

TAREFAS MATEMÁTICAS PARA ENSINAR OBJETOS DE CONHECIMENTO DA UNIDADE TEMÁTICA GRANDEZAS E MEDIDAS

MATHEMATICAL TASKS TO TEACH OBJECTS OF KNOWLEDGE OF THE THEMATIC UNIT QUANTITIES AND MEASURES

TAREAS MATEMÁTICAS PARA ENSEÑAR OBJETOS DE CONOCIMIENTO DE LAS CANTIDADES Y MEDIDAS

DANIEL MAUÉS DA CUNHA¹
JOUBERT LIMA FERREIRA²

RESUMO

Este tem como objetivo analisar as tarefas matemáticas para ensinar a unidade temática Grandezas e Medidas presentes em uma coleção de livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental. O suporte teórico da pesquisa está ancorado na literatura sobre tarefas matemáticas, como Stein e Smith (1998), Ponte (2005) e Barbosa (2013). Além disso, usamos o modelo didático proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) para o ensino de área de figuras planas como grandeza adaptado para outras grandezas definidas na Base Nacional Comum Curricular. Analisou-se a coleção Matemática Bianchini (2015), adotado pela rede municipal de ensino em Barreiras-Bahia. Os resultados apontam que a coleção analisada apresenta quase que exclusivamente tarefas do tipo exercício e problemas para ensinar a unidade temática grandezas e medidas e a abordagem das grandezas e medidas apresentada na coleção tem caráter numérico, não sendo suficiente para apresentar uma grandeza como um atributo, dissociando o quadro das grandezas, do quadro geométrico e do quadro das medidas.

Palavras-chave: Grandezas e medidas. Tarefas matemáticas. Livro didático.

ABSTRACT

This aims to analyze the mathematical tasks to teach the thematic unit Quantities and Measures present in a collection of mathematics textbooks from the final years of elementary school. The theoretical support of the research is anchored in the literature on mathematical tasks, such as Stein and Smith (1998), Ponte (2005) and Barbosa (2013). In addition, we used the didactic model proposed by Douady and Perrin-Glorian (1989) for the teaching of flat figures area as greatness adapted to other greatness defined in the Common National Curriculum Base. The Bianchini Mathematics collection (2015), adopted by the municipal school system in Barreiras - Bahia, was analyzed. The results indicate that the collection analyzed presents almost exclusively tasks of the exercise type and problems to teach the thematic unit quantities and measures and the approach of the quantities and measures presented in the collection has numerical character, not being sufficient to present a greatness as an attribute, dissociating the picture of the quantities, geometric picture and the framework of the measures.

Keywords: Quantities and measures. Math tasks. Textbook.

¹ Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Oeste da Bahia. E-mail: daniel.jp.cunha@hotmail.com ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5984-4545>

² Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana. Professor na Universidade Federal do Oeste da Bahia. E-mail: jou-bert.ferreira@ufob.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4610-4740>

RESUMEN

Con ello se pretende analizar las tareas matemáticas enseñar la unidad temática Cantidades y Medidas presente en una colección de libros de texto matemáticos de los últimos años de primaria. El apoyo teórico de la investigación está anclado en la literatura sobre tareas matemáticas, como Stein y Smith (1998), Ponte (2005) y Barbosa (2013). Además, utilizamos el modelo didáctico propuesto por Douady y Perrin-Glorian (1989) para la enseñanza del área de figuras planas como grandeza adaptada a otras grandezas definidas en la Base Curricular Nacional Común. Se analizó la colección Bianchini Mathematics (2015), adoptada por el sistema escolar municipal en Barreiras-Bahia. Los resultados indican que la colección analizada presenta casi exclusivamente tareas del tipo de ejercicio y problemas para enseñar las cantidades y medidas temáticas de la unidad y el enfoque de las cantidades y medidas presentadas en la colección tiene carácter numérico, al no ser suficiente para presentar una grandeza como atributo, desvinculando la imagen de las cantidades, la imagen geométrica y el marco de las medidas.

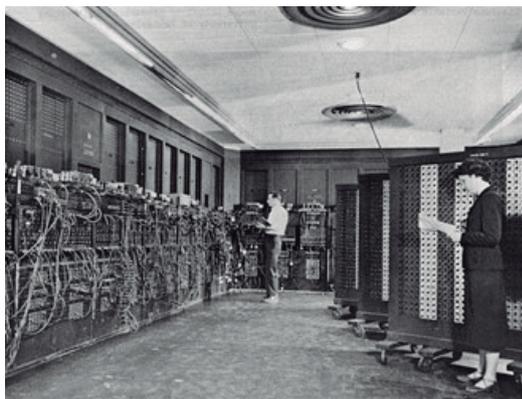
Palabras-clave: Cantidades y medidas. Tareas matemáticas. Libro de texto.

INTRODUÇÃO

No Brasil do século XX, houve uma popularização dos eletroeletrônicos como televisores, rádios, toca fitas, *micro system*, máquina fotográfica, videogames etc. Agora, no século XXI, a grande maioria dos equipamentos foram substituídos por um único aparelho eletrônico capaz de realizar todas as funções que outrora fora desempenhas por aparelhos diversos, o Smartphone. Essa substituição foi possível graças as reduções significativas nas medidas dos componentes eletrônicos.

O conhecimento sobre as grandezas e medidas que no passado permitiu às civilizações antigas construir pirâmides, muralhas, navios e arranha céus, agora, com o avanço das técnicas, permitiu ao homem realizar o caminho inverso, a miniaturização de máquinas e equipamento em uma escala nunca vista. Na figura 01, um dos primeiros computadores fabricados conhecido como ENIAC³, este ocupava uma sala toda devido ao seu grande tamanho. Após os avanços científicos, conforme figura 02, vê-se um computador centenas de vezes mais poderoso e um pouco maior do que uma folha de papel A4.

Figura 1 - ENIAC e suas 18 mil válvulas.



Fonte: Wikimedia Commons/Domínio Público.

Figura 2 - Notebooks cada vez mais poderosos.



Fonte: Divulgação/Asus.

³ ELETRONIC NUMERICAL INTEGRATOR AND COMPUTER (ENIAC - em português: computador integra-dor numérico eletrônico) foi o primeiro computador digital eletrônico de grande escala.

