A UNIDADE TEMÁTICA ÁLGEBRA NA BNCC NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR À LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

THE THEMATIC UNIT ALGEBRA AT BNCC IN THE INITIAL YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL: A LOOK IN THE LIGHT OF THE THEORY OF SEMIOTIC REPRESENTATION REGISTERS

LA UNIDAD TEMÁTICA ÁLGEBRA EN LA BNCC EN LOS PRIMEROS AÑOS DE LA ESCUELA PRIMARIA: UNA MIRADA A LA LUZ DE LA TEORÍA DE LOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

CINTIA APARECIDA BENTO DOS SANTOS ¹ Barbara Lutaif Bianchini ²

RESUMO

Este artigo trata-se de uma investigação no âmbito de pós-doutoramento na área de Educação Matemática. Tem como objetivo apresentar uma análise de como a unidade temática de Álgebra em relação ao seu ensino e ao desenvolvimento do pensamento algébrico é contemplada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e também o que o documento revela em relação às habilidades propostas do 1° ao 5° ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em se tratando, explícita ou implicitamente, dos diferentes registros de representações semióticas dos objetos matemáticos de Raymond Duval, que é o referencial adotado para as nossas análises. Ao final encontramos indicativos de que a BNCC traz em suas orientações a necessidade do desenvolvimento de um pensamento especial no estudo de Álgebra, o pensamento algébrico, e que mesmo de forma implícita leva em consideração as diferentes representações semióticas e suas transformações de conversão como forma de desenvolvimento deste tipo de pensamento matemático.

Palavras-chave: Anos Iniciais. Pensamento algébrico. Registros de representação semiótica. Base Nacional Comum Curricular.

ABSTRACT

This article is a post-doctoral investigation in the field of Mathematics Education. It aims to present an analysis of how the thematic unit of Algebra in relation to its teaching and the development of algebraic thinking is contemplated in the Common National Curriculum Base (BNCC) and also what the document reveals in relation to the proposed skills from 1st to 5th year of the Early Years of Elementary School in dealing, explicitly or implicitly, with the different registers of semiotic representations of mathematical objects by Raymond Duval, which was the reference adopted for our analyses. At the end, we find indications that the BNCC brings in its guidelines the need to develop a special thought in the study of Algebra, algebraic thinking, and that even implicitly it takes into account the different semiotic representations and their conversion transformations as a way of development of this type of mathematical thinking.

Keywords: Initial Years. Algebraic thinking. Registers of semiotic representation. Common National Curriculum Base

RESUMEN

Este artículo es una investigación posdoctoral en el área de Educación Matemática. Tiene como objetivo presentar un análisis de cómo se contempla en la Base Nacional Común Curricular (BNCC) la unidad temática de Álgebra en

¹ Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP. cintia.absantos@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8604-2890

² Doutora em Educação (Psicologia da Educação). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP. barbaralb@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0388-1985

relación con su enseñanza y el desarrollo del pensamiento algebraico y también lo que el documento revela en sus propuestas de competencias del 1° al 5°. º año de los Años Iniciales de la Enseñanza Primaria en el caso, explícita o implícitamente, de los diferentes registros de representaciones de objetos matemáticos. Los análisis se realizaron a la luz de la teoría de los registros semióticos de representación de Raymond Duval. Al final, encontramos indicios de que la BNCC trae en sus lineamientos la necesidad de desarrollar un pensamiento especial dentro del estudio del Álgebra, el pensamiento algebraico, y que incluso prioriza implícitamente diferentes representaciones como forma de desarrollar este tipo de pensamiento matemático.

Palabras-clave: Años Iniciales. Pensamiento algebraico. Registros de representación semiótica. Base Nacional Común Curricular

INTRODUÇÃO

Este artigo faz parte de uma investigação no âmbito de um pós-doutoramento desenvolvido no Programa de Estudos Pós-Graduado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), mais especificamente no Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA).

Nosso principal objetivo é analisar como a unidade temática Álgebra em relação ao seu ensino e ao desenvolvimento do pensamento algébrico é contemplada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em se tratando, explícita ou implicitamente, das diferentes representações dos objetos matemáticos, pois consideramos que a Álgebra para seu entendimento por alunos precise de um tratamento quanto aos seus processos de ensino e de aprendizagem em que se considerem diferentes registros de representação semiótica (numérico, algébrico, gráfico, em língua natural,...). Para Duval (2009) o ponto chave da aprendizagem e da aquisição de conhecimento por parte dos alunos está ligado à transformação das representações semióticas, considerando que a aprendizagem só ocorreu de fato se um aluno consegue reconhecer um objeto matemático em pelo menos duas representações distintas.

A BNCC (BRASIL,2017) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica - Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Neste trabalho nos atemos a analisar o que é prescrito para a unidade temática Álgebra em se tratando da fase de escolarização do Ensino Fundamental, no que diz respeito aos Anos Iniciais (1° ao 5° ano).

Para o contexto geral do Ensino Fundamental o documento considera que as experiências dos alunos devem ser ampliadas também para o desenvolvimento dos "[..] processos de percepção, compreensão e representação, elementos importantes para a apropriação do sistema de escrita alfabética e de outros sistemas de representação, como os signos matemáticos" (BRASIL, 2017, p. 58). Esta indicação nos chama atenção e nos faz vislumbrar com uma relação implícita à Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) por considerar a importância da compreensão e da representação, bem como os signos matemáticos.

