

MODELAGEM MATEMÁTICA E A ATRIBUIÇÃO DE SENTIDOS NOS PRIMEIROS ANOS ESCOLARES*MATHEMATICAL MODELING AND THE ASSIGNMENT OF SENSES IN THE FIRST SCHOOL YEARS**MODELIZACIÓN MATEMÁTICA Y ASIGNACIÓN DE SENTIDOS EN LOS PRIMEROS AÑOS ESCOLARES*EMERSON TORTOLA¹BÁRBARA NIVALDA PALHARINI ALVIM SOUSA²**RESUMO**

Este artigo tem como objetivo apontar reflexões filosóficas acerca da modelagem matemática e de seu papel na atribuição de sentidos aos fatos do mundo e, em particular, à linguagem matemática. Nossas reflexões tomam como norte elementos da filosofia wittgensteiniana sobre linguagem, especificamente a ideia de uso presente nas Investigações Filosóficas de Wittgenstein. Por meio da Filosofia da Linguagem de Ludwig Wittgenstein e da Epistemologia do Uso de Arley Ramos Moreno uma discussão conceitual é trazida para a pauta de modo a colocar em debate a constituição do sentido a partir do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. O percurso metodológico intercala elementos da filosofia wittgensteiniana e da epistemologia do uso de Moreno na análise de diferentes práticas de modelagem matemática desde a Educação Infantil. A partir dos olhares lançados às atividades de modelagem matemática, no que tange à utilização, manipulação ou construção de modelos matemáticos, os resultados apontam para as possibilidades de formalização matemática nos primeiros anos escolares; para o papel dos instrumentos da linguagem, como gestos ostensivos e denominação, que organizam a introdução dos alunos dos primeiros anos escolares nos diferentes jogos de linguagem da matemática; para a manipulação e uso de modelos matemáticos no que tange a conceitos associados à geometria, numeração, ordenação, classificação, proporcionalidade, medidas, tratamento da informação, adição e multiplicação.

Palavras-chave: Educação Matemática. Filosofia da Linguagem. Epistemologia do Uso. Educação Infantil. Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Modelos Matemáticos.

ABSTRACT

This paper aims to point out philosophical reflections about mathematical modelling and its role in attributing meanings to the facts of the world and, in particular, to mathematical language. Our reflections take as their north elements of Wittgenstein's philosophy about language, specifically the idea of use present in Wittgenstein's Philosophical Investigations. Through Ludwig Wittgenstein's Philosophy of Language and Arley Ramos Moreno's Epistemology of Use, a conceptual discussion is brought to the agenda in order to put into debate the constitution of meaning from the development of mathematical modelling activities. The methodological course interweaves elements of Wittgenstein's philosophy and Moreno's epistemology of use in the analysis of different mathematical modelling practices since Child Education. Based on the perspectives cast on mathematical modelling activities, regarding the use, manipulation or construction of mathematical models, the results point to the possibilities of mathematical formalization in the first school years; for the role of language instruments such as ostensive gestures and naming that organize the introduction of students in the first school years to the different language games of mathematics; for the manipulation

1 Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campus Toledo, e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT-UTFPR). E-mail: emersontortola@utfpr.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6716-3635>.

2 Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professora da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Campus Cornélio Procopio, e do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN-UENP). E-mail: barbara.palharini@uenp.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3712-9663>.

and use of mathematical models regarding concepts associated with geometry, numbering, ordering, classification, proportionality, measurements, information processing, addition and multiplication.

Keywords: Mathematics Education. Philosophy of Language. Epistemology of Use. Child education. Early Years of Elementary School. Mathematical Models.

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo señalar reflexiones filosóficas sobre la modelación matemática y su papel en la atribución de significados a los hechos del mundo y, en particular, al lenguaje matemático. Nuestras reflexiones toman como norte elementos de la filosofía de Wittgenstein sobre el lenguaje, específicamente la idea de uso presente en las Investigaciones filosóficas de Wittgenstein. A través de la Filosofía del lenguaje de Ludwig Wittgenstein y la Epistemología del uso de Arley Ramos Moreno, se trae a la agenda una discusión conceptual para poner en debate la constitución del sentido a partir del desarrollo de actividades de modelación matemática. El curso metodológico entrelaza elementos de la filosofía de Wittgenstein y la epistemología del uso de Moreno en el análisis de diferentes prácticas de modelación matemática desde el jardín de infancia. Con base en las perspectivas arrojadas sobre las actividades de modelación matemática, en cuanto al uso, manipulación o construcción de modelos matemáticos, los resultados apuntan a las posibilidades de formalización matemática en los primeros años escolares; por el papel de los instrumentos del lenguaje como los gestos ostensivos y la denominación que organizan la introducción de los alumnos de los primeros años escolares a los diferentes juegos de lenguaje de las matemáticas; para la manipulación y uso de modelos matemáticos sobre conceptos asociados a la geometría, numeración, ordenación, clasificación, proporcionalidad, medidas, procesamiento de información, suma y multiplicación.

Palavras-clave: Educação Matemática. Filosofia del Lenguaje. Epistemología del Uso. Educación Infantil. Primeros Años de la Escuela Primaria. Modelos Matemáticos.

INTRODUÇÃO

Desde o início da escolarização, os usos da modelagem matemática têm como pressuposto oportunizar a aprendizagem matemática e facilitar a promoção de cenários de investigação, análise e reflexão de problemas contextualizados por meio de dados reais e provenientes do interesse dos alunos (BURAK, 2010).

Enquanto atividade matemática, a modelagem matemática se caracteriza pela solução de problemas reais³ por meio da matemática (BASSANEZI, 2002). Na Educação Matemática objetiva-se colocar o aluno na condição de modelador, na qual sob a orientação do professor precisa definir um problema para investigação, interpretar e, muitas vezes, coletar informações, discernir aspectos relevantes para a resolução e usar conhecimentos matemáticos e conhecimentos associados à situação para obter uma solução, geralmente expressa na forma de um modelo matemático, descrito em termos de usos específicos da linguagem (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2015).

Essa forma de trabalho em sala de aula preza pelo protagonismo do aluno, compartilhando com ele a responsabilidade pela aprendizagem, dando espaço para a criatividade e a criticidade, características consideradas relevantes para a formação do cidadão na atualidade (MAAB *et al.*, 2019; LU; KAISER, 2022). Criatividade, por não se ter um caminho único para a resolução, definido de antemão

³ O autor utiliza a expressão “problemas reais” para contrapor a ideia de problemas fictícios, frequentemente apresentados nos livros didáticos, cujas informações são criadas e estruturadas com a finalidade de cobrar a aplicação de um método ou técnica recém ensinada, como explica Barbosa (2001).

