DOI: doi.org/10.37781/vidya.v42i2.4235 VIDYA, v. 42, n. 2, p. 101-119, jul./dez., 2022 - Santa Maria, 2022. **ISSN** 2176-4603

# RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E ARGUMENTAÇÃO EM TAREFAS DE GEOMETRIA PLANA NOS ANOS INICIAIS

## *MATHEMATICAL REASONING AND ARGUMENTATION IN PLANE GEOMETRY TASKS OF ELEMENTARY SCHOOL*

## *RAZONAMIENTO Y ARGUMENTACIÓN MATEMÁTICA EN TAREAS DE GEOMETRÍA PLANA EN LOS PRIMEROS AÑOS*

**ROSIMEIRI DA SILVA DE MORAIS**[1]
**ELIANE MARIA DE OLIVEIRA ARAMAN** [2]
**ANDRÉ LUIS TREVISAN**[3]

**RESUMO**

Este artigo apresenta alguns resultados de uma pesquisa qualitativa e interpretativa, que tem como objetivo evidenciar características do raciocínio matemático de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre propriedades de figuras geométricas planas, em um ambiente de aprendizagem colaborativo com uso tarefas exploratórias e desafiadoras. Para isso, apresentamos um estudo teórico sobre o raciocínio matemático e seus processos, sobre tarefas exploratórias e seu potencial para o raciocínio matemático e sobre o ensino de geometria plana nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Os sujeitos foram duas duplas de alunas do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior do Paraná. Os dados foram coletados por meio de gravações de áudio e vídeo e pela coleta dos registros escritos feitos pelas alunas durante a resolução das tarefas. Os dados foram analisados a partir da transcrição das discussões, entre as duas duplas e analisados à luz da fundamentação teórica.

**Palavras-chave:** Raciocínio Matemático. Tarefas Exploratórias. Geometria Plana. Ensino Fundamental.

***ABSTRACT***

*This paper presents some results of a qualitative and interpretative research, that aims to highlight characteristics of the mathematical reasoning of students in the 5th grade of Elementary School about properties of plane geometric figures, in a collaborative learning environment using exploratory and challenging tasks. For this, we present a theoretical study on mathematical reasoning and its processes, on exploratory tasks and their potential for mathematical reasoning and on the teaching of plane geometry of Elementary School. The subjects were two pairs of students from the 5th grade of Elementary School at a public school in Paraná. Data were collected through audio and video recordings and by collecting written records made by students during task resolution. The data were analyzed from the transcription of the discussions between the two pairs and analyzed of the theoretical background.*

***Keywords:*** *Mathematical Reasoning. Exploratory Tasks. Plane Geometry. Elementary School.*

1 Mestra em Ensino de Matemática. Secretaria Municipal da Educação de Cornélio Procópio - Estado do Paraná. Secretaria de Estado da Educação do Paraná (SEED). E-mail: meirirh@gmail.com. Orcid: 0000-0002-5533-7124
2 Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. E-mail: elianearaman@utfpr.edu.br. Orcid: 0000-0002-1808-2599
3 Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, E-mail: andrelt@utfpr.edu.br. Orcid: 0000-0001-8732-1912

***RESUMEN***

*Este artículo presenta algunos resultados de una investigación cualitativa e interpretativa que tiene como objetivo resaltar las características del razonamiento matemático de los estudiantes del 5º año sobre las propiedades de las figuras geométricas planas, en un ambiente de aprendizaje colaborativo utilizando tareas exploratorias y desafiantes. Presentamos un estudio teórico sobre el razonamiento matemático y sus procesos, sobre las tareas exploratorias y sus potencialidades para el razonamiento matemático y sobre la enseñanza de la geometría plana en los Primeros Años. Los sujetos fueron dos parejas de alumnos del 5º año de una escuela pública del Paraná. Los datos fueron recolectados a través de grabaciones de audio y video y mediante la recopilación de registros escritos realizados por los estudiantes durante la resolución de tareas. Los datos fueron analizados a partir de la transcripción de las discusiones entre los dos pares y analizados a la luz de la fundamentación teórica.*

***Palabras-clave:*** *Razonamiento Matemático. Tareas Exploratorias. Geometría Plana. Primeros Años.*

## INTRODUÇÃO

Segundo reportagem publicada no El País (MOLINA, 2021), a educação na América Latina não registra progresso notável desde 2013. Respaldada em um estudo realizado pela Unesco, aponta que, mesmo um ano antes da pandemia de Covid-19, em média, “mais de 40% dos alunos da terceira série do ensino básico e mais de 60% dos alunos da sexta série não alcançavam o nível mínimo de habilidades fundamentais em leitura e matemática”. Frente ao contexto de pandemia, torna-se ainda mais urgente propor medidas e reformas educacionais que contribuam para a melhoria desses índices, tornando efetivo o direito à educação de qualidade para todos.

No âmbito da disciplina de Matemática, a comunidade internacional de pesquisadores há algumas décadas tem buscado se articular na direção de garantir um ensino de Matemática de melhor qualidade a estudantes de diferentes níveis de escolaridade (PIRES; GONÇALVES, 2015). Em especial, o estudo comparativo de Pires (2017), realizado no contexto latino-americano, objetivou apresentar um panorama da Educação Matemática em diversos países (Argentina, Bolívia, Brasil, Chile, México, Paraguai, Peru e Uruguai), no intuito de apontar “qual” Matemática está sendo proposta no ensino, quais pressupostos norteiam os documentos curriculares desses países, como ocorre o processo de implementação curricular nesses países, e como isso se dá, de fato, na sala de aula.

Como resultados, Pires (2017) aponta que as propostas dos diferentes países para a educação até a faixa dos 14 anos (nosso foco de interesse neste artigo) são muito similares, tanto em termos das finalidades conferidas ao ensino da Matemática, quanto à preocupação da formação do cidadão. Diferentes pressupostos teórico-metodológicos discutidos no âmbito da Educação Matemática nas últimas décadas aparecem nos currículos de Matemática dos países investigados, a constar:

> resolução de problemas como eixo metodológico; uso de situações contextualizadas e desafiadoras para os alunos; ênfase no papel do erro no processo de aprendizagem; uso de tecnologias (calculadoras, softwares computacionais etc.); abordagens interdisciplinares, modelagem e etnomatemática; uso de jogos e caráter lúdico das atividades matemáticas; recurso à história da Matemática” (PIRES, 2017, p. 10).

Em especial, no Brasil, a publicação da BNCC - Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), documento normativo para as redes de ensino e referência obrigatória para a elaboração dos currículos escolares e propostas pedagógicas para a Educação Básica, reforça tais pressupostos. Assim, os “processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem” (BRASIL, 2018, p. 66).

Segundo o documento, o Ensino Fundamental tem por compromisso o desenvolvimento do letramento matemático, definido como:

> as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas” (BRASIL, 2018, p. 266).

Considerando a importância dada ao tema, bem como a produção científica ainda incipiente no Brasil (CARNEIRO; ARAMAN; TREVISAN, 2022), o presente trabalho pretende contribuir com reflexões acerca do desenvolvimento de tais competências e habilidades, em especial no âmbito do que, na literatura, tem-se denominado *raciocínio matemático*, “um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumida como verdadeiras (conhecimento prévio)” (MORAIS; SERRAZINA; PONTE, 2018, p. 555).