Na BNCC são definidas cinco unidades temáticas para o componente curricular de Matemática ao longo do Ensino Fundamental, sendo estas contempladas desde o 1° ano dos Anos Iniciais (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística). Para entendimento do documento cabe ressaltar que nele está descrito que:

para garantir o desenvolvimento das competências³ específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades. Essas habilidades estão relacionadas a diferentes objetos de conhecimento - aqui entendidos como conteúdos, conceitos e processos -, que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas (BRASIL, 2017, p. 28).

Dessa forma podemos entender que o componente curricular de Matemática contempla para suas unidades temáticas diferentes objetos de conhecimento e suas habilidades, pois de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017) isso respeita diversas possibilidades de organização do conhecimento escolar, uma vez que, pode-se concentrar uma gama maior ou menor de objetos de conhecimento, assim como cada objeto de conhecimento se relaciona a um número variável de habilidades que são abordadas no documento e devem ser desenvolvidas ao longo da etapa de escolarização do Ensino Fundamental.

Conforme mencionado anteriormente, este artigo tem por objetivo apresentar uma análise do que é proposto na unidade temática Álgebra, analisando em termos de objetos de conhecimento e suas respectivas habilidades revelam explícita ou implicitamente uma preocupação de indicação de um trabalho com os diferentes tipos de registros de representação semiótica em se tratando dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Esta investigação trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, em que utilizamos uma técnica de análise documental, uma vez que, foi realizada em relação à BNCC (BRASIL,2017). Levamos em consideração a perspectiva de Gil (2008, p. 51) quando afirma que "a pesquisa documental se vale de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa". Nosso tratamento analítico se fez buscando identificar indicativos com o trabalho com diferentes representações semióticas.

Cabe esclarecer que este artigo não apresenta um tópico para apresentação de referencial teórico, no caso aqui a TRRS de Raymond Duval e estudos que discutem a Álgebra e o pensamento algébrico, estas vertentes serão intercaladas às discussões e análises apresentadas. Também cabe ressaltar que o objetivo deste artigo não é o de encontrar divergências ou convergências com a TRRS, pois documentos curriculares oficiais não são elaborados com o objetivo de explicitar teorias ou quadros teóricos.

Antes de passarmos para as análises dos objetos de conhecimento e habilidades apresentamos o tópico seguinte para melhor entendimento do documento em relação ao que é proposto para o componente curricular em Matemática para o Ensino Fundamental, pois julgamos pertinente um esclarecimento preliminar do documento.

A PROPOSTA DA UNIDADE TEMÁTICA ÁLGEBRA PARA OS ANOS INICIAIS DO EF NA BNCC: UMA ANÁLISE SOBRE AS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES E OS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Já nas orientações iniciais para a área de Matemática, na BNCC é explicitado que

no Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos - Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade -, precisa garantir

³ Competência: É definida pela BNCC como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2017, p. 8).

que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas (BRASIL, 2017, p. 265).

Mesmo que sem fazer referência à TRRS existe uma preocupação em indicar um trabalho que leva em consideração os registros de representações semiótica deixando evidente que para compreensão da Matemática é necessário que alunos transitem por diferentes representações de um objeto matemático, o que entendemos como a transformação de conversão explicitada na teoria de Duval (2003, 2009, 2012). E ao referir-se à articulação entre os diversos campos podemos entender que existe ainda uma necessidade maior de que alunos tenham acesso às diferentes representações dos objetos matemáticos a fim de poder mobilizar conhecimentos matemáticos em jogo e também quando haja a necessidade e articulação de conhecimentos antigos com os novos.

Cabe esclarecer que, para Duval (2012) as representações semióticas são

produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes (DUVAL, 2012, p. 269).

Para Duval (2009), "a compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e essa coordenação se manifesta pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão" (DUVAL, 2009, p. 63). Ou seja, a aprendizagem só ocorre, de fato, quando o aluno consegue reconhecer e fazer uso do mesmo objeto matemático por meio de representações distintas e em situações diferentes.

A transformação de representação, chamada de conversão, consiste na mudança entre o registro de partida e de chegada, porém conservando o mesmo objeto matemático, por exemplo, de uma representação algébrica se passar a uma representação gráfica e vice-versa.

Em se tratando do que a BNCC propõe especificamente para a unidade temática Álgebra nela está indicado que esta tem por finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento, o pensamento algébrico, sendo este crucial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (BRASIL, 2017).