Assim, parece muito oportuno a discussão e há muitas pesquisas (e.g. SILVA; JELINEK; BECK, 2015; RIGHI; SANTAROSA; MATHIAS, 2019) acerca das grandezas e medidas, pois diante desta realidade de mudanças da sociedade moderna, professores deverão buscar novas formas de ensino e de aprendizagem que preparem os alunos para lidar tanto com grandezas em escala macro, como em escala micro. Neste sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece que o aluno deva ser capaz de:

[...] reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros. (BRASIL, 2018, p. 413)

O livro didático é um dos materiais que orientam a prática do professor que atuam na educação básica, em especial pelas sequências de tarefas apresentadas. Com a reorganização do ensino dos currículos de matemática a partir da BNCC, novas abordagens e estratégias devem permear a prática docente, principalmente pelo uso de tarefas de natureza investigativa. Porém, será o livro didático apresenta tarefas dessa natureza? Quais são as tarefas matemáticas para ensinar a unidade temática grandezas e medidas? Assim, a atenção se volta para os livros didáticos, pois este está presente em escolas brasileiras, sendo o principal material de apoio utilizado nas aulas, por vezes o único (SANTOS; SANTOS, 2015).

Este artigo tem como objetivo analisar tarefas matemáticas para ensinar grandezas e medidas presentes em uma coleção dos anos finais do ensino. Para nortear esta pesquisa, realizou-se uma revisão de literatura a fim de relacionar trabalhos publicados que pudessem ampliar a compreensão acerca do problema de pesquisa e a análise de uma coleção de matemática dos anos finais do ensino fundamental. A importância deste estudo repousa em sua relevância ao tratar de um assunto tão presente na sociedade moderna como as grandezas e medidas e por abordar as tarefas matemáticas que são fundamentais no ensino da matemática.

Portanto, com a finalidade de alcançar o objetivo proposto neste trabalho, apresenta-se literatura já produzida sobre o tema, essencial ao levantamento de constructos teóricos que potencializem a apresentação e discussão dos dados. Depois, os procedimentos metodológicos utilizados, seguidos da discussão sobre os dados e, por fim, as considerações finais.

O QUE DIZ A LITERATURA SOBRE TAREFAS MATEMÁTICAS E GRANDEZAS E MEDIDAS

Tarefas Matemáticas

Ao pensar no ensino da matemática, talvez a primeira questão que surja à mente é qual metodologia de ensino utilizar? Ou quais técnicas de ensino são mais adequadas? Talvez outras inquietações possam ser levantadas nesta hora, mas uma coisa parece não deixar dúvida quando se fala do ensino de matemática, este se dá através de tarefas matemáticas. Neste sentido, Ponte (2014, p. 16) esclarece que “as tarefas são ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática”. Além disso, Canavarro e Santos (2012, p. 102) mencionam que:

[...] as tarefas são um elemento fundamental que muito marcam as possibilidades de aprendizagem matemática dos alunos. Na atualidade, tanto a seleção de tarefas adequadas e ricas, como o seu desenvolvimento na aula com os alunos, coloca grandes desafios ao professor, sendo estas duas atividades componentes essenciais da sua prática letiva.

Tarefas matemáticas tem sido um tema bastante pesquisado (GAFANHOTO; CANAVARRO, 2012; JUNKERFEURBOM; KLUBER, 2017), pois é importante no trabalho do professor (PIRES, 2011), na dinâmica do processo de ensino e de aprendizagem (FERREIRA; BURIASCO, 2015), na formação continuada de professores que ensinam matemática (CYRINO; JESUS, 2014) e conseqüentemente na elaboração ou escolha de tarefas adequadas aos objetivos de ensino (WICHNOSKI; KLUBER, 2018; HENRIQUES, 2013; LOTH; SILVA, 2013).

A vida de estudante é marcada por uma grande quantidade de tarefas e talvez as mais temidas sejam as tarefas matemáticas. Mas o que vem realmente a ser uma tarefa matemática? Para Stein e Smith (2009, p. 22) uma tarefa é “definida como um segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular”. Ponte (2005, p. 1) nos diz que “quando se está envolvido numa atividade, realiza-se uma certa tarefa. Uma tarefa é, assim, o objetivo da atividade”. Desse modo, tarefa é resultado de uma atividade implementada em sala de aula, com o objetivo de desenvolver uma ideia matemática.

As tarefas matemáticas podem ser classificadas em vários tipos conforme as características analisadas. Neste trabalho, são analisados alguns critérios de classificação das tarefas matemáticas. Stein e Smith (2009) classificam as tarefas matemáticas tendo como critério o nível de exigência cognitiva: tarefas de exigência de nível baixo e exigência de nível elevado.

As tarefas de exigência de nível baixo são desprovidas de contexto ou significado para o aluno, sendo necessário apenas a memorização e utilização de algoritmos usuais. São classificadas em tarefas de memorização e tarefas como procedimentos sem conexão. Na primeira, as tarefas são resolvidas pela simples aplicação de regras memorizadas, e, na segunda, a utilização de algoritmos que solucionam a tarefa de forma mecânica, sem atribuir significado para o aluno. Já nas tarefas de exigência de nível elevado, dotadas de contexto e apresentam ideias matemáticas subjacentes, são nomeados procedimentos com conexões e fazendo matemática. Nas tarefas procedimentos com conexões, apresentam um contexto que ajuda a desenvolver uma certa ideia matemática através de ideias subjacentes presentes na tarefa. Por outro lado, as tarefas tipo fazendo matemática levam os alunos a pensarem e elaborarem sua própria forma de resolver o que se pede. (STEIN; SMITH, 2009).

Uma outra classificação das tarefas matemáticas é a proposta por Ponte (2005, p. 2), na qual ele distingue cinco tipos básicos de tarefas “os problemas, os exercícios, as investigações, os projetos e as tarefas de modelação”. Esta classificação é bastante empregada nos trabalhos que tratam sobre tarefas matemáticas (PIRES, 2011; CANAVARRO; SANTOS, 2012; GAFANHOTO; CANAVARRO, 2012; WICKNOSKI; KLUBER, 2018).

