

## ENSINO DE CÁLCULO E RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E SEUS PROCESSOS: O QUE SE MOSTRA DESSA RELAÇÃO NAS PESQUISAS DOS CNMEM`S<sup>1</sup>

*CALCULUS TEACHING, MATHEMATICAL REASONING AND THEIR PROCESSES:  
WHAT IS SHOWN ABOUT THIS RELATIONSHIP IN THE CNMEM'S RESEARCH*

*LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO, EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO Y SUS PROCESOS:  
LO QUE SE MUESTRA SOBRE ESTA RELACIÓN EN LAS INVESTIGACIONES DEL CNMEM*

ADAN SANTOS MARTENS<sup>2</sup>

ANDRÉ LUIS TREVISAN<sup>3</sup>

### RESUMO

Neste trabalho, assumimos uma postura fenomenológica, buscando compreender o fenômeno que abarca o ensino de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) e o raciocínio matemático e seus processos, direcionados pela interrogação de pesquisa: o que se mostra nas pesquisas apresentadas nas edições VII, VIII, IX, X e XI da Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática sobre as práticas de Modelagem Matemática, o ensino de CDI e o raciocínio matemático e seus processos? Analisamos os relatos de experiência e as comunicações científicas publicados nos anais das cinco últimas edições do evento. Identificamos um total de 24 pesquisas concernentes à nossa proposta. Do processo de redução fenomenológica, emergiram três categorias. Nossas compreensões revelam, dentre outros aspectos, que a maioria das propostas realizadas no interior da disciplina de CDI são pontuais; além disso, não há aporte teórico de pesquisadores que se dedicam a investigar sobre o raciocínio matemático citado nos trabalhos analisados quando realizam a análise da elaboração do conhecimento matemático dos estudantes.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Raciocínio Matemático. Modelagem Matemática. Fenomenologia.

### ABSTRACT

*In this work, we assume a phenomenological stance of investigation, guided by the question: What is shown in the research presented in editions VII, VIII, IX, X and XI of CNMEM on the teaching of Calculus, mathematical reasoning and its processes? We analyzed experience reports and scientific communications published in the annals of the last five editions of CNMEM, which reported developing some Modeling practice in calculus disciplines. Three categories emerged from the phenomenological reduction process, namely: C1 - On the context of the proposed activities developed; C2 - Indications of the mathematical reasoning developed by the students and C3 - On the role of the Teacher. Our understandings reveal, among other aspects, that most of the proposals made within the discipline of calculus are specific, in addition, our understandings indicate that there is no*

1 O presente trabalho se constitui como uma versão ampliada de uma comunicação oral apresentada na XII CNMEM realizada na Universidade Federal do Rio Grande do Sul na cidade de Porto Alegre - RS.

2 Doutorando em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Ponta Grossa, Paraná, Brasil. Bolsista da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, Brasil. E-mail: adanm@alunos.utfpr.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-3035-1476>.

3 Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professor do Departamento de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil. Docente Permanente Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia - PPGECT - Doutorado da UTFPR campus de Ponta Grossa - PR. E-mail: andrelt@utfpr.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8732-1912>.

*theoretical contribution from researchers who are dedicated to researching the mathematical reasoning cited in the analyzed works.*

**Keywords:** *Mathematics Teaching. Differential and Integral Calculus Teaching. Mathematical Reasoning. Mathematical Modeling. Phenomenology.*

## **RESUMEN**

*En este trabajo, asumimos una postura de investigación de tipo fenomenológica, guiada por la pregunta: ¿Qué se muestra en las investigaciones presentadas en las ediciones VII, VIII, IX, X y XI del CNMEM sobre la enseñanza del Cálculo, razonamiento matemático y sus procesos? Se analizaron informes de experiencia y comunicaciones científicas publicadas en los anuales de las últimas cinco ediciones del CNMEM, donde se muestra el desarrollo de alguna práctica de Modelado en disciplinas del cálculo. De ese proceso de reducción fenomenológica surgieron tres categorías, a saber: C1 - Sobre el contexto de las actividades propuestas desarrolladas; C2 - Indicaciones del razonamiento matemático desarrollado por los estudiantes y C3 - Sobre el rol del Profesor. Nuestros entendimientos revelan, entre otros aspectos, que la mayoría de las propuestas realizadas dentro de la disciplina del cálculo son específicas, además, nuestros entendimientos indican que no existe un aporte teórico de investigadores que se dediquen a investigar el razonamiento matemático citado en los trabajos analizados.*

**Palabras-clave:** *Razonamiento matemático. Acciones del maestro. Fenomenología. Cálculo.*

## **INTRODUÇÃO**

O ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) tem sido tema de discussão em contextos tanto nacionais quanto internacionais. Investigações sobre essa disciplina têm aumentado nas últimas décadas. diante do elevado número de reprovações (ABREU, 2011). Nessas investigações, muito tem se perguntado sobre as razões pelas quais o insucesso escolar dos estudantes tem se perpetuado ao terem contato com essa disciplina e se questionado qual a origem dessas dificuldades. Estariam no estudante? No professor? Na falta de “conhecimentos básicos” de Matemática dos estudantes? Na metodologia de ensino utilizada pelo professor? Na estrutura escolar? (REZENDE, 2003).

Embora o foco deste artigo não se volte para responder essas questões anunciadas na literatura, nossa investigação aborda essa problemática do ensino e aprendizagem do CDI. Defendemos que a Modelagem Matemática pode ser uma possibilidade para contribuir na superação desses obstáculos e de dificuldades dos estudantes que cursam essa disciplina, diante das suas diferentes potencialidades de promover a construção do conhecimento matemático. Mais especificamente, assumindo uma postura fenomenológica, temos por objetivo, neste trabalho, *tecer algumas relações entre o CDI, o raciocínio matemático e seus processos e práticas de Modelagem Matemática desenvolvidas no interior dessa disciplina.*

Trata-se de um trabalho que busca interlocuções teóricas em pesquisas sobre essas temáticas, considerando o que se revela em relatos de experiência e comunicações científicas publicados nas últimas cinco edições da Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática (CNMEM), conduzido pela interrogação de pesquisa: *o que se mostra nas pesquisas apresentadas nas edições VII, VIII, IX, X e XI do CNMEM sobre as práticas de Modelagem Matemática, o ensino de CDI e o raciocínio matemático e seus processos?*

Olhar para o CNMEM justifica-se pelo fato de ser um evento nacional, de grande repercussão, considerando a diversidade e representatividade das instituições participantes, além dos professores,

pesquisadores e estudantes envolvidos, articulados à vasta produção científica mobilizada nas suas diferentes edições. Essa conferência, que teve sua primeira edição em 1999, tem se consolidado como um espaço relevante para a comunicação entre os pares em busca por aprimorar reflexões e compreensões acerca da Modelagem Matemática no Ensino da Matemática, tanto no contexto nacional quanto internacional (OLIVEIRA; KATO, 2017).

Além disso, há um interesse pessoal dos autores nas temáticas anunciadas: a Modelagem Matemática é tema da pesquisa do primeiro autor na última década, tendo sido foco de sua dissertação (MARTENS; KLÜBER, 2016a,b; MARTENS, TAMBARUSSI; KLÜBER, 2017; MARTENS, 2018); o raciocínio matemático e o ensino de CDI, por sua vez, são temas de investigação do segundo autor (TREVISAN; ALVES; NEGRINI, 2021; TREVISAN; ARAMAN, 2021a,b; TREVISAN, 2022). Uma intersecção dessas temáticas mostra-se promissora e exequível e encontra-se em processo de afinamento para elaboração da questão de pesquisa no âmbito da tese do primeiro autor sob orientação do segundo.

Na continuidade, trabalhando em torno do tema proposto, as próximas seções apresentam discussões concernentes à Modelagem Matemática e ao raciocínio matemático e seus processos, seguido da apresentação sobre as ações do professor. Essas seções se justificam para clarear o fenômeno perseguido o qual interrogamos. Na sequência, apresentamos a seção dos procedimentos metodológicos, trazendo compreensões sobre a pesquisa qualitativa segundo uma abordagem fenomenológica, uma vez que é a postura que assumimos nesta pesquisa e, por fim, a seção destinada a descrição e análise de dados referentes a três categorias que emergiram do processo de redução fenomenológica à luz da interrogação de pesquisa perseguida. Em seguida, tecemos interpretações dessas categorias, buscando compreender o que se mostra dessa articulação entre o raciocínio matemático e seus processos e a Modelagem Matemática.