Esta proposta do documento nos leva a refletir sobre uma ampliação do papel da Álgebra a ser ensinada na escola, que por muito tempo nos materiais institucionais teve seu predomínio por meio de uma visão procedimental e com reduzida atenção aos aspectos conceituais deste domínio, em que os alunos aprendiam Álgebra a partir da metade dos Anos Finais do Ensino Fundamental em que se introduziam as expressões com variáveis e as funções polinomiais de 1° grau priorizando suas resoluções e elaboração de suas representações gráficas. As ideias de Nacarato e Custódio (2018) corroboram para o que mencionamos:

as reformas curriculares, ao final da década de 90, como os Parâmetros Curriculares Nacionais, também não alteraram muito o cenário. Ainda é comum encontrarmos livros didáticos e até mesmo propostas de escolas que, por exemplo, introduzem equações no 7° ano, sem que o aluno tenha discutido a linguagem simbólica, alfanumérica, da Álgebra (NACARATO; CUSTÓDIO, 2018, p. 13).

Dessa forma, podemos entender que ainda há muito a se discutir sobre o ensino de Álgebra, pois ele tem um papel que culturalmente se estabeleceu e que mesmo com as tentativas dos documentos curriculares, seu processo de ensino e de aprendizagem ainda acaba por se reduzir, em alguns casos, a apenas uma aplicação de técnicas matemáticas.

Em relação ao pensamento algébrico autores como Lins (1992, 1994), Lins e Kaput (2004) e Blanton e Kaput (2005) discutem a necessidade do desenvolvimento do pensamento algébrico, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em que deve se procurar e perceber as estratégias dos alunos, de forma a dar conta da sua complexidade. Para Lins (1992, 1994) o pensamento algébrico é um modo de produzir significado para a Álgebra. O autor explica que pensar algebricamente é: pensar aritmeticamente; pensar internamente e pensar analiticamente (LINS, 1992).

Já Squalli (2000) chama atenção para a necessidade de se fazer a distinção entre Álgebra e pensamento algébrico. Squalli (2000) define a Álgebra como um "tipo de atividade matemática e o pensamento matemático um conjunto de habilidades intelectuais que intervêm nessas atividades" (SQUALLI, 2000, p. 277).

Para Lins (1992) "o pensamento algébrico é um meio de organizar o mundo ao modelar situações e manipular aqueles modelos de certa forma" (Ibid., p. 11), para o autor o pensamento algébrico é compreendido como um meio de produção de significados, enquanto a Álgebra, o conteúdo que faz sentido a partir desse pensamento.

Para a BNCC (BRASIL, 2017) as ideias fundamentais da Matemática para a unidade temática Álgebra são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade, ou seja, deve-se enfatizar o desenvolvimento da linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.

Em relação ao exposto no parágrafo anterior temos nesta mesma linha pensamento de Kieran (2007), o qual destaca que a Álgebra não se reduz apenas a procedimentos que envolvem símbolos em forma de letras, mas seu grande objetivo é permitir a generalização de relações matemáticas, proporcionando ferramentas variadas para representar a generalização das relações matemáticas, padrões e regras. Dessa forma, a autora salienta que a Álgebra passou a ser vista não somente como uma técnica, mas como uma forma de pensamento e raciocínio em relação a situações matemáticas, em que podemos vislumbrar a resolução de problemas.

A nosso ver estas ferramentas variadas para representar a generalização das relações matemáticas, padrões e regras envolvem de forma explícita a necessidade de alunos transitarem pelos registros multifuncionais e os registros monofuncionais. O Quadro 1 apresenta como Duval (2003) os define em sua teoria.

Quadro 1 - Registros multifuncionais e monofuncionais e suas representações.

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • argumentação a partir de observações, de crenças; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou perspectivas (configurações em dimensão 0,1,2 ou 3). • apreensão operatória e não somente perceptiva. • construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: numérica (binária, decimal, fracionária); algébricas; simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. • Mudanças de sistema de coordenadas; • Interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval, 2003, p. 14

Entendemos com base no exposto até aqui que as orientações propostas pela BNCC trazem explicitamente, mesmo sem fazer menção a autores ou teorias, a indicação de um trabalho que leve em consideração a evolução da aprendizagem dos alunos em um contexto do pensamento algébrico considerando que para este são necessárias mobilizações de conhecimentos algébricos construídos ao longo desta fase de escolarização que devem ter atenção às diferentes representações.

Em se tratando das ideias fundamentais da Matemática para a unidade temática Álgebra, a BNCC (BRASIL,2017) considera imprescindível algumas dimensões do trabalho com a Álgebra desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, enfatizando que nesta fase de escolarização não se deve propor o uso de letras para expressar regularidades. Deixando evidente a relação da unidade temática Álgebra com a de Números, em que deve haver um trabalho efetivo com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação.

Sobre a relação de equivalência a BNCC ressalta

a relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se 2+3=5 e 5=4+1, então 2+3=4+1. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita (BRASIL, 2017, p. 270).

Podemos perceber que já nos anos Iniciais do Ensino Fundamental a BNCC (BRASIL, 2017) prioriza a noção de equivalência, não havendo menção aos papeis do sinal de igual a serem explorados pelos alunos para sua evolução dentro da construção do pensamento algébrico. Pesquisas como a de Kieran (1981) identificam três significados para o sinal de igualdade - o relacional, o operacional e a equivalência, a autora indica que o significado operacional é o primeiro a ser estudado na educação escolar e predomina sobre o significado de equivalência.

Já Ponte, Branco e Matos (2009) apontam os mesmos três significados para o sinal de "igual" destacados por Kieran, porém em uma ordem distinta: a noção operacional; a noção de equivalência e a noção relacional.

