

INTEGRANDO MATEMÁTICA E QUÍMICA EM UMA ATIVIDADE SOBRE AQUECIMENTO E RESFRIAMENTO DE SOLUÇÕES COM ESTUDANTES DE UM CURSO TÉCNICO

INTEGRATING MATHEMATICS AND CHEMISTRY IN AN ACTIVITY ON HEATING AND COOLING SOLUTIONS WITH STUDENTS OF A TECHNICAL COURSE

INTEGRACIÓN DE MATEMÁTICAS Y QUÍMICA EN UNA ACTIVIDAD SOBRE SOLUCIONES DE CALEFACCIÓN Y REFRIGERACIÓN CON ESTUDIANTES DE UN CURSO TÉCNICO

LAURO CHAGAS E SÁ¹
ANA CLARA FROSSARD SOUZA²

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar uma proposta pedagógica sobre aquecimento e resfriamento de soluções, aproximando o conteúdo de função exponencial das ideias introdutórias de termoquímica, desenvolvida com estudantes do primeiro ano do Curso Técnico de Química Integrado ao Ensino Médio. Nosso referencial teórico perpassa a ideia de interdisciplinaridade defendida em pesquisas acadêmicas e nas das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional e Tecnológica. Também consideramos possibilidades da modelagem matemática no ensino e dialogamos com as habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular. A coleta de dados aconteceu a partir do roteiro de atividades e de registros fotográficos. Ao final, verificamos que a atividade aproximou as disciplinas de Matemática e Química numa perspectiva interdisciplinar e, além disso, tangenciou o mundo do trabalho do Técnico em Química. Com isso, concluímos que a experiência favoreceu a formação integral dos estudantes envolvidos.

Palavras-chave: Educação Profissional e Tecnológica. Interdisciplinaridade. Função Exponencial. Termoquímica.

ABSTRACT

This article aims to analyze a pedagogical proposal on heating and cooling solutions, bringing the content of exponential function closer to introductory thermochemistry ideas, developed with students from the first year of the Technical Course in Chemistry Integrated to High School. Our theoretical framework permeates the idea of interdisciplinarity defended in academic research and in the National Curriculum Guidelines for Vocational and Technological Education. We also consider the possibilities of mathematical modeling in teaching and dialogue with the skills provided in the National Curricular Common Base. Data collection took place from the activities script and photographic records. In the end, we verified that the activity brought together the disciplines of Mathematics and Chemistry in an interdisciplinary perspective and, in addition, touched the world of work of the Chemistry Technician. With this, we conclude that the experience favored the integral formation of the students involved.

Keywords: Professional and Technological Education. Interdisciplinarity. Exponential Function. Thermochemistry.

¹ Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (PEMAT/UFRJ). Professor do Instituto Federal do Espírito Santo, *campus* Vila Velha. E-mail: lauro.sa@ifes.edu.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-1820-4856>.

² Licenciada em Química pelo Instituto Federal do Espírito Santo, *campus* Vila Velha. Bolsista de Iniciação Científica. E-mail: acfrossards@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0433-7973>.

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo analizar una propuesta pedagógica sobre soluciones de calefacción y refrigeración, acercando el contenido de la función exponencial a las ideas introductorias de la termoquímica, desarrollado con estudiantes del primer año del Curso Técnico de Química Integrado a la Secundaria. Nuestro marco teórico permea la idea de interdisciplinariedad defendida en la investigación académica y en los Lineamientos Curriculares Nacionales de Formación Profesional y Tecnológica. También consideramos las posibilidades de la modelación matemática en la enseñanza y el diálogo con las competencias previstas en la Base Común Curricular Nacional. La recolección de datos se realizó a partir del guion de actividades y registros fotográficos. Al final, comprobamos que la actividad reunió las disciplinas de Matemática y Química en una perspectiva interdisciplinaria y, además, tocó el mundo laboral del Técnico Químico. Con esto concluimos que la experiencia favoreció la formación integral de los estudiantes involucrados.

Palabras-clave: Educación Profesional y Tecnológica. Interdisciplinariedad. Función exponencial. Termoquímica.

INTRODUÇÃO

Apesar da consolidação da pesquisa brasileira em Educação, notamos que fatores como a formação inicial fragmentada e as condições de trabalho pouco favoráveis ainda levam os professores da Educação Básica a conduzirem atividades pautadas no formato tradicional e tecnicista. Nessa perspectiva, os estudantes utilizam, basicamente, papel e lápis na resolução de exercícios que foram formulados por pessoas exteriores à sala de aula (como autores de livros didáticos) e cuja premissa central é que existe apenas uma resposta certa (SKOVSMOSE, 2008). Na contramão da concepção contemporânea e multidisciplinar de ciência, esse paradigma, muitas vezes, reforça as barreiras entre as disciplinas.

Como educadores matemáticos, acreditamos que os problemas propostos nas aulas de Matemática devem ter significado para o aluno, para que este consiga compreender a importância dessa ciência na sociedade. Por isso, defendemos que a interdisciplinaridade é importante, uma vez que essa metodologia possibilita a quebra de barreiras entre as disciplinas que estão envolvidas, bem como a formação integral dos alunos com pensamentos não fragmentados (AIRES, 2011).

Em particular, no contexto da Educação Profissional Técnico de Nível Médio (EPTNM), a Matemática é um componente curricular que tem potencialidade de interdisciplinaridade, uma vez que não é necessário um professor graduado em Matemática para ensinar tal disciplina³. De acordo com Gonçalves e Pires (2014), uma prática interdisciplinar dentro da Matemática é possível quando se usa temas transversais entre as disciplinas e a articulação com os demais componentes curriculares. Estas práticas podem se apoiar em uma abordagem temática por investigação matemática ou pela modelagem matemática, como a utilizada ao longo deste artigo.

Para o Curso Técnico de Química Integrado ao Ensino Médio, existem diferentes possibilidades de integração entre Matemática e a formação específica. Além da clássica relação entre logaritmo e escala de pH, podemos explorar a proporcionalidade em soluções, a geometria espacial das estruturas moleculares, a aproximação entre a tabela periódica e o conceito de matriz e a aplicação de sistemas de equações lineares em balanceamento de reações, todos já abordados em diferentes pesquisas e materiais didáticos (SANTANA, 2016; DANTE, 2016; IEZZI *et al.*, 2016).

Neste artigo, em especial, temos como objetivo analisar uma proposta pedagógica sobre aquecimento e resfriamento de soluções, aproximando o conteúdo de função exponencial das ideias introdutórias de

³ Em nosso estudo, adotamos a perspectiva de “Professores que ensinam Matemática” visto que os professores da Educação Profissional e Tecnológica podem ter formações diversas para atuarem em disciplinas do núcleo profissionalizante, como o Administrador que ensina Matemática Financeira e o Engenheiro de Produção que atua com Estatística.

termoquímica, com estudantes do primeiro ano do Curso Técnico de Química Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Nossa hipótese era que a proposta de interdisciplinaridade consistiria no diálogo entre Química e Matemática e ampliaria a visão do aluno quanto a sua formação profissional. A pesquisa integra o conjunto de investigações realizadas pelo Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Educação Profissional (EMEP)⁴.

