DOI: doi.org/10.37781/vidya.v42i2.4237 VIDYA, v. 42, n. 2, p. 147-164, jul./dez., 2022 - Santa Maria, 2022. **ISSN** 2176-4603

FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UMA VIVÊNCIA PEDAGÓGICA COM ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

INITIAL FORMATION OF MATHEMATICS TEACHERS: A PEDAGOGICAL EXPERIENCE WITH INVESTIGATIVE ACTIVITIES

OSCAR GUERRERO CONTRERAS[1]
CLAUDIA LISETE OLIVEIRA GROENWALD[2]
AGOSTINHO IAQCHAN RYOKITI HOMA[3]

RESUMO

Neste artigo apresentamos duas tarefas investigativas de alta demanda cognitiva, desenvolvidas em conjunto com pesquisadores de duas Universidades que atuam com formação de professores de Matemática, uma na Universidade Arturo Prat, na cidade de Iquique, Chile, e a outra na Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), cidade de Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil. Esta pesquisa é um recorte do Pós-doutorado do primeiro autor com o Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM), onde atuam pesquisadores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da ULBRA. A vivência pedagógica realizada com os estudantes de Licenciatura em Matemática permitiu concluir que as atividades investigativas integradas com tecnologias podem trazer uma contribuição significativa para os futuros professores de Matemática desenvolverem e/ou qualificarem a competência de Observar com Sentido a prática docente.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação Inicial. Tarefas Investigativas. Demanda Cognitiva.

ABSTRACT

In this article we present two investigative tasks of high cognitive demand, presented to Mathematics Licentiate students, developed together with researchers from two Universities that work with Mathematics teacher training, one at Arturo Prat University, in the city of Iquique, Chile, and the other at the Lutheran University of Brazil (ULBRA), city of Canoas, Rio Grande do Sul, Brazil. This research is an excerpt from the first author's Post-Doctorate with the Group of Curricular Studies in Mathematics Education (GECEM), where researchers from the Postgraduate Program in Science and Mathematics Teaching (PPGECIM) at ULBRA work. The pedagogical experience carried out with undergraduate students in Mathematics allowed us to conclude that investigative activities integrated with technologies can bring a significant contribution for future mathematics teachers to develop and/or qualify the competence of Observing the teaching practice with meaning.

Keywords: *Mathematics Education. Initial formation. Investigative Tasks. Cognitive Demand.*

RESUMEN

En este artículo presentamos dos tareas investigativas de alta demanda cognitiva, presentadas a estudiantes de Licenciatura en Matemáticas, desarrolladas en conjunto con investigadores de dos Universidades que trabajan con

1 Doutor em Educación pela Universidade de Los Andes, Venezuela. Universidade Arturo Prat. E-mail: oguerreroc@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9269-2566
2 Doutora em Ciências da Educação pela Universidade Pontifícia de Salamanca, Espanha. Universidade Luterana do Brasil. E-mail: claudiag@ulbra.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7345-8205
3 Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil, Canoas, RS. Universidade Luterana do Brasil. E-mail: iaqchan@ulbra.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5771-1319

la formación de profesores de Matemática, una en la Universidad Arturo Prat, en la ciudad de Iquique, Chile, y la otra en la Universidad Luterana de Brasil (ULBRA), ciudad de Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil. Esta investigación es un extracto del Postdoctorado del primer autor en el Grupo de Estudios Curriculares en Educación Matemática (GECEM), donde trabajan investigadores del Programa de Postgrado en Enseñanza de Ciencias y Matemáticas (PPGECIM) de la ULBRA. La experiencia pedagógica realizada con estudiantes de pregrado en Matemáticas nos permitió concluir que las actividades de investigación integradas con tecnologías pueden aportar una contribución significativa para que los futuros profesores de matemáticas desarrollen y/o califiquen la competencia de Observar la práctica docente con significado.

Palabras-clave: *Educación Matemática. Formación inicial. Tareas Investigativas. Demanda Cognitiva.*

INTRODUÇÃO

As condições impostas pela vida moderna, quando somos chamados a agir em um mundo em constante mudança, cada vez mais dependentes de tecnologias e que a todo momento, nos apresenta novos desafios, tanto individuais quanto coletivos, exigem que os indivíduos desenvolvam autonomia, capacidade de resolver situações problemáticas, tomar decisões, agir em benefício de seu ambiente social.

Nesse contexto, a Educação, e em particular a Educação Matemática, tem a responsabilidade de desenvolver um trabalho que permita aos alunos, desde cedo, atuarem em ambientes que contribuam para sua formação como cidadãos ativos neste mundo cada vez mais exigente. No centro do quadro-chave da competência está a capacidade das pessoas de pensarem por si mesmas, expressando maturidade moral e intelectual e assumindo a responsabilidade por seus aprendizados e ações (OECD, 2005).

Discutimos, nesse artigo, a importância de estudantes em formação inicial de cursos de Matemática Licenciatura terem vivências (discussão, reflexão, desenvolvimento e avaliação) com atividades de alta demanda cognitiva (que são atividades que exigem um pensamento complexo e não algorítmico), entendendo que isto os auxilia a desenvolverem e/ou ampliarem a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos nas tarefas realizadas e a buscarem executar planejamentos didáticos futuros com este tipo de tarefa que suscita o fazer matemática, ou seja, explorar e compreender os conceitos matemáticos, os processos e suas relações, implicando na autorregulação dos processos cognitivos com a tomada de decisões pertinentes ao processo de desenvolvimento da atividade.

Salientamos que a identificação de conhecimentos e habilidades específicas, necessárias para ensinar Matemática, envolve a análise do sistema de atividades que compõem a prática de ensino da Matemática, possibilitando identificar três conjuntos de atividades que articulam os componentes do conhecimento profissional que permitem: executar, analisar, diagnosticar e dar sentido às produções matemáticas dos estudantes, comparando essas produções com os objetivos pretendidos; planejar e organizar o conteúdo matemático para ensiná-lo, determinando os planos de ação; dotar de sentido e administrar a comunicação matemática na sala de aula (DAMASCO; GROENWALD; LLINARES, 2020; LLINARES *et al.*, 2019; PENALVA; LLINARES, 2011).

Nesse trabalho apresentamos uma das ações da pesquisa, envolvendo a integração de tarefas investigativas para a sala de aula, com recursos tecnológicos, no caso o *software* GeoGebra.

A escolha por tarefas investigativas se deu por entendermos que são atividades que demandam alto nível de cognição para serem desenvolvidas e, ao serem resolvidas, analisadas e discutidas pelos estudantes em formação inicial, possibilitam o desenvolvimento da competência de Observar com Sentido a prática docente. A competência de Observar com Sentido é caracterizada como um conjunto de três habilidades inter-relacionadas, permitindo que o professor tome decisões de ação, conectando os eventos específicos à teoria, que são: identificar, interpretar e tomar decisões de ação (DAMASCO; GROENWALD; LLINARES, 2020; LLINARES *et al.*, 2019; SEIBERT; GROENWALD; LLINARES, 2013).

Mason (2002) citado por Fernández, Llinares e Valls (2011), afirma que a competência de Observar com Sentido permite ao professor de Matemática ver as situações do processo de ensino e aprendizagem de maneira mais profissional, o que diferencia do modo de observar de alguém que não é professor de Matemática. Esta competência permite que os professores processem e interpretem situações complexas no contexto da sala de aula. Possibilitando ao professor de Matemática ver o processo de ensino e aprendizagem de um modo profissional, diferenciando o professor de alguém que não é professor (VAN ES; SHERIN, 2002).