O objetivo deste trabalho é *evidenciar características do raciocínio matemático de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre propriedades de figuras geométricas planas, em um ambiente de aprendizagem colaborativo com uso tarefas exploratórias e desafiadoras*. Como questões de pesquisa elencamos: (i) *quais conceitos matemáticos são utilizados por estudantes do 5º ano ao argumentar matematicamente a respeito de propriedades de figuras geométricas planas?* (ii) *quais processos de raciocínio matemático sustentam essa argumentação?*

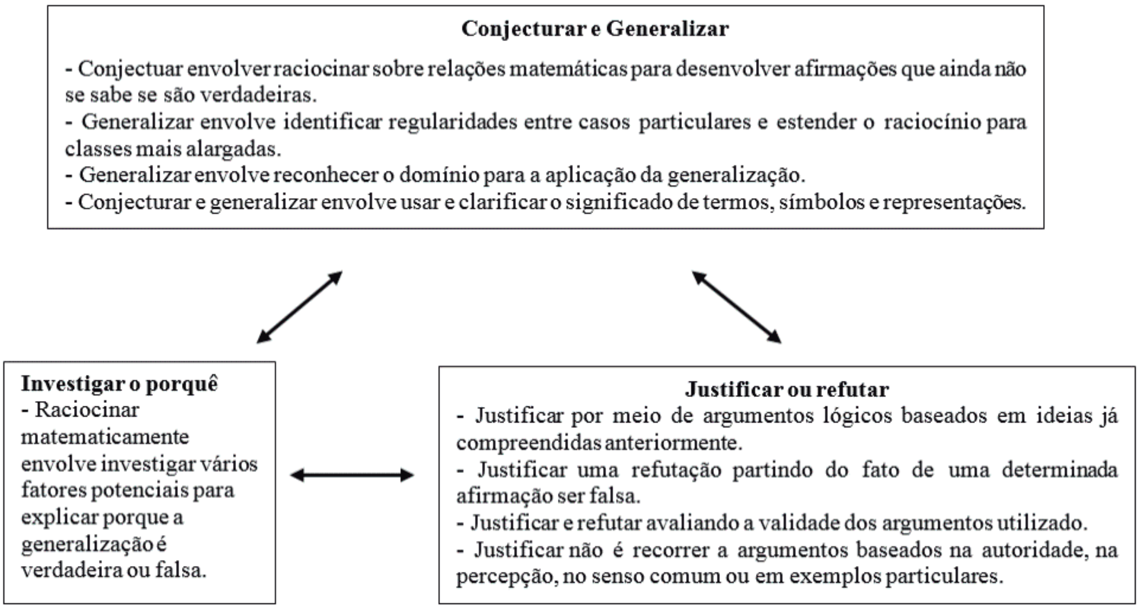
## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A importância do desenvolvimento do raciocínio matemático para os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental alinha-se às competências e habilidades de “raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas”, entendidos como aspectos essenciais para a aprendizagem matemática (BRASIL, 2018, p. 266). Nesse sentido, desenvolver o raciocínio matemático implica compreender porque certas ideias são matematicamente apropriadas e ser capaz de resolver tipos específicos de problemas. Implica que aluno “não apenas conheça ideias matemáticas importantes, mas também reconheça como essas ideias se relacionam e encontram novas conexões entre as conhecidas” (LANNIN; ELLIS; ELLIOTT, 2011, p. 3).

Para Lannin, Ellis e Elliott (2011), o raciocínio matemático é o ato de pensar em uma relação de ideias, representação, regras, padrão ou outra propriedade matemática e vê-lo em um domínio mais amplo”. É relacionar novos conhecimentos com os conhecimentos que já possui. Ao pensar como os alunos desenvolvem o raciocínio matemático, é necessário observar como aprendem e compreender que a aprendizagem “vai além do conteúdo trabalhado, existindo uma diferença entre o que precisa saber e o que espera que os alunos aprendam” (LANNIN; ELLIS; ELLIOTT, 2011, p. 3).

A Figura 1 apresenta um modelo de processos de raciocínio matemáticos e seus entendimentos essenciais de acordo com Lannin, Ellis e Elliott (2011), em um modelo proposto por Trevisan e Araman (2021).

**Figura 1** - Um modelo de processos de raciocínio matemático e seus entendimentos essenciais




Fonte: Trevisan e Araman (2021, p. 163).

Para Lannin, Ellis e Elliott (2011), conjecturar é uma maneira natural dos alunos entrarem no processo de raciocínio. Conjecturar é pensar sobre relações matemáticas para desenvolver afirmações que podem ser testadas como verdadeiras, mas que ainda não são conhecidas. Ao elaborar e investigar suas hipóteses iniciais, os alunos tentam entender as situações matemáticas subjacentes à tarefa, gerando tanto conjecturas inválidas quanto válidas. Essas conjecturas “muitas vezes podem existir apenas na mente dos alunos, mas quando são escritas podem envolver o uso de símbolos matemáticos formais ou combinações de palavras e símbolos matemáticos” (LANNIN; ELLIS; ELLIOTT, 2011, p. 13).

A generalização pode ocorrer quando os alunos concentram suas hipóteses um aspecto particular e um problema ou ideias e pensam sobre esse aspecto de maneira ampla. Eles podem generalizar sobre padrões, estratégias e procedimentos, relacionados a qualquer área do conteúdo matemático (LANNIN, ELLIS; ELLIOTT, 2011).

O processo de investigar o porquê, por sua vez, “envolve atender a características particulares que fornecem insights sobre relacionamentos que podem explicar se uma generalização é verdadeira ou falsa” (LANNIN, ELLIS; ELLIOTT, 2011, p. 30). Por fim, para esses autores, o processo de justificar ou refutar requer que os estudantes apresentem motivos pelos quais suas conjecturas podem ser válidas ou não, de forma que possam revisá-las, aprimorando-as ou descartando-as quando necessário.

Ainda na perspectiva de entendimento do raciocínio matemático, Jeannotte e Kieran (2017, p. 9) destacam que “o raciocínio matemático é um conjunto de processos cognitivos e metadiscursivos que deduzem narrativas sobre objetos ou relações, explorando as relações entre objetos”. As autoras apresentam nove processos de raciocínio, sendo cinco deles relacionados à *busca de semelhanças e diferenças* (generalizar, conjecturar, identificar um padrão, comparar e classificar), e outros três à *validação* (justificar, provar e provar formalmente); o nono processo, exemplificar, foi classificado como suporte para as outras duas categorias

No entendimento das autoras, conjecturar é um processo do raciocínio matemático que, "pela busca de semelhanças e diferenças infere uma narrativa sobre alguma regularidade com um valor epistêmico de provável e que tem potencial para teorização matemática" (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 10). Além disso, a conjectura requer o emprego de outros processos do raciocínio matemático para determinar se é verdadeira ou falsa.

Já a generalização é definida como um "processo que infere narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos de um subconjunto deste conjunto" (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 9). Stylianides (2008) destaca a identificação de padrões como parte da atividade mais ampla de generalizar e define padrão como "uma relação matemática geral que serve, ou se ajusta, a um determinado conjunto de dados" (STYLIANIDES, 2009, p. 263). Assim, identificar um padrão é entendido por esse autor com o processo de encontrar uma relação que se ajusta aos dados observados.

Comparar pode ser compreendido como "um processo do raciocínio matemático que infere, pela busca de semelhanças e diferenças, uma narrativa sobre objetos ou relações matemáticas" (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 11). Classificar, por sua vez, é um processo que infere, "pela busca de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos, uma narrativa sobre uma classe de objetos com base em propriedades e definições matemáticas" (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 11).

Com relação à validação, ela consiste em processos que visam "mudar o valor epistêmico (a possibilidade ou veracidade, por exemplo) de uma narrativa matemática" (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 11), podendo ocorrer de três formas: uma justificativa, uma prova ou uma prova formal. Uma justificativa pode mudar o valor epistêmico de uma conjectura de provável para mais provável, por exemplo, mas também de provável para falsa ou verdadeira. Diferencia-se de uma prova ou prova formal em relação ao potencial de teorização. Enquanto na justificação o valor epistêmico de uma conjectura passa de provável para muito provável, na prova e na prova formal o valor epistêmico passa de provável para verdadeiro, pois se apoia em conhecimentos validados por uma classe de especialistas.