Este artigo está disposto em seções que apresentam e discutem a atividade realizada com os alunos. A seguir, abordaremos a ideia de interdisciplinaridade defendida nas pesquisas acadêmicas e nas das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional e Tecnológica. Também apontamos pontos de aproximação entre as habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular para as áreas de Matemática e Ciências da Natureza, na etapa do Ensino Médio. Na seção seguinte, detalhamos a dinâmica da experiência e apresentamos os recursos para coleta de dados. Por fim, apresentamos algumas reflexões emergentes, detalhadas nas análises e sintetizadas nas considerações finais.

PERSPECTIVAS TEÓRICAS E CURRICULARES

Conforme anunciado na introdução, os apontamentos para uma prática contextualizada e interdisciplinar estão presentes nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional e Tecnológica (BRASIL, 2021, p. 2-3). Entre os princípios da Educação Profissional e Tecnológica, destacamos:

IV - centralidade do trabalho assumido como princípio educativo e base para a organização curricular, visando à construção de competências profissionais, em seus objetivos, conteúdos e estratégias de ensino e aprendizagem, na perspectiva de sua integração com a ciência, a cultura e a tecnologia;

[...]

VII - indissociabilidade entre educação e prática social, bem como entre saberes e fazeres no processo de ensino e aprendizagem, considerando-se a historicidade do conhecimento, valorizando os sujeitos do processo e as metodologias ativas e inovadoras de aprendizagem centradas nos estudantes;

VIII - interdisciplinaridade assegurada no planejamento curricular e na prática pedagógica, visando à superação da fragmentação de conhecimentos e da segmentação e descontextualização curricular;

IX - utilização de estratégias educacionais que permitam a contextualização, a flexibilização e a interdisciplinaridade, favoráveis à compreensão de significados, garantindo a indissociabilidade entre a teoria e a prática profissional em todo o processo de ensino e aprendizagem.

As diretrizes destacadas são as que orientam explicitamente a adoção da interdisciplinaridade durante as formações profissionalizantes. A diretriz VIII, em especial, reforça que o objetivo de usar a interdisciplinaridade é justamente não ter mais a fragmentação entre as disciplinas. Além disso, reafirma a necessidade de a formação ser voltada para o trabalho, buscando sempre associar aquilo que é ensinado para a prática.

⁴ O EMEP reúne professores-pesquisadores do Instituto Federal do Espírito Santo, da Secretaria de Educação do Espírito Santo e de outras instituições públicas e privadas que investigam práticas de Educação Matemática no Ensino Médio e no Ensino Superior, bem como na modalidade de Educação Profissional e Tecnológica. Para conhecer mais informações sobre o grupo, acesse <https://emep.ifes.edu.br>

Cabe destacar, neste ponto, que a realização de práticas interdisciplinares por professores que ensinam Matemática tem sido objeto de investigação para diferentes pesquisadores. Enquanto Silva (2020) e Sá (2021) problematizam as diferentes interpretações das diretrizes por esses docentes, Freitas e Sá (2020) e Pimentel, Souza e Sá (2021) identificam diferentes experiências apresentadas em eventos acadêmicos de Educação Matemática. Todas essas corroboram a pertinência de discussões sobre interdisciplinaridade e Educação Matemática, sobretudo na modalidade de EPTNM.

Ainda no campo das orientações curriculares, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Médio, o foco está na construção de uma visão integrada “da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade” (BRASIL, 2018, p. 471). Nesta visão, é importante levar em conta as experiências vivenciadas cotidianamente pelos alunos em busca de atividades que promovam, estimulem e provoquem seus processos de reflexão e abstração. Já do ponto de vista das competências, acreditamos que a atividade analisada neste artigo se aproxima principalmente de três das competências específicas do Ensino Médio defendidas na BNCC de Matemática:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza.

[...]

3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos - Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística -, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

[...]

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais [...] (BRASIL, 2018, p. 531).

Já na BNCC de Ciências da Natureza, também compreendemos que dialogamos com a primeira competência específica para a área:

1. Analisar fenômenos naturais e processos tecnológicos, com base nas relações entre matéria e energia, para propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos, minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida em âmbito local, regional e/ou global. (BRASIL, 2018, p. 553).

Além dessa proposta de estruturação curricular prevista pela BNCC, a EPTNM se caracteriza intrinsecamente por um diálogo entre o curso técnico e o Ensino Médio. O formato do Ensino Médio Integrado pressupõe uma integração curricular, isto é, o sincretismo entre as disciplinas de acordo com o interesse dos alunos, os contextos socioeconômicos da região e eventuais demandas do mundo do trabalho. Assim, se o Curso Técnico em Química é Integrado ao Ensino Médio, tornam-se oportunas e necessárias as ligações entre as disciplinas de formação específica e aquelas do Ensino Médio (BRASIL, 2021).

Neste estudo, compreenderemos a interdisciplinaridade como uma resposta às necessidades dos estudantes, pesquisadores e professores, uma vez que se busca entender o conceito em sua complexidade. Assim, ultrapassa-se as fragmentações das disciplinas, em que todas as disciplinas

participam juntas influenciando e sendo influenciadas (AIRES, 2011). Não se trata somente de contextualização, mas da abertura do diálogo entre as disciplinas e a aceitação que o conhecimento não é fragmentado e que para chegar a um determinado conceito, perpassa-se por vários outros.

Ocampo, Santos e Folmer (2016) explicam que a atitude interdisciplinar vai além da interação entre os conteúdos, mas é necessário que os alunos também interajam entre si. É importante entendermos que, ao aplicarmos tal prática em sala de aula, não é uma forma de desmerecer ou diminuir um determinado conteúdo dentro da Matemática ou da disciplina, mas sim uma forma de ampliar o conceito para que a formação do aluno seja integral.

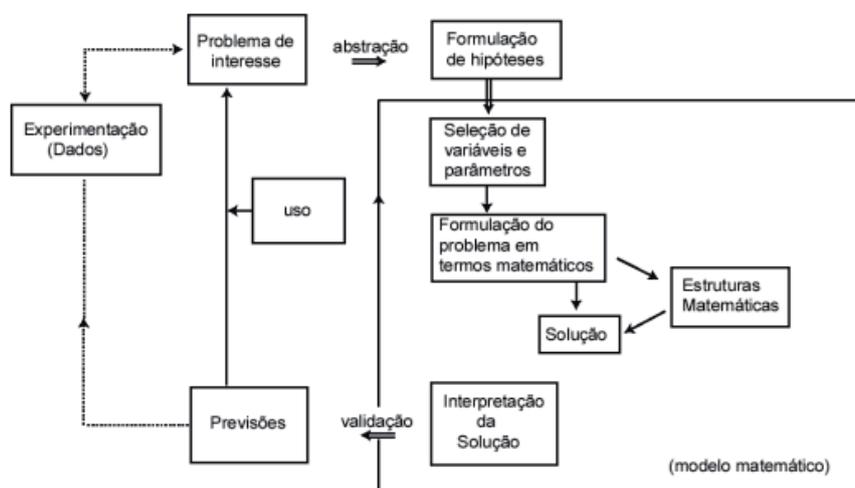
Nesta proposta, a forma que encontramos para colocar em prática a interdisciplinaridade entre Matemática e Química foi utilizando a modelagem matemática, assim como fizeram Sá, Sossai e Prane (2019). Gonçalves e Pires (2014, p. 249) conceituam a modelagem como “um ambiente [...] que os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”.