É necessário nesta fase de escolarização que os processos de ensino e de aprendizagem deem atenção ao significado do sinal de igual para que alunos possam evoluir na construção do pensamento algébrico. Trivilin e Ribeiro (2015) apontam que algumas pesquisas vêm discutindo a importância secundária do sinal de igualdade para os alunos, e estes por sua vez "reconhecem apenas como um sinal que indica o lugar no qual devem colocar o resultado das operações realizadas" (TRIVILIN; RIBEIRO, 2015, p. 44).

Podemos observar que no exemplo citado na BNCC é explorado dois significados para o sinal de igualdade: "2 + 3 = 5" e "5 = 4 + 1" (operacional) e 2 + 3 = 4 + 1 (relacional). Dessa forma deve-se explorar os significados do sinal de igualdade nos Anos Inicias do EF. Podemos, neste contexto, citar Bandarra (2011) ao mencionar documento elaborado para o Ministério da Educação de Lisboa idealizado por Ponte, Branco e Matos (2009) e intitulado "A Álgebra no Ensino Básico" que descreve

a Álgebra no Ensino Básico considera fundamental que os alunos explorem situações em que o sinal de igual surja com significados distintos, nomeadamente como operador (uma operação a realizar), a indicar uma equivalência entre dois objectos matemáticos ou expressões ou para definir uma relação funcional (BANDARRA, 2011, p. 2).

Quanto à teoria dos registros de representações semióticas cabe salientar que esta etapa da construção do pensamento algébrico encontra-se com um trabalho que se faz centrado no registro monofuncional em sua representação numérica.

Ainda para os Anos Iniciais em relação a unidade temática Álgebra na BNCC é ressaltado ainda que:

a noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: "Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?" (BRASIL, 2017, p. 270).

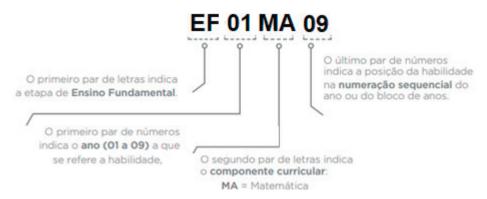
A nosso ver situações como estas são importantes para serem desenvolvidas por professores em sala de aula no que se refere ao desenvolvimento do pensamento algébrico nesta fase de escolarização, uma vez que o aluno pode desenvolver seus procedimentos próprios de resolução para a noção de equivalência sem necessariamente precisar fazer uso de letras ou símbolos e nem recorrer a regras como a mencionada "regra de três" que muitas vezes ao ser introduzida em sala de aula como uma facilitador de cálculos, torna-se um processo mecânico ao aluno e sem compreensão do significado de uma proporcionalidade direta entre duas grandezas.

OS OBJETOS DE CONHECIMENTO E AS HABILIDADES DA UNIDADE TEMÁTICA ÁLGEBRA: UMA ANÁLISE SOBRE AS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES E OS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Neste tópico apresentamos nossas análises à luz da teoria da teoria dos registros de representação semiótica e de autores que discutem a Álgebra e a construção do pensamento algébrico em relação aos objetos de conhecimento e das habilidades propostas pela BNCC em se tratando da unidade temática Álgebra para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Antes de iniciarmos as análises consideramos importante esclarecer o que representam os códigos das habilidades. A figura 1, descreve como são construídos estes códigos.

Figura 1 - Modelo de Poincaré para Geometria Hiperbólica.



Fonte: adaptado pelas autoras da BNCC (BRASIL, 2017, p. 30)

Assim, a habilidade apresentada na Figura 1, refere-se à nona habilidade de Matemática do 1° ano do Ensino Fundamental. Cabe ressaltar que a BNCC (BRASIL, 2017), explicita que a numeração sequencial que identifica as habilidades, não significa uma ordem hierárquica esperada das aprendizagens e sim um elemento proposto de possível organização das unidades temáticas.

O Quadro 2 apresenta os objetos de conhecimento e habilidades para o 1º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 2 - Objetos de conhecimento e habilidades referente ao 1º ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Fonte: Brasil, 2017, p. 278-279

Em relação aos objetos de conhecimento, lembrando que estes para a BNCC (BRASIL, 2017), são entendidos como conteúdos, conceitos e processos, podemos verificar que o primeiro se refere a padrões figurais e numéricos, fazendo-nos vislumbrar que já no primeiro ano no documento é apresentada uma preocupação com um trabalho com dois tipos de registros diferentes os multifuncionais com as representações figurais e os registros monofuncionais com as representações numéricas. Aqui temos um ponto importante da teoria de Duval (2003; 2009), pois para o autor "a originalidade da atividade matemática está na mobilização de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação" (DUVAL, 2003, p. 14).

Descrever um padrão implica em observar e explorar sequências numéricas ou geométricas, de modo a perceber sua regularidade, sendo este um aspecto que contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Blanton e Kaput (2005) caracterizam o pensamento algébrico como

processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413).

Podemos entender que os alunos ao desenvolverem habilidades que se relacionam a buscar e identificar padrões estão não só desenvolvendo a capacidade de organizar seu próprio mundo, mas como também de iniciar o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de generalizações que serão desenvolvidas em cada etapa adequada de sua escolarização.