Para Araman e Serrazina (2020 a, b), alunos ainda pequenos podem se envolver em processos de raciocínio matemático e, nesse sentido, a qualidade das tarefas e a forma como elas são implementadas pelo professor fazem diferença. Pesquisas atuais têm dado atenção a aspectos relacionados à "seleção das tarefas e a comunicação nas salas de aula, sublinhando a natureza do questionamento, a negociação de significados e os processos de redizer" (PONTE; MATA-PEREIRA; QUARESMA, 2013, p. 55).

O trabalho com tarefas exploratórias é importante no desenvolvimento do raciocínio matemático. De acordo com, Ponte (2005, p. 23), as tarefas "são um elemento fundamental na caracterização de qualquer currículo, pois elas determinam em grande medida as oportunidades de aprendizagem oferecidas aos alunos".

## METODOLOGIA DA PESQUISA

A presente pesquisa tem perspectiva qualitativa de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994) e faz parte de um projeto de pesquisa mais amplo desenvolvido na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, intitulado "Raciocínio matemático e seus processos no ensino e na aprendizagem matemática” (aprovado pelo comitê de Ética sob parecer nº 5.161.835) que segue os princípios da Investigação Baseada em Design (PONTE *et al.,* 2016).

Os participantes foram alunos de uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Cornélio Procópio/PR, da qual a primeira autora deste artigo era a professora regente. Os alunos foram organizados em duplas (a formação foi espontânea entre eles, a professora não interferiu nesse processo pois usualmente já trabalhavam assim) para a resolução de uma tarefa exploratória (Figura 2) apoiada pelo uso de Geoplano. A tarefa foi aplicada em dezembro de 2021, logo após o retorno das aulas presenciais suspensas naquele ano e no anterior em decorrência da pandemia de COVID19.

Esta é a primeira tarefa de uma sequência que aborda propriedades de *figuras geométricas planas*, e que objetivou contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, “necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes” (BRASIL, 2018, p. 271). Em relação a esse tema, espera-se que os alunos indiquem características das formas bidimensionais, e que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos.

O Geoplano foi escolhido como recurso didático pela possibilidade de os alunos “manipularem” as formas geométricas. Essa possibilidade de construir e desfazer, alterar suas construções facilmente, aliada ao tato e à visão contribuem para a formação de imagens mentais e como um caminho para a abstração (AMÂNCIO; GAZIRE, 2015), aspectos fundamentais do desenvolvimento do pensamento geométrico.

**Figura 2** - Tarefa exploratória

Renato tem um geoplano e gosta de construir figuras geométricas nele. Mas agora ele tem algumas questões para resolver utilizando seu geoplano. Vamos ajudá-lo?

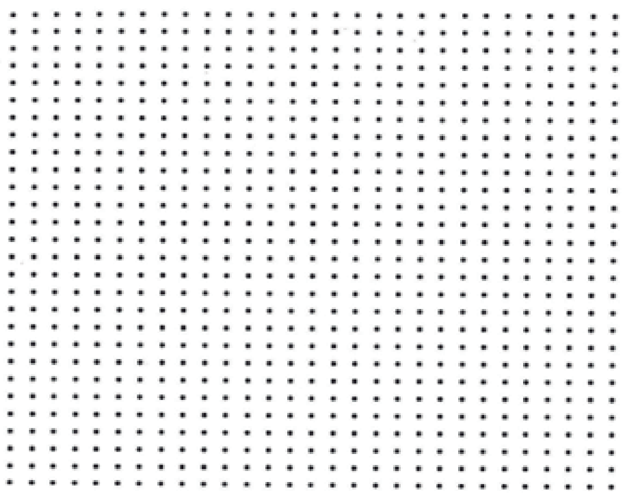
1) Construa no geoplano um retângulo e um quadrado e depois desenhe na malha pontilhada.

a) O que você pensou para formar esses polígonos? Explique.

b) O que os polígonos que você construiu têm de igual e o que eles têm de diferente? Como chegou a essas conclusões?

c) Explique se é possível formar um círculo utilizando o mesmo critério que utilizou para formar os polígonos acima.

Malha pontilhada para tarefa



Fonte: A pesquisa

Num primeiro momento, as duplas resolveram a tarefa de forma autônoma, com intervenções pontuais da professora. Num segundo momento, ocorreu a discussão coletiva da tarefa, mediada pela professora, na qual houve a sistematização conceitos matemáticos como: congruência dos lados e ângulos do quadrado e do retângulo,

Tendo em vista o objetivo proposto neste trabalho, apresentamos os dados que foram coletados neste primeiro momento, o da resolução autônoma de duas duplas (Anny e Lavínia e Paula e Renata - nomes fictícios). Ainda, dada a limitação de páginas, apresentamos a resolução do item (a) da tarefa

A partir dos procedimentos descritos por Carneiro, Araman e Trevisan (2022) para investigações a respeito do raciocínio matemático, para a produção de dados, usamos o registro escrito da tarefa, fotografias da construção das figuras no geoplano e a gravação em áudio das duplas enquanto resolviam a tarefa. Após a transcrição dos áudios, realizamos a análise identificando os conceitos matemáticos que foram utilizados pelas duas duplas ao argumentarem matematicamente a respeito de propriedades de figuras geométricas planas e os processos de raciocínio matemático que sustentaram sua argumentação.

## RESULTADOS

### Grupo Anny e Lavínia
### Trecho 1 do diálogo

*Anny: Vamos começar fazendo retângulo?*
*Lavínia: O retângulo a gente pode fazer de quanto em quanto?*
*Anny: Não, vamos começar fazendo o quadrado, porque o quadrado fica aqui em cima e o retângulo aqui embaixo.*
*Lavínia: Aí a gente faz tipo assim, o retângulo a gente pode colocar 5.*
*Anny: Sim, naquele lado grande, e quatro naquele lado pequeno.*
*Anny: Mas aqui olha ele vai ficar muito pequeno 1,2,3,4,5.*
*Anny: O quadrado pode ter 8 de altura. Pronto 1,2,3,4,5,6,7,8.*
*Lavínia: 1, 2, 3 ,4,5.*
*Anny: 6,7,8 aqui.*
*Anny: O pior que vai ficar parecendo um retângulo então precisa ser 8 aqui também.*
*Anny: 1,2,3,4,5,6,7,8 assim. Olha o quadrado! Lindo!*
*Lavínia: Tá, então cada lado tem 8.*
*Anny: Sim. Tá agora vamos marcar na folha.*

Anny e Lavínia conversam sobre qual das figuras irão formar primeiro no Geoplano. Anny sugere iniciar pelo retângulo, então Lavínia questiona sobre qual medida irão utilizar nos lados da figura. Logo em seguida Anny muda de ideia e diz que é melhor começar fazendo quadrado para que fique na parte de cima do Geoplano, ou seja, acima do retângulo.

Lavínia foca na medida que será utilizada para formar os lados do retângulo. Sugere 5 cm, parecendo não diferenciar as duas figuras que precisarão formar. Anny confirma que pode ser 5 cm no lado maior e sugere 4 cm no lado menor. Anny começa a fazer o retângulo com a medida 5 cm de um lado, porém parece achar que a medida é pequena, e inicia a medida do lado para formar um quadrado, desistindo de formar o retângulo, sugerindo colocar 8 cm na medida de altura. Lavínia conta como medida do outro lado 5cm. Anny mostra contando que precisa colocar mais 3 cm para formar um quadrado, fazendo a observação de que a figura que formaram, com 8 cm por 5 cm, é um retângulo e não um quadrado. Anny gosta do quadrado formado dizendo que ficou lindo e Lavínia, após observar a figura, afirma que tem que ter 8 cm cada lado do quadrado conseguindo compreender que o quadrado tem as mesmas medidas de cada lado.