Ponte (2005) enfatiza que nas tarefas tipo problemas o aluno não dispõe de um processo imediato para resolver, sendo necessário pôr em prática suas faculdades intelectivas. Por outro lado, nas tarefas tipo exercícios, os alunos já dispõem de um processo pronto para resolver as tarefas, estas servem apenas para pôr em prática os conhecimentos anteriormente adquiridos. Outro tipo de tarefa é a investigação, é apresentado aos alunos um tema a ser discutido em sala de aula, então os alunos

são levados a realizar uma investigação acerca do tema para coletar dados e resolver as questões levantadas (PONTE, 2005). Neste sentido:

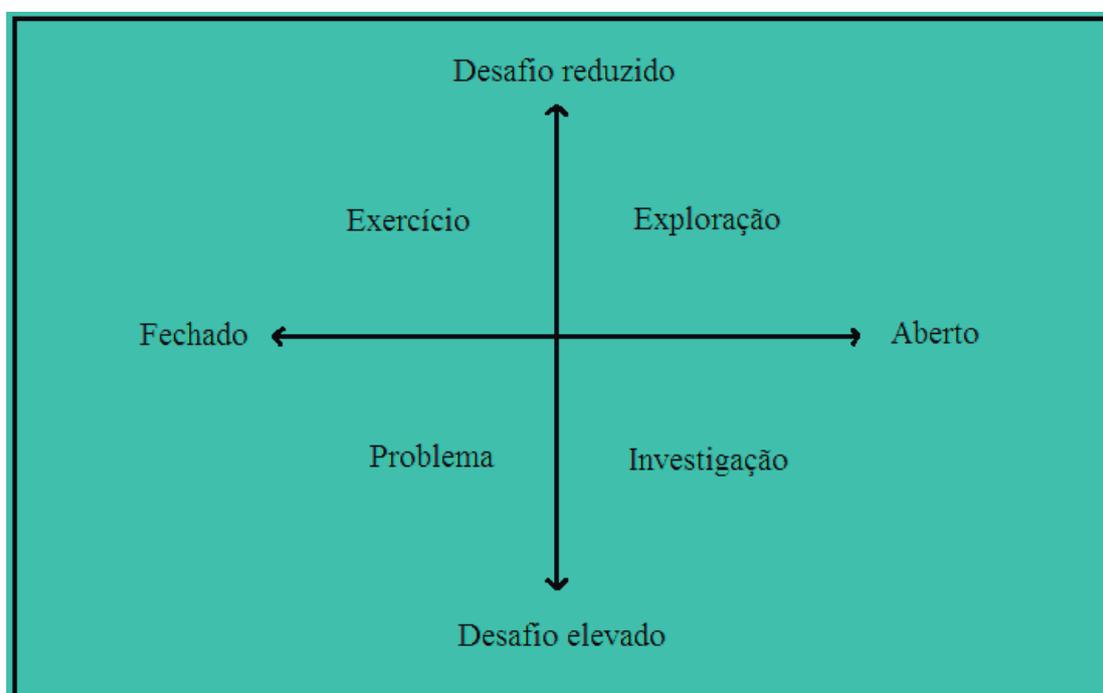
[...] em uma investigação propriamente dita, os alunos partem de uma dada situação inicial e, a partir dela, formulam questões e percorrem caminhos escolhidos por eles mesmos. Por isso, não é possível prever, ao menos na totalidade, os pontos de chegada (JUNKERFEURBOM; KLUBER, 2017, p. 9).

Ponte (2005, p. 7) salienta que “as investigações, mais do que os problemas, promovem o envolvimento dos alunos, pois requerem a sua participação ativa desde a primeira fase do processo - a formulação das questões a resolver”.

Além disso, Ponte (2005) aponta que as tarefas matemáticas estão fundamentadas em dois aspectos muito importantes, são eles o nível de dificuldade e a estrutura. Desta forma, Ponte (2005, p. 7) esclarece que “duas dimensões fundamentais das tarefas são o grau de desafio matemático e o grau de estrutura”. O grau de desafio e o nível de dificuldade atribuído a uma tarefa matemática pode variar entre os polos, sendo de desafio “reduzido” e “elevado”. As tarefas também podem ser avaliadas quanto a sua estrutura, classificadas em aberta ou fechada. As tarefas fechadas são aquelas em que são fornecidos os dados e solicita-se uma determinada resposta e as tarefas abertas são aquelas em que os dados fornecidos e o que é perguntado apresentam um certo grau de indeterminação (PONTE, 2005).

Utilizando os critérios de grau de desafio e estrutura de uma tarefa, Ponte (2005) apresenta uma classificação para as tarefas que pode ser resumido na figura 03, abaixo.

Figura 3 - Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e abertura.



Fonte: Ponte (2005, p. 8).

As tarefas do tipo exploração são tarefas que se diferenciam das investigações justamente pelo grau de desafio. Neste sentido,

[...] entre as tarefas de exploração e as de investigação a diferença está portanto no grau de desafio. Se o aluno puder começar a trabalhar desde logo, sem muito planejamento, estaremos perante uma tarefa de exploração. Caso contrário, será talvez melhor falar em tarefa de investigação (PONTE, 2005, p. 8).

Outra dimensão das tarefas matemáticas é a duração. Segundo Ponte (2005), “a realização de uma tarefa matemática pode requerer poucos minutos ou demorar dias, semanas ou meses”. A duração é naturalmente um fator importante a ser considerado na hora de propor uma tarefa, pois a atividade desenvolvida em sala de aula obedece a uma carga horária prevista na legislação educacional vigente. As tarefas matemáticas, com base no seu tempo de duração, podem ser agrupadas conforme a figura 04, abaixo:

Figura 4 - Relação entre tipos de tarefas em termos da duração.



Fonte: Ponte (2005, p. 10).

Ponte (2005) esclarece que uma tarefa tipo projeto é um tipo de tarefa que compartilha muitas características de uma investigação, mas que se diferencia da investigação justamente pela duração, pois um projeto é uma tarefa de longa duração.

Por fim, vários são os aspectos que envolvem uma tarefa matemática. Ponte (2005) e Ponte e Quaresma (2012) analisaram a importância do contexto nas tarefas matemáticas e nos mostram que as tarefas podem ser elaboradas dentro de um contexto de realidade, semirrealidade e matemático. Assim, uma tarefa no contexto de realidade é aquela que representa uma situação real que poderia muito bem ser vivida pelo aluno. Já as tarefas de semirrealidade são aquelas que apresentam uma realidade aparente, na qual o contexto foi criado com fins educativos, mas que dificilmente podem ser vivenciados pelos alunos (SKOVSMOSE, 2000). Nas tarefas formuladas em um contexto matemático não fazem qualquer referência à realidade, são elaboradas exclusivamente dentro de um contexto matemático.