## **SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA**

Diferentes concepções de Modelagem Matemática enquanto tendência metodológica<sup>4</sup> para o ensino de Matemática nos diversos níveis de escolaridade são amplamente discutidas por diferentes autores na literatura (BURAK, 1992; BARBOSA, 2001; ALMEIDA, 2006; BIEMBENGUT; HEIN, 2005; BASSANEZI, 2009). Sem desconsiderar as particularidades de cada concepção, consideramos que, ao mesmo tempo em que apresentam especificidades ao modo como cada autor se refere à Modelagem Matemática, todas são unânimes ao afirmar que a Modelagem vincula a Matemática com o mundo real, partindo do interesse dos estudantes para propiciar uma aprendizagem do conhecimento matemático de modo estimulante, convidativo e útil (QUARTIERI; KNIJNIK, 2012).

Considerando que nosso foco não está em discutir as concepções de Modelagem, neste trabalho, nos alinhamos à concepção de Barbosa (2021), por vincular a Modelagem a uma abordagem mais contemporânea numa perspectiva mais crítica e, por ser uma perspectiva que se embasa em teorias de ensino e aprendizagem, dando referência à Modelagem na Educação Matemática na perspectiva das ciências humanas e sociais (MARTENS, 2018), o que nos permite fazer uma interlocução com o desenvolvimento do raciocínio matemático e seus processos que é foco desta pesquisa.

Barbosa (2001, p. 77) faz referência à Modelagem Matemática, “[...] como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática,

<sup>4</sup> Referimo-nos à Modelagem Matemática como tendência metodológica da Educação Matemática como possibilidade para abordagem dos conteúdos matemáticos, de forma que se opõe ao significado de moda ou algo com significado temporal.

situações oriundas de outras áreas da realidade”. Para esse autor, o ambiente de aprendizagem se configura em três níveis que não são uma prescrição a se seguir ao desenvolver modelagem, mas compreendido como zonas de possibilidades.

Nível 1. Trata-se da “problematização” de algum episódio “real”. A uma dada situação, associam-se problemas. A partir das informações qualitativas e quantitativas apresentadas no texto da situação, o aluno desenvolve a investigação do problema proposto. Nível 2. O professor apresenta um problema aplicado, mas os dados são coletados pelos próprios alunos durante o processo de investigação. Nível 3. A partir de um tema gerador, os alunos coletam informações qualitativas e quantitativas, formulam e solucionam problemas (BARBOSA, 2001, p. 2).

Nesse contexto, no encaminhamento da atividade de Modelagem Matemática, caminhando do nível 1 para o 3, o “grau de abertura” aumenta e se espera que os estudantes assumam a condução das atividades (BARBOSA, 2001). Esses níveis, em outros artigos do mesmo autor (BARBOSA, 2004), são chamados de “casos”. Para um melhor entendimento do leitor, organizamos esses casos no Quadro 1.

**Quadro 1** - Casos sugeridos por Barbosa para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem.

	<b>Caso 1</b>	<b>Caso 2</b>	<b>Caso 3</b>
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004, p. 77).

O caso 1 refere-se a uma atividade mais fechada, cuja condução fica a cargo do professor. Conforme se caminha do caso 1 para o caso 3, a condução da atividade vai sendo mais compartilhada com os estudantes. Para Barbosa (2004), o ambiente de aprendizagem de Modelagem está vinculado à problematização e investigação, em que, primeiro, os estudantes e professores criam perguntas e/ou problemas e, em um segundo momento, buscam selecionar, organizar, manipular informações e refletir sobre elas. Ambos os momentos se articulam durante o envolvimento dos estudantes com a atividade proposta (BARBOSA, 2004).

Neste contexto, o trabalho alinhado a essa tendência parte do interesse dos participantes da atividade, possibilita o envolvimento dos grupos em busca de dados do ambiente e faz com que esses procedimentos sejam capazes de dar significado ao conteúdo, além de desenvolver a autonomia dos participantes, de forma a torná-los agentes do processo de construção do conhecimento matemático (KLÜBER; BURAK, 2008, p. 20).

No âmbito do CDI, autores têm destacado que a inserção da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina pode tornar as aulas mais dinâmicas e interessantes, por não se prender apenas a técnicas e exercícios procedimentais de derivação e integração, mas oportunizar aos estudantes aplicar esses conceitos em situações da realidade (FREITAS; SANT'ANA, 2007). Além disso, contribui para desenvolver uma aprendizagem significativa e um conhecimento reflexivo acerca da Matemática (ALMEIDA, DIAS, 2004), além de proporcionar atitudes de investigação, resolução de problemas e habilidades, por exemplo, do futuro engenheiro (FERRUZZI; ALMEIDA, 2013).

Nesse contexto, na próxima seção, apresentamos uma breve excursão sobre a temática do raciocínio matemático e seus processos, destacando que não podemos perder de vista a elaboração do conhecimento matemático pelos estudantes ao resolverem atividades de Modelagem Matemática.

## **SOBRE O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E SEUS PROCESSOS**

Concordamos com Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2002, p. 7) ao destacarem que um dos objetivos do ensino da Matemática é desenvolver a capacidade de raciocinar. Para esses autores, “[...] raciocinar é realizar inferências de forma fundamentada, ou seja, partir de informação dada para obter nova informação através de um processo justificado”. De modo similar, Lannin, Ellis e Elliot (2011, p. 12) definem o raciocínio matemático como “um processo dinâmico envolvendo conjecturar, generalizar, investigar porquê, desenvolver e avaliar argumentos”.

Destacamos, aqui, três processos do raciocínio matemático considerados essenciais: *conjecturar*, *generalizar* e *justificar*. Os processos foram detalhados no Quadro 2 a partir das ideias principais discutidas pelos referidos autores. Embora esses processos, por vezes, sejam tratados separadamente, estão inter-relacionados, se estimulam e se influenciam mutuamente (JEANNOTTE; KIERAN, 2017).

**Quadro 2** - Processos de conjecturar, generalizar e justificar.

Conjecturar	<p><i>Envolve</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Raciocinar sobre uma relação matemática;</li> <li>- Desenvolver afirmações (provisórias) ou tentativas, mesmo que não verdadeiras, sobre o problema;</li> </ul>	<p><i>Pode aparecer na forma</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Verbal;</li> <li>- Desenho;</li> <li>- Escrita;</li> <li>- Descrições verbais;</li> <li>- Símbolos Numéricos ou Algébricos.</li> </ul>
Generalizar	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar elementos em comum.</li> <li>- Reconhecer padrões;</li> <li>- Estender o raciocínio para outras situações;</li> <li>- Verificar, validar ou refutar afirmações.</li> </ul>	
Justificar	<p><i>Envolve</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Argumentar de maneira lógica sobre uma ideia já compreendida;</li> <li>- Mostrar contraexemplos sobre uma conclusão;</li> </ul>	<p><i>Pode aparecer na forma</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Escrita;</li> <li>- Palavras, números, diagramas e símbolos.</li> </ul>

Fonte: construção dos autores.

Tais processos podem ser potencializados em uma abordagem de ensino na qual o professor seleciona criteriosamente tarefas que não possuam um método de resolução imediato e, a partir delas, constitua um ambiente propício à comunicação, por meio de discussões, sejam em pequenos grupos ou coletivas, que oportunizem aos estudantes assumir protagonismo e desenvolver seu raciocínio matemático (PONTE; QUARESMA; MATA-PEREIRA, 2020). Além disso, as ações do professor neste processo podem potencializar esse desenvolvimento, assunto que discorreremos na próxima seção.