**Trecho 2 do diálogo**

*Anny: Agora eu tenho que formar o retângulo.*
*Lavínia: O retângulo pode ser de 9 não pode?*
*Anny: Não, olha aqui ficou horrível!*
*Anny: Pode ser 12, pronto.*
*Lavínia: Será que 12 é demais faz um de 10.*
*Anny: Não vai ficar bonita.*
*Lavínia: Faz um de 10.*
*Anny: Lavínia vamos fazer menorzinho porque vai ficar muito grande, o meu está aparecendo muito errado.*
*Lavínia: Deixa-me ver com 2,3,4,5,6,7,8 e 1,2,3,4,5,6,7,8, não.*
*Lavínia: Olha Anny, o que você achou é um retângulo? Olha ele tem 1,2,3,4,5,6,7,8,9.*
*Anny: Então o retângulo tem 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Aqui tem 9 também.*
*Lavínia: Olha 1,2,3,4,5,6,7,8,9 e aqui também 1,2,3,4,5,6,7,8,9.*
*Anny: Não pode fazer assim igual, é um retângulo. Isso aqui é um quadrado.*
*Lavínia: 1,2,3,4,5,6,7,8, agora 3,6,7,8, 9, então, esse é um quadrado. Ali era para ser um quadrado, agora tem que ser retângulo.*
*Anny: Pode ser assim? O que você acha?*
*Lavínia: Boa ideia fica melhor 1,2,3,4,5,6,7,8,9... agora tem 10, Anny. 1,2,3,6,7,8, agora tem que colocar aqui embaixo, Anny. 3,6,7,8. Tem que completar mais dois aqui.*
*Anny: Por quê?*
*Lavínia: Porque aqui tem 10, certo? E aqui tem oito, 3,6,7,8.*
*Anny: Mas é para ficar esse lado menor. Então tem que aumentar a largura.*
*Lavínia: Eu acho que é largura, não eu acho que é aqui.*
*Anny: Então deixa menor aqui. Aí fica um retângulo mais adequado.*

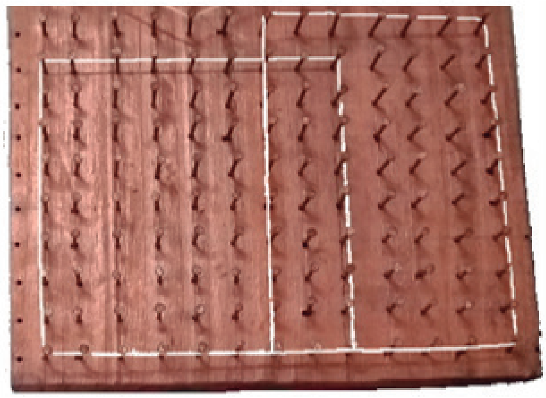
Nesse trecho, a dupla prossegue discutindo sobre como formar o retângulo. Lavínia questiona se o retângulo pode ter 9 cm de lado. Anny forma o retângulo com essa medida e não gosta da figura formada, afirmando que ficou horrível e sugere que ele tenha 12 cm de lado. Lavínia então pede para fazer com a medida 10 cm acreditando que 12 cm possa ser muito grande. Anny não concorda dizendo que não ficará bonito. Lavínia sugere então 10 cm de lado. Já Anny quer que a medida do lado seja menor porque não está gostando dos retângulos que estão formando.

Elas fazem vários retângulos no Geoplano e comparam um com o outro. Como as figuras estão com as medidas dos lados próximas, 8 cm e 9 cm, não apresentam uma diferença visual que permite identificar se é um retângulo ou um quadrado. Lavínia segue contando a medida que colocou, comparando um lado do retângulo com o outro lado, e conclui que ele tem 8 cm em cada lado e afirma que não é um retângulo. Observa a figura formada por Anny e questiona se é um retângulo, uma vez que tem 9 cm de lado. Anny então conta também, conclui que todos os lados têm 9 cm, afirmando que a medida dos lados não pode ser igual. Seria um quadrado, e não o retângulo que elas precisam formar.

Continuam contando e comparando as medidas dos lados. Lavínia observa que um lado tem 8 cm e muda para 9 cm, faz a observação de que ali, a figura formada era um quadrado e agora tem que ser um retângulo, precisa transformar o quadrado em um retângulo. Anny então muda as medidas do seu quadrado para 9 cm e depois 10 cm. Lavínia observa o seu quadrado, que tinha 8 cm de lado, e diz que precisa completar o lado de baixo com mais 2 cm para formar um retângulo a partir do quadrado. Anny não compreende o porquê de Lavínia mostrar as medidas de cada lado 10 cm e 8 cm. Anny confirma para a Lavínia que precisa aumentar a largura.

As duas concordam com as modificações que fizeram na largura. Na Figura 3, temos a construção da dupla ao final dessa discussão. As duas então iniciam a conversa sobre como representar, no papel, sua construção, e responder ao item (a) da tarefa. É então que a professora entra na discussão conforme transcrição a seguir.

**Figura 3** - Construção apresentada por Anny e Lavínia no Geoplano.



Fonte: Dados da pesquisa

**Trecho 3 do diálogo**

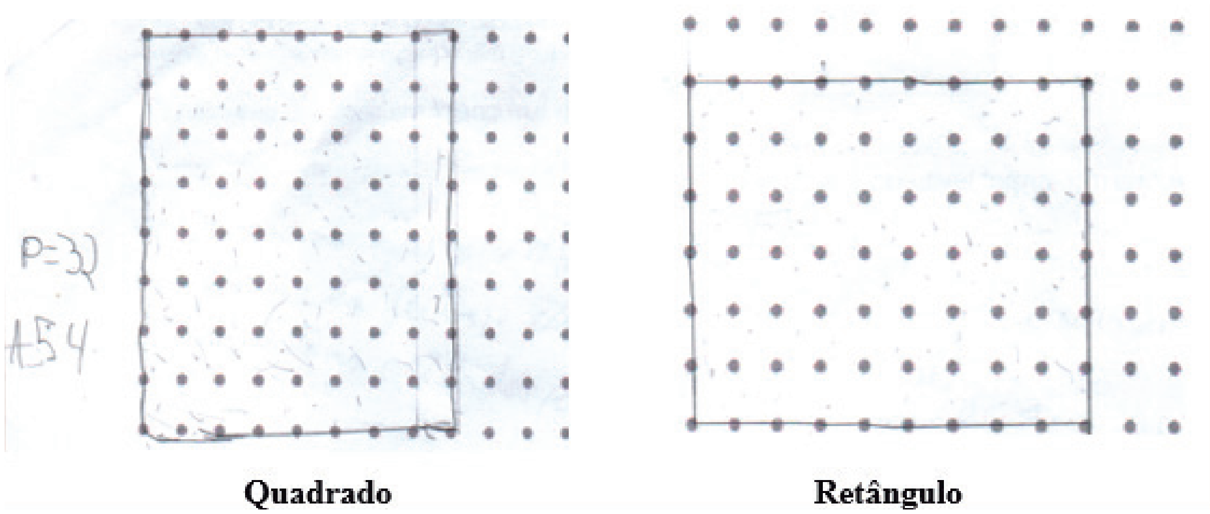
*Lavínia: Vamos responder.*
*Anny: O que você pensou para formar o polígono?*
*Anny: Já pensei em tudo, mas a gente tem que pensar junto, então eu pensei assim, nós pensamos em aumentar, nós fizemos um quadrado menor e colocamos aqui.*
*Professora: Tudo certo aí?*
*Lavínia: Sim*
*Anny: Não, nada certo, a gente tá aqui, olha aqui professora, qual é o retângulo e qual que é o quadrado, olha aqui professora.*
*Professora: O que você considerou para formar um retângulo e outro quadrado? O que faz com que você distinguisse entre o retângulo e o quadrado?*
*Anny: A gente colocou, mas parece um quadrado. Porque isso aqui tem todos os lados que a gente colocou, mas tá parecendo um quadrado. Ele parece, mas não é porque esse lado tá diferente,*