Algumas considerações importantes apresentadas por Ponte e Quaresma (2012) podem ser listadas. A primeira diz respeito a importância a ser atribuída a cada um dos contextos, pois cada contexto tem sua importância no ensino da matemática, não sendo um mais importante do que o outro, mas cabe distinguir o contexto mais adequado para favorecer o desenvolvimento do tema e do conceito matemático. Outra importante consideração acerca do contexto das tarefas matemáticas é o fato de que é um equívoco pensar que as tarefas matemáticas têm que ser formuladas exclusivamente dentro de um contexto da realidade. Neste sentido,

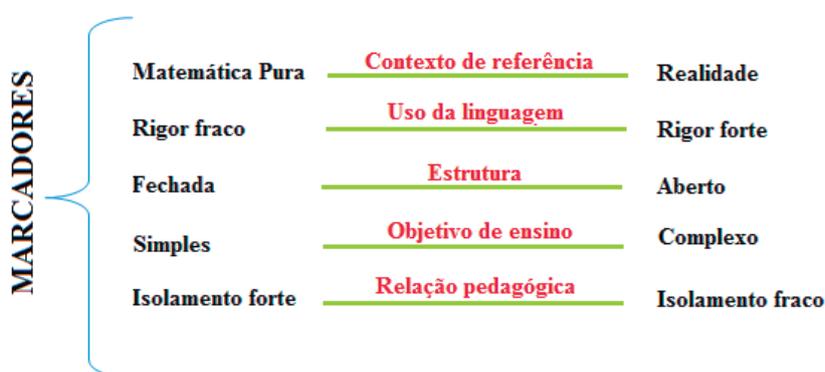
[...] as questões formuladas em contextos de realidade têm o seu papel, mas as questões formuladas em contextos de semirrealidade e em contextos matemáticos têm também um importante papel a desempenhar. Cabe ao professor, decidir qual a natureza das tarefas a propor aos seus alunos, em função do que verifica ser mais aconselhável em cada momento do seu percurso de aprendizagem. (PONTE; QUARESMA, 2012, p. 19)

Ponte e Quaresma (2012) destacam mais que servir para motivar os alunos, o contexto deve ser usado como suporte para a aprendizagem da matemática. Cabe salientar que o grau de desafio pode levar uma tarefa a ser tipo exploração ou investigação. Além disso, como Ponte (2005, p. 10, grifo do autor) salientou:

[...] as chamadas *tarefas de modelação* são, no fundo, tarefas que se apresentam num contexto de realidade. Estas tarefas revestem-se, de um modo geral, de natureza problemática e desafiante, constituindo problemas ou investigações, conforme o grau de estruturação do respectivo enunciado.

Uma outra contribuição teórica para a análise das tarefas matemáticas é proposta por Barbosa (2013). Este, propõe marcadores de tarefas para analisar os atributos das tarefas matemáticas, sendo os marcadores de tarefas compreendidos como ferramentas para analisar os atributos das tarefas matemáticas (BARBOSA, 2013). São propostos os seguintes marcadores de tarefas: contexto de referência, uso da linguagem, estrutura, objetivo de ensino e relação pedagógica, conforme figura 05.

Figura 5 - Marcadores de tarefas e suas variações de qualidade.



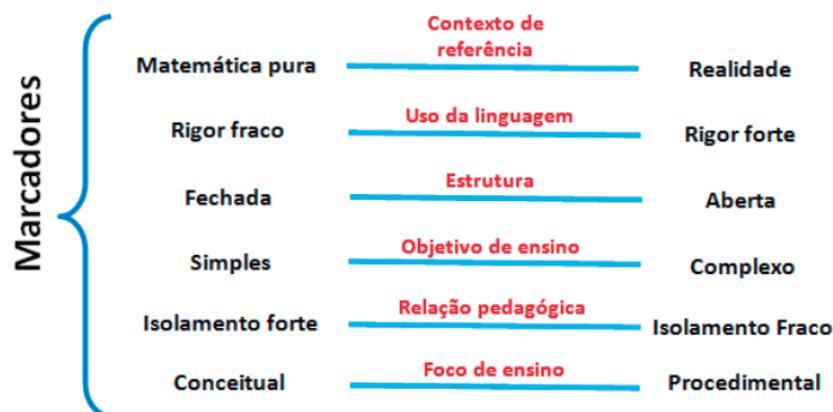
Fonte: Barbosa (2013, p. 219).

O *contexto de referência* de uma tarefa tem origem em Skovsmose (2000), já mencionado acima, em Ponte (2005). *Uso da linguagem*, remete ao nível de formalidade apresentado no contexto da tarefa, podendo variar entre rigor forte e rigor fraco. Nas tarefas cujo contexto é dotado de termos matemáticos específicos seria classificada como rigor forte e em tarefas onde o contexto é apresentado em uma linguagem mais informal, sem a utilização de uma linguagem mais técnica, tem-se rigor fraco (BARBOSA, 2013).

O marcador *estrutura* pode variar entre fechada e aberta. Se a tarefa indica o caminho a ser percorrido ou os possíveis resultados, são tarefas com estrutura fechada; já tarefas em que não delimita os caminhos ou os resultados esperados, tem estrutura aberta. O marcador objetivo de ensino, trata-se do nível de dificuldade, diz respeito a complexidade matemática com que os alunos precisam lidar ao resolverem determinada tarefa, podendo variar entre simples e complexo. A *relação pedagógica* denota a relação dialógica que se estabelece entre professor e aluno. Esse marcador indica a qualidade da comunicação que se estabelece entre o transmissor e o receptor, podendo variar entre um isolamento forte e um isolamento fraco. (BARBOSA, 2013).

Os marcadores de tarefas são importantes, pois permitem analisar os atributos de uma tarefa e desta forma pode ser utilizado como uma ferramenta na análise de tarefas elaboradas por professores (BARBOSA, 2013). Os marcadores de tarefas ampliam o entendimento sobre como professores podem explorar as potencialidades das tarefas matemáticas, tanto na elaboração como na escolha adequada destas. A partir do modelo proposto por Barbosa (2013), Costa, Oliveira e Silva (2017) ampliam esse estudo propondo mais um marcador: *foco no ensino*. As tarefas com foco conceitual são aquelas que os alunos são capazes de construir conceitos, enquanto as tarefas procedimentais possibilitam aos alunos apenas realizarem procedimentos. Os conceitos expostos são sintetizados na figura 6.

Figura 6 - Novo marcador de tarefas e suas variações de qualidade.