De modo geral, compreendemos a Modelagem como uma metodologia que pode facilitar a combinação de aspectos da Matemática com suas possíveis aplicações, uma vez que alia teoria e prática (BASSANEZI, 2002). Em particular, concordamos com Gonçalves e Pires (2014) que os fatores que justificam a inclusão desta metodologia em um currículo escolar, principalmente na Educação Profissional e Tecnológica, são:

[...] motivação, facilitação e envolvimento de alunos e professores no processo educativo; compreensão do papel sociocultural da Matemática e de sua utilização nas diferentes áreas do conhecimento, bem como de sua importância para formação profissional diante do mundo do trabalho; desenvolvimento de habilidades gerais de exploração/investigação; desenvolvimento do raciocínio, lógico e dedutivo em geral, que, conseqüentemente, implica a formação de cidadão crítico e transformador de sua realidade (GONÇALVES; PIRES, 2014, p. 248).

Para o desenvolvimento desta modelagem matemática, utilizamos uma sequência explicada por Bassanezi (2002), representada pela Figura 1.

Figura 1 - Organização da sequência para aplicação da modelagem matemática



Fonte: Bassanezi (2002, p. 32).

Para Bassanezi (2002), a experimentação, ponto de partida, é onde há obtenção de dados. A abstração, segunda fase, é de formulação dos modelos matemáticos. Essa parte busca estabelecer uma seleção das variáveis que descrevem a evolução do sistema, a formulação de problemas, suas devidas hipóteses e a simplificação do método. A resolução, terceira fase, é o momento em que o modelo, que ainda está em hipótese, se transforma em linguagem matemática. A validação, quarta fase, é o momento em que há aceitação ou não do modelo. E, em seguida, ocorre a modificação, se necessária.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Conforme anunciado inicialmente, esta atividade foi realizada em novembro de 2019, com cerca de quarenta estudantes do Curso Técnico de Química Integrado ao Ensino Médio do Ifes, *campus* Vila Velha. Inspirados pela experiência de Jesus e Prane (2017), a atividade foi planejada em quatro aulas de 55 minutos cada, sendo duas no Laboratório de Química e outras duas simultaneamente no Laboratório de Informática e na sala de aula da instituição. Durante todo o tempo, os estudantes foram organizados em oito grupos. Por conta da capacidade e das normas de segurança estabelecidos para uso do espaço, cada metade da turma esteve no Laboratório de Química em momentos distintos. Já nas duas aulas seguintes, os grupos poderiam optar por realizarem as tarefas no Laboratório de informática ou na sala de aula.

No primeiro momento, os estudantes foram convidados a investigar o que acontecia com a temperatura de determinadas substâncias quando expostas ao ambiente. Nesse caso, foram utilizadas como amostras: água destilada⁵ gelada, água de torneira quente e gelada, água do mar gelada, água doce quente, café quente, refrigerante gelado e cerveja sem álcool⁶ gelada. No roteiro elaborado para a aula prática, os estudantes registraram o tipo de amostra a ser analisada e a temperatura do ambiente no início do experimento.

Dando início à Tarefa 1, foi solicitado que os estudantes colocassem cerca de 200ml da amostra em um Erlenmeyer ou Becker. Em seguida, com auxílio de um termômetro digital tipo espeto, realizassem 24 medições da temperatura a cada 2 min.

Figura 2 - Cerca de 200ml de café no Erlenmeyer, tendo sua temperatura medida por um termômetro tipo espeto.



Fonte: Acervo dos autores, 2019.

5 A água destilada é usada frequentemente em laboratórios como reagente ou solvente, pois ela proporciona menos interrupções nas análises quantitativas, uma vez que, em decorrência da destilação, não tem suas propriedades alteradas pelas substâncias presentes na água convencional.
6 A análise da cerveja sem álcool foi realizada por estudantes bolsistas de Iniciação Científica Junior do Lacempoes - Laboratório de Análise de Cervejas, Matérias Primas e Óleos Essenciais do Ifes, cujo projeto de pesquisa se constituía de análises químicas e bioquímicas da bebida.

Os grupos deveriam, então, registrar os valores em uma tabela, como a que segue.

Figura 3 - Excerto da atividade, onde os alunos deveriam registrar as medições.

Medição (n)	t (min)	T (°C)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
22		

Medição (n)	t (min)	T (°C)
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		

Fonte: Acervo dos autores, 2019.

Enquanto registravam as temperaturas nos interstícios fixados, os estudantes respondiam a outras perguntas relacionadas ao experimento, conforme registrado na Figura 4, a seguir.

Figura 4 - Grupo em uma das bancadas do laboratório de Química, discutindo as questões enquanto realizavam as medições.

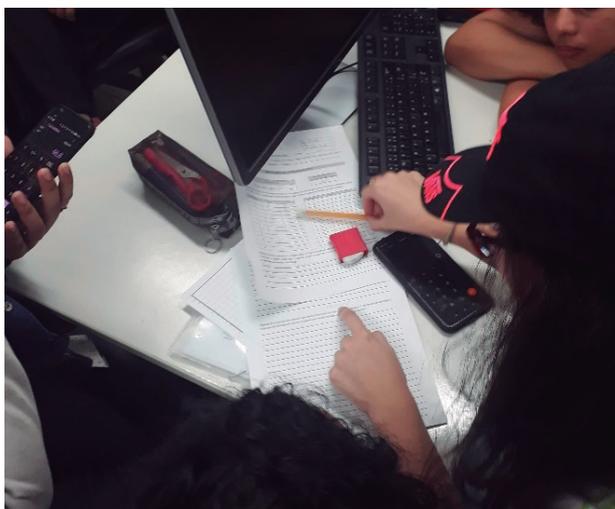


Fonte: Acervo dos autores, 2019.

Na Tarefa 2, enquanto observavam os líquidos quentes esfriarem e os gelados esquentarem, os estudantes deveriam responder se seria correto dizer que o líquido gelado transferiu “frio” para o ambiente e, por isso, teria sua temperatura aumentada. Já na Tarefa 3, os estudantes deveriam representar os pares ordenados (n, T) no plano cartesiano anexado ao roteiro da aula. Por fim, na Tarefa 4, os grupos deveriam estimar o valor de T , em graus Celsius, quando o tempo tendia ao infinito. Além disso, deveriam justificar suas respostas a partir da ideia de equilíbrio termodinâmico.

Já nas duas aulas seguintes, realizadas simultaneamente no Laboratório de Informática e na sala de aula, os estudantes procederam com a Tarefa 5, na qual deveriam construir um modelo matemático funcional que fornecesse a temperatura T em função da medição n . Conforme ilustrado na Figura 5, os alunos poderiam, neste momento, recorrer a diversos recursos tecnológicos, como calculadoras e plotadores de gráfico, desde que não obtivessem, por meio desses recursos, o modelo matemático solicitado.

Figura 5 - Alunos usando computador e calculadoras na construção do modelo matemático.



Fonte: Acervo dos autores, 2019.