O Quadro 3 apresenta os objetos de conhecimento e habilidades referentes ao 2º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 3 - Objetos de conhecimento e habilidades referente ao 2º ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas	(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Fonte: Brasil, 2017, p. 282-283

Para o 2° ano, no documento é apresentado o trabalho com objetos de conhecimento que enfatizam as sequências e regularidades e são citadas como habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes as que se relacionam a reconhecer e empregar a regularidade, descrever um padrão e elementos ausentes em uma sequência, seja ela repetitiva ou recursiva de números naturais, objetos ou figurais. Sobre a importância do trabalho com regularidades para o desenvolvimento do pensamento algébrico Canavarro (2007) argumenta que

o aspecto sintáctico da Álgebra surge aqui para descrever regularidades através de símbolos ou para alterar a forma das expressões que traduzem regularidades, para comparar diferentes expressões relativas à mesma regularidade ou para determinar valores particulares de uma função motivada, por exemplo, pela necessidade de previsão. Esta vertente inicia-se frequentemente com a generalização de padrões, estabelecendo conexões entre padrões geométricos e numéricos para descrever relações funcionais (CANAVARRO, 2007, p. 90).

O trabalho com regularidades e padrões se torna importante nesta fase dos Anos Iniciais, na qual os alunos começam a desenvolver generalizações e conjecturas, que serão indispensáveis para

que durante sua escolarização e passe de uma aritmética generalizada para o pensamento funcional. Blanton e Kaput (2005) elencam como um dos aspectos incluídos no pensamento funcional (que envolve a generalização através da ideia de função) enquanto vertente da Álgebra identificar e descrever padrões numéricos e geométricos.

Assim, podemos entender que na BNCC é destacada uma preocupação com o trabalho de reconhecimento de regularidades e padrões nesta fase de escolarização o que certamente, a nosso ver, possibilitará em anos mais avançados da escolarização que alunos entendam que a Álgebra não se trata de um trabalho apenas com letras e números mas sim que é composta de diversas relações e que o pensamento algébrico é uma forma de mobilizar conhecimentos em torno dos recursos algébricos para se resolver situações, sejam elas escolares ou cotidianas.

A habilidade EF02MA10, em particular nos chama atenção em sua descrição: "Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos", ela nos conduz a verificar que na BNCC apresenta-se preocupação com o trabalho de um objeto matemático, no caso o padrão ou regularidades de sequências, de forma a ser trabalhada por meio de distintas representações como indicativo de favorecer a aprendizagem dos alunos no âmbito do processo de aprendizagem. Esta questão nos remete ao que Duval (2005, 2009) chama de transformação de conversão.

Para Duval (2009), a atividade cognitiva está ligada à transformação de representação chamada de conversão, que consiste na mudança entre o registro de partida e de chegada, porém conservando o mesmo objeto matemático. No caso da habilidade em questão é indicado que o aluno trabalhe com o mesmo objeto matemático registros de representação distintos, como o da língua natural, simbólica e figural.

No Quadro 4 apresentamos os objetos de conhecimento e habilidades propostos ao 3° ano do Ensino Fundamental.

Quadro 4 - Objetos de conhecimento e habilidades referente ao 3° ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
Relação de igualdade	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

Fonte: Brasil, 2017, p. 286-287

Podemos perceber que no 3° ano é dada continuidade com o trabalho com sequências numéricas recursivas, porém identificamos que o documento apresenta uma evolução em habilidades para este objeto de conhecimento, uma vez que prescreve que nesta etapa alunos descrevam uma "regra de formação" de uma sequência e não apenas a identifiquem ou a completem. Fica evidente que as operações de adição e subtração são o contexto adotado pela BNCC para que alunos ampliem seu raciocínio algébrico nesta fase de escolarização, vislumbramos aqui que o trabalho do professor diante do proposto pelo documento não precisa se restringir apenas a operações numéricas e que

conforme apresentado nas habilidades anteriores podem ser utilizados diferentes registros de representação semiótica, como por exemplo, serem propostas sequências com figuras geométricas ou símbolos para o desenvolvimento desta habilidade. Mesmo de forma implícita no documento há a condução e abertura de possibilidade ao trabalho com diferentes representações no que se refere aos objetos de conhecimento propostos, e entendemos que este seja um ponto crucial na BNCC, pois à luz da teoria dos registros de representação semiótica considera-se que o trânsito e reconhecimento destas representações em face de um mesmo objeto matemático é uma condição necessária para a aprendizagem efetiva por parte dos alunos.

Também podemos entender que a problematização pode ser explorada por meio dos diferentes aspectos envolvidos na habilidade EFO3MA10 quando explicita "[...] descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes", levando em consideração que a investigação de padrões é uma atividade importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Quanto ao objeto de conhecimento "relação de igualdade" na BNCC há a indicação para este o desenvolvimento a habilidade EF03MA11 que diz respeito a compreender o sinal de igualdade, sinal este importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico e entendimento da Álgebra conforme mencionamos anteriormente. Porém, autores como Trivilin e Ribeiro (2015) apontam que alguns estudos discutem que é dada uma importância secundária deste sinal para os alunos e por isso os estudantes o reconhecem apenas como um sinal que indica o lugar no qual devem colocar o resultado das operações realizadas.

