\begin{array}{l}(x,y)\ \mathbb{Z}\ (a,b) \Rightarrow x + b = y + a \\ (u,v)\ \mathbb{Z}\ (c,d) \Rightarrow u + d = v + c\end{array}\right\} \Rightarrow (x+b) + (u+d) = (y+a) +$$

$$+ (v+c) \Rightarrow (x+u) + (b+d) = (y+v) + (a+c)$$

$$(x+u, y+v)\ \mathbb{Z}\ (a+c, b+d) \Rightarrow (x+u, y+v) \in [a+c, b+d].$$

Assim podemos definir a "soma" de classes de $\mathbb{Z}$

$$(a,b) + (c,d) = (a + c, b + d)$$

Agora podemos definir a adição no conjunto

Sejam z_1, z_2 dois números inteiros.

Existem $a,b,c,d \in \mathbb{N}$ tais que $z_1 = [a,b]$ e $z_2 = [c,d]$.

Definição: $z_1 + z_2 = [a,b] + [c,d] = (a+c, b+d)$.

Fonte: Merigueti; D'ávila (1974, p. 171-172).

VIDYA, v. 44, n. 1, p. 247-266,
jan./jun. - Santa Maria, 2024.

Os autores seguem um caminho puramente algébrico e, com a definição da adição em Z e a demonstração de suas propriedades, concluem que Z é um grupo comutativo. Explicitando a definição de subtração, as equações, multiplicação em Z e demonstração de suas propriedades, concluem que Z é um anel comutativo (Figura 8).

Figura 8 - Z, +, · é um anel comutativo.

1 — Z, + é um grupo comutativo;
2 — a multiplicação é uma função: $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$
3 — $\forall\ x,y,z \in \mathbb{Z}\ \ x.(y.z) = (xy)\ .z$;
4 — $\forall\ x,y,z \in \mathbb{Z}\ \ x\,(y+z) = xy + xz$;
5 — $\forall\ x,y \in \mathbb{Z}\ \ xy = yz$.

Reunimos estas cinco propriedades dizendo simplesmente:

Z, + , . é um anel comutativo.

Fonte: Merigueti; D'ávila (1974, p. 183).

Merigueti e D'ávila trazem todo o rigor matemático, a valorização dos símbolos e a abordagem algébrica para a aritmética, princípios do MMM definidos desde Royaumont.

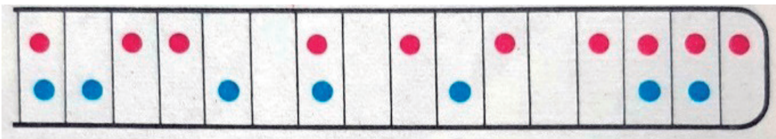
Por sua vez, Papy (1968a) utiliza o sistema binário de numeração para compor um contexto de surgimento dos números inteiros. A sua proposta "permite representar o número de pontos de um diagrama por um par de signos" (PAPY, 1968a, p. 297). Destacamos que a estratégia do autor belga para abordar números negativos não guarda paralelo com a CMO e segue uma lógica de apresentação que é consistente com usos de aparatos didáticos desenvolvidos no *Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique*, especificamente o minicomputador[12]. Uma batalha de exércitos, identificados por cores distintas, era o caminho metodológico para a abordagem da soma de números negativos, de acordo com a prescrição modernista do matemático belga.