A seguir apresentamos os referenciais teóricos norteadores, que são: Tarefas matemáticas e Tarefas investigativas de alta demanda cognitiva.

TAREFAS MATEMÁTICAS

As tarefas matemáticas podem abarcar desde um conjunto de exercícios rotineiros até um problema complexo e desafiante que enfoque a atenção dos alunos em uma ideia matemática particular (NCTM, 2014). As tarefas são os projetos, questões, problemas, construções, aplicações e exercícios nos quais os alunos se envolvem, visando desenvolver o pensamento matemático, fornecendo os contextos intelectuais para o desenvolvimento matemático dos alunos (NCTM, 1994).

Stein, Grover e Henningsen (1996, p. 460) definem uma tarefa como “uma atividade de aula cujo objetivo é centrar a atenção dos estudantes em um tema em particular”. Conforme o documento do NCTM (2014), um ensino eficaz utiliza as tarefas como uma maneira de motivar a aprendizagem do estudante, para ajudá-lo a construir novos conhecimentos matemáticos por meio da resolução de problemas.

A reflexão sobre o papel da tarefa e sua relevância para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem pode auxiliar o professor a compreender como a escolha da tarefa pode influenciar nas aprendizagens dos alunos (Jesus, Cyrino e Oliveira, 2018). Entendemos que o modo como as tarefas matemáticas são apresentadas, como são interpretadas, exploradas e como são resolvidas nas aulas, são um ponto chave da aprendizagem dos estudantes.

Segundo Penalva e Llinares (2011) é possível traçar um vínculo entre a aprendizagem dos estudantes e a gestão das tarefas, desde que estas possibilitem a eles percorrerem um caminho claro no sentido do entendimento do conteúdo matemático, dos conceitos e procedimentos envolvidos na mesma. Neste sentido, é importante para os estudantes de Licenciatura analisarem tarefas que se constituem como fatores que podem contribuir para o alcance dos objetivos propostos no trabalho docente como futuros professores de Matemática.

Para Ponte há diferentes tipos de tarefas, como se apresentam na Figura 1.

Figura 1 - Quadro comparativo dos diferentes tipos de tarefas.

Características das tarefas	Exemplos	Potencialidades
Natureza fechada	Exercícios, problemas	Importante para o desenvolvimento do raciocínio matemático do aluno, caracterizado por uma relação estreita e rigorosa entre dados e resultados.
Natureza mais acessível	Explorações, exercícios	Concedem ao aluno um elevado grau de êxito e desenvolvimento da confiança em si mesmo.
Natureza mais desafiante	Investigações, problemas	Indispensáveis para que os alunos vivam uma experiência matemática efetiva.
Em contextos reais	Tarefas de investigação e modelagem	Importante para que os alunos se deem conta do modo como se utilizam a matemática em muitos contextos e para aproveitar o conhecimento destes contextos.
Formuladas em contextos matemáticos	Investigações, problemas, explorações	Permitem que o aluno se dê conta de como se desenvolve a atividade matemática dos matemáticos profissionais.

Fonte: Ponte (2004).

Entendemos que na atuação profissional, os professores deverão selecionar as tarefas que atendam aos objetivos traçados, adequando o nível de exigência em cada situação, devendo o ajuste a ser feito considerando o nível cognitivo exigido dos estudantes na realização da tarefa. Para Penalva e Llinares (2011), o termo Demanda Cognitiva trata da classe e nível de pensamento exigido dos estudantes para a resolução da tarefa, apontando o que se alcança e o que se aprende em cada nível. A demanda cognitiva de uma tarefa diz respeito aos processos de pensamento, tal como a natureza do raciocínio, compreendidos na e para a sua resolução (DOYLE, 1988; STEIN; LANE, 1996).

Smith e Stein (1998) classificam em quatro, os níveis de Demanda Cognitiva:

- Nível 1 - tarefas que exigem memorização;
- Nível 2 - tarefas que usam procedimentos sem conexão;
- Nível 3 - tarefas que utilizam procedimentos com conexão;
- Nível 4 - tarefas que exigem o “fazer Matemática”.

Smith e Stein (1998) definem os níveis 1 e 2 como demandas de nível baixo e os níveis 3 e 4 como demandas de alto nível.

As tarefas de nível 1 são de memorização, envolvem a reprodução de fórmulas, regras, fatos ou definições previamente aprendidos ou já estabelecidos; não podem ser resolvidas mediante procedimentos, porque não existem ou porque o tempo determinado para resolvê-las a tarefa é breve para empregar o procedimento; não são ambíguas, pois envolvem reproduzir exatamente algo visto anteriormente e o que tem de ser reproduzido está de forma clara e diretamente estabelecida; não têm relação com os conceitos ou com os significados subjacentes aos fatos, regras, fórmulas ou definições aprendidas ou reproduzidas.

As tarefas, de nível 2, são de procedimentos sem conexão, são algorítmicas, pois utilizam procedimentos que são, especificamente, reivindicados ou seu uso é óbvio com base na informação que está na tarefa planejada; requerem uma exigência cognitiva limitada para realizá-las com êxito; há pouca ambiguidade no que precisa ser feito e como fazê-lo; não têm relação com conceitos ou com significados subjacentes ao procedimento utilizado; estão focadas em produzir respostas corretas, em vez de desenvolver compreensão Matemática; não necessitam de explicações, ou somente explicações centradas em descrever o procedimento utilizado.

As tarefas de nível 3 são de procedimentos com conexão, que focam a atenção do estudante na utilização de procedimentos, a fim de desenvolver uma compreensão de conceitos e ideias matemáticas;

sugerem formas (explícita ou implicitamente) que são procedimentos gerais, possuindo estreita relação com as ideias conceituais, ao invés de algoritmos que são pouco claros em relação aos conceitos subjacentes. Normalmente, são representadas de várias formas (diagramas visuais, gráficos, material concreto, símbolos, situações problemáticas); há conexões entre múltiplas representações, ajudando a desenvolver significado matemático; exigem certo grau de esforço cognitivo; embora seja possível seguir procedimentos gerais, não podem ser usados sem pensar, pois os alunos precisam se envolver com as ideias conceituais por trás dos procedimentos para realizar, com êxito, a tarefa.

As tarefas de nível 4 necessitam fazer Matemática, pois exigem: um pensamento complexo e não algorítmico (não existe uma aproximação com caminhos já percorridos em outras tarefas, que podem ser lembrados ou um caminho que seja explicitamente sugerido pela tarefa ou instrução prévia); requer que os alunos explorem e compreendam os conceitos matemáticos, assim como os processos e suas relações; implicam a auto verificação ou autorregulação dos processos cognitivos; que os alunos encontrem uma resposta que necessita compreensão conceitual da noção matemática, verificando e explicando a resposta produzida; exige que eles acessem um conhecimento ou experiências relevantes e façam uso adequado deles no desenvolvimento da tarefa; despende considerável esforço cognitivo e pode implicar certo nível de ansiedade nos estudantes devido à natureza não previsível do processo de resolução requerido.