(WESSELS, 2014), e criticidade, por oportunizar o pensar sobre situações que podem contribuir para a constituição de uma visão de mundo diferente (STILLMAN, 2015), pautada na capacidade de argumentação a partir do uso da matemática para a análise e reflexão sobre fatos e informações a respeito das situações.

Entre as perspectivas da modelagem matemática no âmbito da pesquisa estão perspectivas epistemológicas, que suportam, por meio da construção de modelos matemáticos, a elaboração conceitual de teorias matemáticas. Essas perspectivas se pautam em pressupostos científico-humanistas, os quais defendem ideais de educação que prezam pela capacidade dos alunos de estabelecerem relações entre matemática e outras situações ditas não essencialmente matemáticas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; NISS; BLUM, 2020). Entretanto, ao enfatizar objetivos epistemológicos, coloca-se uma ênfase no desenvolvimento de teorias matemáticas como parte ou resultado do processo de matematização e, por isso, perspectivas epistemológicas podem ser resumidas pela tríade situação-modelo-teoria (KAISER; SRIRAMAN, 2006; BLUM 2015).

O que as pesquisas alinhadas a essas perspectivas evidenciam é que atividades de modelagem matemática têm potencial para proporcionar aos alunos experiências nas quais eles podem, a partir da construção de modelos, vivenciar a construção de uma teoria matemática⁴, como bem ilustram, por exemplo, Cifuentes e Negrelli (2011). Porém, essas teorias requerem usos específicos da linguagem matemática, os quais conforme Gottschalk (2004; 2008), com base em Wittgenstein (2013), precisam ser ensinados aos alunos, por meio de um treinamento fundamentado nos usos da linguagem.

Dado que o contato com a linguagem matemática se inicia desde as primeiras experiências dos sujeitos com o mundo, no âmbito escolar, sobretudo, no período de alfabetização⁵, e, nesse contexto, as relações estabelecidas estão associadas aos problemas filosófico-educacionais, que versam por exemplo sobre a natureza do conhecimento e os processos de constituição da significação de conceitos, neste artigo, lançamos nosso olhar para a atuação da modelagem matemática nos modos de organização das experiências dos sujeitos com o mundo através da linguagem. Para tanto, nossas considerações estão pautadas em uma tese linguístico-epistêmica do conhecimento que parte da Filosofia tardia de Wittgenstein, que se debruça sobre um exame do funcionamento da linguagem em diferentes setores de nossa experiência com o mundo (WITTGENSTEIN, 2013), e da tese defendida por Moreno que se propõe ao exame da função epistêmica do processo de constituição da significação (MORENO, 1995, 2012).

Vale ressaltar que as argumentações tecidas neste texto vão ao encontro das indicações de Sousa (2020) que, a partir da perspectiva wittgensteiniana, aborda matemática e realidade como conjuntos não-disjuntos. Segundo a autora, “as indicações de que matemática e ‘realidade’ não são conjuntos disjuntos estão associadas à concepção da matemática como um jogo de linguagem que, assim como outros, é partilhado pelos sujeitos de acordo com determinadas regras e modos de operar” (SOUSA, 2020, p. 44).

De modo a situar a abordagem filosófica, enunciaremos elementos da Epistemologia do Uso de Moreno e os conceitos wittgensteinianos que permitem apresentar a perspectiva pragmática e convencional do significado⁶. Na sequência, detalhamos elementos da pesquisa sobre modelagem

4 As perspectivas epistemológicas, como explicam Kaiser e Sriraman (2006), tem como objetivo colocar em discussão teorias matemáticas, de modo a proporcionar ao modelador experiências nas quais ele pode vivenciar o seu processo de construção, valendo-se de parâmetros que dizem respeito a um conjunto de situações e não a uma situação particular.

5 A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em vigor desde dezembro de 2017, com a Resolução CNE/CP nº 02, define que as crianças devem ser alfabetizadas até o 2º ano do Ensino Fundamental.

6 Não nos referimos ao pragmatismo utilitarista, visto que o fundamento do conhecimento não tem como critério exclusivo a utilidade. A perspectiva pragmática defendida na Epistemologia do Uso está associada, segundo Gottschalk (2020), às certezas das quais não abrimos mão e que constituem nossa visão de mundo.

matemática e seus usos na Educação Matemática, em especial, nos primeiros anos escolares. Por fim, lançamos o olhar para três atividades que nos permitem refletir sobre a modelagem matemática e seu papel na atribuição de sentidos aos fatos do mundo e, em particular, à linguagem matemática e ao uso de modelos matemáticos na alfabetização matemática.

UMA TEORIA DO CONHECIMENTO COM INSPIRAÇÃO EM UMA PERSPECTIVA WITTGENSTEINIANA

Wittgenstein em suas investigações filosóficas nos auxilia a entender como ocorre o aprendizado da linguagem a partir da concepção de uso e na articulação do significado associado a esses diferentes usos que fazemos dos conceitos nos diferentes jogos de linguagem (WITTGENSTEIN, 2013). Alguns dos conceitos de sua filosofia tardia amparam a elaboração de uma teoria do significado com ampla aplicabilidade no campo educacional, em particular, os conceitos de *seguir regras*, *jogos de linguagem* e *gramática*.

Parte dos escritos do filósofo sobre a aprendizagem da linguagem está associada a aprender a seguir regras e a compreensão do sentido de uma regra. A terapia wittgensteiniana incide sobre asserções mentalistas e realistas para terapeutizar termos como a compreensão de uma regra de um golpe só, ter em mente uma regra, entre outros (WITTGENSTEIN, 2013, §143-§155; §185-§242). Para Wittgenstein, “[...] a gramática da palavra “saber” goza de estreito parentesco com a gramática das palavras “poder”, “ser capaz”. Mas também com a gramática da palavra “compreender” (“Dominar” uma técnica)” (IF § 150).

O saber está associado a um domínio de técnicas que só é possível a partir do uso das palavras em diferentes contextos. Dessa forma, compreender não necessariamente depende de um estado mental, psíquico ou de natureza cognitiva, mas pertence ao domínio gramatical, o domínio de técnicas de natureza convencional, definidas em nossas *formas de vida*⁷. O conceito de uso emerge na constituição da significação e na atribuição de sentido que os sujeitos dão aos fatos do mundo, Wittgenstein reflete que é o modo como usamos a palavra que mostra seu significado (IF §43). Nessa perspectiva, o saber está associado ao modo como usamos a expressão constantemente, o modo como nos foi ensinado (IF § 190), nas convenções com as quais fomos treinados.