Como não era possível acompanhar os processos de todos os alunos no momento da atividade, foi solicitado que os grupos explicassem detalhadamente todos os passos que realizaram para chegar ao modelo. Assim, a coleta de dados aconteceu a partir do roteiro de atividades e de registros fotográficos. Além disso, é importante considerar que essa atividade foi realizada no final do ano letivo, quando os alunos já haviam estudado função afim, quadrática, modular, exponencial e logarítmica, e que, após as quatro aulas de atividade, o professor da turma ainda realizou outras duas intervenções para discussão das respostas e soluções.

REFLEXÕES EMERGENTES

Para iniciar o experimento no laboratório, solicitamos que os estudantes colocassem a amostra em um Erlenmeyer ou Becker e, em seguida, com auxílio de um termômetro digital, realizassem 24 medições da temperatura a cada 2 min. A proposta deste primeiro momento era ambientar os alunos

na atividade proposta e familiarizá-los da representação tabular que seria o ponto de partida da investigação. Assim, acreditamos que conseguimos desenvolver mais facilmente uma das habilidades previstas na BNCC.

(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função (BRASIL, 2018, p. 541).

Figura 6 - Alunos em laboratório.



Fonte: Acervo dos autores, 2019.

Figura 7 - Tarefa 1 com dados de um grupo.

(Tarefa 1) Coloque 200 ml da sua amostra no Erlenmeyer ou no Becker. Com auxílio do termômetro digital tipo espeto, realize 24 medições da temperatura a cada 2 min e registre os valores na tabela abaixo:

Medição (n)	t (min)	T (°C)
1	0	13,2
2	2 min	13,9
3	4 min	14,3
4	6 min	14,7
5	8 min	15,1
6	10 min	15,5
7	12 min	15,8
8	14 min	15,9
9	16 min	16,3
10	18 min	16,4
11	20 min	16,6
22	22 min	16,8

Medição (n)	t (min)	T (°C)
13	24 min	17,0
14	26 min	17,2
15	28 min	17,4
16	30 min	17,5
17	32 min	17,6
18	36 min	17,8
19	38 min	18,0
20	40 min	18,2
21	42 min	18,4
22	44 min	18,5
23	46 min	18,6
24	48 min	18,7

Fonte: Acervo dos autores, 2019.

A partir da noção de transparência desenvolvida por Adler (2000), Sá, Jordane e Giraldo (2021) discutem como os instrumentos do trabalho (como o Erlenmeyer, Becker e termômetro digital) podem ser utilizados como recursos visíveis para a aula de Matemática em cursos técnicos. Para os autores, “incorporar o instrumento do trabalho nas aulas de Matemática pode repercutir em uma valorização do papel do homem na sociedade e, assim, caminhar no sentido de assumir o trabalho como princípio educativo” (SÁ; JORDANE; GIRALDO, 2021, p. 156). Nesse aspecto, evidenciamos um alinhamento da atividade relatada com as diretrizes nacionais para a EPT (BRASIL, 2021).

Conforme descrito anteriormente, enquanto observavam os líquidos quentes esfriarem e os gelados esquentarem, os estudantes deveriam responder, na Tarefa 2, se seria correto dizer que o líquido gelado transferiu “frio” para o ambiente e, por isso, teria tido sua temperatura aumentada.

Quadro 1 - Enunciado da tarefa.

(Tarefa 2) Nesse experimento, observamos os líquidos quentes esfriarem e os gelados esquentarem. Sobre este fenômeno, é correto dizer que o líquido gelado transferiu “frio” para o ambiente e, por isso, teve sua temperatura aumentada? Justifique.

Fonte: Acervo dos autores, 2019.

O objetivo desta tarefa foi compreender como os alunos interpretavam o fenômeno, iniciando a discussão de termoquímica que seria retomada em disciplinas dos anos seguintes do curso. Dos oito grupos participantes, sete responderam corretamente que “não admitimos a existência de dois processos de transferência de energia - o do calor e do frio -, mas apenas um, o do calor. Isso significa que a bebida esfria porque transfere energia para a pedra de gelo até que todo o sistema esteja em mesma temperatura” (MORTIMER; AMARAL, 1998, p. 31). O outro grupo respondeu parcialmente correto, alegando que “a amostra [água doce quente] é endotérmica, por sua vez, ocorrem com absorção de energia (calor) do meio, aumentando a temperatura da amostra”.

Como os alunos ainda não tinham estudado termoquímica, já esperávamos respostas imprecisas em relação a conceitos físicos de calor e temperatura. Isto porque muitas dessas ideias são apresentadas cotidianamente em sentidos opostos aos científicos. Mortimer e Amaral (1998), por exemplo, citam expressões como “*agasalho bem quente*” e “*faz muito calor*” desses significados dissonantes. Daí, reafirmamos a importância de atividades introdutórias ao tema, sobretudo na perspectiva interdisciplinar que apontamos neste artigo.

O estudo, no ensino médio, das transformações envolvidas nesses processos, normalmente sob o nome de termoquímica, envolve o uso de alguns conceitos - energia, calor, temperatura - que já estamos acostumados a usar no nosso dia-a-dia. Essas palavras, no entanto, não têm o mesmo significado na ciência e na linguagem comum. Isso tem sido causa de dificuldades no ensino de química, pois na maioria das vezes o professor trabalha conceitos mais avançados como calor de reação, lei de Hess etc., sem nenhuma revisão dos conceitos mais básicos. O resultado, muitas vezes, é um amálgama indiferenciado de conceitos científicos e cotidianos, sem que o aluno consiga perceber claramente os limites e contextos de aplicação de um e de outro (MORTIMER; AMARAL, 1998, p. 30).

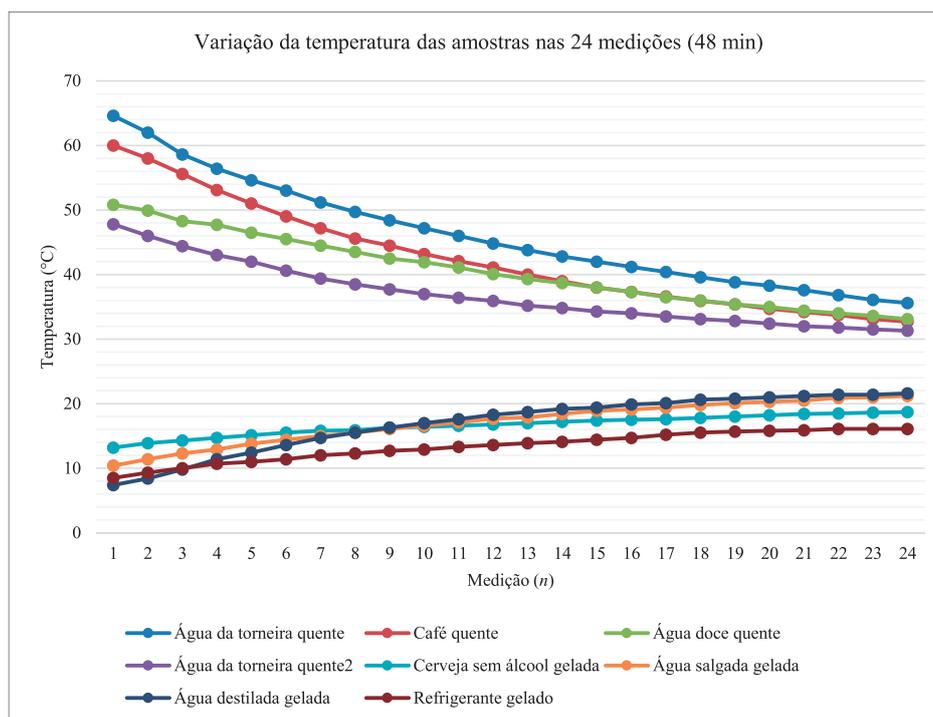
De acordo com as competências específicas da BNCC para a área de Ciências da Natureza no Ensino Médio, os fenômenos naturais devem ser explicados sob a perspectiva entre matéria e energia. Nesse ponto, podemos destacar a habilidade EM13CNT101, por especificarem o conteúdo a partir de análises das transformações feitas na matéria e de acordo com a quantidade de energia, e a habilidade EM13CNT102, que permite realizar previsões sobre sistemas térmicos, com base nas variáveis termodinâmica.