*e outra coisa eu achei diferente a largura aqui olha a largura, isso que difere um do outro.*
*Anny: Não, a largura da primeira é diferente da segunda.*
*Professora: Ah! Você está tentando entender o que que você utilizou para fazer o retângulo e o quadrado. Qual foi seu pensamento?*
*Anny: A gente pensou que a diferença é a da largura.*
*Professora: Vocês chegaram a mesma conclusão?*
*Lavínia: Sim.*
*Anny: Sim*
*Lavínia: A gente pensou professora, na diferença da largura.*
*Anny: O quadrado tem lados iguais, e colocamos ele no Geoplano, ficou perfeito! E para formar um retângulo a gente só foi aumentando e vendo o tamanho que dava.*

No início desse trecho, Anny diz que já pensou em tudo, mas que precisa da resposta da Lavínia, afirmando que pensaram em aumentar as medidas do lado do quadrado. A professora chega e questiona a dupla se estão conseguindo finalizar a atividade. Lavínia diz que sim, já Anny diz que não porque ainda não consegue visualizar a diferença entre o quadrado e o retângulo, já que as medidas da largura das figuras são próximas deixando as figuras parecidas visualmente, mas justifica dizendo que a diferença está na largura. A professora entende a dúvida de Anny e percebe que ela busca explicações para diferenciar as figuras tão parecidas visualmente. A professora então diz para ela escrever o que pensou quando estava formando as figuras. Anny responde que que pensou na diferença da largura. Ao final elas compreendem que basta mudar a medida dos lados paralelos do quadrado para que ele se torne um retângulo.

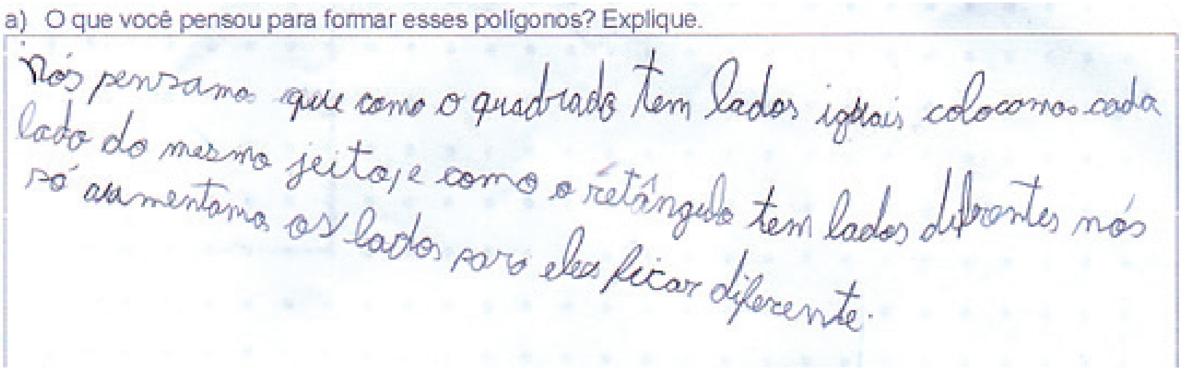
Na Figura 4, temos a resposta apresentada pela dupla na malha, e na Figura 5 a resposta ao item (a) da tarefa.

**Figura 4** - Resposta apresentada por Anny e Lavínia na malha.




Fonte: Dados da pesquisa.

**Figura 5** - Resposta apresentada por Anny e Lavínia.




Fonte: Dados da pesquisa.

Dos áudios transcritos, foi organizado um quadro (Quadro 1), buscando identificar os processos de raciocínio matemático envolvidos em trechos do diálogo, bem como os conceitos matemáticos utilizados pela dupla ao argumentar matematicamente a respeito de propriedades do retângulo e do quadrado.

**Quadro 1** - Síntese dos processos de raciocínio matemático da dupla Anny e Lavínia.

| | **PROCESSOS DE RACIOCÍNIO** | **CONCEITOS MATEMÁTICOS UTILIZADOS** |
|---|---|---|
| Anny: Sim naquele lado grande e quatro naquele lado pequeno. | Conjecturar | Anny apresenta uma conjectura ao afirmar que o *lado* pode ser 5 cm o *lado pequeno*, pode ter 4 cm. Ela mostra ter conhecimento de que as *medidas dos lados opostos do retângulo têm que ser congruentes*. |
| Anny: O pior que vai ficar parecendo um retângulo então precisa ser 8 aqui também. | | Anny apresenta outra conjectura ao perceber que pode ser transformado em um quadrado, bastando para isso deixar os outros lados também com 8 cm. Ela evidencia compreender que *os lados do quadrado têm a mesma medida, sendo os quatro lados congruentes.* |
| Lavínia: Tá, então cada lado tem 8. | | Ao concordar que cada lado do quadrado formado precisa ter 8 cm Lavínia reforça a conjectura feita por Anny. |
| Lavínia: 3,6,7,8. Tem que completar mais dois aqui. | | Lavínia realiza uma conjectura ao afirmar que precisa de mais 2 cm, percebe que para transformar *o quadrado em um retângulo precisa aumentar as medidas dos dois lados paralelos do quadrado*. |
| Lavínia: Deixa-me ver com 2,3,4,5,6,7,8 e 1,2,3,4,5,6,7, não. | Comparar | Lavínia e Anny fazem uma comparação ao contar as medidas dos lados nas figuras formadas no geoplano, pois compreendem que as medidas dos dois lados paralelos do retângulo têm que ser diferentes dos seus outros dois lados, partem da conjectura já formada por elas que o *quadrado tem os lados congruentes.* |
| Anny: Então o retângulo tem 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Aqui tem 9 também. | | |
| Anny: Não pode fazer assim igual, é um retângulo, isso aqui tem que ser um quadrado. | | Anny faz novamente uma comparação ao afirmar que o retângulo não pode ser a figura que formaram, pois tem a certeza de que *o retângulo tem dois lados paralelos, congruentes independente das medidas que o formam.* |
| Lavínia: 1,2,3,4,5,6,7,8, agora 3,6,7,8, 9, então, esse é um quadrado, ali era para ser um quadrado agora tem que ser retângulo. | | Lavínia percebe, utilizando a comparação e a contagem dos lados das figuras, a *diferença entre os lados do quadrado e do retângulo*. |

| | | |
|---|---|---|
| Anny: Mas é para ficar esse lado menor. Então tem que aumentar a largura. | Justificar | Anny valida a conjectura ao justificar que é preciso *aumentar a medida dos dois lados opostos do quadrado, na qual ela considera a largura, para que ele se torne um retângulo*. |
| Anny: Então deixa menor aqui aí fica um retângulo mais adequado. | | Ocorre a validação da conjectura elaborada por Lavínia, com a justificativa de que é preciso *aumentar os dois lados paralelos do quadrado deixando-os menores que os outros dois lados paralelos.* |
| Anny: O quadrado tem lados iguais e colocamos ele no geoplano ficou perfeito e para formar um retângulo a gente só foi aumentando e vendo o tamanho que dava. | | No momento em que Anny conclui suas explicações sobre como fizeram para formar o retângulo ela valida a resposta justificando que *para transformar o quadrado em retângulo basta aumentar igualmente a medida de dois lados paralelos*. |