As tarefas devem levar os estudantes a pensarem sobre o fazer Matemática, superando a simples memorização e os procedimentos soltos, valorizando o conhecimento prévio trazido por eles e possibilitando que avancem na compreensão dos conceitos e do uso de procedimentos matemáticos. Entendemos que é importante, no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, todos os tipos de tarefas, por isso é relevante que o professor procure apresentar as tarefas de alta demanda cognitiva (tarefas de nível 4).

Na perspectiva de Ponte (2003) uma tarefa tem quatro dimensões básicas: o grau de dificuldade, a sua estrutura, o seu contexto referencial e o tempo requerido para a sua resolução. Para o autor integrando o grau de dificuldade e a estrutura se obtém quatro tipos de tarefas (Figura 2).

Figura 2 - Tipos de Tarefas

Fonte: Adaptado de Ponte (2003).

Salientamos que as investigações têm um grau de dificuldade elevado, com uma estrutura aberta (4º quadrante), e são estes tipos de tarefas que serão exploradas neste artigo.

Consideramos importante, também, citar outra dimensão que diz respeito ao contexto referencial, ou seja, a tarefa pode ser contextualizada numa situação real (situação extramatemática) ou formulada em termos puramente matemáticos (situação intramatemática). As tarefas desenvolvidas são situações intramatemáticas.

PERCURSO METODOLÓGICO

A pesquisa se desenvolveu em um processo de formação inicial de professores de Matemática no âmbito do projeto de pesquisa "Competência de Observar profissionalmente a prática docente: atividades educativas inovadoras para a Educação em Matemática" financiado pelo CAPES, aprovada pelo comitê de ética, parecer número 54100021.0.0000.5349.

O recorte que se apresenta neste texto é resultado dos estudos de pós-doutorado realizado pelo primeiro autor, no PPGECIM/ULBRA. Esse projeto foi concebido tendo como objetivo promover estudos e reflexões, que pudessem propiciar o desenvolvimento da prática pedagógica dos participantes da vivência pedagógica, que são estudantes em formação inicial na Licenciatura em Matemática, buscando desenvolver a Competência de Observar com Sentido a prática docente. Neste contexto, a competência de Observar com Sentido as situações de aprendizagem da Matemática se considera uma competência necessária que permite ao futuro professor dar sentido ao que está acontecendo em sua sala de aula (FERNÁNDEZ; CALLEJO; MARQUES, 2014). Devendo ser capaz de identificar o que é relevante para a aprendizagem matemática dos estudantes, interpretando os resultados para justificar as decisões de ação de acordo com os objetivos planejados (FERNÁNDEZ; LLINARES; VALLS, 2011). A competência docente pode ser entendida como o ato de poder utilizar os conhecimentos de forma relevante no desenvolvimento das atividades professionais vinculadas ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática (identificando os objetivos esperados, planificando atividades adequadas ao nível dos estudantes, elegendo as metodologias segundo os conteúdos que se desenvolverão e planejando uma avaliação adequada).

Adotamos a abordagem qualitativa de natureza interpretativa e descritiva (BOGDAN; BIKLEN, 1994). A opção metodológica adotada se justifica porque as ações de pesquisa envolveram o grupo de pesquisadores com o desenvolvimento das tarefas investigativas e do grupo de alunos dos cursos de Matemática Licenciatura que desenvolveram e avaliaram as tarefas, sendo analisado as falas dos estudantes durante o desenvolvimento das mesmas, com o objetivo de compreender as concepções e argumentos utilizados frente ao potencial pedagógico e do uso das mesmas na futura prática docente.

As ações formativas ocorreram em seis encontros de duas horas de duração, propondo: (1) estudo de tarefas com alta demanda cognitiva; (2) desenvolvimento da referida formação e coleta de dados; (3) análise das estratégias didáticas vivenciadas pelos participantes e as possibilidades para construção e/ou ampliação de referências para a prática, especialmente, com o uso da tecnologia.

Participaram da investigação seis estudantes (2 alunas e 4 alunos), do terceiro ano do curso de Pedagogia em Matemática (estudantes para professor de Matemática) da Universidade Arturo Prat, Chile. Estes estudantes estavam matriculados na disciplina curricular de *Didática da Álgebra e da Geometria,* na qual os estudantes desenvolvem e ampliam seu nível de aprofundamento de caráter teórico-prático, buscando estabelecer os fundamentos da Didática da Matemática para compreendê-la como uma Ciência que interpreta os processos de ensino e aprendizagem e dar respostas aos fenômenos que ocorrem, dando sentido a Álgebra e a Geometria que se deve ensinar na Educação Básica.

A coleta foi realizada com observação direta, gravação de áudio e vídeo dos encontros e pelos registros produzidos pelos participantes da vivência pedagógica, referenciados de E1 a E6, estudantes da Universidade do Chile e E7 a E18, estudantes da do Brasil. As análises foram realizadas com as seguintes categorias, em relação ao desenvolvimento das tarefas investigativas: Afeto e tarefa; descrição da tarefa; interpretação e tomada de decisão, com perguntas norteadoras que levaram a identificação de unidades de significado (o que é relevante para as análises).

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NO *SOFTWARE* GEOGEBRA

Destacamos que no campo da Educação Matemática as Tecnologias da Comunicação e Informação (TIC) e as investigações matemáticas têm sido assinaladas como uma das tendências metodológicas de ensino que favorecem a compreensão dos conceitos matemáticos, assim como, possibilitam fazer conjecturas e generalizações (HOMA; GRONEWALD, 2021).

Assim, percebemos que nos entornos de aprendizagem é interessante combinar a investigação matemática com *softwares* educativos, como o *software* GeoGebra, que podem possibilitar oportunidades para a criação, manipulação, exploração de situações, análises, elaboração de conjecturas, verificação de regularidades, discussão de resultados e generalização.

Neste sentido, é necessário planejamentos de tarefas que podem ser pontos de partida de investigações matemáticas com os alunos, possibilitando a discussão e reflexão de como desenvolvê-las em sala de aula, com as tecnologias podendo contribuir significativamente para isto (HOMA; GROENWALD, 2021).

A seguir apresentamos as tarefas que foram desenvolvidas pelos pesquisadores do GECEM e que foram utilizadas na vivência pedagógica realizado com os estudantes de Licenciatura em Matemática. As duas tarefas foram desenvolvidas no *software* GeoGebra e são consideradas tarefas investigativas, abertas, de alta demanda cognitiva. As referidas tarefas podem ser encontradas no Laboratório online de Matemática organizado e mantido pelo GECEM ((http://ppgecim.ulbra.br/laboratorio) com o objetivo de divulgar e subsidiar o uso de objetos de aprendizagem pelos professores de Matemática.