O autor utilizou uma espécie de ábaco para indicar duas quantidades, representadas por pontos e, também, pela ausência deles. A lógica de disposição dos pontos e dos vazios das *casas* guarda similaridade com o sistema binário de numeração, como se pode observar na Figura 9. Os pontos são a representação para o algarismo 1 e a ausência deles o correspondente ao 0. A representação das quantidades envolvidas na operação aritmética seriam agora soldados de batalhões inimigos que deveriam lutar de acordo com a seguinte máxima: "um exército de peões vermelhos e um de peões azuis vão se envolver em uma luta impiedosa até o extermínio completo de um deles. [...] Para isso, os combatentes são alinhados no campo de batalha, jamais utilizando mais de uma peça de cada cor em cada casa" (PAPY, 1968a, p. 316). A referida proibição vale apenas para o emparelhamento inicial dos exércitos

12 O Minicomputador é um dispositivo criado por Papy que combina harmoniosamente os sistemas de numeração binário e decimal e funciona como uma máquina para se aprender a calcular, um "computador sem eletrônica [...] uma *ferramenta pedagógica*, uma *linguagem não verbal* utilizada na aprendizagem do cálculo" (DASSIE; COSTA, 2016, p. 852 - grifos dos autores).

VIDYA, v. 44, n. 1, p. 247-266,
jan./jun. - Santa Maria, 2024.

Figura 9 - Campo de batalhas dos números binários.



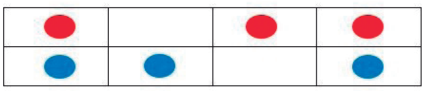
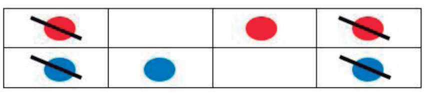
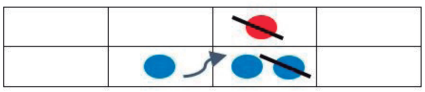
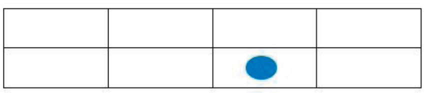
Fonte: Papy (1968a, p. 316).

A ideia é que, começando da esquerda para a direita, peões de cores diferentes alinhados "se matam imediata e mutuamente" (PAPY, 1968a, p. 316). Além disso, um peão de uma determinada cor pode ser substituído por dois dessa mesma cor na casa vizinha imediatamente à direita. Assim, o autor apresenta uma série de imagens do *desenrolar da hostilidade*. Cabe ressaltar a inadequação do cenário estabelecido pelo autor em uma obra que se propõe a ter fins educacionais. Conforme Portanova (2006), desde o final da Segunda Guerra Mundial, estudos sobre a paz começaram a se tornar objeto de atenção em centros acadêmicos de pesquisa. Atualmente a associação entre educação matemática e a educação para a paz têm ocupado pesquisadores em diferentes partes do mundo.

Ainda em numeração binária, Papy conclui que a batalha descrita é uma "adição de números de sinais opostos" (PAPY, 1968a, p. 318). As fichas azuis no início da batalha representavam o número[13] 1100.1010.0100.0110. O autor convenciona que o número azul representa uma quantidade negativa. Por outro lado, o número que representa o exército vermelho é denominado positivo. Desse modo, a batalha simboliza a operação (+1011.0010.1010.1111) + (-1100.1010.0100.0110), ou, simplificadamente, 1011.0010.1010.1111-1100.1010.0100.0110. Com isso, tenta fazer com que os números negativos sejam apresentados em um contexto com enredo e dinâmicas próprias.

À título exemplificativo, segue uma proposta de ilustração na perspectiva do autor belga, para a operação *onze menos treze* que daria ensejo à quantidade negativa, ou seja -2. Sabe-se que 11 (onze) quando representado no sistema binário tem a escrita 1011. O subtraendo, ou seja, 13 (treze) equivale a 1101. Isto posto, vamos alinhar os exércitos e dinamizar o confronto, conforme a proposta modernista belga (Figura 10):

Figura 10 - A batalha de exércitos no MM.

	Situação 1: Representação inicial dos números 11 (onze - em vermelho) e 13 (treze - em azul) no sistema binário de numeração, respectivamente 1011 e 1101.
	Situação 2: Os peões de cores diferentes nas casas 1 e 4, da esquerda para a direita, se cancelam. Resta então um peão vermelho na casa 3 e um azul na casa 2.
	Situação 3: O peão azul da casa 3 é substituído por dois peões azuis na casa vizinha imediatamente à direita, a casa 2. Na sequência, os peões de cores diferentes nessa casa se cancelam.
	Situação 4: O resultado da operação é um peão azul na casa 2. Trata-se do número binário 0010 que, na representação decimal equivale ao número 2. No entanto, como o autor convencionou que o exército azul representava as quantidades negativas, a operação militar e aritmética resulta em -2.