Seguir uma regra é, portanto, algo público, que não fazemos uma única vez (IF § 199) e baseados em uma interpretação (IF § 202), pressupõe uma regularidade (IF § 208) e concordância, mesmo que em algum momento a intenção seja transgredi-la. De acordo com Wittgenstein (2013, § 224) “a palavra “concordância” e a palavra “regra” são primas. Se ensino a alguém o uso de uma, com isso ele também aprende o da outra”. Essa concordância por sua vez não é uma concordância de opiniões, mas uma concordância na forma de vida, uma convenção (IF § 241).

A aprendizagem das regras matemáticas, por sua vez, está associada também às especificidades dos jogos de linguagem que circundam a matemática. Como fruto da invenção humana (WITTGENSTEIN, 1996), os objetos matemáticos não possuem uma existência *a priori*, e seus símbolos, proposições, axiomas e regras de inferência e transformação não tem significado fora do uso que deles fazemos. Para Wittgenstein (2013, § 432) “todo signo, sozinho parece morto. O que lhe confere vida? - Ele está vivo no uso. Ele tem em si o hálito da vida? - Ou é o uso o seu hálito?”.

Pela natureza de suas proposições, muitas vezes, no âmbito educacional, a função normativa dos enunciados matemáticos é ignorada e o foco incide sob uma possível função descritiva destes enunciados, como se algo os correspondesse no mundo empírico (SOUSA, 2023). Na matemática,

⁷ Para Moreno (2003), o conceito de *formas de vida* está associado a um conjunto de hábitos, regras e costumes que uma comunidade partilha.

as proposições desempenham o papel de regras, são determinadas proposições de sentido, proposições gramaticais.

O uso que fazemos das proposições depende da necessidade de cada jogo de linguagem em que estamos, podemos usá-las em contextos estritamente matemáticos ou ainda para tecer relações sob a forma de modelos matemáticos para abordar temperaturas, investimentos, problemas sociais, entre outros. Nestes espaços da sociedade, a matemática nos auxilia na organização de nossas experiências e para tratar de problemas matemáticos ou para solucionar problemas não matemáticos deve ser feito respeitando seus procedimentos e técnicas internos à sua gramática.

Ao considerar este arcabouço filosófico e outros conceitos wittgensteinianos, emergem as *condições de possibilidade* da significação evidenciadas como linguísticas. Moreno sistematiza estes elementos e aborda uma teoria do conhecimento de natureza pragmática e convencional que nos permite tratar da atribuição de sentido aos fatos do mundo.

Sousa e Gottschalk (2023, p. 13) evidenciam elementos da Epistemologia do Uso para o âmbito da Educação Matemática, “[...] uma situação de ensino e aprendizagem também se inicia pela introdução de paradigmas, etapa necessária para o uso que será feito dos objetos em diferentes jogos de linguagem, e que coloca as condições mínimas necessárias para a significação. [...] também no contexto escolar, o acesso ao mundo empírico é feito por meio da linguagem. O sentido é constituído a partir de atividades linguísticas que incorporam elementos do mundo físico, sentimentos, estados mentais, entre outros”. As autoras citam as duas etapas de articulação do sentido definidas por Moreno a partir dos escritos filosóficos, também, de Ludwig Wittgenstein.

Para Moreno (1995), essas duas etapas de articulação do sentido se constituem da introdução de paradigmas por meio de instrumentos da linguagem, etapa em que se faz a atribuição de nomes como etiquetas e a definição de seu sentido; e a etapa em que se ocorre a ampliação do sentido linguístico por meio de normas e uso dos conceitos em diferentes jogos de linguagem. Nessa segunda etapa, temos a criação de expressões linguísticas portadoras de necessidade, normas de sentido.

O olhar para os primeiros anos escolares nos remete à primeira etapa de articulação do sentido, a introdução de paradigmas na linguagem nas diferentes experiências que temos com o mundo.

A atividade epistêmica de constituição da significação abrange a construção de regras de sentido, o que distancia Moreno de Wittgenstein. Em Moreno, temos uma reflexão epistemológica em que o conhecimento é possível a partir do trabalho com a linguagem: “trata-se de conceber o conhecimento como o conjunto das atividades correlativas de construção de relações internas de sentido e de sua aplicação, sob a forma de regras” (MORENO, 2012, p. 75). Nesse contexto, conhecer “é construir regras de sentido e operar com elas, aplicando-as aos objetos de pensamento” (MORENO, 2014, p. 3).

Em síntese, “o paradigma corresponde a uma técnica de uso da linguagem em que são ativadas palavras e objetos previamente organizados através de outras técnicas” (MORENO, 1995, p. 18). Estes instrumentos linguísticos apresentam entre si relações internas de sentido, normas linguísticas que nos permitem atribuir sentidos aos conceitos convencionados em nossas formas de vida.

Para tratar destes conceitos e de como a introdução de paradigmas é realizada na atividade epistêmica de constituição da significação trazemos para o texto atividades de modelagem matemática dos primeiros anos escolares.

MODELAGEM MATEMÁTICA E A ATRIBUIÇÃO DE SENTIDOS

Para tratar da atribuição de sentidos por meio da modelagem matemática, abordamos a modelagem, especialmente nos primeiros anos escolares.

Independentemente do contexto, atividades de modelagem são orientadas pela investigação e interpretação de situações-problema provenientes de situações não essencialmente matemáticas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; NISS; BLUM, 2020), e o trabalho do modelador é descrevê-las a partir do uso, análise ou desenvolvimento de uma estrutura matemática, geralmente denominada modelo matemático.

Os modelos matemáticos são sistemas conceituais dotados de linguagem matemática e constituídos por elementos, operações, relações e regras matemáticas e pode incluir desde a escrita sistematizada e intencional de símbolos até o uso de diagramas e gráficos, sendo capaz de descrever, explicar e/ou prever questões relativas ao tema (DOERR; ENGLISH, 2003). Eles devem incorporar, com certo nível de fidelidade, características essenciais do tema sob investigação, indicando uma possível solução para um problema.