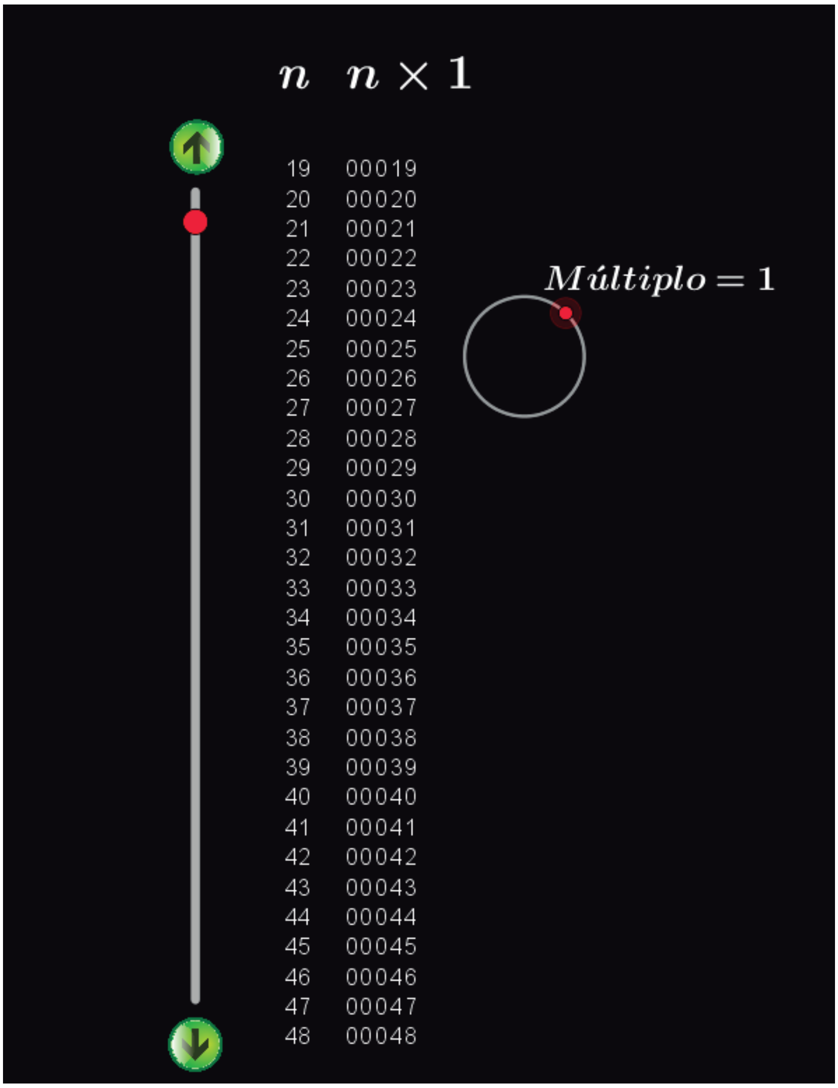
No objeto de aprendizagem *Múltiplos,* o aluno muda o valor do incremento da tabela que apresenta 1029 múltiplos do número selecionado, apresentando valores até a quinta ordem. Por uma questão de limitação da tela visualiza-se somente trinta múltiplos, sendo utilizado um controle vertical para mudar o bloco de números apresentados e, para um melhor controle, acrescentou-se dois botões (setas verdes) sendo possível subir ou descer o bloco de números de maneira mais suave.

O objeto de aprendizagem apresenta a tabela de múltiplos do número solicitado, ficando aos cuidados do professor organizar a atividade de modo que os alunos identifiquem padrões de repetição somente nas unidades, somente nas dezenas ou nas unidades e dezenas. Esta atividade em lápis e papel é usualmente desenvolvida como uma tarefa fechada, na qual solicita-se aos alunos escreverem os 20 primeiros múltiplos de 5 e depois buscarem padrões de regularidades nas unidades e/ou nas dezenas. E dando continuidade a tarefa solicita-se que os alunos investiguem os múltiplos de 4 e 6.

Com o objeto de aprendizagem digital a atividade deixa de ser fechada, passando a ser uma atividade investigativa, indicada para estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), pois é possível explorar 1029 múltiplos de 1 a 19, verificando e comparando os padrões de regularidade entre diferentes números, como por exemplo entre 2, 3 e 6.

Com o objeto interativo o professor pode conduzir a atividade com perguntas norteadoras, como: “Olhando os múltiplos de 2 e 6 quais as semelhanças e diferenças?”. O objetivo é levar o aluno a procurar padrões e formular conjecturas, de modo que ele realize outras interações e outras comparações, sendo incentivado para realizar buscas e investigações envolvendo um número e seus múltiplos. Apresentamos na Figura 3 o referido objeto de aprendizagem.

Figura 3 - Atividade investigativa com múltiplos



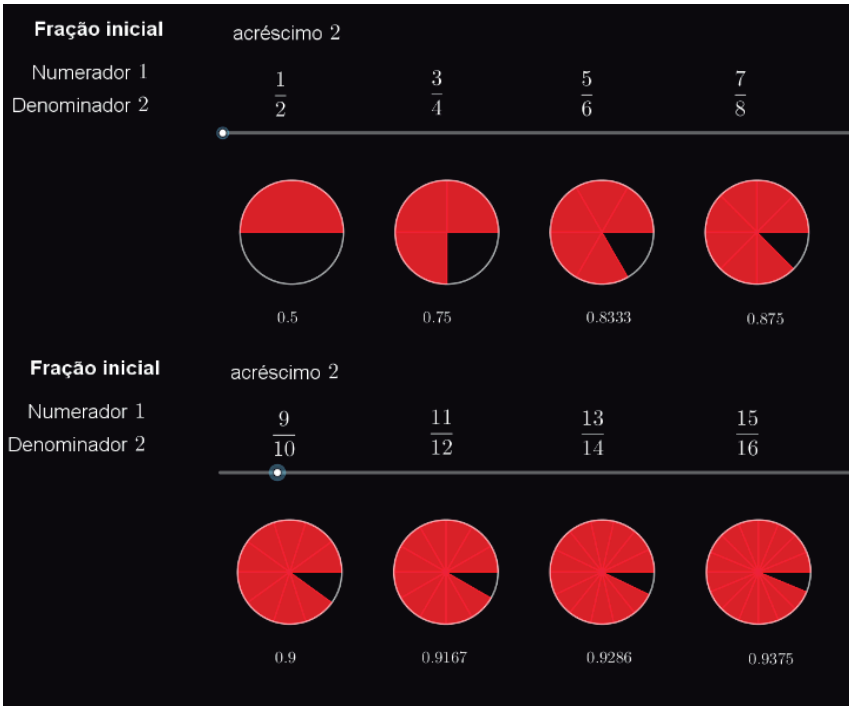
Fonte: http://ppgecim.ulbra.br/laboratorio.

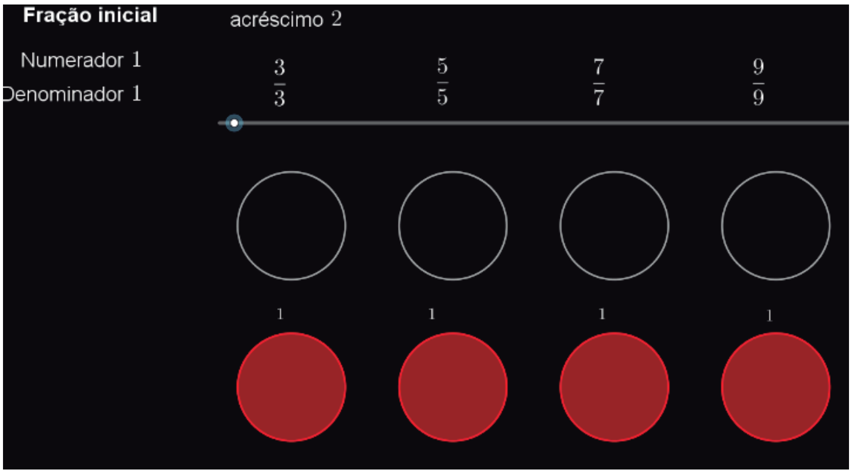
Outra tarefa investigativa indicada para estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) com idades compreendidas entre os 11 e 14 anos é a tarefa 2 com o objeto de aprendizagem da Figura 4, desenvolvida pelo GECEM.