(EM13CNT101) Analisar e representar, com ou sem o uso de dispositivos e de aplicativos digitais específicos, as transformações e conservações em sistemas que envolvam quantidade de matéria, de energia e de movimento para realizar previsões sobre seus comportamentos em situações cotidianas e em processos produtivos que priorizem o desenvolvimento sustentável, o uso consciente dos recursos naturais e a preservação da vida em todas as suas formas.

(EM13CNT102) Realizar previsões, avaliar intervenções e/ou construir protótipos de sistemas térmicos que visem à sustentabilidade, considerando sua composição e os efeitos das variáveis termodinâmicas sobre seu funcionamento, considerando também o uso de tecnologias digitais que auxiliem no cálculo de estimativas e no apoio à construção dos protótipos. (BRASIL, 2018, p. 555).

Já na Tarefa 3, os estudantes deveriam representar os pares ordenados (n, T) no plano cartesiano anexado ao roteiro de da aula. Os gráficos de pontos foram construídos separadamente nas malhas anexadas, mas são apresentados a seguir, em um único plano cartesiano. Apesar do domínio ser um conjunto discreto, optamos por apresentar os pontos conectados por segmentos para que seu comportamento seja observado mais facilmente.

Figura 8 - Gráficos da Tarefa 3 sobrepostos.



Fonte: Acervo dos autores, 2019.

A discussão sobre equilíbrio termodinâmico ou térmico, iniciada na Tarefa 2, foi complementada pela Tarefa 4. Após representar os pares ordenados no plano cartesiano, os grupos deveriam estimar a temperatura, em graus celsius, quando o tempo tendesse ao infinito, ou seja, quando o sistema entrasse em equilíbrio.

Quadro 2 - Enunciado da tarefa.

(Tarefa 4) Estime o valor de T , em $^{\circ}\text{C}$, quando $t \rightarrow \infty$. Justifique sua resposta e discuta o significado dessa temperatura a partir da ideia de equilíbrio termodinâmico.

Fonte: Acervo dos autores, 2019.

Todos os oito grupos participantes da atividade observaram que, no intervalo de tempo disponível, o gráfico de pontos se estabilizava próximo da temperatura ambiente. A partir dessa observação, puderam inferir que, quando o tempo tendesse ao infinito, a temperatura tenderia àquela do ambiente registrada

no início da tarefa. Isso justifica-se cientificamente por conta da grande diferença de massa entre o ar ambiente e a massa da amostra, a qual permite que desconsideremos o calor específico das substâncias.

Apesar de todas as temperaturas das amostras tenderem à temperatura ambiente, a variação de temperatura não se dá de modo homogêneo. Retomando a Figura 8, com gráfico das temperaturas, notamos que a água destilada e o refrigerante possuíam temperatura inicial próximas, mas ao final do experimento, estavam com cerca de cinco graus de diferença. Essa propriedade das substâncias de perderem ou ganharem calor em proporções diferentes é chamada de calor específico: “o calor específico pode ser definido como a quantidade de calor que um grama de determinado material deve ganhar ou perder para que sua temperatura varie em um grau Celsius” (MORTIMER; AMARAL, 1998, p. 32).

No campo da Educação Profissional e Tecnológica (EPT), a discussão de calor específico ganha especial destaque se analisada sobre o prisma do capitalismo. Afinal, *por que uma substância pura como a água destilada varia de 7,4°C a 21,6°C em 48 minutos enquanto um refrigerante varia apenas de 8,5°C a 16,1°C no mesmo intervalo de tempo?* Admitindo que as massas das amostras eram suficientemente próximas, podemos atribuir essa resposta justamente às substâncias químicas presentes na fórmula do refrigerante, as quais garantem que a bebida tenha um alto calor específico e que, com efeito, aumente mais lentamente sua temperatura. Ou seja, o refrigerante que permanece mais tempo gelado, entre outras características, passa a possuir mais valor comercial. Assim, como futuros profissionais técnicos em química, os estudantes passaram a perceber que seu conhecimento científico poderia repercutir no enriquecimento de determinadas empresas - reflexão especialmente importante para a formação de trabalhadores conscientes.

A problematização realizada no parágrafo anterior se aproxima do que muitos pesquisadores chamam de formação integral e integrada na EPT. Em atividades de modelagem como a que foi realizada, são considerados aspectos econômicos, profissionais, históricos, sociais e culturais, conforme aponta Ciavatta (2005, p. 84):

No caso da formação integrada ou do Ensino Médio integrado ao ensino técnico, queremos que a educação geral se torne parte inseparável da Educação Profissional em todos os campos onde se dá a preparação para o trabalho: seja nos processos produtivos, seja nos processos educativos como a formação inicial, como o ensino técnico, tecnológico ou superior. Significa que buscamos enfocar o trabalho como princípio educativo, no sentido de superar a dicotomia trabalho manual/trabalho intelectual, de incorporar a dimensão intelectual ao trabalho produtivo, de formar trabalhadores capazes de atuar como dirigentes e cidadãos.

Sob o prisma da Educação Matemática na EPT, ainda podemos dizer que nessa dimensão do trabalho como princípio educativo, “a Matemática promove a emancipação dos sujeitos, que se tornam capazes não só de operar com o conhecimento científico em suas práticas laborais, como também de usá-lo como lentes para enxergar as relações sociais subjacentes ao campo do trabalho” (SÁ, 2021, p. 52). Com efeito, podemos inferir que a proposta implementada supera o binômio Matemática-Emprego e se aproxima do conceito de politecnia, já que “a Educação Matemática assume o sentido político de superar a divisão social entre trabalho manual e trabalho intelectual, em uma perspectiva crítica e emancipatória” (SÁ, 2021, p. 56).

Já na reta final da atividade, os alunos deveriam utilizar os dados coletados na Tarefa 1, a representação gráfica construída na Tarefa 3 e as inferências da Tarefa 4 para, na Tarefa 5, construir

um modelo matemático funcional que fornecesse a temperatura T em função da medição n . Como os alunos já haviam estudado as funções afim, quadrática, modular, exponencial e logarítmica, não foi dada nenhuma orientação sobre qual tipo adotar. Um dos grupos não conseguiu formular uma função para o fenômeno estudado; os demais modelos estão apresentados a seguir.

Quadro 3 - Modelos apresentados pelos alunos.