Trivilin e Ribeiro (2015) ainda se referem a uma dissertação de mestrado e descrevem o que a pesquisadora concluiu.

Lessa (1996) relata que muitos alunos possuem concepções limitadas sobre o significado do sinal de igualdade. Seus estudos investigaram a passagem dos alunos da aritmética para a álgebra e concluíram que algumas dificuldades na aprendizagem das equações estão relacionadas à mudança de/nos significados do sinal de igualdade (TRIVILIN; RIBEIRO, 2015, p. 44).

Fica evidente o papel importante que o sinal de igual apresenta, porém cabe ressaltar que na nossa concepção não existe uma passagem da Aritmética para Álgebra, pois a Álgebra já é tratada atualmente nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na Aritmética, e também, nas indicações da BNCC a proposta para construção do pensamento algébrico parte do campo de trabalho com números e operações. Porém, a nosso ver, mesmo com as prescrições de um documento curricular é necessária a formação de professores, pois são eles que no cotidiano da sala de aula gerenciam os conteúdos propostos a serem ensinados. Este artigo em tela não tem foco na discussão sobre formação de professores, porém este ponto em relação ao sinal de igualdade nos chama especial atenção, remetendo-nos à formação de professores, uma vez que, conforme já mencionamos o sinal de igualdade apresenta vários significados que explicitaremos de forma breve na sequência para melhor entendimento do leitor.

Conforme já citado Ponte, Branco e Matos (2009) apontam três significados que podem ser atribuídos ao sinal de igualdade: o primeiro relacionado à noção operacional; o segundo, envolvendo a ideia de equivalência; e, por último, à noção relacional. A noção operacional pertence essencialmente a contextos aritméticos, em que as atividades com operações aritméticas conduzem as crianças a compreenderem o sinal de igualdade como um símbolo operacional - um símbolo que indica uma

ação (operação) a ser realizada (TRIVILI; RIBEIRO, 2015). Já o significado de equivalência do sinal de igualdade, importante para a compreensão de conceitos algébricos, como, por exemplo, o conceito de equação, é apresentado em situações em que é indicado o mesmo valor, a mesma coisa ou o que tem em um membro é igual ao que tem do outro lado (TRIVILIN; RIBEIRO, 2015). E noção relacional envolve a compreensão de uma relação estática em uma igualdade aritmética ou algébrica, esta noção pode ser percebida em situações em que o sinal de igualdade é utilizado para representar uma igualdade de expressões, em uma relação funcional (TRIVILIN; RIBEIRO, 2015).

Com base no exposto fica evidente que muitos significados são necessários a serem explorados em relação ao sinal de igual para que alunos evoluam em suas aprendizagens tanto no campo aritmético como para a construção do pensamento algébrico.

O Quadro 5 apresenta os objetos de conhecimento e as habilidades propostas pela BNCC para o 4° ano do Ensino Fundamental.

Quadro 5 - Objetos de conhecimento e habilidades referente ao 4° ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Sequência numérica recursiva formada por múlti- plos de um número natural	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.
Relações entre adição e subtração e entre multipli- cação e divisão	(EFO4MA13) Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.
Propriedades da igualdade	(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos. (EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.

Fonte: Brasil, 2017, p. 290-291

Podemos observar que os objetos de conhecimento que contemplam o trabalho com as sequências numéricas ampliam as operações de adição e subtração para as operações de multiplicação e divisão, em que as habilidades EF04MA11 e EF04MA12 enfatizam o estudo das regularidades. Esta constatação nos remete à ideia de que a BNCC, mesmo que nela não seja feita menção a autores que discutam a construção do pensamento algébrico a partir de uma aritmética generaliza, evidencia em suas orientações preocupação e reconhece implicitamente o papel da importância do estudo de regularidades por alunos, bem como aquisição destas habilidades, para construção do pensamento algébrico. Cyrino e Oliveira (2011) destacam que "o pensamento funcional envolve a exploração e a expressão de regularidades numéricas, como por exemplo, a descrição do crescimento de padrões ou generalizações sobre somas de números consecutivos" (CYRINO; OLIVEIRA, 2011, p. 113).

A habilidade EF04MA13 deixa evidente que o lugar da calculadora na vida escolar do aluno vai além de ocupar um papel de conferir ou validar resultados sem neles ver significado, mas elucida o papel da Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) como uma ferramenta que deve auxiliar os alunos no desenvolvimento do raciocínio algébrico, sendo este um dos elementos que possibilita os diferentes tipos de pensamento algébrico.

Blanton e Kaput (2005) definem o raciocínio algébrico como "um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade" (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413). Os autores defendem que o raciocínio algébrico pode assumir várias formas, que incluem:

- a) o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada);
- b) a generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional);
- c) a modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações;
- d) a generalização sobre sistemas matemáticos a partir de cálculos e relações (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413).