Fonte: Costa, Oliveira e Silva (2017, p. 62).

Portanto, espera-se que esse constructo teórico seja capaz de subsidiar de maneira ampla os atributos presentes em uma tarefa matemática, contudo é evidente que outros atributos e classificações podem ser aplicados. No entanto, os critérios escolhidos são considerados suficientes para atingir o objetivo desta pesquisa.

Grandezas e Medidas

As grandezas e medidas estão presentes no dia a dia, nas profissões, nas ciências e na cultura (LIMA; BELLEMAIN, 2010; MORAIS; BELLEMAIN; LIMA, 2014). Elas também estão presentes nos documentos curriculares oficiais da educação brasileira. Conforme a BNCC,

[...] a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas - ou seja, das relações métricas -, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico (BRASIL, 2018, p. 273).

Este tema tem recebido muita atenção nos últimos anos, pois vários trabalhos têm abordado as grandezas e medidas (FIGUEIREDO; BELLEMAIN; TELES, 2014; BALLEJO; VIALI, 2018; FERNANDES; HEALY, 2010; WALLE, 2009). Neste sentido, pesquisas tem buscado analisar dificuldades apresentadas por alunos ao lidarem com esse tema (ARAÚJO; SANTOS, 2009; FIGUEIREDO; BELLEMAIN; TELES, 2014; SANTOS, 2014). Outras pesquisas têm buscado elaborar sequências didáticas para favorecer o ensino de grandezas como comprimento, área e volume (SILVA; LOPES, 2013; FERREIRAS; SCORTEGAGNA, 2018).

Muitas pesquisas (SILVA; NUNES, 2018; SANTOS, 2018; TELES; BELLEMAIN, 2010; RODRIGUES; BELLEMAIN, 2016; BELLEMAIN; BIBIANO; SOUZA, 2018; MORAIS; SANTOS; BELLEMAN, 2017; SANTOS; SANTOS, 2015; TELES; SÁ, 2010) fazem uso do modelo didático para o ensino de área como grandeza proposto por Duoady e Perrin-Glorian (1989). Neste sentido, alguns trabalhos adaptaram esse modelo para o ensino das grandezas geométricas comprimento e volume (LIMA; BELLEMAIN, 2010; MORAIS; LIMA; BELLEMAIN, 2014).

Este modelo didático consiste em dissociar a grandeza, o objeto geométrico e a medida. Utilizar comprimento, área e volume como grandezas independentes significa distinguir três quadros: o geométrico, formados pelos objetos geométricos; o numérico, formado por suas medidas, que são constituídas de um número real positivo e a grandeza que junta o quadro geométrico e o numérico. Uma maneira de representar uma grandeza é pelo par número e a unidade de medida (ROSA DOS SANTOS; CÂMARA DOS SANTOS, 2015; BELLEMAIN; LIMA, 2002; LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Assim, este modelo didático permeia as discussões nessa pesquisa com o objetivo de compreender melhor o tema das grandezas e medidas.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa foi realizada dentro de uma perspectiva qualitativa (ALVES-MAZZOTI; GEWANDS-ZNAJDER, 2002), de caráter interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Assim, os conceitos teóricos acerca das tarefas matemáticas propostos por Stein e Smith (2009), Ponte (2005), Barbosa (2013) e o modelo didático para o ensino de área como grandeza proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) adaptado também para comprimento e volume são usados para analisar as tarefas matemáticas presentes em uma coleção de matemática dos anos finais do ensino fundamental.

A coleção analisada é a Matemática Bianchini, 8ª edição, Editora Moderna, ano 2015, aprovada pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) para o triênio 2017, 2018 e 2019. A escolha por esta coleção se deve ao fato desta coleção ser amplamente utilizada na rede pública de ensino do município. Este fato é devido ao município de Barreiras, estado da Bahia, adotar o modelo de escolha única para todas as escolas da rede municipal de ensino, fato que pode ser verificado através do Sistema Integrado de Monitoramento Execução e Controle (SIMEC), sistema do Ministério da Educação. A coleção citada é composta por quatro volumes, sendo distribuída aos alunos do 6º ano ao 9º ano do ensino fundamental. A coleção foi gentilmente cedida pela direção de uma escola da rede, mediante empréstimo e com o objetivo de ser objeto de estudo nesta pesquisa.

A análise da coleção foi realizada tendo como aporte teórico os estudos realizados na fundamentação teórica acerca das tarefas matemáticas. Esta etapa foi constituída pelos seguintes processos: leitura minuciosa dos sumários, a fim de verificar na coleção quais os capítulos que abordam as grandezas e medidas; análise dos capítulos com o objetivo de catalogar as tarefas apresentadas para ensinar os conteúdos relativos às grandezas e medidas; e, por fim, a classificação de tarefas encontradas com objetivo de realizar inferências acerca dos dados produzidos. Além disso, os livros didáticos foram codificados, para fins de dar dinamismo ao processo, em Livro Didático 01 (LD01), Livro Didático 02 (LD02), Livro Didático 03 (LD03) e Livro Didático 04 (LD04).

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Realizada a leitura minuciosa dos sumários, esta permitiu localizar nos sumários os capítulos que estão relacionados com as grandezas e medidas. O resultado e a apresentação dos dados encontrados podem ser visualizados no quadro 01.

Quadro 1 - Distribuição da unidade temática grandezas e medidas nos LD.

Livro Didático	Total de Capítulos	Capítulos sobre Grandezas e Medidas
LD01	11	3
LD02	10	3
LD03	9	2
LD04	9	2

Fonte: Elaboração do autor.

Após localizados os capítulos que apresentam relevância, procedeu-se a análise. Esta análise consistiu na leitura minuciosa dos capítulos encontrados e seleção dos capítulos que tratam de tarefas para o ensino das grandezas e medidas. Os dados encontrados foram organizados no quadro 02.

Quadro 2 - Distribuição da unidade temática grandezas e medidas nos sumários.

LD01		LD02		LD03		LD04	
CAPÍTULO / n°		CAPÍTULO / n°		CAPÍTULO / n°		CAPÍTULO / n°	
5	Retas e ângulos	3	Ângulos	1	Retas e ângulos	8	Circunferência, arcos e relações métricas
10	Comprimentos e Áreas	7	Simetrias e ângulos	9	Estudo da circunferência e do círculo	9	Polígonos regulares e áreas
11	Outras unidades de medidas	10	Área de regiões poligonais	-	-	-	-

Fonte: Elaboração do autor.