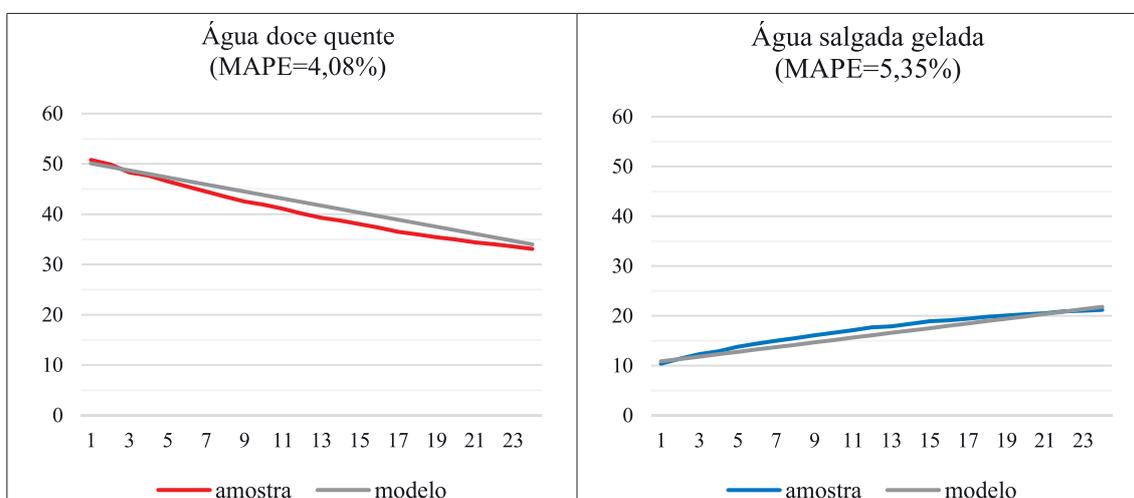
Bebidas quentes	Bebidas geladas
Água doce: $y = 50,8 - 0,7n$	Água salgada: $T(n) = 10,4 + 3n \cdot \log 1,44$
Água de torneira: $y = 47,8 - t^{0,8}$	Água destilada: $y = \log_{1,25} x + 7,4$
Café: $60 \cdot 0,9586^{\frac{t}{2}}$	Refrigerante: $f(n) = 8,5 \cdot 0,77334^n$
	Cerveja sem álcool: $f(x) = 13,2 \cdot 1,0152^x$

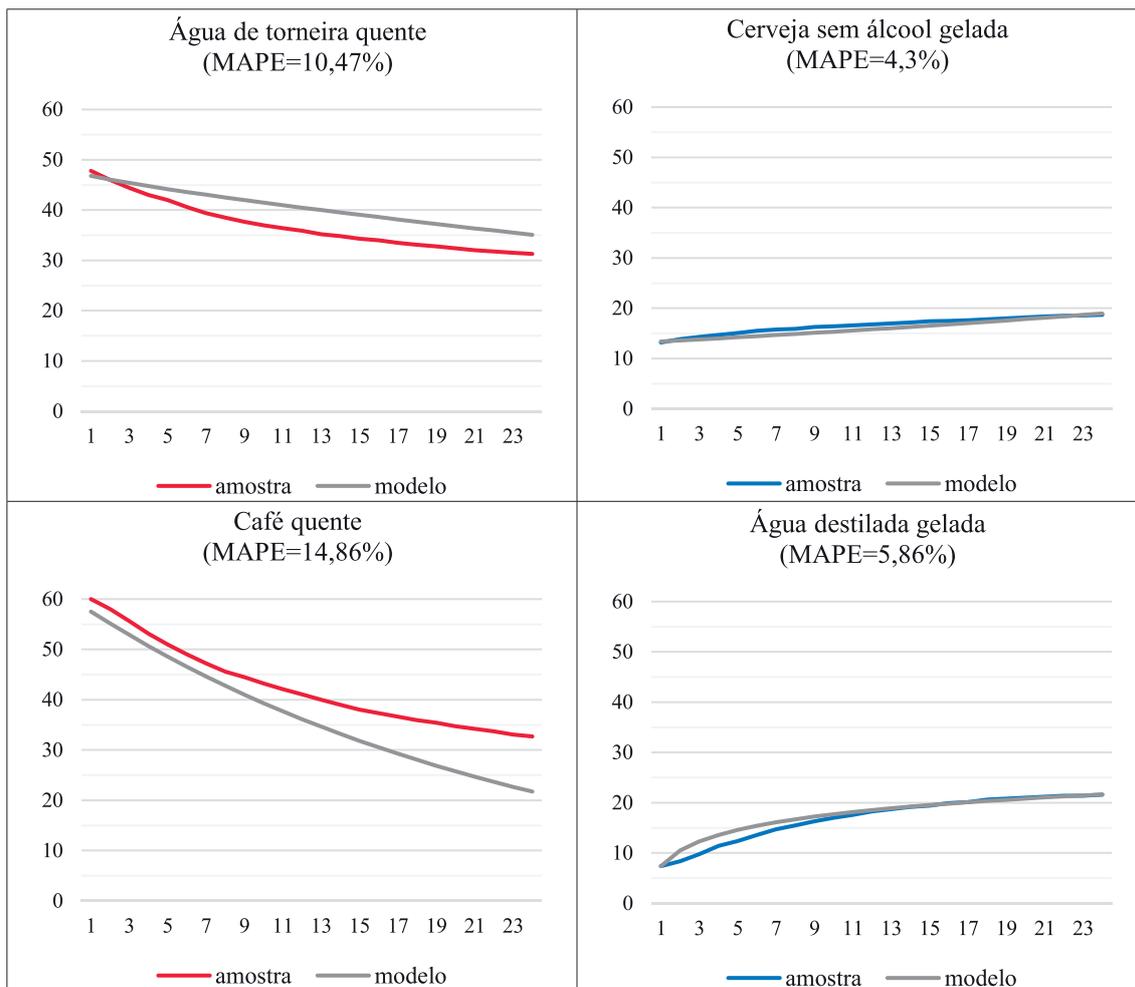
Fonte: Acervo dos autores, 2021.

Retomando o ciclo proposto por Bassanezi (2002), poderíamos inicialmente acreditar que muitos grupos não alcançaram o objetivo da modelagem, já que apenas três dos sete modelos apresentados eram exponenciais. Entretanto, ao analisarmos os gráficos dos modelos propostos (Quadro 4), observamos que seis propostas se ajustam bem à amostra no intervalo de tempo de observação. O modelo matemático para o aquecimento do refrigerante apresenta uma função decrescente para um fenômeno crescente, sendo esse o que menos se aproximou do experimento realizado.

Para análise estatística dos seis modelos propostos, consideramos o Erro Absoluto Médio Percentual (MAPE, em inglês), expresso por $MAPE = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} \frac{|VE_i - VO_i|}{VO_i}$, onde designa o valor estimado pelo modelo matemático e VO o valor observado no experimento realizado no Laboratório de Química. No caso em tela, o MAPE analisa o quão distante está o valor esperado em relação ao valor real e, em seguida, obtém a média de todos os 24 pontos amostrais do experimento. Em termos de porcentagem, quanto menor for o MAPE, mais preciso é o modelo. Vejamos a seguir a análise matemática das proposições dos alunos.

Quadro 4 - Representações gráficas dos modelos apresentados pelos alunos, com MAPE.





Fonte: Acervo dos autores, 2021.