## **SOBRE AS AÇÕES DO PROFESSOR**

Considerando o desenvolvimento do raciocínio como aspecto central no processo de aprendizagem matemática, mostra-se relevante compreender modos de promovê-lo e ações desempenhadas pelo professor neste processo. Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013, p.55) afirmam que uma das ações mais importantes do professor para o desenvolvimento do raciocínio matemático

do estudante é a “seleção das tarefas e a comunicação na sala de aula, sublinhando a natureza do questionamento, a negociação de significados e os processos de redizer”.

Para analisar tais ações do professor, no que se refere ao desenvolvimento do raciocínio dos estudantes, alguns pesquisadores modelos. Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013) apresentam um modelo com o intuito de subsidiar as discussões matemáticas entre o professor e os estudantes em sala de aula, que são as ações de *convidar* (entendido como o envolvimento inicial dos estudantes com a situação), *guiar/apoiar* (momentos em que o professor conduz os estudantes de modo discreto ou explícito por meio de perguntas ou outras intervenções), *informar/sugerir* (o professor assume o papel de apresentar informações, proporcionar discussões/argumentos ou validar respostas dos estudantes) e *desafiar* (coloca o estudante na situação de ele próprio avançar em terreno novo, interpretar, raciocinar, argumentar ou avaliar). Outro modelo similar é o TMSSR (*Teacher Moves for Supporting Student Reasoning*) de Ellis, Özgür e Reiten (2019).

Baseados nestes dois últimos modelos, Araman, Serrazina e Ponte (2019) organizaram um quadro de análise conforme representado no Quadro 3, que descreve quatro ações dos docentes que apoiam o raciocínio matemático, considerando as categorias de acordo com a nomenclatura utilizada por Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013) e as associa com ações discutidas por Ellis, Özgür e Reiten (2019).

**Quadro 3** - Quadro de análise das ações do professor que apoiam o raciocínio matemático.

CATEGORIAS	Convidar	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Solicita respostas para questões pontuais.</li> <li>- Solicita relatos de como fizeram.</li> </ul>	AÇÕES
	Guiar/Apoiar	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fornece pistas aos alunos.</li> <li>- Incentiva a explicação.</li> <li>- Conduz o pensamento do aluno.</li> <li>- Focaliza o pensamento do aluno para fatos importantes.</li> <li>- Encoraja os alunos e re-dizerem suas respostas.</li> <li>- Encoraja os alunos a re-elaborarem suas respostas.</li> </ul>	
	Informar/Sugerir	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Valida respostas corretas fornecidas pelos alunos.</li> <li>- Corrige respostas incorretas fornecidas pelos alunos.</li> <li>- Re-elabora respostas fornecidas pelos alunos.</li> <li>- Fornece informações e explicações.</li> <li>- Incentiva e fornece múltiplas estratégias de resolução.</li> </ul>	
	Desafiar	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Solicita que os alunos apresentem razões (justificativas).</li> <li>- Propõe desafios.</li> <li>- Encoraja a avaliação.</li> <li>- Encoraja a reflexão.</li> <li>- Pressiona para a precisão.</li> <li>- Pressiona para a generalização.</li> </ul>	

Fonte: Araman, Serrazina e Ponte (2019, p. 476).

Especificamente no contexto do CDI, a partir desse quadro de análise, Trevisan e Volpato (2022) e Trevisan, Negrini, Falchi e Araman (2023) destacaram um movimento contínuo e crescente nas ações do professor durante a condução da discussão, destacando as implicações para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes e compreensão de conceitos.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Considerando a proposta desse trabalho, essa investigação tem caráter qualitativo segundo uma visão fenomenológica e se caracteriza como uma metapesquisa<sup>5</sup>. Bicudo (2014) define-a como uma técnica desenvolvida com o fim de integrar os resultados de dois ou mais estudos sobre um tema investigado. Mostra-se relevante nas pesquisas qualitativas, pois o pesquisador, ao buscar compreensões, integrando várias pesquisas independentes, abre caminhos para a teorização de temas investigados e direciona maior sustentação para trabalhos futuros.

A fenomenologia, como método de investigação,

[...] fundamenta procedimentos rigorosos de pesquisa, mostrando de que maneira tomar a educação como fenômeno e chegar aos seus invariantes ou características essenciais para que as interpretações possam ser construídas, esclarecendo o investigado e abrindo possibilidades de intervenção no campo da política educacional e da prática pedagógica. (BICUDO, 1999, p. 12).

Nesse movimento de investigação, trabalhar fenomenologicamente mostra-se apropriado, pois não partimos de imposições teóricas ou ideológicas preestabelecidas, mas buscamos compreensões sobre o que se mostra do nosso fenômeno (BICUDO, 1999), em especial, as intersecções entre Modelagem Matemática, ensino de CDI e raciocínio matemático e seus processos.

Compreendendo a representatividade que a CNMEM tem frente ao debate sobre a Modelagem Matemática, debruçamo-nos em relatos de experiência e comunicações científicas publicados nas edições do VII, VIII, IX, X e XI deste evento, que discutiram práticas de Modelagem Matemática no interior da disciplina de CDI. A escolha por essas cinco últimas edições do evento se justifica por contemplar praticamente uma década de produções que foram desenvolvidas e disseminadas por pesquisadores, professores e estudantes na CNMEM, que é vista como um espaço consolidado, constituído por uma comunidade que pesquisa sobre Modelagem no Brasil (OLIVEIRA; KATO, 2017).

Uma busca inicial foi feita a partir dos títulos dos trabalhos que remetessem ao ensino de CDI. Ainda que o título não trouxesse explicitamente a expressão “ensino de Cálculo”, voltamo-nos para a leitura dos resumos dos trabalhos e se, ainda assim, não encontrássemos informações suficientes, realizávamos a leitura na íntegra. Essa expressão foi escolhida considerando a proposta do nosso trabalho de olhar para as práticas de Modelagem Matemática na disciplina de CDI, com a finalidade de compreender o que se mostra dessa disciplina sobre o raciocínio matemático e seus processos.

Visando ilustrar essa busca, trazemos, na Tabela 1, o quantitativo total de trabalhos que levamos nas cinco últimas edições do evento, evidenciando o total de artigos emergidos que fizeram referência à temática pesquisada, e o percentual que esses trabalhos representam em relação ao total de artigos publicados no evento.

<sup>5</sup> De acordo com Zimmer (2006), sobre esse procedimento de pesquisa, também são utilizados os termos metassíntese, metapesquisa, metanálise qualitativa e análise agregadora. Nesse texto optamos por utilizar o termo metapesquisa.

**Tabela 1** - Quantitativo de textos emergidos nas buscas.

Edição do evento	Total de textos no evento e Modalidade do texto <sup>6</sup>	Total de textos emergidos	Percentual em relação ao total
VII CNMEM - 2011	32 - CC 32 - RE	2 - CC 4 - RE	6,2% 12,5 %
VIII CNMEM - 2013	43 - CC 20 - RE	----- 1 - RE	---- 5%
IX CNMEM - 2015	37 - CC 22 - RE	3 - CC 2 - RE	8,1% 9%
X CNMEM - 2017	54 - CC 46 - RE	3 - CC 4 - RE	5,5% 8,6%
XI CNMEM - 2019	51 - CC 42 - RE	3 - CC 1 - RE	5,8% 2,3%
<b>TOTAL</b>	379	25	6,5%

Fonte: construção dos autores.

Após a leitura desses trabalhos, levantamos um total de 25 estudos nas cinco edições do evento, sendo doze relatos de experiência e treze comunicações científicas. No entanto, ao fazer uma leitura mais detalhada dos artigos após esse levantamento, constatamos que uma comunicação científica não se encaixava na proposta deste trabalho, por ser um trabalho de cunho revisão bibliográfica. Sendo assim, totalizaram-se 24 trabalhos que fizeram parte do *corpus* de análise desta pesquisa, sendo doze relatos de experiência e doze comunicações científicas. Trazemos, no Quadro 4, em ordem alfabética, a referência bibliográfica desses estudos e a sua modalidade CC - comunicação científica ou Re - quando se referir a Relatos de experiência.