Podemos então entender que as habilidades propostas ajudam alunos no desenvolvimento do raciocínio algébrico em suas multifacetas no campo aritmético que possibilitará gradativamente que o aluno ao longo das etapas de escolarização desenvolva formas de pensamento algébrico, que irão lhe permitir uma melhor capacidade de resolução de problemas que envolvam até mesmo outros domínios matemáticos.

Para o objeto de conhecimento "Propriedade de igualdade" no 4° ano, na habilidade EFO4MA15 é possível ampliar a sentido da igualdade propondo o trabalho com a busca de um termo desconhecido, o que implicitamente induz a ideia da propriedade de igualdade no sentido apresentado por Ponte, Branco e Matos (2009) em seu significado da noção relacional, ou seja, quando a igualdade é utilizada para representar uma igualdade de expressões, em uma relação funcional, que envolve a generalização por meio da ideia de função. Esta habilidade nos permite vislumbrar que nesta etapa o raciocínio algébrico dos alunos, mesmo que não se trabalhem letras ou símbolos, já está sendo desenvolvido em um domínio implícito a resolução de equações.

O Quadro 6 apresenta os objetos de conhecimento e habilidades do 5° ano do Ensino Fundamental, sendo este o último ano da etapa de escolarização dos Anos Inicias. Cabe salientar que o 5° ano é uma fase importante nas aprendizagens dos alunos, pois significa o momento de sua transição para o 6° ano que será o primeiro ano do Anos Finais do Ensino Fundamental e ele o concluirá apenas ao chegar ao 9° ano, ou seja, os conhecimentos adquiridos nos Anos Iniciais precisam estar disponíveis para que alunos mobilizem estes conhecimentos nos anos subsequentes tanto para utilizá-los na solução de tarefas como para construírem novos conhecimentos em relação ao raciocínio algébrico desenvolvendo com este diferentes formas do pensamento algébrico.

Quadro 6 - Objetos de conhecimento e habilidades referente ao 5° ano.

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Propriedades da igualdade e noção de equivalência	(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. (EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais	(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Fonte: Brasil, 2017, p. 294-295.

É possível perceber que o trabalho com a propriedade da igualdade é ampliado com a noção de equivalência, no que se refere a este objeto de conhecimento, a habilidade EF05MA10, nela podemos entender implicitamente uma tendência a que alunos já possam iniciar operações nas representações de representação simbólico-numérico o que passa a nosso ver ser uma condução para uma noção mesmo que implícita de função.

Sobre o objeto de conhecimento "Propriedade da igualdade e noção de equivalência", as habilidades EF05MA10 e EF05MA1, nos permitem ampliar esta reflexão com base nas considerações de Ponte, Branco e Matos (2009):

em Matemática, a noção de igualdade desempenha um papel fundamental, tendo um significado muito mais próximo de "equivalência" do que de "identidade". Na identidade matemática existe uma coincidência total entre dois objectos - um objecto só é idêntico a si mesmo. Em contrapartida, a igualdade ou equivalência matemática é sempre relativa apenas a uma certa propriedade (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 19).

A respeito da noção de igualdade admitindo o papel de equivalência Ponte, Branco e Matos (2009), ainda destacam que, em termos matemáticos, a relação de igualdade é uma relação de equivalência e mencionam como exemplo a situação: "Na expressão numérica 5 + 2 = 7, os termos à direita ('7') e à esquerda ('5+ 2') do sinal de igual são diferentes (não existe identidade entre eles), mas representam o mesmo número (são equivalentes) (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 19-20). fica evidente que a propriedade de igualdade não deve ser apenas trabalhada como se o aluno viesse a internalizá-la apenas como um sinal que representa o resultado de uma operação aritmética.

Ainda em relação à habilidade EF05MA11podemos identificar em relação à TRRS o papel da atividade de transformação de conversão, esta para Duval (2003) do ponto de vista cognitivo é uma atividade de transformação representacional fundamental, pois ela conduz a mecanismos de compreensão de um objeto matemático. Nesta habilidade os alunos passam a sair de um campo

de trabalho com representações apenas numéricas e transitar das representações numéricas para simbólicas e vice-versa.

Já para os objetos de conhecimento "Grandezas diretamente proporcionais e Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais", podemos verificar que estes têm por objetivo conduzir os alunos à apropriação, mesmo que ainda de forma implícita, sobre a noção de função. O que indica por parte da BNCC uma preocupação com esta etapa de transição em que alunos passarão para séries subsequentes em que a noção de função será aos poucos trabalhada até se chegar na etapa de escolarização do Ensino Médio em que essa noção terá papel fundamental não somente no estudo da Álgebra, como por exemplo, na geometria analítica, trigonometria e também em outras disciplinas que exigirão uso e mobilização dos conhecimentos matemáticos, como a disciplina de Física, que no caso no 1° do Ensino Médio estuda a mecânica que necessita o tempo todo do conceito de função.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O objetivo deste artigo é apresentar uma análise de como a unidade temática de Álgebra em relação ao seu ensino e ao desenvolvimento do pensamento algébrico é contemplada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e também o que no documento é revelado em suas habilidades propostas do 1° ao 5° ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em se tratando, explícita ou implicitamente, dos diferentes registros de representações dos objetos matemáticos.