Em termos quantitativos, acreditamos que os seis grupos analisados conseguiram apresentar um modelo bem ajustado do ponto de vista matemático, uma vez que a média dos MAPE foi de 7,44%, valor que avaliamos como aceitável para uma proposta de alunos do primeiro ano de Ensino Médio. Já do ponto de vista da validação, conforme ciclo de Bassanezi (2002), não poderíamos admitir que o fenômeno investigado, nas variáveis definidas, não admite modelagens lineares, quadráticas e logarítmicas, uma vez que se trata de um comportamento exponencial. Neste ponto cabe, então, a pergunta: *o que determina que o fenômeno termoquímico analisado deve ser modelado por uma função exponencial?*

A resposta para esta pergunta está na Lei de Resfriamento de Newton, conceito que materializa a interdisciplinaridade proposta nesta atividade. Para a Lei Zero da Termodinâmica, se dois corpos B e C estão separados por um corpo A, e ambos estão em equilíbrio termodinâmico com A, então B e C estão em equilíbrio térmico entre si. Em outras palavras, um bécquer que possui uma solução quente, que é o nosso sistema, vai trocar energia, em forma de calor, com o ambiente externo, nossa vizinhança, até que esteja em temperatura ambiente. No contexto da termoquímica, é enunciado que o calor é “diretamente proporcional à diferença de temperatura entre os dois sistemas entre os quais está havendo a transferência de calor” (MORTIMER; AMARAL, 1998, p. 31).

Já no âmbito da Matemática, a Lei de Resfriamento de Newton é uma aplicação das Equações

Diferenciais Ordinárias em problemas que envolvem a variação de temperatura. Para Zill e Cunha (2001, p. 107) “[...] a taxa de variação de temperatura $T(t)$ de um corpo em resfriamento é proporcional à diferença entre a temperatura do corpo e a temperatura constante T_m do meio ambiente”. Essa frase pode ser descrita pela Equação Diferencial Ordinária (1), cuja solução é uma função exponencial com vários parâmetros (2).

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{T - T_m} &= k \cdot dt \\ \int \frac{dT}{T - T_m} &= \int k \cdot dt & u = T - T_m \\ & & du = 1dT \\ \int \frac{u}{du} &= \int k \cdot dt \\ \ln|T - T_m| &= k \cdot t + f \\ e^{\ln|T - T_m|} &= e^{k \cdot t + f} & f \text{ que é uma constante dada pela} \\ & & \text{integração, se torna } c \text{ por causa de} \\ & & \text{uma simplificação} \\ T - T_m &= c \cdot e^{k \cdot t} \end{aligned}$$

$$T(t) = T_m + c \cdot e^{k \cdot t} \quad (2)$$

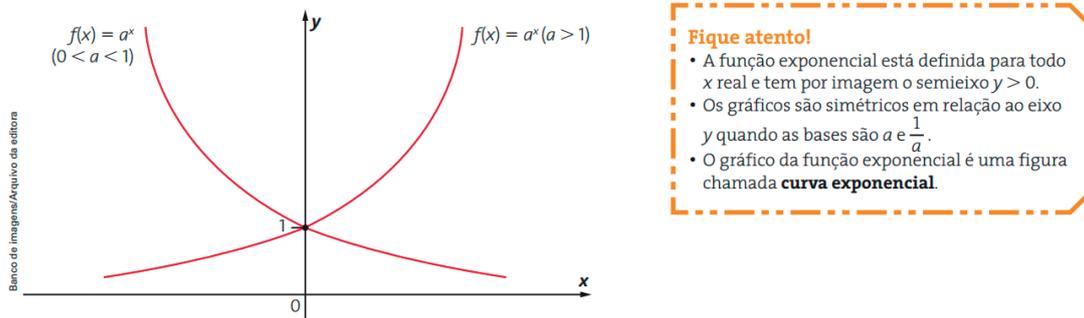
Na dedução apresentada acima, percebemos que o conteúdo matemático explorado possui íntima relação com a natureza termoquímica do fenômeno. Ou seja, reconhecemos, assim, que a atividade em tela colabora para o desenvolvimento de uma das habilidades interdisciplinares previstas na BNCC:

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p. 533).

Dito isto, para além da discussão sobre a natureza do problema investigado, é possível discutir os modelos matemáticos propostos pelos alunos considerando seu aspecto gráfico. Percebe-se que dois dos quatro modelos crescentes (bebidas geladas) possuíam alguma expressão com logaritmo. Sobre esse aspecto, podemos refletir que parte significativa dos livros didáticos apresenta majoritariamente a função exponencial com a concavidade voltada para cima (Figura 9), ao passo que a função logarítmica é apresentada quase sempre como crescente e com a concavidade para baixo (Figura 10). Isso, ao nosso ver, corrobora com alguns contratos didáticos que determinam o tipo da função a partir da concavidade do gráfico e não pela natureza do fenômeno, como já foi discutido.

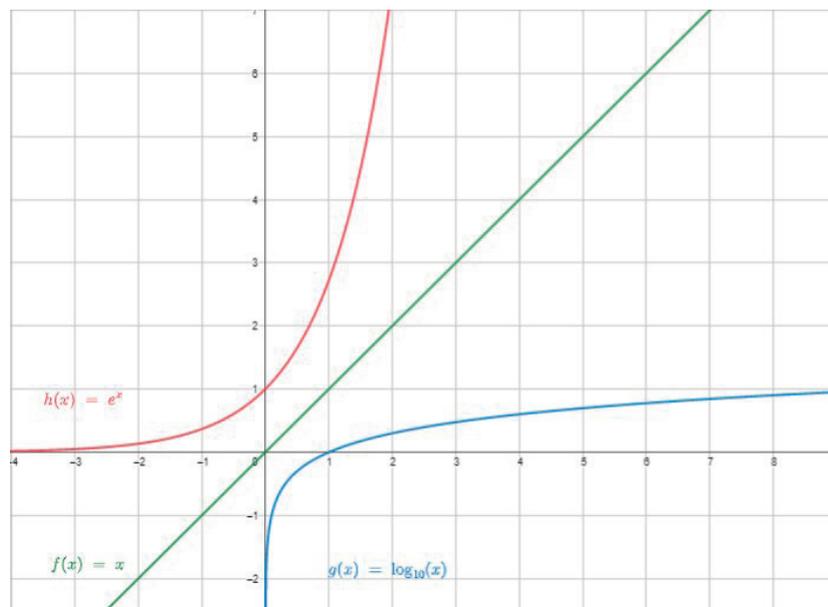
Figura 9 - Trecho do livro didático utilizado pelos alunos no 1º ano do Ensino Médio.

De modo geral, observe o gráfico de $f(x) = a^x$ nos casos em que $a > 1$ e $0 < a < 1$.



Fonte: Dante (2016, p. 160).

Figura 10 - Tradicional comparação entre funções exponenciais e logarítmicas.



Fonte: Acervo dos autores (2021).