Fonte: Autoria própria

**Grupo Paula e Renata**
**Trecho 1 do diálogo**

*Renata: Eu estava pensando de a gente fazer um quadrado 4 por 5, porque ele é maior.*
*Paula: Sim, mas tipo, 5 por 5 é um retângulo?*
*Renata: É? Então você faz o quadrado e eu faço o retângulo.*
*Paula: Está bem. O quadrado é 4 por 4 não é?*
*Renata É, ele é menor.*
*Paula: 4 então.*
*Renata: Ou pode ser de 3 por 3, eu acho melhor de 3.*
*[cada uma delas faz uma figura]*
*Paula: Consegui fazer um quadrado de 4 por 4. Eu pensei em fazer 4 por 4 porque, sabe, fica 1,2,3, de perímetro, 1,2,3 e 1,2,3 e 1,2,3. Você fez 5 por 3, porque desse lado aqui tem que ter 3 e desse lado tem que ter 5. Você fez 5 por 3.*
*Paula: Não espere aí 1,2,3,4.*

A dupla Paula e Renata, antes de formar as figuras geométricas no Geoplano, conversa sobre qual figura e qual medida irão utilizar nos lados. Mostram ter dificuldade em diferenciar retângulo e quadrado, quando apresentam as medidas 4cm por 5cm e 5 cm por 5 cm. Paula questiona sobre a medida do lado do retângulo e deixa Renata pensativa, logo em seguida afirma que ela fará o retângulo e sugere que Paula faça o quadrado. Chega então à conclusão de que as medidas iniciais que apresentou são de um retângulo pois ele é maior. Paula então afirma que fará um quadrado 4 por 4 e Renata sugere que pode ser também 3 por 3.

Cada uma faz uma figura e, a seguir, a dupla conversa sobre as figuras geométricas que formaram de modo independente. Paula mostra para a Renata o quadrado que formou, e diz que o retângulo de Paula mede 5 cm por 3 cm.

Após fazerem suas figuras geométricas no geoplano tentam passar para a malha pontilhada. Renata tem dúvida em como vai desenhar as figuras na malha e questiona a professora.

**Trecho 2 do diálogo**

*Renata: Professora, professora!*
*Renata: Aqui [Geoplano] a gente fez assim. Só que a aqui [malha] a gente vai ter que fazer um quadrado?*
*Professora: Sim, o que você fez no geoplano vai fazer aqui com as mesmas medidas.*
*Paula: É 4 por 4 que eu fiz.*
*Professora: Agora você vai passar do Geoplano para a malha, o que vai utilizar?*
*Renata: A régua.*
*Professora: Sim. Mas, depois, você tem que pensar no que para passar essa figura para a malha?*
*Renata: Onde fica o lado?*
*Professora: Isso, põe lá então.*
*Renata: 1,2,3,4,5, 5 por 3. Acabei.*
*Renata: O que pensamos para fazer o quadrado Paula?*
*Paula: Eu pensei…*
*Renata: Eu pensei em fazer um retângulo primeiro, eu o marquei e depois eu fiz.*
*Paula: Já eu pensei em um quadrado, fiz um quadrado quatro por quatro.*
*Renata: Eu pensei em fazer o retângulo 5 por 3, pois de largura dele é maior e de tamanho ele é menor e por isso eu pensei e depois eu fiz.*
*Paula: É, pode ser.*
*Renata: Professora aqui se fala comprimento?*
*Professora: Sim, é o comprimido.*
*Renata: Obrigada*
*Paula: Eu pensei no tamanho de 3 de largura.*
*Renata: Deixa ver, eu pensei primeiro no tamanho 3 cm.*
*Paula: De altura?*
*Renata: É de 3 de altura. É tem que ser, de 3 de altura.*
*Renata: Olha eu pensei primeiro no tamanho 3 de altura e de comprimento 5 porque o comprimento do retângulo é maior.*

A professora orienta a dupla a desenhar na malha as figuras geométricas com as mesmas medidas que haviam escolhido no Geoplano e, questiona o que deverão considerar para construir as figuras na malha. Renata pensa e responde que seria a régua; a professora insiste na pergunta e a aluna responde que precisa observar os lados da figura, mostrando que reconhece a necessidade de levar em conta a medida dos lados para a construção da figura plana.

A dupla elabora sua resposta conversando sobre o que pensaram para a construção das figuras. Paula diz que pensou em fazer o quadrado com as medidas 4 cm por 4 cm, sendo os quatro lados formados com a mesma medida. Renata, no entanto, afirma que pensou em fazer um retângulo com a medida 5 cm, sendo os lados paralelos maiores e 3 cm, nos outros dois lados com medidas também equivalentes. Em seguida, Renata questiona a professora sobre o nome do tamanho de um dos lados da figura que formou, na qual ela considera como comprimento. A professora confirma. Então Renata afirma que o retângulo formado tem 3 cm de altura e 5 cm de comprimento, porque o comprimento do retângulo é maior. Nesse momento a professora poderia ter informado a aluna que o retângulo tem quatro lados, dois a dois congruentes. Esses conceitos foram apresentados à turma no segundo momento da tarefa na qual as tarefas são sistematizadas para a sala.

**Trecho 3 do diálogo**

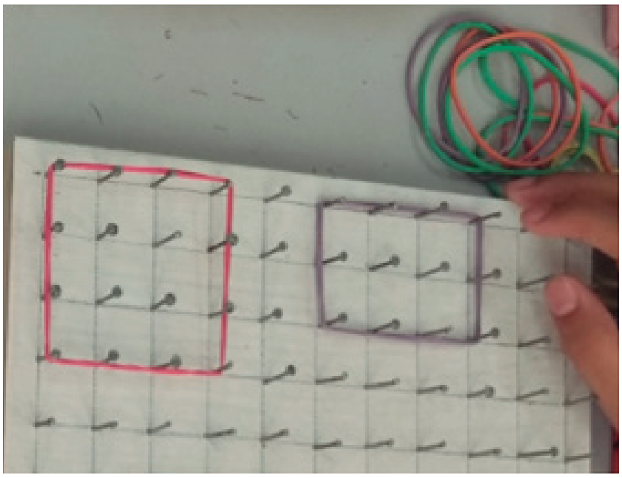
*Renata: Agora a gente vai conversar sobre o quadrado.*
*Paula: O retângulo é maior que o quadrado.*
*Renata: O que você pensou para fazer o quadrado?*
*Paula: Eu pensei na largura, não é largura aqui do lado né?*
*Renata: De assim olha.*
*Paula: Vamos falar mesmo da mudança da altura.*
*Paula: O tamanho que é tipo assim, ou tamanho que é 1,2,3 ,4.*
*Renata: Já sei.*
*Paula: É quatro por quatro.*
*Renata: No quadrado pensamos no tamanho por primeiro.*
*Paula: Sim, no tamanho. Quatro por quatro na altura e no comprimento.*
*Renata: Nós pensamos primeiro no tamanho de 3 de altura e de 5 de comprimento, porque o comprimento do retângulo é maior e no quadrado pensamos outra três por três.*
*Paula: Quatro por quatro.*
*Renata: É 4 por 4 na altura e no comprimento o quadrado tem partes iguais, não, o quadrado tem todas as partes iguais.*

Neste momento do diálogo Paula e Renata conversam sobre o que pensaram para formar o quadrado e como diferenciá-lo do retângulo, sempre pensando no tamanho dos seus lados. Paula afirma que o retângulo é maior que o quadrado se referindo ao tamanho dos lados das figuras geométricas que formaram.