Fonte: elaborado pelos autores.

13 A inclusão de um ponto após quatro algarismos é uma opção do próprio autor belga.

Retomando a representação desses números como “naturais com sinais”, o autor então conclui que Z = {0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, ...} é o conjunto dos inteiros racionais. Desse modo, diferente da CMO, há uma tentativa de trazer significado à existência dos números inteiros negativos. Essa tentativa de ilustrar os processos no ábaco binário são retomadas ao longo da construção algébrica, conforme será ilustrado.

A mudança de sinal de um número é definida, na sequência da obra, como uma permutação de Z. Essa permutação respeita a adição e propriedades da adição permitem concluir que Z, + é um grupo comutativo. A verificação dessas propriedades é feita também com base no campo de batalhas de peões rosas e azuis.

O autor belga define então a subtração, as equações, a multiplicação e prova suas propriedades para concluir que Z, +, · é um anel comutativo. Apesar de concluir o tema com as estruturas algébricas, assim como o CMO, o caminho percorrido é um pouco diferente. Não vamos nos aprofundar em todas as operações, por uma limitação de espaço, mas o que foi apresentado é mais do que suficiente para concluir que os percursos escolhidos para os números inteiros são totalmente desconectados. Na CMO, uma via puramente algébrica, valorizando os princípios da MMM: linguagem precisa, simbologia e rigor matemáticos, assim como uma abordagem algébrica para Aritmética. Na MM, uma abordagem menos algebrizada, pela via da numeração binária e da batalha entre exércitos, ainda que considerando as estruturas algébricas dos inteiros.

APROXIMAÇÕES E DISTANCIAMENTOS

Na perspectiva do que Chartier (2010) chamou de “História Glocal”, avaliamos aqui os pontos de conexão - as semelhanças e as diferenças - que emergiram na apropriação capixaba da *Coleção Matemática Orgânica* da obra belga *Mathematique Moderne*. Especificamente, nos concentramos na prescrição didática dada para os números naturais e inteiros no contexto do Movimento da Matemática Moderna.

Há claramente nas duas coleções uma convergência com os ideais modernistas em considerar a teoria dos conjuntos como alicerce matemático, apresentada no início das duas coleções, bem como de sua linguagem simbólica, o formalismo das definições, sua simbologia e os diagramas em cores. Tais diagramas em cores eram, para Papy, a premissa de um bom método de ensino e os autores capixabas optaram por utilizá-los.

A proposta de definir números naturais com suporte na ideia de cardinalidade implica também em um alinhamento epistemológico e metodológico da experiência capixaba em relação à proposta belga, ou seja, nos dois casos trata-se de uma edificação estrutural a partir da teoria dos conjuntos.

As duas obras analisadas consideram um número natural como a cardinalidade de um determinado conjunto finito, formado por algarismos indo-arábicos, separados por vírgulas e representados entre chaves. O conjunto das cardinalidades de *todos* os conjuntos, formados por *todos* os algarismos, definia o conjunto dos naturais. Acrescenta-se que não há, nas fontes de pesquisa, nenhuma justificativa para a adoção dos algarismos e nem constam maiores discussões sobre a diferença entre número e algarismo.