De acordo com English (2003) a atividade de desenvolver modelos matemáticos, proporcionada pela modelagem, é uma ferramenta poderosa e deveria constar entre os objetivos da educação matemática dos alunos desde os primeiros anos escolares, uma vez que contribui com o desenvolvimento do raciocínio matemático, particularmente para interpretar e explicar sistemas estruturalmente complexos, que transpõem os domínios da matemática, contribuindo com a fluência no uso da linguagem matemática em diferentes contextos.

Trabalhar com atividades de modelagem matemática nos primeiros anos escolares não implica em mudanças nas bases epistemológicas da modelagem no âmbito da Educação Matemática, “mas requer o reconhecimento de que determinadas ações podem ser realizadas de maneiras diferentes das quais são comumente relatadas na literatura”, como explica Tortola (2016, p. 272).

Ao analisarem publicações em eventos que abordam a modelagem na Educação Matemática, ou da Educação Matemática e possuem a modelagem como um de seus eixos, Coutinho e Tortola (2020) observaram algumas especificidades em relação à prática da modelagem na Educação Infantil, como: a importância do contato visual e da visualização; uso de materiais ou objetos manipuláveis; uso de brincadeiras e contação de histórias; abordagem de atividades ou situações associadas à rotina dos alunos; interação dos alunos por meio de rodas de conversa; uso da oralidade, expressão por meio de gestos, recorrência a recursos visuais como desenhos, pinturas, colagens, etc. Para os autores, tais especificidades “requerem dos professores e dos alunos (re)posicionamentos nos atos de ensinar e de aprender” (COUTINHO; TORTOLA, 2020, p. 71).

Tortola e Almeida (2018), por sua vez, ao investigarem a formação matemática de alunos do 1º ano do Ensino Fundamental em atividades de modelagem concluíram que nesse contexto essa prática apresenta algumas especificidades relativas aos usos da linguagem, “especialmente no que se refere à simbologia matemática e à produção de modelos matemáticos e seu uso na apresentação de respostas para o problema em estudo em cada situação investigada” (TORTOLA; ALMEIDA, 2018, p. 146).

A linguagem tem, portanto, um papel fundamental nas atividades de modelagem matemática, de fornecer subsídios para a construção de modelos, atividade que suscita diferentes usos da linguagem, em diferentes contextos, e que dá suporte para a aprendizagem da linguagem matemática

(TORTOLA, 2012; 2016). A argumentação sobre os usos da matemática está associada à estruturação dos temas trabalhados em torno de noções matemáticas que são chamadas à linguagem por meio da mediação do professor, ou dos próprios alunos, no âmbito da utilização, manipulação ou construção de modelos matemáticos. Nesse contexto, é importante sinalizar o papel dos professores, tendo em vista a necessidade inicial de familiarizar as crianças com atividades educativas e com os conhecimentos socialmente compartilhados.

No que tange à articulação entre a modelagem matemática e seu entendimento a partir de elementos da filosofia da linguagem, diferentes pesquisas apontam para a aprendizagem em matemática a partir da apropriação linguística (SOUSA, ALMEIDA, 2019); bem como do entendimento de diferentes jogos de linguagem a partir de práticas de modelagem matemática, os quais podem colaborar com a constituição do sentido da linguagem matemática desde os primeiros anos escolares (TORTOLA, 2012, 2016); sobre a compreensão em atividades de modelagem matemática (SEKI, 2016); e o papel dos jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática, bem como suas relações com os objetos matemáticos e com as características desses objetos em diferentes jogos de linguagem (ALMEIDA, 2014).

Em todos os casos, o interesse se dá, entre outros pontos, na busca por alternativas para pensar a significação em Matemática, os modos de acesso ao conhecimento, o papel da linguagem na aprendizagem, entre outros.

As reflexões que seguem visam pontuar a modelagem matemática e a atribuição de sentidos numa perspectiva wittgensteiniana amparada na Epistemologia do Uso de Moreno. A modelagem matemática é tratada considerando olhares para o seu uso na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental.



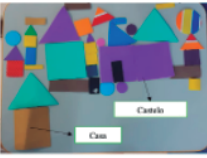


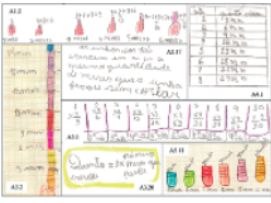

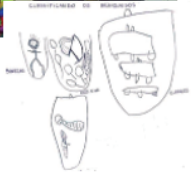
REFLEXÕES FILOSÓFICAS A PARTIR DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Para fundamentar os resultados apresentados no artigo, pautamos nossa argumentação em atividades advindas da literatura, as quais organizamos em três cenas que visam sistematizar diferentes usos da matemática no cenário nacional. As atividades selecionadas visam mostrar especificidades destes diferentes contextos e ao mesmo possibilitar a visão macro para o tratamento da teoria do conhecimento com a qual nos debruçamos ao olhar para a modelagem matemática e a atribuição de sentidos.

Cena 1: Atribuição de sentidos aos conceitos de geometria, classificação, comparação e agrupamento de objetos e do conceito de proporcionalidade

Atividades de modelagem são atividades matemáticas que obedecem a um conjunto de regras de natureza convencional e, nesse contexto, as formas geométricas podem atuar como modelos matemáticos que auxiliam no seu (re)conhecimento, por semelhanças e diferenças, bem como nas relações de simetria entre objetos. O Quadro 1 evidencia elementos de atividades de modelagem matemática, a partir dos quais é possível visualizar registros associados à manipulação de representações das formas geométricas por meio de recortes em cartolina, uso de massinha de modelar ou, ainda, com o objetivo de construir uma pipa.

Quadro 1 - Atividades de modelagem matemática articuladas à atribuição de sentidos aos conceitos de geometria, classificação, comparação e agrupamento de objetos e do conceito de proporcionalidade.

<p>Conceitos da geometria</p> <p>A1 “As três partes”  Silva (2013)</p> <p>A24 Construindo a escola  Zampirolli (2020)</p> <p>A27 Castelo Eldorado  Rezende (2021)</p>	<p>Classificação, comparação e agrupamento de objetos</p> <p>A18 Dinossauro Pesquisadora - Agora como podemos separar esses dinossauros? Davi - A comida Pesquisadora - Pode ser pela comida, isso vamos separar pela alimentação, os que comem carne são? Coro de crianças - Carnívoros Pesquisadora - E os que comem folhas? Coro de crianças - São herbívoros Pesquisadora - E os que comem os dois são? Coro de crianças - Onívoros</p>  Abbeg (2019)
<p>Conceito de proporcionalidade</p> <p>A19 Brigadeiro, quanto maior melhor?  Coutinho (2020)</p> <p>A28 Crescimento das unhas  Tortola (2016)</p>	<p>A25 Organização dos brinquedos  Rezende (2021)</p> 

Fonte: Construção dos autores.