Renata pergunta a Paula o que ela pensou para formar o quadrado, que responde ter pensado na largura. Mostra o lado do quadrado feito e a medida que colocou, 4 cm sendo de cada lado. Renata então diz que pensaram primeiro nas medidas que que teria os lados do quadrado. Paula afirma que as medidas são 4 cm de altura e 4 cm de comprimento. Renata mostra as medidas do retângulo, 3 cm por 5 cm afirmando que o comprimento do retângulo é maior, e que o quadrado tem as medidas 3 cm por 3 cm. Paula corrige dizendo que as medidas do quadrado que fez são 4 cm por 4 cm e não 3 cm por 3 cm. Renata então chega a resposta final aceita pelas duas de que a medida 4 cm na altura e 4 cm no comprimento do quadrado é porque todos os seus lados são iguais (Figura 6).

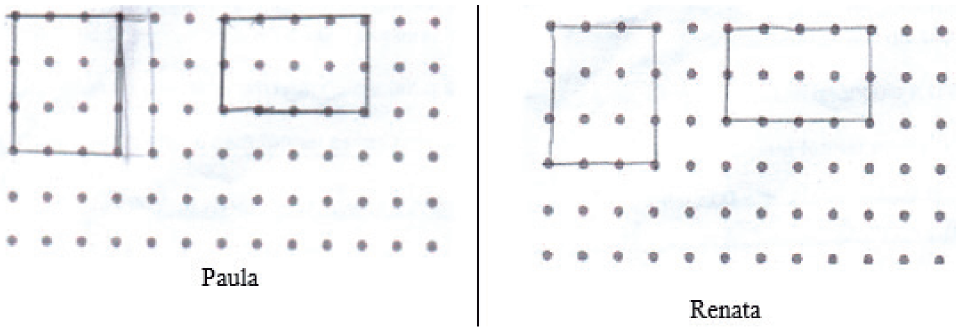
É interessante destacar que, ao passar suas respostas do Geoplano para a malha pontilhada (Figura 7), apresentam um erro na representação da unidade de medida dos lados das suas figuras; deveriam utilizar a distância entre os pontos, no entanto utilizaram os pontos como medida formando um quadrado 3 cm por 3 cm e um retângulo 2 cm por 4 cm. No diálogo, haviam mencionado que o quadrado tinha 4 cm por 4cm e o retângulo 3 cm por 5 cm, utilizando a medida correta, ou seja, a distância entre os pregos como unidade de medida. Esses valores são também mencionados na resposta escrita (Figura 7).

**Figura 6 -** Figuras construídas por Paula e Renata no Geoplano



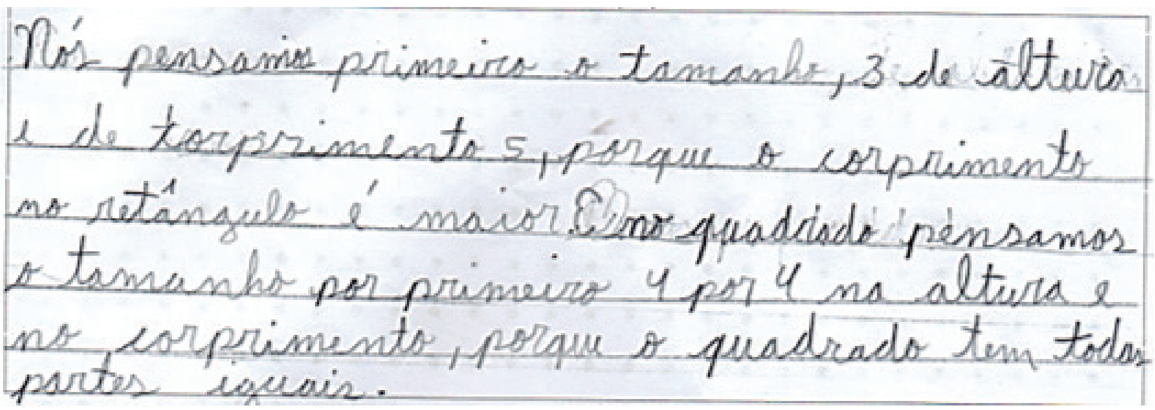
Fonte: Dados da pesquisa

**Figura 7** - Figuras construídas por Paula e Renata na malha pontilhada




Fonte: Dados da pesquisa

**Figura 8** - Resposta escrita por Paula e Renata



Nós pensamos primeiro o tamanho, 3 de altura e de torprimento 5, porque o corprimento no retângulo é maior. E no quadrado pensamos o tamanho por primeiro 4 por 4 na altura e no corprimento, porque o quadrado tem todas partes iguais.

Fonte: Dados da pesquisa

Dos áudios transcritos dessa segunda dupla, foi organizado outro quadro (Quadro 2), identificando os processos de raciocínio matemático envolvidos em trechos do diálogo, bem como os conceitos matemáticos utilizados pela dupla ao argumentar matematicamente a respeito de propriedades do retângulo e do quadrado.

**Quadro 2** - Síntese dos processos de raciocínio matemático da dupla Paula e Renata.

| | PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO | CONCEITOS MATEMÁTICOS UTILIZADOS |
|---|---|---|
| *Renata: Eu estava pensando de a gente fazer um quadrado 4 por 5, porque ele é maior.* | Conjecturar | Renata realiza uma conjectura ao apresentar as medidas que pensa serem necessárias para formar um quadrado, afirmando que *dois dos lados paralelos deveriam ser maior.* |
| *Paula: Sim, mas tipo 5 por 5 é um retângulo?* | | Paula, ao questionar se 5 cm por 5 cm é uma medida válida para formar um retângulo, realiza um processo de refutação da conjectura apresentada por Renata, possivelmente utilizando seu conhecimento prévio de que um *retângulo deve apresentar dois lados paralelos maiores e os outros dois lados paralelos menores.* |
| *Renata: Ou pode ser de 3 por 3, eu acho melhor de 3.* | Generalizar | Renata faz uma generalização ao afirmar que um quadrado pode ser formado com 4 cm por 4 cm ou 3 cm por 3 cm, mostrando entendimento de que o importante são as *medidas dos lados serem iguais independentemente do tamanho.* Ela generaliza, mas não apresenta justifica para a sua generalização. |
| *Paula: O retângulo é maior que o quadrado.* | Comparar | Ao afirmar que o retângulo é maior que o quadrado Paula faz uma comparação entre *o as medidas dos lados das duas figuras*. |
| *Renata: Nós pensamos primeiro no tamanho de 3 de altura e de 5 de comprimento, porque o comprimento do retângulo é maior e no quadrado pensamos outra três por três.* | | Realizam essa comparação no momento em que Renata diz que as medidas dos lados do retângulo, que são 3 cm por 5 cm, são maiores e que a do quadrado que tem as medidas 3cm por 3 cm. *Elas mostram compreender que o retângulo tem dois lados paralelos maiores dois lados menores.* |
| *Renata: Eu pensei em fazer o retângulo 5 por 3, pois de largura dele é maior e de tamanho.* | Justificar | Renata apresenta uma justificativa para as medidas que utilizou na construção do retângulo quando afirma que o retângulo tem que ser 5cm por 3 cm porque *a largura é maior e o tamanho é menor.* |
| *Paula: Sim, no tamanho, quatro por quatro, na altura e no comprimento.* | | Paula muda o valor epistêmico de uma conjectura de provável para mais provável, ao apresentar a justificativa de que a figura formada é um quadrado porque *a altura e o comprimento são iguais*. |
| *Renata: É 4 por 4 na altura e no comprimento o quadrado tem partes iguais, não, o quadrado tem todas as partes iguais.* | | Renata apresenta uma justificativa ao afirmar que a medida do quadrado é 4 cm na altura e 4 cm no comprimento porque *o quadrado tem todos os seus lados são iguais*. Nesse momento ela valida a generalização que fez no início da tarefa. |

Fonte: Autoria própria

## DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo buscou responder a duas questões norteadoras: (i) que conceitos matemáticos são utilizados por estudantes do 5º ano ao argumentar matematicamente a respeito de propriedades de figuras geométricas planas? (ii) Quais processos de raciocínio matemático sustentam essa argumentação?