A ideia de cardinalidade era indicada por um símbolo correspondente # ou *card*, conforme a obra, bem no espírito do “paraíso dos símbolos”, conforme descreveu Silva (1997). Mas o que viria a ser cardinalidade? Era a *quantidade* de elementos de um determinado conjunto. Percebe-se, portanto, que o movimento modernista manteve uma tradição intrínseca ao contexto dos livros didáticos brasileiros de décadas anteriores, que conceituavam número natural como a expressão de quantidade, ou seja, "os números que contamos nos dedos [...]. números naturais que brotam no seu cérebro, à medida que você conta (BENTLEY, 2009, p. 47). Enfatiza-se que, nas coleções analisadas, os algarismos utilizados como elementos dos conjuntos, para uma abordagem dos números naturais, brotam, do mesmo modo, sem maiores explicações.

A adoção da corrente filosófica formalista, que valorizava mais a relação dos objetos do que propriamente a sua ontologia, justifica a opção por definir número natural como a expressão de determinadas quantidades (algarismos), mas no contexto de um outro objeto matemático (conjuntos), cujos elementos são associados às cardinalidades. Resolvia-se, portanto, ou pelo menos assim se entendia, questões filosóficas clássicas que se lançavam para associação entre *número* e *quantidade*. Sendo possível associar um algarismo distinto, para uma quantidade distinta de elementos de um determinado conjunto, estaria bem estabelecida uma definição para os números naturais.

Na apresentação das operações com números naturais, as duas coleções também trazem propostas semelhantes. Mas, diferentemente do que propõe a MM, a CMO, na tentativa de trazer, ainda que de forma tímida, a intuição proposta no prefácio, propõe perguntas e respostas para ajudar o aluno a entender o que foi apresentado. Em que pese essa leve diferença, as obras belga e capixaba possuem raros distanciamentos.

Para a abordagem dos números inteiros, as coleções analisadas guardam similaridade em apresentar o conjunto Z, dotado das operações de soma e multiplicação, como um *anel comutativo*. Contudo, as exposições trilham caminhos completamente distintos. O CMO adota uma caracterização dos inteiros como classes de equivalência, enquanto o MM dá ensejo à aparição das quantidades negativas pela via da *batalha dos binários*. É no mínimo curioso que Merigueti e D'ávila (1974, p. 11) destaquem o trabalho do professor como um dos tripés da aprendizagem, "talvez o mais importante", ao mesmo tempo em que trilham caminhos tão distintos na apresentação das operações com números inteiros para os alunos daquela utilizada na formação docente.

Nas duas coleções, há uma tentativa de contextualização matemática ao trazer como exemplo de conjuntos uma coleção de lápis de cor, os anos em que o Brasil foi campeão mundial, um enxame de abelhas, uma classe de alunos e uma tropa de soldados. Nos números naturais, não há avanços nessa direção em nenhuma das duas coleções. Mas a proposta do autor belga mobilizou uma espécie de jogo para o surgimento dos números negativos. O que poderia ser considerado, em algum sentido, uma contextualização, é uma batalha entre exércitos rivais. No contexto pós segunda guerra, de desenvolvimento de pesquisas sobre a paz, a matança de tropas não nos parece adequada.

Para além dessa "motivação didática", são raras as relações entre o conteúdo exposto e alguma contextualização, no sentido de valorizar "os conhecimentos e experiências que os estudantes adquiriram fora da escola, além de trazer, para a sala de aula, problemas cotidianos [...]" (SILVA; GARNICA, 2014, p.118).

A menos da utilização de estruturas algébricas para caracterização do conjunto dos números inteiros como um anel comutativo, estratégia dos autores capixabas para abordar números negativos não guarda paralelo com a MM. Além de não utilizar o sistema de numeração binário, a CMO não retoma, nos números inteiros, nenhum exemplo que possa dar ao leitor qualquer intuição sobre o tema. Embora tivessem indicado no prefácio à obra explorar aspectos intuitivos, na prática isso se deu de forma muito tímida nos exemplos iniciais para conjuntos e números naturais. Na obra capixaba, o surgimento das quantidades negativas a partir de uma lista de propriedades e relações algébricas enclausura a matemática escolar nas páginas do livro que lhe servem de suporte.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados aqui apresentados e discutidos permitiram identificar que, nas fontes consultadas, a influência estrangeira na cultura escolar capixaba não implica em mera tradução das orientações curriculares e livros destinados ao ensino. Há sim pontos de conexão, mas também de severo distanciamento. Desse modo, há de se concluir que o Coleção Matemática Orgânica não é uma simples versão, em língua portuguesa, dos livros escritos por Georges Papy. Embora as diretrizes do MMM fossem bem definidas, as ações de cunho modernista desenvolvidas pelo PREMEN no Espírito Santo, de assumida inspiração belga, concederam singularidade ao movimento, como foi possível constatar a partir desse estudo.