De modo geral, as atividades de modelagem matemática partem do interesse das crianças e abordam o corpo de conhecimentos associados às grandezas e medidas. Para além das relações possíveis de estabelecer com outros campos do saber. Os registros associados à manipulação de representações que atuam como meios de apresentação das formas geométricas bidimensionais, como quadrados, triângulos e retângulos.

Neste contexto, as atividades de modelagem matemática atuam como pontes para a introdução de paradigmas na linguagem, em particular na linguagem matemática. Para Gottschalk (2018) a atividade matemática escolar funciona na introdução de paradigmas na linguagem. Para Moreno (1995, p. 18) a forma como vemos o mundo constitui-se a partir de tais *paradigmas*, que funcionam como instrumentos que nos permitem falar sobre o mundo. Modelos de apresentação, ou normas linguísticas que nos permitem atribuir sentidos aos conceitos partilhados em nossas formas de vida. O início da escolarização contempla a introdução de paradigmas que irão permitir aos alunos atribuir sentidos aos conceitos, em particular, matemáticos.

Não há um problema, especificamente, que move o uso da matemática em todos os trabalhos analisados, os usos da matemática são colocados em ação a partir de uma história, “As três partes” (SILVA, 2013), ou uma roda de conversa sobre os interesses dos alunos (JOCOSKI, 2020). Nesse contexto, o ato de contar histórias, um jogo de linguagem comum na infância, auxilia os professores no âmbito da sala de aula a introduzir elementos da linguagem matemática, como as formas geométricas.

A composição de formas, como sugere a história das três partes (SILVA, 2013), a construção da escola (ZAMPIROLI, 2020), ou a diferenciação entre casa e castelo (REZENDE, 2021) faz

com que as formas geométricas sejam ora vistas como pássaros, barcos, escolas, casas, castelos etc., ora como objetos matemáticos. Tais jogos de linguagem, comuns na infância (WITTGENSTEIN, 2013), indicam um movimento em que as crianças usam as formas geométricas para descrever o que “veem” e sinalizam o que interpretam a partir do que veem. Há, porém, um perigo nesse jogo de linguagem, trata-se de um uso associado à imaginação, talvez, até mesmo relacionado ao cotidiano. Todavia, trata-se de representações, descrições, e precisam ser reconhecidas como tal, para isso o professor precisa, no contexto da atividade matemática, chamar atenção para o que é um quadrado, um triângulo ou um retângulo, ainda que se trata inicialmente de um ensino ostensivo, no qual ele aponta para a forma e diz: Este é um retângulo! Uma possibilidade, segundo Wittgenstein (2013) é sugerir que o aluno produza ou mostre além do que viu, um modelo do que se viu. Nesse sentido, os desenhos ou as construções com massinha de modelar podem auxiliar a promover meios de apresentar a linguagem matemática. Para Moreno (1995) o gesto ostensivo atua como um dos instrumentos linguísticos que nos servem na conexão entre linguagem e mundo. Wittgenstein (2013, §7) aborda o gesto ostensivo como um dos jogos preparatórios para o uso dos conceitos.

A organização matemática das atividades que mobilizam classificação, comparações e agrupamentos de objetos é mediada por interesses dos alunos, como os temas dinossauros, anões e gigantes, ou por problemas levantados pelos pesquisadores, como alimentação saudável, organização dos brinquedos e quanto come um cachorro. Os modelos matemáticos são geralmente manipulações de procedimentos apresentados pelos professores, os quais são responsáveis por apresentar as regras no uso dos conceitos para os alunos. Aprender a seguir regras é um dos trabalhos que fazemos com a linguagem, importante nos processos educativos. Para Wittgenstein (2013), acreditar seguir uma regra não é o mesmo que seguir uma regra, nesse sentido os alunos aprendem de modo público a seguir regras e mostrar seu entendimento do que foi solicitado pelo professor por meio de suas ações. O trabalho com as noções de conjuntos e semelhanças entre os itens investigados nas atividades são feitos por meio de indicações, muitas vezes ostensivas. Como menciona Wittgenstein (2013), o gesto ostensivo é uma das técnicas linguísticas de apresentação da linguagem, em particular matemática, e faz parte da aprendizagem linguística. Nesse contexto, o tratamento das situações auxilia na aprendizagem do papel normativo que a matemática exerce em nossas formas de vida.

O desenvolvimento das atividades abarca relações proporcionais, consideração de um número em termos relativos, reconhecimento de grandezas e variabilidade. Nesse caso, os modelos produzidos descrevem relações proporcionais, seja para explicar como as variáveis se relacionam - a cada mês a unha cresce 3 mm (TORTOLA, 2016); quanto maior o número de bolinhas, menor será cada uma delas (COUTINHO, 2020) - ou a relação parte-todo - precisa dobrar ao meio (BELO, 2016). Em algumas situações os alunos criaram modelos físicos para auxiliar na interpretação matemática, como foi o caso da investigação a respeito do tamanho do brigadeiro. Ao fazer a divisão da massa, os alunos concluíram que o mais oportuno seria a partilha equitativa, dessa forma, independente do número de bolinhas que fizessem comeriam a mesma quantidade, pois o total de massa permanecia o mesmo (ideia de unitização). Esses modelos físicos dão suporte ao registro e à resolução do problema. Por se tratar de alunos em fase de alfabetização, a associação da modelagem matemática a atividades lúdicas - jogos e brincadeiras (BELO, 2016), produção de cartazes e gráficos pictóricos por meio de desenhos e colagens, uso de materiais manipuláveis (TORTOLA, 2016; COUTINHO, 2020) - mostra-se como uma boa estratégia didático-pedagógica. Esses modelos físicos, como sugere Wittgenstein (2013), podem ser ponto de partida para o registro matemático, ou seja, para a construção de modelos, de modo que pode auxiliar o professor a entender a interpretação do aluno acerca das relações que deseja descrever.

Mesmo que o ponto de partida para o uso da matemática seja uma situação empírica, associada a um modelo físico, é importante que a introdução das técnicas matemáticas de comparação, classificação e proporcionalidade sejam feitas para além do contexto empírico. De acordo com Gottschalk (2010, p. 77) “não é a experiência empírica (ou mental) que nos induz a certas ações significativas no jogo de linguagem, mas a aceitação de determinadas regras intrínsecas àquele campo do saber”, dessa forma, o empírico pode auxiliar o professor a introduzir a linguagem matemática e os alunos, a partir disso, devem passar por um processo de aceitação das regras para que o aprendizado do jogo de linguagem passe do gesto ostensivo, do jogo de linguagem da denominação, para o jogo de linguagem da descrição de conceitos, ou para o uso dos conceitos por meio de semelhanças e diferenças em outros contextos de aplicação.