**Quadro 4** - Dos trabalhos analisados

Título / Modalidade	Apresentação dos objetivos dos artigos
ALVES, V. H. G.; CAVALCANTI, D. dos S.; KATO, L. A. Contribuições da Modelagem Matemática no processo de assimilação do conceito de função. VII CNMEM, 2011, Belém, - PA. <b>Anais.../RE</b>	Analisar como a Modelagem Matemática pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem dos conceitos vistos em Cálculo I.
BARROS, M. C. de.; MELO, P. A. P. de; KATO, L. A. O uso do registro gráfico em uma atividade de Modelagem Matemática. XI CNMEM, 2019, Belo Horizonte, - MG. <b>Anais.../CC</b>	Investigar o potencial de uma atividade de Modelagem Matemática no favorecimento do uso do registro gráfico para a compreensão do fenômeno estudado.
BRAGA, R. M. Vinculação entre Modelagem Matemática e experimentos. VII CNMEM, 2011, Belém, - PA. <b>Anais.../CC</b>	Analisar as contribuições da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem das equações diferenciais ordinárias, quando da utilização do experimento Resfriamento da Cerveja, por um grupo de estudantes do curso de Licenciatura Plena em Matemática na disciplina Cálculo II.
CALIFANI, V. L.; BORSSOI, A. H. Crescimento de macrófitas: uma problemática, dois modelos e diferentes recursos para Modelagem. X CNMEM, 2017, Maringá, - PR. <b>Anais.../CC</b>	Discutir como a Modelagem Matemática, modelos matemáticos e a utilização de <i>softwares</i> podem integrar o ambiente educacional durante a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1 do curso de Engenharia Ambiental,
FERRUZZI, E. C.; BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. de. Alternativas de resolução de uma situação-problema por meio da Modelagem Matemática. VII CNMEM, 2011, Belém, - PA. <b>Anais.../CC</b>	Apresentar como poderia ser desenvolvida uma mesma situação-problema em disciplinas com grau de exigência e conhecimentos diferentes.

<sup>6</sup> Visando uma melhor organicidade utilizaremos as siglas RE para indicar Relato de Experiência e CC para indicar Comunicação Científica.

FREITAS, W. S. de. O encontro entre as disciplinas da matemática e da área técnica no desenvolvimento de um projeto de Modelagem Matemática. IX CNMEM, 2015, São Carlos, - SP. <b>Anais.../CC</b>	O artigo visa refletir acerca das potencialidades de se firmar uma parceria entre as disciplinas da matemática e das áreas técnicas nos institutos federais no desenvolvimento de projetos de modelagem matemática.
KOGA, T. M.; SILVA, K. A. P. da. Estratégias heurísticas reveladas pelos signos em uma atividade de Modelagem Matemática. XI CNMEM, 2019, Belo Horizonte, - MG. <b>Anais.../CC</b>	Desenvolver uma análise crítica reflexiva referente à prática escolar no ensino básico.
MENDES, T. F.; ALMEIDA, L. M. W. de. Semiótica Peirceana em atividades de Modelagem Matemática. X CNMEM, 2017, Maringá, - PR. <b>Anais.../CC</b>	Apresentar a análise de uma atividade de modelagem matemática em que buscamos identificar as categorias fenomenológicas caracterizadas por Peirce (1972) no desenvolvimento da mesma.
MENEZES, R. O.; DUARTE, W. E.; BRAGA, R. M.; SANTO, A. O. do E. Atividades desenvolvidas no laboratório experimental de Modelagem Matemática. X CNMEM, 2017, Maringá, - PR. <b>Anais.../RE</b>	Relatar vivências ocorridas no desenvolvimento de atividades no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM) localizado no Campus Universitário de Castanhal da Universidade Federal do Pará (CUNCAST/UFPA).
PEREIRA, G. M. R.; JUNIOR, A. J. de S.; OLIVEIRA, D. E. de. Uma experiência de Modelagem Matemática com alunos do curso de agronomia. X CNMEM, 2017, Maringá, - PR. <b>Anais.../RE</b>	Analisar uma proposta educativa de Modelagem Matemática realizada ao longo de um semestre letivo, abordando as potencialidades e formas de interações que essa tendência no ensino de Cálculo na área de Ciências Agrárias.
SANTOS, A. E. S. dos. Atividade de Modelagem Matemática: formação do conceito de limite. IX CNMEM, 2015, São Carlos, - SP. <b>Anais.../RE</b>	O objetivo do artigo consiste em apresentar uma atividade de Modelagem Matemática na formação do conceito de limite a fim de diminuir uma das dificuldades de aprendizagem de cálculo.
SANTOS, A. E. S. dos.; BRAGA, R. M. Modelagem Matemática para alunos em dependência na disciplina Cálculo I. VII CNMEM, 2011, Belém, - PA. <b>Anais.../RE</b>	Apresentar como ocorreu o processo de Modelagem Matemática em uma turma de Matemática na disciplina de Cálculo I.
SANTOS, N. T. dos. et al. Modelagem Matemática: uma experiência utilizando dados socioeconômicos e ambientais do município de Capanema-PA. X CNMEM, 2017, Maringá, - PR. <b>Anais.../RE</b>	Relatar uma experiência com Modelagem desenvolvida através dos dados contidos nas tabelas do Relatório do IDESP-PA (Instituto de Desenvolvimento Econômico, Social e Ambiental do Pará), sobre o município de Capanema - PA.
SANTOS, R. A. dos. et al. Contextualizando o Cálculo Diferencial e Integral: uma experiência ancorada na Modelagem Matemática. XI CNMEM, 2019, Belo Horizonte, - MG. <b>Anais.../RE</b>	Objetivou oportunizar aos acadêmicos de Engenharia Civil uma atividade de modelagem matemática capaz de fazê-los refletir sobre as possibilidades de construir e analisar modelos matemáticos em sua área de atuação.
SATO, S. N. O modelo de Mitscherlich como um cenário de modelagem matemática para uma turma de engenharia ambiental. VIII CNMEM, 2013, Santa Maria, - RS. <b>Anais.../RE</b>	Compartilhar a experiência do autor, como professor de Cálculo Integral no curso de Engenharia Ambiental,
SILVA, A. Q. da.; SILVA, A. M. C. da.; OLIVEIRA, L. A. de. A Modelagem Matemática no ensino de função do 2º grau. VII CNMEM, 2011, Belém, - PA. <b>Anais.../RE</b>	Desenvolver o conteúdo função do 2º grau, utilizando a modelagem matemática, como metodologia para estudar uma situação-problema referente a tarifa das passagens de transporte coletivo.
SILVA, C. da.; ALMEIDA, L. M. W. de. Indicativos de aprendizagem significativa em atividade de Modelagem Matemática. X CNMEM, 2017, Maringá, - PR. <b>Anais.../CC</b>	Analisar, segundo os pressupostos da análise textual discursiva, uma atividade de modelagem desenvolvida por estudantes, em uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1, do primeiro período de um curso de licenciatura em Química.
SILVA, J. M. G. da. SILVA, K. A. P. da. O uso da Modelagem Matemática na formação inicial de Professores de Química. IX CNMEM, 2015, São Carlos, - SP. <b>Anais.../RE</b>	Relatar as percepções e as contribuições de uma atividade de Modelagem para a capacitação dos mesmos quanto à docência a partir de discentes do curso de Licenciatura em Química na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.
SOARES, D. da Silva. Modelagem ou aplicações? Caracterizando uma proposta pedagógica para alunos de Biologia. VII CNMEM, 2011, Belém, - PA. <b>Anais.../CC</b>	Objetiva "pensar em voz alta" sobre possíveis convergências e divergências entre o trabalho desenvolvido e três tipos de abordagens no trabalho com modelos matemáticos na Educação Matemática: modelagem, aplicações e modelagem exploratória.
SOARES, D. da S. Derivada no contexto de transmissão da malária: considerações acerca do desenho de uma tarefa. IX CNMEM, 2015, São Carlos, - SP. <b>Anais.../CC</b>	Analisar o desenho de uma das tarefas que compõem a abordagem pedagógica para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral proposta em Soares (2012). A tarefa em questão tem como objetivo introduzir o conceito de derivada a partir da análise do comportamento de dois gráficos.