À despeito dos potenciais idealistas divulgados por Papy e Backx, o 4º volume da CMO não chegou a ser publicado. A hipótese assumida pelos autores era de que os professores abandonaram os livros por sua complexidade e inadequação (KILL, 2004). Ou seja, apesar do investimento em formação de professores e na produção de uma coleção autoral capixaba, na pratica o projeto de inserção da CMO nos Ginásios Polivalentes teve vida curta.

Ao lançar luz sobre o objetivo da pesquisa, outra questão se coloca em evidência: Quais relações são possíveis de serem tecidas, entre o objeto de estudo e contextos mais amplos, quando a abordagem disponibilizada serve apenas à construção de uma teoria consistente e formal? Objetivos determinam as abordagens e quando horizontes são orientados e limitados por concepções distantes da cultura escolar, dos seus sujeitos e de seus propósitos, as chances de se instituir um cenário próximo ao de uma "escola de matar dragões"[14], como descreveu D'ambrósio (2021, p. 60-61) são consideráveis.

Skovsmose (2018, p.765), ao caracterizar o legado filosófico de Frege para os tempos modernistas, indicou com razão que "o significado dos conceitos matemáticos seria esclarecido em termos da teoria dos conjuntos". Observa-se que, em tempos modernistas, o esclarecimento dos significados era restrito e destinava-se à consolidação de uma consistência teórica, não se atentando para a produção de outros significados, considerando os destinatários dos textos e currículos elaborados. Muito se fala em produção de significado para aquele que aprende, mas a história nos mostra[15] que docentes também necessitam construir um significado acerca dos propósitos de suas ações, afastando o risco de não ser relegado a um mero "serviçal da erudição", conforme expressão sugerida por Bloch (2001) para sujeitos que destituem a figura humana de investigações históricas e, acrescentamos, práticas docentes.

A matemática escolar, da mesma forma como Bloch (2001) concebia a história, deve ser um produto de humanos para humanos, considerando as necessidades, idiossincrasias e subjetividades da comunidade de trabalho que dela compartilha. As potencialidades educativas, que se vislumbram a partir da matemática, justificam a sua permanência dentre o rol de disciplinas escolares, embora as intencionalidades tenham sido diversas ao longo da história (VALENTE, 1999).

Uma incursão histórica nos ensina que cabe ao Educador Matemático, enquanto autor de sua prática docente, a análise de compatibilidade entre determinadas abordagens e os propósitos de sua ação educativa. Deve também estar atento às mudanças curriculares, bem como aos seus desdobramentos explícitos ou implícitos, mormente considerando contextos políticos e possibilidades

14 "Havia um homem que aprendeu a matar dragões e deu tudo que possuía para se aperfeiçoar na arte. Depois de três anos ele se achava perfeitamente preparado, mas, que frustração, não encontrou oportunidades de praticar sua habilidade (Dschuang Dsi). Como resultado ele resolveu ensinar como matar dragões (René Thom)" (D'AMBRÓSIO, 2021, p.60-61).

15 Insta rememorar que o CMO não teve publicado o quarto livro da série, em razão da sua abordagem considerada difícil, conforme admitiram os próprios autores da coleção, anos mais tarde.

iminentes de retrocesso advindos, dentre outros, de uma servilidade da cultura escolar para com ditames academicistas. Sobre isso, cabe registrar a posição de D'Ambrósio (2021, p.55):

> O que se vê em todas as manifestações culturais é um sincretismo. Mas com relação à Matemática desenvolveu-se uma ideia falsa e falsificadora que a Matemática deve ser uma só, nas escolas e academias de todo o mundo.