De modo geral, a numeração está sendo apresentada para os alunos dos primeiros anos escolares, o que se vê nos registros de Belo (2016), por exemplo. A atividade matemática, por sua vez, é mediada pelo ensino ostensivo - ao brincar de amarelinha os alunos perguntavam “*onde é o dois?*” e os colegas respondiam “*o dois é esse*” (BELO, 2016). Assim, sequências de números são apresentadas, e eles servirão de modelos de apresentação das quantidades e, também, na sua associação com a ordenação dos elementos atuando como paradigmas, instrumentos linguísticos, como o gesto ostensivo (MORENO, 1995), que no futuro permitirá a compreensão do conceito matemático e a aplicação, por exemplo, das regras matemáticas para adição e multiplicação. Tal conceito, por sua vez, não é empírico, mas convencionalizado na matemática e independe do empírico, mas pode auxiliar na organização das experiências com o mundo.

O reconhecimento dos números, o aprendizado das estratégias de contagem, os modelos matemáticos para soma e subtração fazem parte desse nível de escolaridade. Nesse contexto, é comum o jogo de linguagem da denominação, que de acordo com Wittgenstein (2013, §26) é preparatório para o uso dos conceitos e para posterior atribuição de sentidos à matemática e o seu papel na organização das nossas experiências empíricas. Denominar o número de palhas de uma peteca ou os números da amarelinha auxilia nesse reconhecimento (BELO, 2013), enquanto executar a combinação de roupas com um número específico de peças pode atuar como um contexto para introdução do jogo de linguagem das operações matemáticas (REZENDE, 2021).

Cena 2: Atribuição de sentidos aos conceitos de numeração, espaço, ordenação e medidas

Essa cena refere-se a atividades que envolvem a ordenação de fatos ou elementos, bem como a execução de comandos dados em sequência. Nas atividades, os alunos repetiram comandos da professora, em determinada ordem, enquanto encenaram uma música e contaram fatos de uma história, segundo a ordem em que foi contada. A repetição, conforme Wittgenstein (2013), é também característica do ensino ostensivo. O professor fala, ou faz, e a criança, por sua vez, repete.

A noção de espaço está associada à posição no espaço, ideia importante para o trabalho na Educação Infantil (BRASIL, 2017). No entanto, não se observa na descrição da atividade a enunciação de uma problemática ou de um modelo matemático associado a esse uso. Tal fato levanta a questão acerca das configurações das atividades de modelagem matemática e o modo como as relações matemáticas são explicitadas no desenvolvimento dessas atividades nos primeiros anos escolares. É importante destacar a necessidade educativa colocada pelos documentos oficiais, por meio da articulação de atividades lúdicas com a finalidade de introdução de elementos dos jogos de linguagem mobilizados em atividades de modelagem matemática.

O uso em torno das medidas acontece com mais frequência, visto que nesse nível de ensino é comum o desenvolvimento de atividades associadas a receitas como a produção de brigadeiros ou bolinhos, como apresenta o registro no Quadro 2. O reconhecimento de unidades de medida, quantidades e o uso em concomitante com proporções são ativados no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática; esse conceito também é mobilizado quando os temas são de interesse dos alunos.

Quadro 2 - Atribuição de sentidos aos conceitos de numeração, espaço, ordenação e medidas.

<p>Usos associados à numeração e estratégias de contagem</p> <p>A7: A gente tinha 5 blusinhas e 1 saia e 2 calças. A2: E montamos 1,2,3,4,5, ..., 15 looks. A3: Sem repetir nenhum. A7: Todos diferentes.</p>  <p>A26 Rezende (2021)</p> <p>Belo (2016) A13 Peteca de Palha Pesquisadora: - <i>Quantas penas têm?</i> Criança: -3 Pesquisadora: - <i>Conte.</i> Criança: - <i>uma, duas, três (pegando duas penas juntas)</i></p>	<p>Usos associados à noção de espaço</p> <p>A5 Trem maluco</p>  <p>Belo (2016)</p>  <p>A20 Balançar ou equilibrar na gangorra?</p> <p>Coutinho (2020)</p>
<p>Usos associados à ordenação</p> <p>A17 História: o grande rabanete Pesquisadora: - <i>Você acha que o rato é o mais forte?</i> Crianças: - <i>Sim!</i> Pesquisadora: - <i>Será que ele não ajudou todo mundo a puxar?</i> Crianças: - <i>Não!</i> Pesquisadora: - <i>Quem conseguiu tirar o rabanete?</i> Crianças: - <i>O vô!</i></p>  <p>Belo (2016)</p>	<p>Usos associados à medida</p> <p>A16 História: o caso do bolinho</p>  <p>a bacia, a xícara (medida), a colher e os ingredientes [...] para fazer o docinho.</p> <p>Belo (2016)</p>

Fonte: construção dos autores.

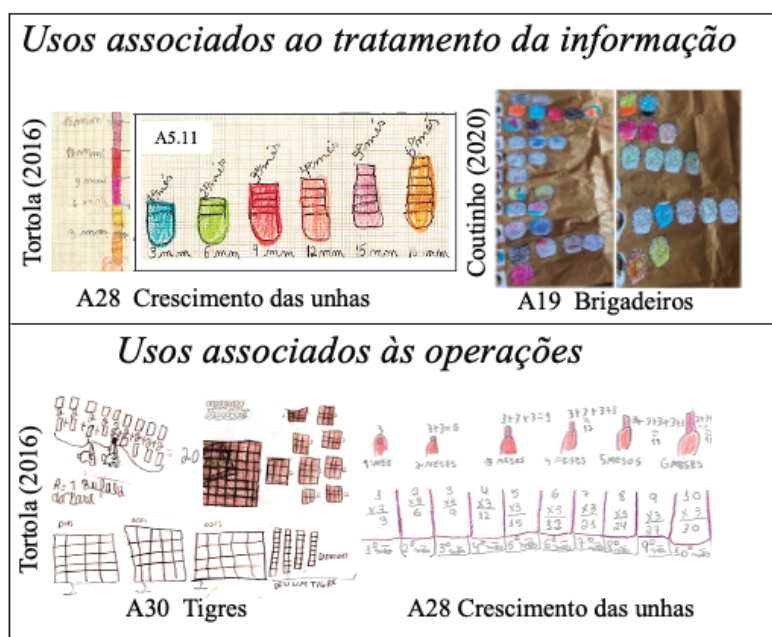
Tanto na atividade associada à confecção de Slime (JOCOSKI, 2020), quanto para a de produção de brigadeiros (COUTINHO, 2020), ou ainda de confecção de um bolinho a partir do compartilhar uma estória (BELO, 2016), os alunos fazem uso das unidades de medida, um uso já recorrente que está associado às quantidades e à proporção necessária de cada quantidade para formar a receita. Para Wittgenstein (2013, §43) “[...] o significado de uma palavra é seu uso na linguagem”, e os usos que os alunos fazem do conceito de quantidade e das relações de medidas auxiliam nessa rede de usos que pouco a pouco contribuem para o significado que será dado a esse conceito. Já não é como nos exemplos anteriores, em que o gesto ostensivo ou a denominação atuavam como preparatórios para a introdução dos conceitos, já que as crianças já estão familiarizadas com o uso que fazem das