TATSCH, K. J. S.; BISOGNIN, V. ; SANTOS, L. M. M. dos. Modelagem Matemática no ensino superior: número de veículos em circulação - Rumo ao colapso no trânsito de Santa Maria? VII CNMEM, 2011, Belém, - PA. <b>Anais.../RE</b>	Relatar a experiência de ensino numa turma do curso de licenciatura em matemática e outra do curso de Sistemas de Informação, na disciplina de Cálculo I, utilizando a Modelagem Matemática para introduzir o conceito de função exponencial.
VIDOTTI, D. B.; KATO, L. A. Atividades de Modelagem Matemática oportunizando a prática como componente curricular na disciplina de cálculo II. X CNMEM, 2017, Maringá, - PR. <b>Anais.../RE</b>	Descrever o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática realizada na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II.
VIDOTTI, D. B.; KATO, L. A. Modelagem Matemática e análise de erros no processo de aprendizagem de cálculo diferencial integral de funções de várias variáveis. IX CNMEM, 2015, São Carlos, - SP. <b>Anais.../CC</b>	Detectar e analisar alguns dos erros cometidos pelos estudantes em atividades de Cálculo Diferencial e Integral de Funções de Várias Variáveis aplicando a Modelagem Matemática em uma turma de Licenciatura em Matemática.
VIDOTTI, D. B.; KATO, L. A. O uso de erros matemáticos ocorridos no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem como um incentivo para novas descobertas. XI CNMEM, 2019, Belo Horizonte, - MG. <b>Anais.../CC</b>	Investigar como os erros matemáticos manifestados pelos estudantes no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, no contexto do Cálculo Diferencial Integral (CDI), podem conduzi-los a reflexões e aprendizagens.

Fonte: construção dos autores.

Após o levantamento desses trabalhos, passamos para a leitura dos textos na íntegra, com o intuito de proceder com o destaque das unidades de significado, que são, segundo Bicudo (2011, p. 50), “[...] unidades que fazem sentido para o pesquisador, sempre tendo como norte o que é perguntado”. Trata-se de fragmentos destacados dos textos, nesse caso, trechos das comunicações científicas e relatos de experiência, sempre direcionados pela nossa interrogação de pesquisa, ou seja, “[...] se constituem pontos de partida das análises, busquem elas pela estrutura do fenômeno, busquem pelo dito em textos que se mostrem significativos em relação à pergunta formulada e ao fenômeno de investigação” (BICUDO, 2011, p. 50).

Dado o quantitativo de trabalhos e, para uma melhor organicidade dos dados, utilizamos o *software* Atlas.ti<sup>7</sup>, que, segundo Klüber (2014, p. 20), é “[...] potencialmente significativo para ser utilizado no âmbito da pesquisa fenomenológica e nas mais diversas áreas”. Ele dispõe de ferramentas que auxiliam nos procedimentos fenomenológicos, a exemplo, o estabelecimento das unidades de significado e das categorias/ Núcleos de Ideias da pesquisa em que nos debruçamos.

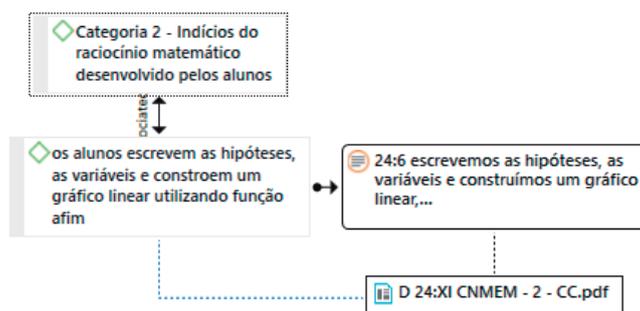
A seguir, para um melhor entendimento do leitor, apresentamos, na Figura 1, um exemplo de unidade de significado<sup>8</sup>. Na parte superior da imagem, apresentamos a categoria. Já na parte central, do lado esquerdo da imagem, apresentamos a unidade de significado e, ainda na parte central, do lado direito da imagem, está o excerto do texto em que a unidade foi destacada, junto com o código da unidade, que são apenas marcadores gerados pelo próprio *software*, por exemplo, o código 24:6 refere-se à sexta unidade destacada do vigésimo quarto documento analisado.

Na parte inferior da figura, é possível visualizar o documento em que a unidade foi destacada conforme numeração atribuída pelo *software*.

<sup>7</sup> A licença foi adquirida pelo autor.

<sup>8</sup> Vale destacar que essas unidades não se encontram prontas no texto, elas são reescritas pelo pesquisador em linguagem própria, buscando pelo significado direcionado pela interrogação de pesquisa. Assim como todo o processo de análise é efetuado pelo pesquisador sem a interferência do *software*.

**Figura 1** - Exemplo da categoria e uma unidade de significado que a compõe.

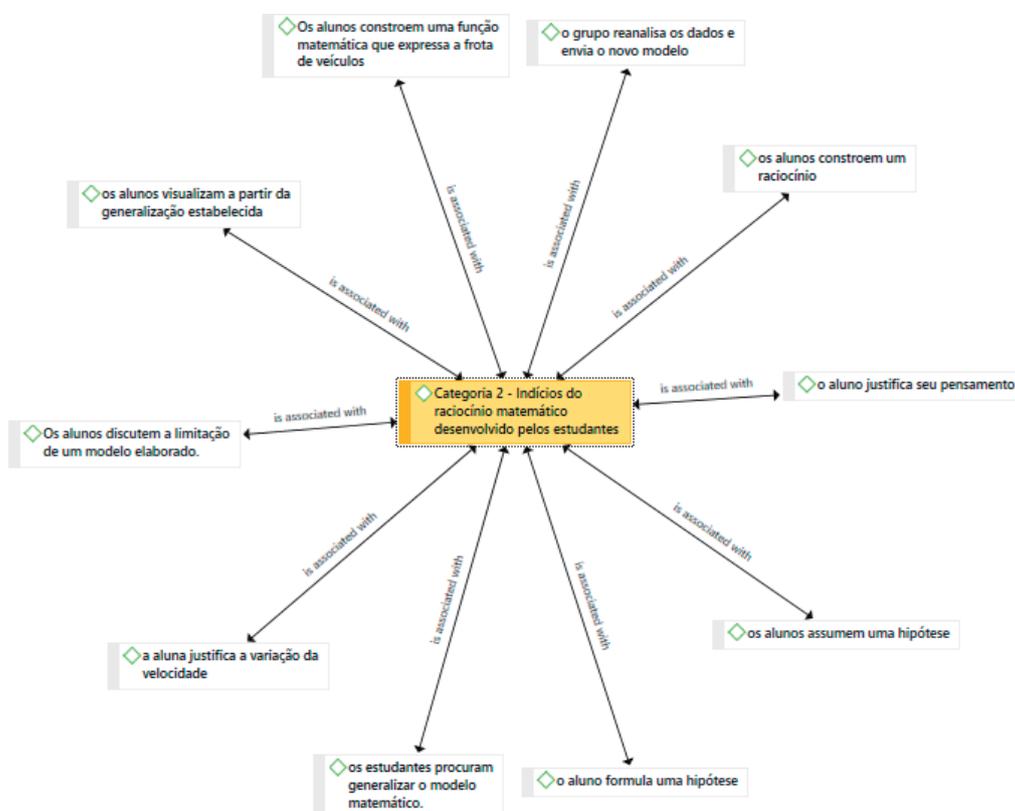


Fonte: construção dos autores.

Tendo realizado esse destaque das unidades, voltamo-nos para o processo de encontrar convergências entre elas e, assim, estabelecer as categorias, ou seja, “articulando as compreensões que resultaram dessa seleção das unidades de significado e das próprias unidades, o pesquisador trata de agrupá-las em categorias”. (GARNICA, 1997, p. 117).

Esse processo culminou em três categorias, sendo elas: Categoria 1 - Sobre o contexto das propostas de atividades; Categoria 2 - Indícios do raciocínio matemático desenvolvido pelos estudantes; Categoria 3 - Sobre o papel do professor. Na figura 2, apresentamos uma ilustração da categoria 2 representada no *software* e as unidades de significado que a compõe.