Existem vários capítulos relacionados ao estudo das grandezas e medidas, uns destinados especificamente ao ensino de grandezas geométricas, outros capítulos relacionados com outras grandezas. Inicialmente consoante ao que prevê a BNCC, as grandezas encontradas na coleção são: abertura de ângulo, comprimento, perímetro, área, volume, capacidade, tempo e massa.

Em seguida foram catalogadas as tarefas destinadas a trabalhar as principais grandezas presentes na coleção, tendo como marco de partida a grandeza abordada e o registro das tarefas apresentadas para ensinar essa grandeza. Desta forma, foi escolhida uma grandeza e verificado quais tarefas eram apresentadas para ensiná-la. Após isso, realizou-se a leitura de cada tarefa, classificando-as em um dos cinco tipos encontrados em nossa fundamentação teórica: exercício, problema, exploração, investigação e projeto.

Os dados relativos à catalogação das tarefas divididos por tipo de grandeza abordada e por tipo de tarefa, podem ser vistos no quadro 03.

Quadro 3 - Distribuição das tarefas por grandezas.

Grandeza	Exercício	Problema	Exploração	Investigação	Projeto	Total
Abertura de Ângulo	80	10	0	0	0	90
Comprimento	13	8	0	0	0	21
Perímetro	2	9	0	0	0	11
Área	53	93	2	0	0	148
Tempo	1	1	3	0	0	5
Volume	6	24	0	0	0	30
Capacidade	6	17	2	0	0	25
Massa	3	16	0	0	0	19
Total	164	178	7	0	0	349

Fonte: Elaboração do autor.

A maioria das tarefas presentes na coleção são do tipo exercício ou problemas. Este resultado é coerente com o encontrado por Junkerfeurbom e Kluber (2017) ao analisar dez livros de matemática do 8° ano do ensino fundamental, aprovado pelo PNLD 2014, sendo a falta de tarefas investigativas

uma tendência nos livros do ensino fundamental. Além disso, as três grandezas mais abordadas em número de tarefas são área, abertura de ângulo e volume (e capacidade), ficando as demais grandezas em segundo plano em relação ao número de tarefas. Uma possível causa para o enfoque em grandezas como área e volume se deve ao fato destas grandezas estarem relacionadas com outros campos da matemática (BELLEMAIN; LIMA, 2002; WALLE, 2009).

Os constructos teóricos propostos na fundamentação teórica, possuem pontos de intersecção. Barbosa (2013) utiliza os conceitos presentes em Stein e Smith (2009). Além disso, critérios utilizados por Ponte (2005) estão presentes nos marcadores de Barbosa (2013). Costa, Oliveira e Silva (2017) propõem um novo marcador complementar aos marcadores propostos por Barbosa (2013). Assim, a análise das tarefas, quanto aos seus atributos, será feita tendo por base o trabalho de Barbosa (2013), Ponte (2005) e Costa, Oliveira e Silva (2017).

Para ensinar a grandeza abertura de ângulo, a coleção apresenta esse conceito nos LD01, LD02 e LD03, existe uma grande quantidade de tarefas para ensinar esta grandeza. Consoante ao que prevê a BNCC, existem tarefas para reconhecer a presença de ângulos em figuras geométricas, problemas e exercícios com a grandeza abertura de ângulo em contextos variados. A figura 07, apresenta um exemplo.

Figura 7 - Abertura de ângulo.

22 A figura mostra turbinas de vento. Pela rotação de suas hélices, obtemos energia eólica, que é a energia obtida pelo movimento do vento. Nesta foto os três ângulos destacados têm a mesma medida. Calcule essa medida.



MAURICIO SIMONETTI/PULSAR IMAGENS

Aerogeradores do Parque Eólico Rio do Fogo, no litoral do Rio Grande do Norte. Esse parque entrou em operação em 2006, e suas 62 turbinas geram 49,3 MW de energia. (Foto de 2012.)

Fonte: Bianchini (2015b, p. 89).

Esta tarefa, proposta pelo LD02, apresenta vários atributos importantes para o ensino da grandeza ângulo. Ela está situada num contexto da realidade e em relação ao uso da linguagem, esta tarefa apresenta um rigor fraco ao fazer uso de uma linguagem simples optando por dizer que os ângulos apresentam a mesma medida de abertura, quando poderia dizer que os ângulos são congruentes.

No que diz respeito a estrutura, é fechada, pois tanto os dados fornecidos na questão como o resultado estão bem definidos e não deixam espaço para respostas alternativas.

Ainda, quanto ao objetivo de ensino, apresenta um objetivo de ensino simples, pois esta tarefa envolve apenas conceitos relacionados com a medida da abertura de ângulo, como por exemplo, saber que o ângulo de uma volta completa mede 360° , bastando fazer a divisão por três, dado que os três ângulos são iguais. Ponte (2005) sugere a possibilidade de uma tarefa variar seu grau de desafio entre desafio elevado e desafio reduzido, assim esta tarefa seria de desafio reduzido ou elevado, a depender se a tarefa se apresenta para o aluno como um exercício ou um problema.

No critério relação pedagógica, a tarefa tem um isolamento forte, pois possui uma estrutura fechada, não necessita de orientações do professor para sua realização. Quanto a classificação, esta tarefa pode ser considerada como um exercício (PONTE, 2005). Quanto à duração, esta tarefa apresenta uma duração curta, podendo ser realizada em uma única aula. Esta tarefa tem foco procedimental, pois tem como objetivo trabalhar a divisão da medida de um ângulo por um número natural (COSTA; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2017).

As tarefas apresentadas para ensinar a grandeza comprimento são diversificadas quanto aos seus atributos, mas quanto a abordagem da grandeza comprimento, não existem tarefas que façam a dissociação entre os quadros geométrico, das medidas e das grandezas. As tarefas encontradas para trabalhar o conceito de comprimento dão ênfase à conversão de unidades e ao cálculo numérico, direcionada ao 6º ano, conforme figura 08.

Figura 8 - Abordagem da grandeza comprimento.

21 Tenho um terreno retangular cujo comprimento é igual ao triplo da largura. Pensando em colocar um muro ao redor desse terreno, consultei um pedreiro para saber quantos tijolos deveria comprar. Ele me disse que seriam necessários 130 tijolos por metro. Então, comprei 10.000 tijolos. Sabendo que a largura desse terreno é de 10,8 m, sobraram ou faltaram tijolos? Quantos?