medidas e das quantidades, principalmente no caso da produção de Slime, em que Jocoski (2020) menciona a familiaridade das crianças com a produção do brinquedo e as quantidades e produtos que seriam necessários para a sua confecção.

Cena 3: Atribuição de sentidos ao tratamento da informação e às operações matemáticas

Nos 1º e 2º anos do Ensino Fundamental, com o auxílio dos professores, o tratamento da informação e as operações matemáticas, adição e multiplicação, se tornam mais frequentes e permite o trabalho com modelos matemáticos tabulares e aritméticos, como evidenciado no Quadro 3.

Quadro 3 - Atribuição de sentidos ao tratamento da informação e às operações matemáticas.



Fonte: construção dos autores.

Para Tortola e Almeida (2016, p. 10), esses modelos matemáticos são recorrentes no trabalho com modelagem matemática nos anos iniciais, os autores mencionam que no 1º ano, em particular, “os modelos matemáticos produzidos por esses alunos são dos tipos: aritmético aditivo, gráfico geométrico e gráfico pictórico”, sendo que no 2º ano iniciam o uso de “modelos aritméticos multiplicativos”. Os modelos matemáticos, estruturalmente, não são descrições do mundo empírico, como se os alunos estivessem apenas descrevendo o crescimento das unhas mês a mês, mas são regras matemáticas que não descrevem nada em si, mas têm o potencial de auxiliar na organização da experiência com o crescimento das unhas, por exemplo.

O mesmo ocorre com os gráficos, instrumentos da linguagem matemática utilizados para organizar dados de uma situação. Os alunos sozinhos não produzem os gráficos se eles não conhecem esse recurso matemático, é necessário que os professores auxiliem no tratamento da informação e ensinem os alunos o trabalho com tais recursos para organizar os dados. Os usos do Quadro 3

mostram essa organização e os modos utilizados pelos professores para introduzir o conceito de gráfico por meio do tratamento associado ao crescimento das unhas (TORTOLA, 2016) e da quantidade de brigadeiros (COUTINHO, 2020), esses modelos matemáticos atuam tanto na organização das situações trabalhadas nas atividades de modelagem, como introdutórios aos conceitos matemáticos que fazem parte da alfabetização matemática dos alunos.

Nas atividades analisadas, a introdução dos conceitos matemáticos ocorreu por meio de estratégias que preservam características da ludicidade, momentos de brincadeira, cantigas de roda, vídeos, que promovem a discussão de temas de interesse dos alunos. Os conhecimentos matemáticos, por sua vez, estão ainda sendo apreendidos linguisticamente como a noção de número, ordenação, sequência, tempo, unidades de medida, entre outros, e isso se dá por meio de técnicas da linguagem como descritas por Wittgenstein (2013) e Moreno (1995), como gestos ostensivos e os jogos de linguagem da denominação. Nesse sentido, a formalização dos conceitos matemáticos ocorre na apresentação dos conceitos por meio de instrumentos linguísticos que atuam como modelos do que está sendo apresentado, paradigmas. É importante que tal formalização seja mediada pelos professores e fique, em alguma medida, evidente para os alunos, já que os conceitos matemáticos são proposições que não carregam em si descrições empíricas, são convencionadas em nossas formas de vida.

REFLEXÕES FINAIS: APONTANDO PARA UM NOVO MODO DE VER

Com a intenção de apontar reflexões filosóficas acerca da modelagem matemática e de seu papel na atribuição de sentidos aos fatos do mundo e, em particular, à linguagem matemática, trazemos para discussão atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos da Educação Infantil e do 1º e 2º anos do Ensino Fundamental que apresentam em seus usos da matemática traços que são característicos da infância, ou seja, pautam-se, sobretudo, no diálogo e na interação - geralmente organizados por meio de rodas de conversas e brincadeiras - e no registro - por meio de desenhos ou de materiais manipuláveis. Nesse sentido os usos observados associam-se a jogos de linguagem que contemplam gestos ostensivos e denotativos, de denominação, uma vez que esses estudantes se encontram no início da escolarização, em fase de alfabetização. Com o passar das séries, entretanto, os alunos vão se familiarizando com a linguagem matemática e produzindo registros nos quais a intuição dá espaço à formalização, por meio de modelos matemáticos que auxiliam na organização das experiências e na introdução a novos jogos de linguagem. Dessa forma, gráficos pictóricos dão espaço a gráficos de barras, de setores; desenhos sobre as situações são substituídos por desenhos mais objetivos; registros numéricos passam a ser organizados em listas, tabelas, sequências numéricas ou sequências de operações; e descrições textuais direcionam-se para os primeiros registros sincopados.

No que diz respeito ao nosso interesse de pesquisa em relação à atribuição dos sentidos por meio da modelagem matemática, o olhar sobre os diferentes modelos matemáticos, nos registros dos alunos - desenhos, textos, representações feitas por meio de materiais manipuláveis, gráficos, cartazes etc. - reconhecemos estruturas constituídas por elementos, operações, relações e regras matemáticas, que Doerr e English (2003) caracterizam como uso da linguagem matemática. Os usos da matemática observados estão associados à geometria, numeração, ordenação, classificação, proporcionalidade, medidas, tratamento da informação e operações.