**Figura 2** - Ilustração da rede representada no *software* referente a categoria 2 e algumas unidades.



Fonte: construção dos autores.

Com o intuito de clarear ao leitor esse processo de descrição e interpretação das categorias, na seção seguinte, voltamos para um breve esclarecimento sobre esse processo. Em seguida, trazemos as 3 categorias e suas respectivas descrições e interpretações a partir do seu núcleo de sentido, direcionados pela interrogação que perseguimos.

## *DESCRIÇÃO E INTERPRETAÇÃO DAS CATEGORIAS*

Para Bicudo (2011, p. 45-46), “a descrição descreve o movimento dos atos de consciência. Ela se limita a relatar o visto, o sentido, ou seja, a experiência como vivida pelo sujeito [...] apenas exposição do vivido como sentido ou percebido.” No entanto, na investigação fenomenológica não nos fechamos ou esgotamos a pesquisa na descrição (SOUZA; PAULO, 2020), é preciso ir além do ato de descrever o fenômeno no qual ele se doa a conhecer, o que se abre para a interpretação das ideias abrangentes à luz da interrogação de pesquisa assumida (BICUDO, 2020).

O ato de interpretar transcende a descrição, dito de outra forma, voltamos à compreensão e interpretação das coisas que se mostram, com o intuito de tornar visível o que está escondido (PALMER, 1969). Como indica Palmer (1969, p. 134, grifo do autor), o “sentido metodológico da descrição fenomenológica é *interpretação*”. Nesse sentido, assumimos a hermenêutica, como uma intenção filosófica de modo que nos auxilia na interpretação dos dados (SOUZA; PAULO, 2020). Desse modo, ao assumir a postura fenomenológica-hermenêutica, que significa a busca por “explicitar o significado da palavra em certo contexto e buscar, em articulação com a interrogação da pesquisa, ver o que se mostra como significativo”. (SOUZA; PAULO, 2020, p. 295). Clareado esse entendimento, na próxima seção descrevemos cada uma das categorias a partir das unidades de significado que a compõem, em seguida, passamos a interpretá-las a luz da nossa interrogação.

### **Categoria 1 - Sobre o contexto das propostas de atividades desenvolvidas**

As unidades de significado presentes nessa categoria mostram que as atividades foram propostas em disciplinas de CDI I, II e III em diferentes turmas de graduação, em cursos de Licenciatura em Ciências Biológicas, Física, Química e Matemática e em turmas de bacharelado em Agronomia, Sistemas de Informação, Engenharia Ambiental, Civil e Eletrônica. As atividades foram desenvolvidas com diferentes tempos de duração como: três horas-aula; dez horas-aula; encontros semanais durante dois meses; três encontros; cinco horas-aula; seis horas-aula durante três dias. Emergem unidades que explicitam a atividade sendo desenvolvida em grupos de estudantes em período extraclasse, outras unidades trazem a atividade sendo realizada como uma das atividades finais da disciplina, outras desenvolvidas como trabalhos de conclusão de disciplina sendo a APS - atividade prática supervisionada e a APCC - atividades práticas como componente curricular. Essas atividades estão relacionadas a diferentes temáticas como: o crescimento da frota de veículos em uma cidade; a determinação do volume de uma laranja; resistência física; resfriamento da cerveja; transmissão da malária, dentre outros temas.

A categoria indica que as atividades de Modelagem são desenvolvidas em diferentes cursos no Ensino Superior. Essas atividades partem de situações da realidade dos estudantes, tendo, como principal objetivo, utilizar conceitos do CDI para a resolução do problema ou encontrar um modelo matemático que valide o que a atividade propõe.

As atividades são desenvolvidas em sua maioria de forma pontual. Apenas dois trabalhos indicam que a Modelagem Matemática é desenvolvida de forma mais abrangente na disciplina, percorrendo

todo o semestre, período total de duração da disciplina, e há outro que indica que foram realizadas cinco propostas de Modelagem na mesma turma. No entanto, em sua maioria, são dedicadas poucas horas-aula da disciplina para aplicação da proposta.

Embora sejam iniciativas que se mostram positivas e que despertam, nos estudantes, curiosidade e estímulo ao aplicar os conteúdos de cálculo, compreendemos que há de se pensar sobre os objetivos do desenvolvimento dessas atividades, se é apenas o estudante ter um contato prévio com a atividade de Modelagem, se é apenas uma mera aplicação do conteúdo de CDI ou se é realmente ensinar o CDI a partir de uma tendência metodológica diferenciada que vá na contramão do ensino usual e que, de fato, contribua para a formação matemática dos estudantes. Mostra-se relevante refletir se tal abordagem pode contribuir para a superação do baixo índice de aprovação nessa disciplina, fato citado pela maioria dos artigos analisados em sua introdução.

## **Categoria 2 - Índícios do raciocínio matemático desenvolvido pelos estudantes**

Esta categoria apresenta as unidades que esboçam indícios de organização de um discurso matemático dos estudantes, apontando indícios de desenvolvimento do raciocínio matemático quando buscam solucionar a atividade proposta.

Parte das unidades de significado presentes nessa categoria revelam que, ao desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática, os estudantes escrevem hipóteses, constroem gráficos, verificam se a hipótese é válida e discutem hipóteses sobre qual tipo de função poderia representar o gráfico plotado.

Outras unidades revelam que os estudantes criam estruturas algébricas, identificam o conteúdo de função do segundo grau, determinam equações e fazem observações sobre o crescimento gráfico. Além disso, a categoria indica generalizações estabelecidas pelos estudantes a partir do desenvolvimento de modelos matemáticos. Buscam, também, validar um modelo matemático a partir da generalização para outras situações além da apresentada no problema proposto ou, ainda, a partir de coerência dos valores encontrados.

A categoria indica, também, que os estudantes estabelecem justificativas a partir da observação de alguma representação gráfica ou por meio de análise descritiva, com base nos dados experimentados ou, ainda, na descrição de como procedeu com a resolução do problema.

Sobre a validação, os estudantes tendem a refutar uma ideia anterior a partir do momento em que chegam em uma função ou representação gráfica ou, ainda, após perceberem erros na representação algébrica, concluindo que a expressão não era adequada ou que o gráfico não representava a situação ou, ainda, que o valor encontrado não condizia com o valor de referência, discutindo a limitação de um modelo elaborado.

A categoria contempla, ainda, unidades que explicitam o uso de softwares específicos que o professor indica para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática ou que os estudantes sentem a necessidade de utilizar para representar modelos construídos, levantar hipóteses, generalizar ou validar modelos e os dados a partir de representações gráficas. São citados os *softwares Geogebra e Wolfram Alpha, SolidEdge, Winplot, QGis, Excel, Modellus*, dentre outros.

Quanto aos estudantes escreverem hipóteses e, ao verificar se elas são válidas por meio da expressão gráfica, reconhecemos que eles mobilizam processos de conjecturar e de justificar.

Por exemplo, o trecho significativo referente à unidade (24:6), na fase da matematização, quando perguntado pelo professor ao grupo como foi realizada esta fase, é respondido: “escrevemos

as hipóteses, as variáveis e construímos um gráfico linear, utilizando função afim que já tínhamos utilizados antes, em outra atividade”. Esse trecho de fala trazido pelo autor ilustra uma justificativa que está sendo elaborada pelo estudante para suas conjecturas (hipóteses) com vistas à busca em chegar a conclusões válidas.

Tais processos estão ligados à procura de alguma relação em que buscam validar sua hipótese por meio de algum fenômeno matemático como a representação gráfica, o que revela a busca por construir uma relação matemática a partir da sua incerteza com a finalidade de inferir como verdadeira a hipótese inicial (JEANNOTTE; KIERAN, 2017).