Fonte: Bianchini (2015a, p. 283).

A tarefa está no contexto da semirrealidade (SKOVSMOSE, 2000), apresentando uma realidade criada com o objetivo meramente didático. Possui rigor fraco (BABORSA, 2013), pois o rigor matemático está relacionado ao contexto, assim uma tarefa que está em um contexto da matemática pura terá um rigor forte e como esta tarefa está em um contexto de semirrealidade apresenta um rigor que se aproxima de um rigor fraco, pois o aluno necessita apenas de conceitos de retangular, largura, comprimento e múltiplo.

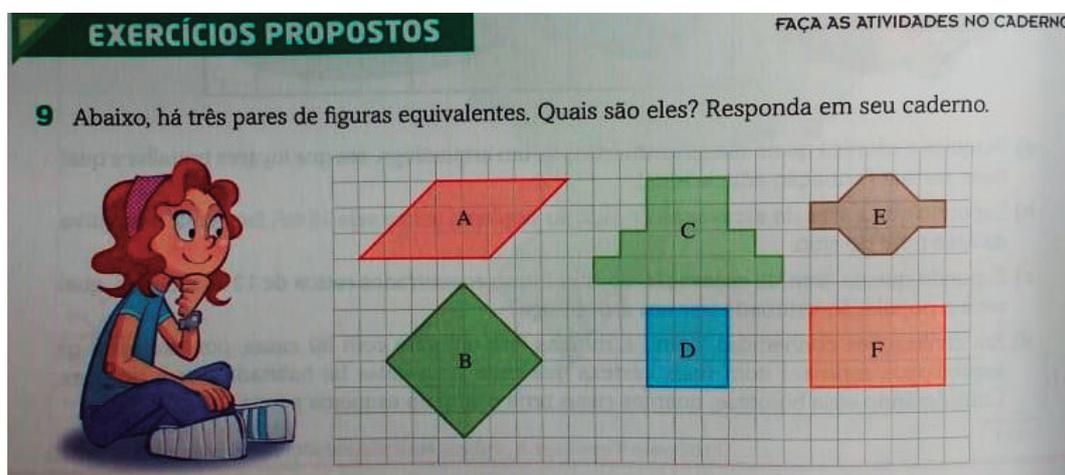
Quanto a estrutura, é fechada, pois os dados fornecidos na tarefa estão bem definidos e a resposta à tarefa também está bem definida, não tendo espaço para busca de novos dados ou respostas variadas (BARBOSA, 2013; PONTE, 2005). Quanto ao objetivo de ensino é complexo, pois mobiliza vários conceitos como formato retangular, a noção de múltiplo, conceito de perímetro e não pode ser resolvido por mera memorização de regras (BARBOBA, 2013; PONTE, 2005).

No marcador, grau de desafio, pode ser classificada como de desafio elevado, pois a tarefa é do tipo problema (PONTE, 2005). Possui isolamento fraco, necessita de uma maior interação entre professor e alunos. Quanto à duração é média e quanto ao foco de ensino, esta tarefa é conceitual e procedimental, já que está estruturada com foco no conceito de comprimento e perímetro, sendo necessário que o aluno mobilize esses conceitos para resolver o problema.

Quanto à abordagem da grandeza comprimento, esta tarefa, apesar de apresentar vários atributos interessantes para o ensino do conceito de comprimento e perímetro, não permite compreender comprimento como uma grandeza e não permite a dissociação entre comprimento e sua medida.

A grandeza área é abordada nos LD01, LD02 e LD04. Para o ensino da grandeza área há muitas tarefas tipo problemas e exercícios. A coleção analisada utiliza o termo figura de maneira genérica, se referindo a polígonos ou não e define como figuras equivalentes aquelas que possuem a mesma medida de área (BIANCHINI, 2015). Foi extraída uma tarefa do LD02, figura 09, para ensinar a grandeza área.

Figura 9 - Tarefas para ensinar a grandeza área.



Fonte: Bianchini (2015 b, p. 242).

A tarefa apresentada na figura 9 está construída em um contexto de referência da matemática pura ao envolver apenas objetos matemáticos. O atributo uso da linguagem sugere um rigor fraco no uso da linguagem, pois apresenta uma linguagem clara e de fácil entendimento pelo aluno, sem o uso exagerado de termos matemáticos, apresentando apenas a expressão "figuras equivalentes" como expressão matemática necessária para a compreensão do enunciado.

A estrutura é fechada, pois tanto os dados fornecidos, quanto a possível resposta para a tarefa estão bem definidas e não há a possibilidade de mudança (BARBOSA, 2013). Além disso, objetivo de ensino da tarefa é simples, trabalha apenas o cálculo de área por unidades de medidas não padronizadas. O grau de desafio dessa tarefa é reduzido, trata-se de uma tarefa tipo exercício, na qual o aluno é levado a praticar algoritmos e conceitos anteriormente apresentados pelo professor (PONTE, 2005).

O marcador relação pedagógica mostra que esta tarefa possui um isolamento forte, pois não deixa espaço para discussão entre o que é dado e o que é pedido na tarefa, assim há um distanciamento na relação pedagógica entre professor e aluno. Quanto ao marcador duração, esta tarefa é de curta duração, podendo ser trabalhado em uma ou duas aulas, juntamente com outras tarefas.

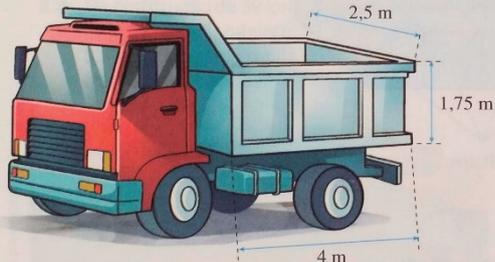
Quanto ao marcador foco de ensino, a tarefa possui foco conceitual, pois tem como objetivo trabalhar a equivalência de áreas de figuras planas (COSTA; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2017).

Quanto ao modelo didático para o ensino de área como grandeza, vemos que esta tarefa em análise apresenta de forma subjetiva uma dissociação entre a grandeza área e o objeto geométrico associado, mostrando que figuras diferentes podem ter a mesma área. Isso permite inferir que a grandeza área tem existência independentemente da forma da figura a que esteja associada (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; BELLEMAIN; LIMA, 2002; LIMA; BELLEMAIN, 2010), contribuindo para a aprendizagem de área como uma grandeza.