Em sala de aula, não problematizamos as equações diferenciais nem os contratos didáticos com os alunos do Ensino Médio. Destacamos estes pontos em nossa análise porque, em nossa visão, devemos considerar que, na modelagem matemática de problemas físicos e químicos, frequentemente, há equações diferenciais, pois utiliza-se uma equação com uma função desconhecida e algumas de suas derivadas (STEWART, 2013). Com isso, reafirmamos a necessidade de se superar a dicotomia entre a Matemática acadêmica das instituições de ensino superior e a Matemática escolar. Como educadores matemáticos, entendemos que devemos aproximar o conteúdo matemático ao contexto escolar, conforme amplamente debatido por pesquisadores que investigam a formação de professores que ensinam Matemática, como Giraldo (2018).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, analisamos uma atividade validada com estudantes do primeiro ano do Curso Técnico de Química Integrado ao Ensino Médio do Ifes no segundo semestre de 2019. Nosso referencial teórico compreendeu a ideia de interdisciplinaridade defendida nas pesquisas acadêmicas e nas das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional e Tecnológica (BRASIL, 2021). Também consideramos possibilidades da modelagem matemática no ensino profissionalizante (SÁ; SOSSAI; PRANE, 2019; GONÇALVES; PIRES, 2014) e dialogamos com as habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular.

Durante a atividade proposta, abordamos aquecimento e resfriamento de soluções, aproximando o conteúdo de função exponencial, nas representações tabular, algébrica e gráfica, das ideias introdutórias de termoquímica. Apesar de termos utilizados instrumentos específicos como Erlenmeyer, Becker e termômetro digital tipo espeto, acreditamos que esta proposta pode ser adaptada para ambientes escolares que não dispõem de um laboratório de Química.

Em nossa avaliação, esta foi uma atividade interessante tanto na elaboração quanto em sua validação, pensando na interdisciplinaridade para além de uma simples contextualização ou aplicação da Matemática na Química. Acreditamos na potencialidade desse trabalho na perspectiva do aluno não se sentir deslocado ao que lhe é rotineiro, além de ser colocado como sujeito ativo do seu processo de aprendizagem. Por isso, concluímos que a experiência favoreceu a formação integral dos estudantes envolvidos.

Aos leitores que se motivarem a validar essa proposta em suas turmas, sugerimos ampliar o número de medições para que os modelos possam se ajustar melhor à amostra. Além disso, recomendamos que operem apenas com as variáveis tempo e temperatura. Como optamos por adotar a medição (n) em algumas tarefas, verificamos que a mudança de variável causou certa confusão em alguns estudantes que participaram da atividade.

AGRADECIMENTOS

Registramos nossos agradecimentos ao Instituto Federal do Espírito Santo pelo financiamento da Iniciação Científica, aos estudantes que participaram da experiência didática e aos membros do EMEP - Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Educação Profissional pela leitura crítica das versões preliminares deste artigo.

REFERÊNCIAS

AIRES, Joanez. Integração Curricular e Interdisciplinaridade: sinônimos? **Educação & Realidade**, v. 36, n. 1, p. 215-230, Porto Alegre, jan./abr., 2011.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução CNE/CP nº. 1/2021**: Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio. CNE/CEB, 2021.

CIAVATTA, Maria. A formação integrada: a escola e o trabalho como lugares de memória e de identidade. In: FRIGOTTO, Gaudêncio; CIAVATTA, Maria; RAMOS, Marise. (Org.). **O Ensino Médio integrado**: concepção e contradições. São Paulo: Cortez, 2005.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto & - Ensino Médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

FREITAS, Izabella Arpini Ferreira; SÁ, Lauro Chagas e. Os bastidores de práticas interdisciplinares da Educação Profissional Técnica de Nível Médio: o que dizem os professores que ensinam Matemática?. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 13, n. 1, p. 333-348, jan./abr. 2020. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.3895/rbect.v13n1.9888>. Acesso em: 03 abr. 2021.

GIRALDO, Victor. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. **Ciência e Cultura**, São Paulo, v. 70, n. 1, jan./mar., p. 37-42, 2018.

GONCALVES, Harryson Júnio Lessa; PIRES, Célia Maria Carolino. Educação matemática na educação profissional de nível médio: análise sobre possibilidades de abordagens interdisciplinares. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 48, p. 230-254, abr. 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a12>. Acesso em: 03 abr. 2021.

IEZZI, Gelson. *et al.* **Matemática**: ciência e aplicações - Ensino Médio, v. 2, 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

JESUS, Thamires Belo de; PRANE, Bruna Zution Dalle. Modelagem Matemática e Função Exponencial: uma experiência com a proliferação de fungos com licenciandos em Matemática. In: VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática. **Anais... Canoas - RS, Ulbra**, 2017. Disponível em: <https://bit.ly/3KQFkIJ>. Acesso em: 04 fev. 2019.

MORTIMER, Eduardo Fleury; AMARAL, Luiz Otávio F. Quanto mais quente melhor: calor e temperatura no ensino de termoquímica. **Química Nova na Escola**, n. 7, mai., p. 30-34, 1998. Disponível em: <https://bit.ly/3ZqacnE>. Acesso em: 06 fev. 2019.

OCAMPO, Daniel Morin; SANTOS, Marcelli Evans Telles dos; FOLMER, Vanderlei. A interdisciplinaridade no ensino é possível? Prós e contras na perspectiva de professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1014-1030, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a09>. Acesso em: 08 out. 2021.

PIMENTEL, Deborah da Silva; SOUZA, Ana Clara Frossard; SÁ, Lauro Chagas e. Um perfil dos professores que compartilham experiências de Educação Matemática com estudantes da Educação Profissional e Tecnológica. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 8, n. 24, p. 19-31, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.30938/boehm.v8i24.5441>. Acesso em: 08 dez. 2021.

SÁ, Lauro Chagas e. **Educação Matemática na Educação Profissional e Tecnológica**: contribuições para uma formação integral em resistência à precarização do trabalho. Tese (Doutorado em Ensino e História da Matemática e da Física) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática. Rio de Janeiro, RJ, 2021.

SÁ, Lauro Chagas e; COSTA, Lara Sossai Corrêa da; PRANE, Bruna Zution Dalle. Modelagem Matemática de problemas logísticos: discutindo o processo de entrega de urnas para eleição do Reitor do IFES. **Revista Eletrônica de Matemática (Remat)**, v. 5, n. 1, p.73-83, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.35819/remat2019v5i1id3261>. Acesso em 15 jun. 2021.

SÁ, Lauro Chagas; JORDANE, Alex; GIRALDO, Víctor Augusto. De instrumentos do trabalho a recursos didáticos para aulas de Matemática: experiências em e para cursos técnicos. **Acta Scientiae**, v. 23, p. 136-161, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6380>. Acesso em 27 mar. 2022.

SANTANA, José Ernandes Oliveira de. **Matemática Aplicada à Química**. Dissertação (Mestrado em Matemática), Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (ProfMat), Universidade Federal do Ceará, Fortaleza - CE, 2016.

SILVA, Elion. **O conhecimento do professor de matemática do Ensino Médio Integrado: perspectivas para a formação de professores**. Tese (Doutorado em Ensino e História da Matemática e da Física) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática. Rio de Janeiro, RJ, 2020.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da Educação Matemática Crítica**. São Paulo: Papirus, 2008.

STEWART, James. **Cálculo**, volume 2. Trad. EZ2. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

ZILL, Dennis G.; CULLEN, Michael R. **Equações Diferenciais**, volume 1. Trad. Antonio Zumpano. São Paulo: Pearson Makron, 2001.

RECEBIDO EM: 22 mai. 2022

CONCLUÍDO EM: 22 jan. 2023