Conforme mencionamos anteriormente, autores como Lins (1992, 1994), Lins e Kaput (2004), Squalli (2000), Canavarro (2007) e Blanton e Kaput (2005) discutem a necessidade do desenvolvimento do pensamento algébrico, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e convergem para um mesmo ponto, de forma geral que, o pensamento algébrico é um modo de produzir significado para a Álgebra.

Com base nas análises realizadas para cada ano da etapa de escolarização dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, ficou-nos evidente que na BNCC são trazidas orientações que conduzem o trabalho do professor não apenas para que se ensine a Álgebra pela Álgebra, mas que esta ganhe significado nos processos de ensino e de aprendizagem já desde o 1° ano do Ensino Fundamental, no qual as crianças começam a construir esta noção de forma implícita por meio de um trabalho no campo dos números por reconhecimento e ordenação destes ou ainda por meio de representações figurais.

Em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico a BNCC (BRASIL, 2017) traz claramente em suas orientações a necessidade do desenvolvimento de um pensamento especial no estudo de Álgebra ao longo das fases de escolarização, sendo este o pensamento algébrico.

Sobre o trabalho com diferentes registros de representação, a BNCC (BRASIL, 2017) deixa explícito, mesmo sem fazer menção à TRRS - porém, isso é esperado em um documento curricular não mencionar teorias - a necessidade de alunos relacionarem suas observações empíricas do mundo real a representações, como tabelas, figuras e gráficos, associando estas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), a fim de fazer induções e conjecturas. Em alguns momentos as questões relacionadas às transformações de conversão, uma das atividades cognitivas de importância na teoria de Duval (2003, 2009, 2012) são implícitas, porém ao analisarmos as habilidades conforme fizemos é possível perceber que na BNCC é induzido o trabalho com esta atividade matemática, de importância não somente perante os objetos de conhecimentos da Álgebra, mas também de outros conteúdos matemáticos.

Verificamos também que no documento é valorizado o estudo da relação de igualdade e permite que suas várias noções sejam trabalhadas a cada ano de escolarização durante os Anos Iniciais e não apenas restringindo o papel do sinal de igual a uma igualdade relacionada à uma operação aritmética.

Porém, diante do exposto, ficam algumas reflexões que nos ocorreram durante as análises realizadas, questões que tocam a formação de professores e também de como são elaborados materiais curriculares de cada estado ou município que tomam como princípio a BNCC, pois trata-se de um documento normativo. Porém, quem conduz este processo na sala de aula é o professor e que para estas questões aqui levantadas sobre construção do pensamento algébrico e um trabalho com registros de representação semiótica para que alunos evoluam em seus conhecimentos e os mobilizem ao longo de sua vida escolar, é necessário que na sala de aula este diálogo esteja claro não somente para professores, mas também gestores e aqueles que, pautados na BNCC elaboram seus currículos, levando logicamente em consideração suas realidades em que se encontram inseridos.

REFERÊNCIAS

BANDARRA, L. O sinal de igual: um estudo vertical. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Póvoa do Varzim. **Anais...** Póvoa do Varzim, 2011. p. 305-322. Disponível em: https://bit.ly/3KYOIPY. Acesso em: set. 2021.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. Brasília**, DF: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em maio 2021.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, v. XVI, n. 2, 2007. Disponível em: https://bit.ly/3mmvVhP. Acesso em: set. 2021.

CYRINO, M.C.C.T; OLIVEIRA, H.M. Pensamento Algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 38, p. 97-126, abril 2011.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D.A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática:** registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003, p. 11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. (Trad. de Méricles Thadeu Moretti). **Revemat:** R. Eletr. de Edu. Matem. E ISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em: http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266. Acesso em: maio 2021.

GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

KIERAN, C. Concepts associated with the equality symbol. **Educational Studies in Mathematics**, p. 317-326, 1981.

1

KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: the role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante**, v. XVI, n. 1, p. 5-26, 2007.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is.** Tese (Doctor of Philosophy), 339f. School of Education, University of Nothingam, United Kingdom: 1992. Disponível em: https://bit.ly/3SJWj1s. Acesso em: maio 2021.

LINS, R. C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 7, n. 1, p. 29-39, 1994.

LINS, R. C.; KAPUT, J. The early development of algebraic thinking. In: STACEY, K.; CHICK, H. (Orgs.). **The future of the teaching and learning of algebra**. Dordrecht: Kluwer, 2004, p. 47-70.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (Org.). O desenvolvimento do pensamento algébrico: algumas reflexões iniciais. In: **O Desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Básica:** compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) Matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. (Coleção SBEM; 12). [livro eletrônico]. p. 13-23. PONTE, J. P.; M. L.; BRANCO, N.; MATOS, A. **A Álgebra no ensino básico**. Portugal: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular - DGIDC, Lisboa, 2009.

SQUALLI, H. **Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducaction de base.** Québec: Faculté des Sciences de l'Éduction. Université Laval,2000.

TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 38-59, abr. 2015. Disponível em: https://bit.ly/3EStxpz. Acesso em: set. 2021.

RECEBIDO EM: 04 jul. 2022 CONCLUÍDO EM: 26 fev. 2023