A matemática enquanto manifestação cultural potencializa práticas educativas que perpassam pela mobilização da intuição, no contexto de problemas de enredo, da ludicidade, dos jogos, das fabulações, em suma, de todo um repertório capaz de possibilitar encontros e diálogos do componente curricular com os escolares. Complexo vislumbrar a mesma pluralidade e potencialidades, considerando práticas pautadas na eleição de uma única matemática, dotada de propósitos e desideratos bem específicos, mas de escassa interseção com a cultura escolar.

REFERÊNCIAS

BENTLEY, P. **O livro dos números**: uma história ilustrada da matemática. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.

BLOCH, M. **Apologia da história, ou, O ofício de historiador**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed, 2001.

BURIGO, E. Z. **Movimento da matemática moderna no Brasil**: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

CARDOSO, C. F.; BRIGNOLI, H. P. **Os métodos da história: Introdução aos problemas, métodos e técnicas da história demográfica, econômica e social**. 6. ed. Rio de Janeiro: Graal, 2002.

CHARTIER, R. **A história ou a leitura do tempo**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares**: reflexões sobre um campo de pesquisa. Teoria e Educação, Porto Alegre: Pannonica, n. 2, p. 177-229, 1990.

CHOPPIN, A. O historiador e o livro escolar. **Revista História da Educação**, v. 6, n. 11, p. 5-24, 2002.

CINCO colégios no Rio e um em Niterói aplicam com sucesso o método Papy. **Jornal do Brasil**, Rio de Janeiro. 21 de junho de 1971. 1º caderno, Nacional, p. 23. Disponível em: http://memoria.bn.gov.br/DocReader/030015_09/212577. Acesso em: 01 fev. 2022.

COUTINHO, M. Matemática, um falso fantasma. **Correio da Manhã**. Rio de Janeiro, n. 23663(2), 6 de agosto de 1970. Caderno Educação, p. 12-13. Disponível em http://memoria.bn.gov.br/DocReader/089842_08/7646. Acesso em: 01 fev. 2022.

D'AMBROSIO, U. A Interface entre História e Matemática uma visão histórico-pedagógica. **Revista história da matemática para professores**, v. 7, n. 1, p. 41-64, 2021.

DA COSTA, L. M. F. O movimento da Matemática Moderna no Brasil - o caso do Colégio de São Bento do Rio de Janeiro. 2014. **Dissertação** (Mestrado em Ensino de Matemática), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

DASSIE, B. A.; COSTA, L. M. F. O Minicomputador de Papy: vestígios de uma circulação no Brasil. **Anais** do ENAPHEM--Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática-ISSN 2596-3228, n. 3, 2016.

DASSIE, B. A.; COSTA, L. M. F.; CARVALHO, J. B. P. F. A. A trajetória de Dom Ireneu Penna e suas escolhas como educador matemático. **Zetetiké**, v. 23, n. 2, p. 395-410, 2015.

GUIMARAES, H. M. A “modernização” do ensino da matemática em Portugal Sebastião e Silva e as perspectivas metodológicas emanadas de Royaumont (1959). In: **Anais** da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife: Comitê Interamericano de Educação Matemática, 2011.

GUIMARÃES, H. M. Por uma matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In: MATOS, J. M.; VALENTE, W. R. (Org.). **A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal:** primeiros estudos. São Paulo: Da Vinci / CAPES-GRICES, 2007, p. 21-45.

KILL, T. G. **O Estudo de Funções à luz das Reformas Curriculares**: reflexos em livros-didáticos. 2004. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.

KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: Ibrasa, 1976.