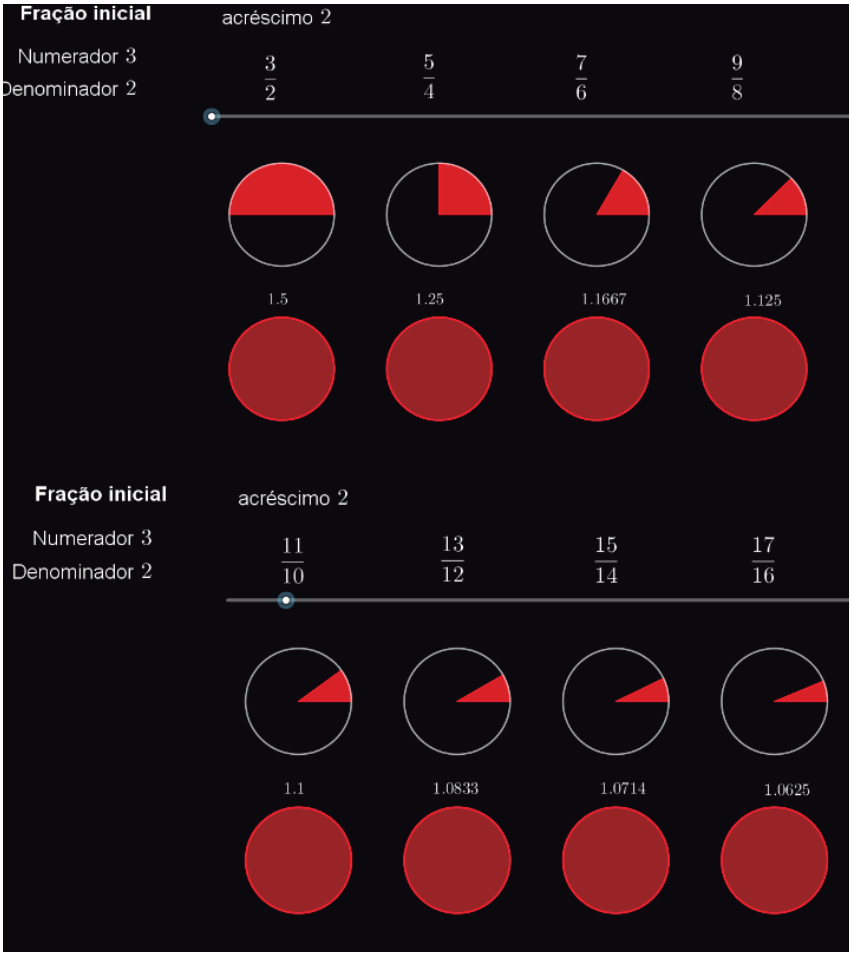
Figura 4 - Tarefa investigativa com Frações

<table>
<tr><td colspan="2">Considere uma fração qualquer e analise o que acontece quando se agrega um valor qualquer ao numerador e ao denominador, simultaneamente.</td></tr>
<tr><td colspan="2">A ideia é que, os estudantes, em duplas ou em grupos de 3 ou 4 alunos, discutam e reflitam sobre as possibilidades para a tarefa proposta e desenvolver tantos exemplos quantos sejam necessários para eles discutirem suas hipóteses e testarem conclusões.</td></tr>
<tr><td>Situação 1

Para $\frac{a}{b}$, con $a < b$, temos:
$\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} < \frac{\boldsymbol{a+2}}{\boldsymbol{b+2}} < \frac{\boldsymbol{a+4}}{\boldsymbol{b+4}} < \cdots < 1$
No exemplo apresentado temos:
$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} < \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} < \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}} < \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{8}} < \cdots < 1$

Resulta que as frações se aproximam a um inteiro, mas nunca chega a ser um inteiro.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Situação 2

Para $\frac{a}{b}$, com $a = b$, temos:
$\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\boldsymbol{a+2}}{\boldsymbol{b+2}} = \frac{\boldsymbol{a+4}}{\boldsymbol{b+4}} = \cdots = 1$
No exemplo apresentado temos:
$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{3}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{5}} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{7}} = \cdots = 1$</td><td>
</td></tr>
</table>

Situação 3 Para $\frac{a}{b}$, con $a > b$, temos: $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} > \frac{\boldsymbol{a}+\mathbf{2}}{\boldsymbol{b}+\mathbf{2}} > \frac{\boldsymbol{a}+\mathbf{4}}{\boldsymbol{b}+\mathbf{4}} > \cdots > 1$ No exemplo apresentado temos: $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} > \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}} > \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{6}} > \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{8}} > \cdots > 1$ Resulta que as frações aproximam-se a 1 mas, não chegam a 1.	

Fonte: http://ppgecim.ulbra.br.

Consideramos importante destacar que o objeto desenvolvido permite aos estudantes definirem a fração inicial, podendo analisar até 54 frações nas quais se adiciona um valor arbitrário definido como “acréscimo” ao numerador e ao denominador da fração.

No exemplo da Figura 4, se agregou um valor de duas unidades simultaneamente ao numerador e ao denominador da fração inicial. O objeto de aprendizagem permite aos estudantes definirem a fração inicial e o professor deve estimular as explorações e generalizações possíveis, com os diferentes tipos de frações iniciais (fração própria, imprópria e aparente).

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados correspondem às respostas dos estudantes para professor de Matemática e Física sobre a realização das duas tarefas propostas. De acordo com as respostas obtidas da parte dos estudantes participantes da vivência pedagógica, e mediante o método comparativo constante, baseado na teoria fundamentada (STRAUSS; CORBIN 2002), se sistematizaram as respostas da maneira apresentada na Figura 5.

Figura 5 - Categorias e subcategorias das respostas dos participantes da investigação

Categorias	Subcategorias	Código	Pergunta Reflexiva
Afeto e Tarefa	Afeto e Tarefa	(A e T)	O que eles sentiram ao resolver as duas tarefas?
			Como se sentiram ao resolver as duas tarefas?
Descrição	Descrição	(D)	Descreva as duas tarefas?
		(Ds)	Quais são as semelhanças entre as duas tarefas?
		(Ddf)	Quais são as diferenças entre as duas tarefas?
Interpretação	Interpretação	(I)	Como interpretaram as duas tarefas?
	Interpretação	(INd)	Nível de dificuldade?
	Interpretando o planejamento do currículo	(IPc)	Conteúdo, objetivo, conceitos, procedimentos, atitudes, recursos, metodologia
	Interpretação do tipo de tarefa	(ITt)	Tipo de tarefa
Tomada de decisão	Tomando uma Decisão	(TD)	O que modificariam nas duas tarefas?

Fonte: dados da investigação.