Nessa mesma direção, em outro trabalho, encontramos um excerto do texto referente à unidade de significado (4:4) que aponta indícios do processo de conjecturar quando o professor propõe uma atividade com o intuito de possibilitar, aos estudantes, a compreensão e a formalização da ideia de limite no infinito a partir de um problema de juros compostos. Os estudantes respondem aos questionamentos do professor mostrando entendimento sobre como relacionaram os dados fornecidos com juros compostos, como ilustra o trecho a seguir: “[...] a partir de um capital inicial mais o juro sobre ele, irei obter um novo valor. E a partir do valor do primeiro multiplicado pela taxa de juros anual, mais o capital inicial, obterei um novo montante. E assim, sucessivamente partindo sempre do valor anterior”. Esse excerto, quando lido à luz da interrogação de pesquisa, mostra-se significativo para a compreensão do nosso fenômeno indicando o ato de conjecturar que, segundo Lannin, Ellis e Elliot (2011), “envolve o raciocínio sobre as relações matemáticas para desenvolver afirmações que são provisoriamente consideradas verdadeiras, mas que não se sabe se são verdadeiras”. (LANNIN; ELLIS; ELLIOT, 2011, p. 76).

Outro trecho significativo correspondente à unidade (25:5), revela que trabalhar um problema com temática sobre a concentração de um medicamento no organismo de uma pessoa: “os alunos assumiram como hipótese que com o passar do tempo a quantidade do medicamento no organismo diminui”. Assim, para verificarem tal hipótese, “após definirem a meia vida do medicamento como cinco dias, listaram a concentração do medicamento com o passar do tempo, para isso, utilizaram o registro numérico. Em seguida, utilizando estes valores, esboçaram os pontos no gráfico”. E justificaram suas conclusões, escrevendo: “a cada 5 dias aproximadamente a quantidade do medicamento cai pela metade e cada vez mais, se aproximando do zero, porém nunca zerando a quantidade do medicamento” (BARROS; MELO; KATO, 2019, p. 8-9).

Esse trecho revela indícios de justificativas expressas pelos acadêmicos, baseadas na construção e observação de uma função a partir da representação gráfica, de dados experimentados e descrição de suas conclusões para resolução do problema, o que vem ao encontro de como os autores, definem uma justificativa matemática sendo “[...] um argumento lógico baseado em ideias já compreendidas” (LANNIN, ELLIS, ELLIOT, 2011, p. 76).

Para esses autores, a justificativa também pode ser expressa quando o estudante fornece um contraexemplo, compreendendo que, para que uma declaração seja verdadeira, tem que ser para todos os exemplos. Esse aspecto vem ao encontro do trecho significativo destacado, que originou a unidade (16:13), apresentando o momento em que os estudantes refutam uma ideia anterior ao chegarem em estruturas matemáticas ou representação gráfica e percebem erros ou que o valor encontrado não responde o problema “essa função não é a mais adequada para a situação não, a queda de tensão vai ficar muito alta”. Ou seja, ao “refazerem os cálculos, os mesmos perceberam que não estavam considerando as potências decimais indicadas no visor da calculadora”.

Outro aspecto relevante que se revelou refere-se ao uso de recursos tecnológicos como um aliado nas atividades, quando os estudantes validam o modelo matemático ou buscam outras representações, como a gráfica, com o intuito de tornar válida uma justificativa ou refutá-la.

Além disso, ao criarem estruturas matemáticas, sejam elas equações, funções ou polinômios, os estudantes buscam, por meio de propriedades e definições matemáticas, classificar o objeto em estudo e defini-lo matematicamente. Tais ações compreendem o processo de classificar, que, segundo Jeannotte e Kieran (2017, p. 19), compreende inferências “pela busca de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos [...] baseada em propriedades e definições matemáticas”.

Vale mencionar que, em geral, não foram encontrados indícios de que os autores tenham citado pesquisadores que trabalham explicitamente com o raciocínio matemático e seus processos ao analisar atividades de Modelagem Matemática realizadas pelos estudantes. Apenas dois dos 24 trabalhos analisados mencionam a semiótica Peirceana como aporte teórico utilizado pelos autores para analisar as representações matemáticas desenvolvidas pelos estudantes, mostrando-se como uma base teórica utilizada pelos autores com a finalidade de compreender o conhecimento matemático expresso pelos estudantes.

Em suma, essa categoria revelou que os estudantes parecem mobilizar diferentes processos a partir das atividades de Modelagem Matemática, com destaque para conjecturar, generalizar, justificar e, de modo complementar, processos como classificar e refutar.

### **Categoria 3 - Sobre o Papel do Professor**

Essa categoria dedica-se a apresentar as ações do professor no momento em que os acadêmicos desenvolveram atividades de Modelagem Matemática em aulas de CDI. As ações do professor se voltam a instigar, questionar o estudante a formar uma conjectura, provocar seu pensamento e partir de perguntas feitas por eles não lhes dando respostas prontas. A categoria explicita que o professor indaga os estudantes a explicarem com outras palavras o que estão querendo dizer. Outras unidades ainda indicam que o professor valida o conhecimento e argumentos explanados pelos estudantes. A categoria apresenta, também, a ação do professor em desafiar os estudantes a trazerem outra ideia ou que estes confirmem os cálculos realizados e que vão ao quadro expor e discutir a etapa do cálculo com a turma.

A categoria revela que o professor, ao desenvolver propostas de Modelagem no interior de disciplinas de CDI, tem ações que se opõem a uma aula usual, fortemente controlada pelo professor e com poucas possibilidades de os estudantes participarem. Tais ações aproximam o professor de uma abordagem de ensino do tipo exploratória como discutido por Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2013). Uma vez que não parte de atividades com um método de resolução imediato, o professor altera seu papel. Assim, ao invés de ensinar diretamente conceitos, algoritmos e exercícios procedimentais, de resolução a partir de um exemplo, ele “[...] propõe aos alunos um trabalho de exploração e descoberta, e promove momentos de negociação de significados, argumentação e discussão coletiva”. (PONTE; QUARESMA; MATA-PEREIRA, 2013, p. 10).

É explícito que o professor se volta para as questões levantadas pelos estudantes, estabelecendo uma atitude de não responder imediatamente os questionamentos por eles levantados. Ao contrário, solicita que o estudante reelabore sua fala, reflita e confira seus cálculos. Tais ações indicam tentativas do professor em conduzir o estudante a avançar e promover ideias matemáticas, ações essas do tipo guiar/apoiar.

Outra ação do professor caracterizada por Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013, p. 59) como Informar/Sugerir que é aquele momento em que “o professor assume o papel de introduzir informação, proporcionar argumentos, ou validar respostas dos alunos”. Tal ação se faz presente nas práticas de Modelagem no momento em que o professor sistematiza conceitos, para que os estudantes avancem no desenvolvimento da atividade ainda no momento em que ele valida os conhecimentos e argumentos dos estudantes. Esse é um momento importante do desenvolvimento da atividade, porque o professor conduz o estudante por um motivo principal: levá-los a aprenderem um determinado assunto, aproveitando as situações que surgem no decorrer da atividade para reforçar aprendizagens anteriores (PONTE; MATA-PEREIRA; QUARESMA, 2013).

## **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES**

Em um primeiro momento, ao proceder com o levantamento dos estudos, surpreendeu-nos o fato de que, em todas as edições do evento, houve pelo menos um trabalho que apresentou propostas de atividades de Modelagem Matemática no interior de disciplinas de CDI. Embora não seja um número representativo, considerando a quantidade de trabalhos do evento, esse aspecto revela que há pesquisadores preocupados com o ensino de CDI e adotam a Modelagem Matemática como tendência metodológica para ensinar essa disciplina.

Considerando as compreensões realizadas e, ao voltarmos à nossa interrogação de pesquisa, nossas análises mostram que as propostas de atividades de Modelagem Matemática, em sua maioria, são realizadas de forma temporal ou se concentram em propostas de finalização da disciplina. Esse aspecto traz reflexões sobre o cuidado de não recair em um modelo de atividade de Modelagem de caráter aplicado, desenvolvido somente em momentos específicos, em poucas horas no interior da disciplina de CDI e/ou em atividades de como finalização do curso como a APS - atividade prática supervisionada e a APCC - atividades práticas como componente curricular e depois o professor voltar para a sua prática usual (quadro, giz e resolução de exercícios procedimentais).