Com relação a primeira questão, após a transcrição e análise dos diálogos entre as duplas, observamos que as alunas utilizaram a contagem dos lados de cada figura para resolver a tarefa, evidenciando o entendimento de que o quadrado possui os quatro lados iguais, ou seja, com a mesma medida dos lados, enquanto o retângulo possui dois lados iguais e dois diferentes, apresentando em suas falas a contagem do lado maior e do lado menor. Ainda, no decorrer da discussão, destacaram que, a partir de uma das figuras (no caso, o quadrado) era possível obter a outra (no caso, o retângulo) apenas “aumentando” os dois dos lados paralelos. Essa constatação permite percebermos que as alunas compreenderam algumas propriedades relacionadas aos lados dessas figuras geométricas planas (BRASIL, 2018), esperadas no contexto dos anos iniciais.

Vale destacar, porém, que as representações apresentam ainda algumas limitações, apontando conceitos e propriedades que precisaram ser aprofundadas e sistematizadas pela professora a partir a discussão oriunda da tarefa 1. Em ambas as duplas, essas representações mostram uma imagem prototípica das figuras que, além de serem representadas na posição convencional em que costumam aparecem nos livros didáticos, consideram como classificação exclusiva - não reconhecendo o quadrado como caso particular de retângulo (ESCUDERO-DOMÍNGUEZ; CARRILLO, 2014). Além disso, a necessidade de considerar quatro ângulos de noventa graus ou lados paralelos em ambas as figuras, propriedades importantes a serem trabalhadas nos anos iniciais (BRASIL, 2018), não foram explicitadas nos diálogos neste momento, entretanto, na continuidade da tarefa, no momento da plenária, a professora procurou abordar essas propriedades.

Com relação aos processos de raciocínio matemático, em especial a investigação de propriedades, elaboração de conjecturas e produção de argumentos geométricos convincentes (BRASIL, 2018), destaca-se que as alunas de ambas as duplas mobilizaram vários deles.

O processo de conjectura mostrou-se presente nos momentos em que as duplas pensam sobre relações matemáticas para desenvolver afirmações que podem ser testadas como verdadeiras (LANNIN; ELLIS; ELLIOTT, 2011). Por exemplo, Anny e Renata apresentam uma conjectura a respeito das medidas dos lados do retângulo (lado grande e lado pequeno). Também, ao Anny apontar que o retângulo pode ser transformado em um quadrado, bastando para isso deixar os quatro lados com a mesma medida. De modo similar, Lavínia realiza uma conjectura ao perceber que para transformar o quadrado em um retângulo precisa aumentar um par de lados. Nesses casos, a partir da busca de semelhanças e diferenças, as alunas inferiram uma narrativa sobre regularidades referentes às propriedades do quadrado e retângulo, com um valor epistêmico, naquele momento de discussão, de serem “prováveis” (JEANNOTTE; KIERAN, 2017).

Em vários momentos da discussão, tanto Lavínia e Anny quanto Paula e Renata, realizam comparações entre as medidas de lados, seja entre retângulos, entre quadrados, ou ainda entre um quadrado e um retângulo (JEANNOTTE; KIERAN, 2017). Reconhece-se também a ocorrência de generalizações quando as alunas concentraram suas hipóteses um uma propriedade particular (tamanho dos lados), pensando nesse aspecto de maneira ampla (LANNIN, ELLIS; ELLIOTT, 2011), por exemplo quando Renata mostra entendimento de que, para uma figura ser um quadrado, é importante que as medidas dos lados sejam iguais, independentemente do tamanho.

O processo de justificar ocorreu quando as alunas apresentaram motivos pelos quais suas conjecturas eram válidas ou não, levando-as a validá-las ou, em alguns casos, refutá-las. Identificamos justificativas, por exemplo, em trechos da fala de Anny conjecturas a respeito da transformação do quadrado em retângulo passam de provável para muito provável (JEANNOTTE; KIERAN, 2017), ou ainda quando Renata e Paula procuraram convencer uma à outra de que suas construções estavam corretas.

Por fim, destacamos a relevância da tarefa exploratória e do trabalho colaborativo como elementos de apoio para o raciocínio matemático desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (ARAMAN; SERRAZINA, 2020b).

## REFERÊNCIAS


AMÂNCIO, R. A.; GAZIRE, E. S. O desenvolvimento do pensamento geométrico e as contribuições dos recursos didáticos no estudo dos quadriláteros. **Vidya**, v. 35, n. 2, p. 16, 2015.

ARAMAN; E. M. O., SERRAZINA, M. L. Como cozer pãezinhos: processos de raciocínio matemático e ações do professor na discussão coletiva de uma tarefa exploratória no 3º ano. **Vidya**, v. 40, n. 2, p. 147-165, 2020a.

ARAMAN; E. M. O., SERRAZINA, M. L. Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3o ano de escolaridade. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 9, n. 18, p. 118-136, 2020b.

BOGDAN, R., BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Alegre: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CARNEIRO, L. F.; ARAMAN, E. M. O.; TREVISAN, A. L. Procedimientos metodológicos en la investigación del razonamiento matemático de estudiantes cuando resuelven tareas exploratórias. **Revista Paradigma** (Ed. Temática: Pesquisa Qualitativa Em Educação Matemática), Vol. XLIII, p. 132-157, mayo de 2022.

ESCUDERO-DOMÍNGUEZ, A.; CARRILLO, J. Conocimiento matemático sobre cuadriláteros en estudiantes para maestro. In: GONZÁLEZ, M.T.*et al.* (Eds.), **Investigación en Educación** Matemática XVIII, Salamanca: SEIEM. 2014, p. 267-276.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 96, n. 1, p. 1-16, 2017.

LANNIN, J.; ELLIS, A. B.; ELLIOT, R. **Developing essential understanding of mathematics reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. 2011.

MOLINA, F. R. Qualidade da educação não avança na América Latina, segundo a Unesco. **El país**, 30 nov. 2021. Disponível em: https://bit.ly/3GiFnLn. Acesso em: 23 maio 2022.

MORAIS, C.; SERRAZINA, L.; PONTE, J. P. Mathematical Reasoning Fostered by (Fostering) Transformations of Rational Number Representations. **Acta Scientiae**, v. 20, n. 4, p. 552 - 570, 2018.

PIRES, C. M. C. Panorama da Educação Matemática em alguns países da América Latina. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 10, n. 23, 1-12, 2017.

PIRES, C. M. C.; GONÇALVES, H. J. L. Aspectos Conceituais e Epistemológicos da Educação Comparada Presentes no Projeto "Pesquisas Comparativas sobre Organização e Desenvolvimento Curricular na Área de Educação Matemática, em Países da América Latina". **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, p. 396-414, 2015.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.) **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005, p. 11-34.

PONTE, J. P. ; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Ações do professor na condução de discussões matemáticas. **Quadrante**, Lisboa, v. XXII, n. 2, p. 55-81, 2013.

PONTE, J. P. ; CARVALHO, R.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. **Quadrante**, v.25, n.2, p. 77-98, 2016.

STYLIANIDES, G. Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 11, n. 4, p. 258-288, 2009.

TREVISAN, A. L.; ARAMAN, E. M. O. Processos de Raciocínio Matemático Mobilizados por Estudantes de Cálculo em Tarefas Envolvendo Representações Gráficas. **Bolema**, v. 35, n. 69, p. 158-178, 2021.

**RECEBIDO EM:** 27 maio 2022
**CONCLUÍDO EM:** 04 nov. 2022