Com respeito a categoria Afeto e Tarefa (AeT) se tem as seguintes unidades de significado que os estudantes afirmaram ao responder à pergunta: “O que e como se sentiram ao resolver as duas tarefas?” De alguma maneira as opiniões que têm os estudantes com a relação a Matemática, sua aprendizagem e ensino moldam suas atuações e comportamentos, tanto em relação ao estudo quanto a maneira como creem que se ensina e se aprende esta disciplina. E isto se revela no que diz o E5, que manifesta seu interesse e atitude frente a Matemática (BLANCO, CÁRDENAS Y CABALLERO, 2015) pela realização das tarefas e o expressa tal como se mostra na unidade de significado(falas significativas dos depoimentos dos estudantes relativas às perguntas respondidas, conforme quadro da Figura 5):

> E5: Me senti interessado, curioso com respeito as tarefas, as análises a serem realizadas com o que nós estudantes íamos encontrar de generalizações.

O E2 manifesta que não sabe como se sente ao resolver as tarefas:

> E2: Não sei como me senti, realizei as tarefas sem analisar o que estava sentindo.

Os estudantes E11, E12 e E14 e E15 manifestaram:

> E11, E12 e E14 e E15: Nos sentimos curiosos em relação as possíveis generalizações que podem surgir ao analisar os diferentes múltiplos. Eu (E12), já sou professor de 6º ano e nunca trabalhei desta forma, e sim dando direto as regras de divisibilidade e os estudantes fazendo exercícios, utilizando a regra.

O grupo formado pelos estudantes E16, E17 e E18 colocaram que se sentiram interessados (AeT) e entendem que é viável desenvolver as atividades no 6º ano do Ensino Fundamental, com estudantes de 11 anos (INd). Afirmaram, também, que talvez a tarefa com frações fosse mais indicada para 8º ou 9º ano do Ensino Fundamental, porque tem a parte da escrita matemática, e talvez, estudantes do 6º ano apresentem dificuldades. Segundo o grupo: *Os alunos conseguiriam comparar as frações* *com os diferentes tipos de frações no 6º ano, porém apresentariam dificuldades em generalizar a linguagem matemática: Para* $\frac{a}{b}$*; com* $a > b$ *com um incremento de* $2 \Longrightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+2}{b+2} < \frac{a+4}{b+4} < \ldots < \frac{a+2n}{b+2n}$.

Neste sentido, relacionamos o que coloca Gomez Chacón (2003) ao se referir sobre as ideias que os estudantes têm acerca de si mesmos em relação a Matemática e em relação ao que modela seus comportamentos quando estudam esta disciplina. Estas crenças e ideias também possuem influência sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática e sobre as práticas docentes (STYLIANIDES; BALL, 2008).

As tarefas apresentadas contribuíram para que os alunos se manifestassem e refletissem sobre as crenças e atitudes que possuem a respeito da Matemática, sua aprendizagem e seu ensino, para que tornassem explícitas algumas dessas ideias, como por exemplo que a tarefa matemática desperta interesse, curiosidade. Consideramos importante na formação inicial de professores de Matemática, os estudantes entenderem suas emoções, pois entendemos que são um ingrediente essencial e uma articulação entre a tarefa proposta e a atenção que eles dedicam para identificarem aspectos, não apenas matemáticos, mas metodológicos neste tipo de tarefa. Consideramos importante que o professor analise a tarefa, a resolva e a explore em todos os sentidos.

A estudante E10 afirmou que se sentiu frustrada (AeT) por nunca ter desenvolvido atividades deste tipo, tendo dificuldades em visualizar os padrões (INd), sendo auxiliada pelos colegas de grupo que já atuam em sala de aula e que consideraram as atividades fáceis, com base no que identificaram como sendo uma atividade de múltiplos/divisores e comparação de frações. Importante salientar que E10 nunca atuou em sala de aula, afirmando que:

> E10: Me senti insegura por não ter clareza do que deveria identificar, nas duas tarefas, considerando que é um assunto de 6º ano do Ensino Fundamental (múltiplos e divisores; frações) e deveria ser considerado, por mim, um assunto fácil.

Salientamos que a percepção, deste grupo de estudantes, considerando as atividades fáceis de executá-las, porque não conseguiram identificar o fazer matemática que as mesmas envolviam (tarefa de alta demanda cognitiva), pois as mesmas exigiam formulação de conjecturas e generalização. Estas habilidades (conjecturar e generalizar) são esperadas em estudantes de Licenciatura em Matemática. Porém os resultados que apresentaram foram simples, somente descrevendo os padrões, sem apontar as razões do padrão. Como exemplificamos nos padrões identificados:

> E7, E8, E9, E10: Nos múltiplos de 3: na ordem das dezenas o algarismo que é múltiplo de 3 se repete por 4 múltiplos seguidos e o algarismo que não é múltiplo de 3 se repete por 3 múltiplos seguidos; na ordem das centenas os algarismos que são múltiplos de 3 se repetem consecutivamente em 33 múltiplos, e os algarismos que não são múltiplos se repetem em 32 múltiplos consecutivos.
>
> E11, E12, E13, E14: Temos um padrão na casa das unidades que obedece a ordem 0, 3, 6, 9; depois 2, 5, 8; na sequência 1, 4 e 7, e então, volta para a sequência inicial 0, 3, 6, 9. Na casa das dezenas temos uma sequência de 4 em 4 depois de 3 em 3, duas vezes depois volta para 4 em 4 e depois duas vezes de 3 em 3, e assim sucessivamente.
>
> E15, E16, E17, E18: Múltiplos de 6 - padrão das unidades: 0, 6, 2, 8, 4, 0, 6, 2, 8, 4, ...; padrão das dezenas: 0, 0, 1, 1, 2, 3,3, 4,4, 5, ...; padrão das centenas: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

Importante considerarmos que estes estudantes não possuíam experiências anteriores neste tipo de tarefa investigativa, integradas com o *software* GeoGebra. Também foi uma experiência que os alunos não haviam vivenciado anteriormente a verbalização das ações que estão executando, ao fazer a tarefa. Tal como se manifestam os estudantes E4 e E2 nas seguintes unidades de significado:

E4: No meu caso realmente não tive experiência anterior com este tipo de tarefa. Ou seja, não tive esta oportunidade antes. Pelo menos de mostrar o que fiz aos meus companheiros. Também, igualmente, em meu caso, somente realizar este procedimento, porém sem falar sobre ele e comentá-lo, estou acostumado a fazer mentalmente. Não tanto, como me perguntar por que fico preso, ou por que é assim; mas sim no procedimento: se eu fizer isso o que vai acontecer, se eu fizer esse outro o que aconteceria, mais no assunto de experimentar, visualizar as mudanças e explicar a relação que ocorre entre suas ações e o que está acontecendo.

E2: Vou ir explorando a tarefa primeiro porque nunca tinha visto este tipo de tarefas.

E7, E8, E9, E10: Não conhecíamos tarefas deste tipo, porém estamos achando interessantes e que são viáveis de serem desenvolvidas com estudantes do Ensino Fundamental.

E11, E12, E13, E14: Nunca trabalhamos tarefas do tipo investigativas. Consideramos estes tipos de tarefas muito importantes.

Esta possibilidade dada ao aluno de verbalizar suas ações durante a resolução da tarefa pode contribuir para o desenvolvimento de um processo reflexivo relacionado à metacognição. Nesse sentido, D'Amore (1997), González (2020) defendem a possibilidade de os alunos expressarem seus pensamentos enquanto lidam com a resolução da tarefa, para poder ouvir "a voz interior" do aluno, solucionador e assim praticar a metacognição. Essa possibilidade de realizar tarefas de pesquisa matemática pode ajudar os participantes a perceberem alguns aspectos como: o uso de estratégias inadequadas para resolver a tarefa, erros na solução, exploração e geração de questões, formulação de conjecturas, justificativa e argumentação, a avaliação e acompanhamento do seu raciocínio e dos outros.