Embora vários dos trabalhos analisados tragam, na sua introdução, a problemática do ensino da disciplina de CDI como a alta reprovação, as dificuldades dos estudantes e a falta de interesse dos estudantes, sugerindo a Modelagem Matemática como possibilidade para melhorar essa problemática diante de suas potencialidades, compreendemos que apenas práticas pontuais dificilmente contribuirão para a superação dessas dificuldades.

Outro aspecto que se revelou ao nos debruçarmos na análise dos trabalhos é o de que as propostas de atividades de Modelagem Matemática contribuem para o desenvolvimento do raciocínio matemático. Alguns estudos analisados apresentam indícios de desenvolvimento de raciocínio matemático em que reconhecemos momentos que os estudantes mobilizam processos relacionados a conjecturar, generalizar e justificar.

Embora os autores não conduzam suas análises explicitamente a partir de um referencial teórico específico sobre a temática do raciocínio matemático, há dois trabalhos emergentes que trouxeram a teoria da semiótica Peirceana ao discutir as representações matemáticas dos acadêmicos. Além disso, foi possível observar, a partir da hermenêutica realizada, que em algumas pesquisas não há explicações aprofundadas sobre como foi procedida a análise dos discursos dos estudantes e se eles constroem ou não o conhecimento matemático, o que abre possibilidades para futuras investigações, considerando essa interlocução entre o desenvolvimento do raciocínio matemático e seus processos e as atividades de Modelagem Matemática.

Neste movimento, essa interlocução teórica em pesquisas sobre a Modelagem Matemática, o ensino de Cálculo Diferencial e Integral e o raciocínio matemático e seus processos mostra-se relevante diante das evidências aqui expostas e abrem possibilidades para outras pesquisas com vistas à análise das contribuições das atividades de Modelagem Matemática alinhadas às ações do professor na promoção do raciocínio matemático e seus processos na disciplina de CDI.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Registramos nossos agradecimentos ao Grupo de pesquisa: Investigação Fenomenológica na Educação Matemática - IFEM, pelo contato inicial com o *software* Atlas.t.i.

## REFERÊNCIAS

ABREU, O.H. **Discutindo algumas relações possíveis entre intuição e rigor e entre imagem conceitual e definição conceitual no ensino de Limites e Continuidade em Cálculo I**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 17, n. 22, p. 19 - 35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W. Modelagem Matemática: um Caminho para o Pensamento Reflexivo dos Futuros Professores de Matemática. **Revista Contexto & Educação**, Ijuí, v. 21 n. 76, p. 115-126, 2006.

ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L.; PONTE, J. P. “Eu perguntei se o cinco não tem metade”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 2, p. 466-490, 2019.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2009.

BICUDO, M. A. V. **A contribuição da fenomenologia à educação. Fenomenologia: uma visão abrangente da educação**. São Paulo: Olho D'Água, p. 11-51, 1999.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.

BICUDO, M. A. V. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **REVEMAT**: Revista eletrônica de educação matemática, Florianópolis, v. 9, p. 7-20, 2014.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Fenomenológica em Educação: possibilidades e desafios. Revista **Paradigma**, Maracay, XLI, p. 30-56, 2020.

- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Editora Contexto, 2005.
- BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Tese de Doutorado. Campinas, Unicamp, 1992.
- ELLIS, A.; ÖZGÜR, Z.; REITEN, L. Teacher moves for supporting student reasoning. **Mathematics Education Research Journal**, 31(2), p. 107-132, 2019.
- FERRUZZI, E. C.; ALMEIDA, L. M. W. Modelagem matemática no ensino de matemática para engenharia. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 6, n. 1, p. 153-172, 2013.
- FREITAS, C. A. M.; SANT'ANA, M. de F. Modelo matemático do crescimento da Araucaria angustifolia: aplicação da modelagem matemática no ensino do cálculo diferencial e integral. **Acta Scientiae**, v. 9, n. 2, p. 64-74, 2007.
- GARNICA, A. V. M. Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia. **Interface - comunicação, saúde, educação**, v. 1, n. 1, p. 109-122, 1997.
- JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 96, n. 1, p. 1-16, 2017.
- KLUBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de Modelagem Matemática: Contribuições Teóricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.
- KLUBER, T. E. Atlas.ti. como instrumento de análise em pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica. **ETD - Educação Temática Digital**, Campinas, v. 16, n. 1, p. 5-23, 2014.
- LANNIN, J.; ELLIS, A. B.; ELLIOT, R. **Developing essential understanding of mathematical reasoning: Pre-K-Grade 8**. Reston, VA: NCTM, 2011.
- MARTENS, A. S.; KLÜBER, T. E. Uma revisão sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 13, 2016. **Anais...** São Paulo, 2016a, p. 1-12.
- MARTENS, A. S.; KLÜBER, T. E. Práticas de formação de professores em artigos do VI Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. In: Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 7, 2016. **Anais...** Londrina, 2016b, p. 456-468.
- MARTENS, A. S.; TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E. Formação continuada em Modelagem na Educação Matemática: análise de práticas formativas em contexto de pesquisa. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 14, 2017. **Anais...** Cascavel, 2017, p. 1-13.
- MARTENS, A. S. **Formação continuada em Modelagem Matemática em contexto de pesquisa: Um estudo a partir dos professores participantes**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2018.
- MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 781-801, 2018.

OLIVEIRA, W. P.; KATO, L. A. Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática: Comemorando sua X edição. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 10, 2017. **Anais...** Maringá, 2017, p. 1-15.

PALMER, R. E. **Hermenêutica**. Tradução de Maria Luísa Ribeiro Ferreira. Lisboa: ed. 70, 1969.

PONTE, J. P. da.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? **Educação e Matemática**, v. 156, p. 7-11, 2020

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Ações do professor na condução de discussões matemáticas. **Quadrante**, vol. XXII, n. 2, p. 55-81, 2013.

QUARTIERI, M. T.; KNIJNIK, G. Modelagem Matemática na Escola Básica: surgimento e consolidação. **Caderno pedagógico**, Lajeado, v. 9, n. 1, p. 9-26, 2012.

REZENDE, W. M. **O Ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SOUZA, J. S.; PAULO, R. M. A Hermenêutica na pesquisa fenomenológica: expondo uma possibilidade de análise dos dados. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 285-314, 2020.

TREVISAN, A. L. Raciocínio matemático em aulas de Cálculo Diferencial e Integral: uma análise a partir de tarefas exploratórias. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 15, n. 3, p. 1-23, 2022.

TREVISAN, A. L.; ALVES, R. M. A.; NEGRINI, M. V. Ambiente de ensino e de aprendizagem de Cálculo pautado em episódios de resolução de tarefas: resultados e perspectivas futuras. In: MENDES, M. T. JUSTULIN, A.M. (Org.). **Produtos educacionais e resultados de pesquisas em Educação Matemática**. 1ed. São Paulo: Livraria da Física, v. 1, p. 155-174, 2021.

TREVISAN, A. L.; ARAMAN, E. M. O. Argumentos Apresentados por Estudantes de Cálculo em uma Tarefa de Natureza Exploratória. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 23, p. 591 - 612, 2021a.

TREVISAN, A. L.; ARAMAN, E. M. O. Processos de raciocínio matemático mobilizados por estudantes de Cálculo em tarefas envolvendo representações gráficas. **Bolema**, v. 35, p. 158-178, 2021b.

TREVISAN, A. L.; VOLPATO, M. A. Discussões matemáticas em aulas de Cálculo Diferencial e Integral e as ações do professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 15, n. 37, p. 1-21, 2022.

TREVISAN, A. L.; NEGRINI, M. V. ; FALCHI, B. de.; ARAMAN, E. M. O. Ações do professor para promoção do raciocínio em aulas de Cálculo. **Educação e Pesquisa**, v. 49, p. 1-21, e251659, 2023.

ZIMMER, L. Qualitative meta-synthesis: a question of dialoguing with texts. **Journal of Advanced Nursing**, v. 53, n. 3, p. 311-318, 2006.

---

**RECEBIDO EM:** 09 jun. 2023

**CONCLUÍDO EM:** 26 set. 2023