LUZ, C. Matemática Moderna: a experiência que ensina. **Jornal do Brasil**. Rio de Janeiro, n. 00058 (1), 15 de junho de 1971, Caderno B, p. 4. Disponível em http://memoria.bn.gov.br/DocReader/030015_09/212266. Acesso em: 01 fev. 2022.

MARINS, P. N.; DASSIE, B. A. Centro Educacional de Niterói e uma experiência do movimento da matemática moderna. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, SP, v. 21, p. 1-29, 2021.

MERIGUETI, J.; D’ÁVILA, N. L. P. **Coleção Matemática Orgânica**. Vitória: Brasília Editora S/A, 1974. 1v.

MERIGUETI, J.; D’ÁVILA, N. L. P**. Coleção Matemática Orgânica**. Vitória: Brasília Editora S/A, 1975. 2v.

MERIGUETI, J.; D’ÁVILA, N. L. P. **Coleção Matemática Orgânica.** Vitória: Brasília Editora S/A, 1976. 3v.

MORAIS, L. M. F. C. **Os apontamentos de matemática de Dom Ireneu Penna:** uma análise histórica. Tese. (Doutorado em Educação), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2020.

PAPY, G. **Mathématique moderne**. Bruxelas: Didier, 1968a. 4ed. 1v.

PAPY, G. **Mathématique moderne**. Bruxelas: Didier, 1968b. 2v.

PAPY prefere matemática moderna com maus mestres à tradicional com bons. **Jornal do Brasil.** Rio de Janeiro, 18 jun. 1971. Nacional, p. 15. Disponível em: http://memoria.bn.gov.br/DocReader/030015_09/212445. Acesso em: 01 fev. 2022.

PINHEIRO, J. E. R. **O PREMEN no Espírito Santo:** educação, autoritarismo e tecnocracia: subsídios para a história da educação capixaba. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio De Janeiro, Rio de Janeiro, 1993.

PORTANOVA, R. A educação matemática e a educação para a paz. **Educação**, v. 29, n. 2, p. 435-444, 2006.

SCHNEIDER, S. SCHMITT, C. J. O uso do método comparativo nas Ciências Sociais. Cadernos de Sociologia, Porto Alegre, v. 9, p. 49 - 87, 1998.

SCHOENFELD, A. H. What's all the fuss about problem solving. **ZDM**, v. 91, n. 1, p. 4-8, 1991.

SILVA, C. M. S. No Paraiso dos Símbolos: Surgimento da Logica e Teoria dos Conjuntos No Brasil. In: Luiz C. Bombassarro; Jaime Paviani. (Org.). **Filosofia, Logica e Existência**. Caxias do Sul: EDUCS, 1997, v. 1, p. 141-168.

SILVA, T. T. P.; GARNICA, A. V. M. A coleção Matemática-Curso Ginasial, do SMSG: uma análise. In: GARNICA, A. V. M; SALANDIM, M. E. M. (org**.). Livros, Leis, Leituras e Leitores**: exercícios de interpretação para a história da educação matemática. Curitiba: Appris, 2014. p. 97-120.

SILVA, C. M. S.; HEIDT, M. V. Inserção da Matemática Moderna na formação de normalistas do Instituto de Educação Assis Brasil. **Educação**, v. 42, p. 213-224, 2019.

SKOVSMOSE, O. Interpretações de significado em educação matemática. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 32, p. 764-780, 2018.

SOARES, E. T. P.; PINTO, N. B. Zoltan Dienes e as Diferentes Bases de Numeração: apropriação ao tempo da Matemática Moderna. **Anais** do XI Seminário Temático A Constituição dos Saberes Elementares Matemáticos: A Aritmética, a Geometria e o Desenho no curso primário em perspectiva histórico-comparativa, 1890-1970. Florianópolis, UFSC, 2014.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil**, 1730-1930. Annablume, 1999.

WROBEL, J. S.; KILL, T. G. **Classes de equivalência**: uma abordagem moderna para o ensino de frações. Revista De História Da Educação Matemática, v. 7, p. 1-27, 2021.