Em relação à categoria de descrição, três subcategorias associadas puderam ser determinadas. Esta categoria refere-se à forma como os participantes representam verbalmente ou detalham aspectos gerais, partes ou propriedades, bem como semelhanças ou diferenças da tarefa que estão investigando. Este aspecto pode estar relacionado com o colocado por Mason (2020) em relação ao fato de os licenciandos estarem apenas "olhando" de forma global para as duas tarefas apresentadas. Os alunos reconhecem nas tarefas aspetos muito gerais como os conteúdos matemáticos relacionados com números, múltiplos, divisores, números primos e compostos, frações, numerador, denominador como se pode constatar nas seguintes participações:

E3: Vejo uma tabela de valores. E os números vão aumentando de 2 em 2. Vejo somente números e as palavras múltiplos.

Por outro lado, relacionamos a categoria interpretação ao significado atribuído às tarefas de pesquisa pelos alunos, ou seja, a forma como explicam as tarefas matemáticas apresentadas de acordo com: o nível de dificuldade da tarefa, o planejamento curricular (conteúdo, objetivo, conceitos, procedimentos, atitudes, recursos, metodologia) e o tipo de tarefa.

Nesse sentido, os alunos começam a estabelecer e identificar detalhes (MASON, 2020), ou seja, há uma mudança de atenção para a tarefa por parte dos alunos para o professor de Matemática, pois eles começam a descobrir invariantes, como no caso da fileira de unidades, variam de dois a dois (múltiplos de 2), de 3 a 3 (múltiplos de 3). Dentro desta categoria se tem as seguintes participações por parte do estudante E4 e E6:

E4: Algo que sempre percebi com o 5, é o seguinte: divide n em 2, logo o resultado o multiplica por 10 e te dá o resultado. 40/2 é 20, então x 10 é 200, e 40x5 é 200. Se a unidade é o 0 ou o 5, é múltiplo de 5. Se for ímpar, termina em 5, se é par, termina em 0. E o múltiplo de 6 satisfaz as regras de múltiplo de 2 e de 3 ao mesmo tempo.

As respostas a seguir demonstram o reconhecimento das relações entre os detalhes que os alunos perceberam para o professor de Matemática (MASON, 2020). Observamos que E6 interpreta a tarefa de pesquisa matemática proposta. Para isso, realiza uma análise, faz conjecturas e as verifica nos múltiplos de 3.

E6: Para que seja múltiplo de 3, a soma dos dígitos do resultado deve ser divisível por 3. Para que seja múltiplo de 2, o resultado deve ser divisível por 2. O múltiplo de 6, também pode ser divisível por 6. Os múltiplos de 3 são divisíveis por 3.

Por outro lado, a interação gerada faz com que os professores em formação comecem a verificar essas questões usando um exemplo para poder identificar o que ele ou seus colegas conjecturaram. O uso do *software* GeoGebra permite que a tarefa ajude o solucionador a ver as relações e propriedades, manipulando-as do ponto de vista de seu conteúdo matemático, mas, por outro lado, possibilita ao futuro professor de Matemática refletir sobre a relação entre tarefas, aprendizagem e ensino. Como mostram as seguintes participações:

E4: Exemplo o 219, ao separar cada dígito, 2, 1, 9, estes números separados ao realizar a adição temos: 2+1+9 dando como resultado 12, e 12 é divisível por 3.

E2: Ao observar a coluna dos múltiplos de 9, se observa que as unidades vão aumentando de 9 em 9. Se tomamos 567 +9 me dá o valor 576, e 576 + 9 me dá o valor 585. Se observa que os números têm uma regra parecida ao que fizemos com o 3, porém que todos seus dígitos ao serem adicionados é múltiplo de 9.

A possibilidade oferecida por estas tarefas de pesquisa matemática, mediada por um aplicativo desenvolvido como o *software* Geogebra, evidenciando sobre que aspectos os futuros professores de Matemática concentram sua atenção, é importante para compreender sua aprendizagem. A descoberta de uma propriedade fez com os professores-alunos as validassem por meio de outras interações. Desta forma, as respostas mostram como os alunos para serem professores de Matemática percebiam propriedades, generalidades, possibilitando identificar uma relação particular, que foi previamente reconhecida (Mason, 2020).

Por fim, em relação à categoria tomada de decisão, as respostas dos alunos evidenciam suas reflexões em relação ao que acreditam poder modificar nas tarefas analisadas. É o caso de motivar a possibilidade de tomada de decisões nos futuros professores, o que os faz considerar elementos importantes e refletir sobre como a tarefa determina o que os alunos podem aprender, pois se torna um instrumento que o professor de Matemática utiliza para promover a aprendizagem dos estudantes, ou seja, no desenvolvimento da competência de Observar com Sentido.

Porém, ressaltamos que somente um grupo conseguiu chegar aos padrões esperados na atividade de múltiplos/divisores, os outros grupos não trouxeram os padrões de regularidades. Entendemos que eles deveriam analisar o que acontece com o dígito das unidades, com o dígito das dezenas e, a partir disto, realizarem conjecturas, como apresentamos a seguir na Figura 6.

Figura 6 - Exemplos de conjecturas em relação aos múltiplos

Múltiplos de n (1 a 19)	**Generalizações**	
Múltiplos de 2	No dígito das unidades ciclo de 5 números 0,2,4,6,8	No dígito das dezenas a cada 5 números incrementa, segue a ordem 0,1,2,3...
Múltiplos de 3	No dígito das unidades ciclo de 10 números 0,3,6,9,2,5,8,1,4,7	No dígito das dezenas segue a ordem 0,1,2,3,4,5.... Mas, incrementa a cada 4,3,3 números totalizando 10 (4+3+3=10)
Múltiplos de 6	No dígito das unidades ciclo de 5 números 0,6,2,8,4	No dígito das dezenas ciclo de 5 números 0,6,2,8,4
Múltiplos de 5	No dígito das unidades ciclo 2 números 0,5	No dígito das dezenas segue a ordem 0,1,2,3,4... incrementa a cada 2 números
Múltiplos de 10	No dígito das unidades só tem 0.	No dígito das dezenas segue a ordem 0,1,2,3,4, mas incrementa a cada 2,1,2,1,2,1,1 (2+1+2+1+2+1+1=10)
Múltiplos de 7	No dígito das unidades ciclo de 10 números 0,7,4,1,8,5,2,9,6,3	No dígito das dezenas segue a ordem 0,1,2,3,4, mas incrementa a cada 2,1,2,1,2,1,1 (2+1+2+1+2+1+1=10)

Fonte: Tarefa investigativa número 1.

O que nos leva a deduzir que mais atividades do tipo investigativas, de alta demanda cognitiva, devem ser desenvolvidas com os estudantes de forma que ao realizarem seus futuros planejamentos possam mediar o desenvolvimento destas tarefas, em sala de aula. O que observamos é que os participantes não estão habituados a realizarem conjecturas e a tirarem generalizações com tarefas de alta demanda cognitiva.