A utilização, manipulação ou construção de modelos matemáticos nos primeiros anos escolares, portanto, pode auxiliar os alunos na familiarização com o jogo de linguagem associado à modelagem matemática, ou seja, de uso da matemática para investigar e resolver problemas (ALMEIDA;

SOUSA; TORTOLA, 2015). Nessa perspectiva, cabe a nós educadores tomarmos consciência de como a matemática pode ser utilizada para interpretar tais fenômenos e incentivar a utilização, manipulação ou construção de modelos matemáticos desde os primeiros anos escolares para ensinar matemática aos alunos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), introduzindo-os em diferentes jogos de linguagem (WITTGENSTEIN, 2013).

A partir dos olhares lançados às atividades de modelagem matemática, no que tange à utilização, manipulação ou construção de modelos matemáticos, os resultados apontam para as possibilidades de formalização matemática nos primeiros anos escolares; para o papel dos instrumentos da linguagem, como gestos ostensivos e denominação, que organizam a introdução dos alunos dos primeiros anos escolares nos diferentes jogos de linguagem da matemática; para a manipulação e uso de modelos matemáticos no que tange a conceitos associados à geometria, numeração, ordenação, classificação, proporcionalidade, medidas, tratamento da informação, adição e multiplicação.

REFERÊNCIAS

ABBEG, A. V. **Modelagem Matemática com crianças de 5 e 6 anos no**

município de Pinhas - PR. 2019. 138 f. Dissertação (Mestrado em Educação: Teoria e Prática de Ensino) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

ALMEIDA, L. M. W. Jogos de Linguagem em atividades de Modelagem Matemática. **VIDYA**, v. 34, n. 1, p. 241-256, jan./jun., 2014.

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais...** Pirenópolis: SBEM, 2015.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P. ; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, Salvador, n. 4, p. 73- 80, 2004.

BELO, C. B. **Modelagem Matemática na Educação Infantil:** contribuições para a Formação da Criança. 2016. 121 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Estadual do Centro-oeste, Guarapuava, 2016.

BELO, C. B.; BURAK, D. A Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma experiência vivida. **Revista Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, e202016, p. 1-22, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil.** Brasília: MEC, SEB, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2017.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

BURAK, D.; MARTINS, M. A. Modelagem matemática nos anos iniciais da Educação Básica. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v. 8, n. 1, p. 92- 111, jan./abr. 2015.

COUTINHO, L. **Modelagem Matemática e Raciocínio Proporcional na Educação**

Infantil. 2020. 153 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

COUTINHO, L.; TORTOLA, E. Raciocínio Proporcional em uma Atividade de Modelagem Matemática por Alunos da Educação Infantil. **Vidya**, Santa Maria, v. 40, n.2, p. 65-85, jul./dez. 2020.

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 34, n. 2, p. 110-136. 2003.

ENGLISH, L. Mathematical modelling with Young learners. In: LAMON, S. J.; PARKER, W. A.; HOUSTON, S. K. (Eds.). **Mathematical Modelling: a way of life**. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 3-18.

GOTTSCHALK, C. M. C. A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. **Caderno de História e Filosofia da Ciência**. Campinas, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul./dez. 2004.

GOTTSCHALK, C. M. A transmissão e produção do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cadernos Cedex**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

GOTTSCHALK, C. M. C. O papel do método no ensino: da maiêutica socrática à terapia wittgensteiniana. **EDT Educação Temática Digital**, Campinas, v.12, n.1, p. 64- 81, jul/dez. 2010.

GOTTSCHALK, C. M. C. A atividade matemática escolar como introdução de paradigmas na linguagem. **RECC**, Canoas, v.23, n.1, p. 113-124, 2018.

GOTTSCHALK, C. M. C. Uma Reflexão sobre o Sentido Linguístico Rumo a uma Pedagogia de Inspiração Wittgensteiniana. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 45, n. 3, e106761, 2020.

JOCOSKI, J. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: possibilidades para o ensino de Matemática. 2020. 100 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2020.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v.38, n.2, p. 302-310, 2006.

LU, X.; KAISER, G. Can mathematical modelling work as a creativity-demanding activity? An empirical study in China. **ZDM - Mathematics Education**, v. 54, n. 1, p. 67-81, abr. 2022.

MAAß, K.; DOORMAN, M.; JONKER, V.; WIJERS, M. Promoting active citizenship in mathematics teaching. **ZDM - Mathematics Education**, v. 51, p. 991-1003, 2019.

MARCONDES, C. F.; SILVA, V. S. Modelagem matemática na educação infantil: considerações a partir de uma prática educativa com crianças de 3 e 4 anos. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 16, n. 21, p. 71-87, 2019.

MORENO, A. R. **Wittgenstein através das imagens**. Editora da Unicamp, 1995.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 228-249, 2012.

NISS, M.; BLUM, W. **The Learning and Teaching of Mathematical Modelling**. Abingdon, New York: Routledge, 2020. (IMPACT: Interweaving Mathematics Pedagogy and Content for Teaching).

REZENDE, M. F. **Competências em atividades de Modelagem Matemática na**

Educação Infantil. 2021. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

SILVA, P. F. **Modelagem Matemática na Educação Infantil**: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos. 172 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Centro Universitário Univates, Lajeado, 2013.

SOUSA, B. N. P. A. S. Os usos da Matemática a partir da Filosofia de Wittgenstein: implicações para a Educação Matemática. In: BORGES, A.; GOBATO, M.; DONAT, M. (Orgs). **Witgenstein em Diálogo**. São Paulo: Recriar, 2020.

STILLMAN, G. Problem Finding and Problem Posing for Mathematical Modelling. In: HOE, L. N.; DAWN, N. K. E. (Edts.). **Mathematical Modelling: from theory to practice**. Singapore: World Scientific Publishing, 2015. p. 41-56.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais**

do Ensino Fundamental. 2016. 306 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 11, n. 25, p. 142-161, 2018.

VILLA-OCHOA, J. A.; SOARES, M. R.; ALENCAR, E. S. DE. A Modelagem Matemática nos anos iniciais como perspectiva para o ensino de matemática: um panorama de publicações brasileiras em periódicos (de 2009 a 2018). **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, v. 35, n. 78, p. 47-64, nov./dez. 2019.

WESSELS, H. Levels of mathematical creativity in model-eliciting activities. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 9, p. 22-40, 2014.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 8. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2013.

ZAMPIROLI, A. C. **A Modelagem Matemática como favorecedora da aprendizagem na Educação Infantil**. 2020. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2020.

RECEBIDO EM: 30 jun. 2023

CONCLUÍDO EM: 11 out. 2023