Também, verificamos que a tarefa de frações não foi analisada com aprofundamento pelos estudantes. As análises foram superficiais em relação às potencialidades didáticas, ficando apenas em relação ao que estavam visualizando. Conseguiram descrever a atividade, mas não conseguiram descrever as possíveis conjecturas e generalizações da mesma. Também não utilizaram a notação matemática em suas conclusões, sendo utilizado apenas com exemplos numéricos. Neste sentido, entendemos que estes estudantes não possuem um perfil investigativo, que os levem a testar todas as possibilidades relativas aos tipos de frações. Pois os grupos não analisaram os três tipos de frações (própria, imprópria e aparente), ficando apenas com exemplos do tipo própria, o que leva a deduções apenas com um tipo de fração. Sentimos que os estudantes estavam inseguros e não discutiram com os colegas as possibilidades didáticas da tarefa e isto fez com que não generalizassem os possíveis resultados.

CONCLUSÃO

Concordamos com as ideias de Damasco, Groenwald e Llinares (2020) quando afirmam que: "Se um professor deve planejar situações de ensino e aprendizagem de tópicos particulares, ..., é necessário analisar essas situações para inferir sobre o conhecimento necessário e as maneiras de utilizá-las que podem ser mais pertinentes, para tomar as melhores decisões".

Neste sentido, torna-se importante que aconteçam experiências desse tipo, na formação inicial de professores, para que estas competências sejam desenvolvidas e aprimoradas ao longo da carreira docente (CONTRERAS, 2002; CORRAL; ZURBANO, 2000; ESCUDERO; PENALVA; BARBA, 2006; LLINARES, 2009, 2016).

Corroboramos com as ideias de Penalva e Llinares (2011), quando afirmam que a escolha de tarefas, quando inseridas em um contexto de observação das manifestações de raciocínio matemático dos estudantes, está caracterizada pela aquisição da competência docente de Observar com Sentido, na formação inicial de professores de Matemática.

Entendemos que estas experiências, na formação inicial, proporcionam, aos futuros professores, a qualificação do seu olhar profissional para a prática didática, permitindo revisitar os conhecimentos matemáticos que devem ser desenvolvidos na sala de aula e, por meio da discussão, reflexão no desenvolvimento das tarefas, há a qualificação desta competência, que consideramos importante para o exercício da profissão de professor de Matemática. Um estudante a professor que não tem o perfil investigativo terá dificuldades de suscitar esta competência em seus alunos.

Também, consideramos importante que os envolvidos nesta pesquisa continuem realizando esforços no sentido de planejarem mais atividades investigativas com os conhecimentos matemáticos integradas às tecnologias, e um *software* adequado é o GeoGebra. Assim como, entendemos que mais experimentos devem ser realizados com as tarefas apresentadas, no sentido de ampliar os resultados e as possibilidades didáticas das mesmas na formação de professores de Matemática.

REFERÊNCIAS

BLANCO, L.; CÁRDENAS, J; CABALLERO, A. **La Resolución de Problemas de Matemáticas en la Formación Inicial de Profesores de Primaria**. Universidad de Extremadura. 2015.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora Ltda., 1994.

CONTRERAS, A. **A autonomia de professores**. São Paulo: Cortez, 2002.

CORRAL, C.; ZURBANO, E. **Actas del IV Simposio sobre propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de los profesores del área de didáctica de la matemática**. Oviedo: Universidad de Oviedo, 2000.

DAMASCO, F. C.; GROENWALD, C. L. O.; LLINARES, S. C. **A competência docente de Observar com Sentido situações de ensino e aprendizagem na Matemática**. Canoas: Editora da ULBRA, v. 1, 2020.

DOYLE, W. Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. **Educational Psychologist**, v. 23, n. 2, p. 167-180, 1988.

ESCUDERO, I.; PENALVA, M. DEL C.; BARBA, D. **Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización para la formación del profesorado de matemáticas:** Construyendo comunidades de práctica. Granada: Proyecto Sur, 2006.

FERNÁNDEZ, C.; CALLEJO, M. L.; MARQUES, M. Conocimiento de los estudiantes para maestro cuando interpretan respuestas de estudiantes de primaria a problemas de división-medida. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 32, n. 3, p. 407-424, 2014.

FERNÁNDEZ, C.; LLINARES, S.; VALLS, J. Características del desarrollo de una mirada profesional en estudiantes para profesor de matemáticas en un contexto b-learning. **Acta Scientiae**, v. 13, n. 1, p. 9-30, 2011.

HOMA, A. I. R.; GRONEWALD, C. L. O. Educación Matemática y Tecnologías: planificación de tareas de investigación centradas en el aprendizaje de los estudiantes. **Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v. 17, n. 63, p. 1-16, 2021.

JESUS, C. C. DE; CYRINO, M. C. DA C. T.; OLIVEIRA, H. M. DE. Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, n. 2, p. 21-46, 2018.

LLINARES, S. C. *et al.* «Mirar Profesionalmente» Las Situaciones De Enseñanza: Una Competencia Basada En El Conocimiento. In: **Investigación sobre el profesor de matemáticas: práctica de aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional**. Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca, 2019. p. 177-192.

LLINARES, S. C. La formación del profesorado de matemáticas. **Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 51, n. 2, p. 92-102, 2009.

LLINARES, S. C. ¿Cómo dar sentido a las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas? Algunos aspectos de la competencia docente del profesor. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, v. 15, p. 57-67, 2016.

MASON, J. **Researching Your Own Practice: The Discipline of Noticing**. London: Routledge, 2002.

NCTM. **Normas profissionais para o ensino da Matemática**. Lisboa: APM e IIE, 1994.

NCTM. **Principles to actions: ensuring mathematical sucess for all**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2014.

OECD. **The Definition and Selection of Key Competencies**. Paris: OCDE, 2005.

PENALVA, M. C.; LLINARES, S. C. Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria. In: GOÑI, J. M.; COLL, C. (Eds.). **Didáctica de las Matemáticas/Formación y Desarrollo Profesional del Profesorado N° 12 Vol. II**. Madrid: Graó, 2011. p. 27-51.

PONTE, J. P. DA. Investigar, ensinar e aprender. In: **Actas do ProfMat 2003**. Lisboa: APM, 2003. p. 25-39.

PONTE, J. P. DA. Problemas y investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. In: GIMÉNEZ, J.; SANTOS, L.; PONTE, J. P. (Eds.). . **La actividad matemática en el aula**. Barcelona: Graó, 2004. p. 25-34.

SEIBERT, L.; GROENWALD, C. L. O.; LLINARES, S. C. Observar com Sentido: uma competência importante na vida profissional do professor de Matemática. **Acta Scientiae**, v. 15, n. 1, p. 133-152, 2013.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. Selecting ans Creating Mathematical Tasks: Foram Research to Practice. **Matehmatics Teaching in the Middle Scholl**, v. 3, p. 344-350, 1998.

STEIN, M. K.; GROVER, B. W.; HENNINGSEN, M. Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. **America Educational Research Journal**, v. 33, n. 2, p. 455-488, 1996.

STEIN, M. K.; LANE, S. Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project. **Educational Research and Evaluation: An International Journal on Theory and Practice**, v. 2, n. 1, p. 50-80, 1996.

VAN ES, E. A.; SHERIN, M. G. Learning to Notice: Scaffolding New Teachers' Interpretations of Classroom Interacts. **Journal of Technology and Teacher Education**, v. 10, n. 4, p. 571-596, 2002.

RECEBIDO EM: 29 maio 2022
CONCLUÍDO EM: 16 set. 2022