O conceito de volume é abordado no LD01, sendo mencionado novamente no LD04 por meio de duas sugestões de experiências com cartolina e areia. Isso contribui para uma quantidade de tarefas menor em relação a área. Para o conceito de volume, tem-se uma diversidade de tarefas quanto aos seus atributos. Como exemplo veja a tarefa retirada do LD02, na figura 10.

Figura 10 - Abordagem da grandeza volume.

18 Um deslizamento ocorrido em uma encosta de estrada deslocou $337,5 \text{ m}^3$ de terra sobre a pista. Para a limpeza dessa área, a prefeitura destinou caminhões com as dimensões indicadas na figura abaixo.



CLAUDIO CHIVO

a) No máximo, quantos m^3 de terra podem ser transportados em cada caminhão?
b) No mínimo, quantas viagens serão necessárias para transportar todo o entulho utilizando apenas um caminhão?

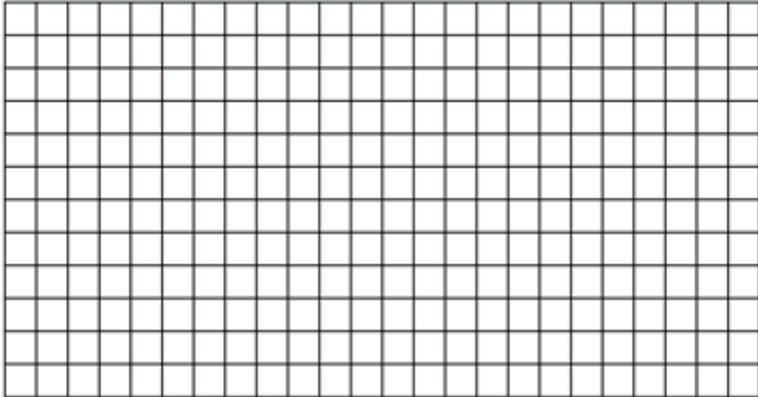
Fonte: Bianchini (2015 a, p. 312).

Tarefa com contexto de referência na semirrealidade; quanto ao uso da linguagem, o rigor é fraco; quanto a estrutura, é fechada; quanto ao objetivo de ensino, é complexo, e quanto a relação pedagógica, o isolamento é fraco. Quanto ao nível de desafio, é elevado, pois esta tarefa é um problema e sua duração é média. Quanto ao foco de ensino, esta tarefa se aproxima do foco procedimental, pois objetivo central da tarefa é o cálculo de volume.

As tarefas matemáticas trazem muitas possibilidades para o uso em sala de aula. Wichnoski e Kluber (2018, p. 59) propõe a reformulação de tarefas matemáticas em tarefas investigativas e salienta que “A (re)formulação de tarefas tidas como corriqueiras nas aulas de matemática em tarefas de Investigação Matemática caracteriza-se como um avanço teórico neste campo da Educação Matemática”. Para exemplificar essa potencialidade, a tarefa apresentada na figura 09, poderia ser reformulada em uma tarefa investigativa, conforme figura 11.

Figura 11 - Tarefa reformulada em tarefa investigativa

Desenhe seis figuras (A, B, C, D, E e F) na malha abaixo. Porém, há algumas regras a serem seguidas:



a) todas as figuras devem ser diferentes;
b) você deve formar três pares de figuras e cada par deve ter a mesma área.

Agora que você realizou a tarefas, vamos responder as questões abaixo:

1. Quais critérios você utilizou para diferenciar as figuras?
2. Existe no livro de matemática, que usamos em nossas aulas, algum conceito relacionado às figuras diferentes possuírem a mesma área? Caso sim, reescreva-o aqui.

Fonte: Elaboração do autor.

Sob esse novo enfoque, a tarefa de trabalhar áreas equivalentes ganha um aspecto mais desafiador, pois na primeira parte da tarefa não existe apenas uma resposta correta, sendo o aluno levado a explorar as possibilidades de construir figuras diferentes com a mesma medida de área. Já no segundo item, o aluno é levado a reflexão sobre as conclusões a que chegou no item anterior e precisará mostrar que compreendeu que tanto figuras com formatos iguais ou diferentes podem ter a mesma área. Já no terceiro item, o aluno é levado a buscar no livro didático o conceito de áreas equivalentes, iniciando uma pequena exploração em seu livro didático, mobilizando o espírito de busca do conhecimento. Portanto, são muitas as vantagens de se trabalhar as características das tarefas matemáticas.

Sobre as tarefas apresentadas na coleção, em uma análise mais geral, são variadas quanto ao contexto de referência, apresentado predomínio de tarefas em contexto da matemática pura e semirrealidade e em menor quantidade as de referência na realidade. Além disso, o perfil das tarefas apresentadas é, quanto ao rigor da linguagem, de rigor fraco, pois a linguagem é acessível e o uso da linguagem matemática é propício à aprendizagem dos conceitos matemáticos. Possui estrutura fechada, pois as tarefas do tipo exercício e problema possuem dados bem definidos e direcionados (BARBOSA, 2013; PONTE, 2005).

Quanto ao objetivo de ensino, as tarefas são simples e destinam-se a trabalhar os conteúdos abordados em cada seção. No marcador relação pedagógica, as tarefas variam entre um isolamento

fraco e forte, pois tarefas com exercícios propiciam um isolamento mais forte, ao passo que tarefas tipo problemas, por fornecerem condições de uma interação mais próxima entre professor e aluno, podem indicar isolamento fraco (BARBOSA, 2013). Na duração, as tarefas variam entre curta e média, e isso é coerente haja vista a maioria das tarefas são dos tipos exercício e problemas. Quanto ao critério grau de desafio, há desde reduzido a elevado, representado por exercícios e problemas simples. Quanto ao foco de ensino, as tarefas apresentam foco variando entre conceitual, conceitual e procedimental e procedimental.

Finalmente, verificou-se que apesar das grandezas comprimento, área e volume serem grandezas geométricas e permitirem diferenciar os quadros das grandezas, geométrico e das medidas, as tarefas presentes nesta coleção têm como foco o quadro das medidas. Isso pode contribuir para que os alunos entendam comprimento, área e volume como simples números que podem ser atribuídos a objetos geométricos (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; BELLEMAIN; LIMA, 2002, LIMA; BELLEMAIN, 2010). Além disso, apesar de apresentar algumas tarefas que permitem a dissociação entre os quadros geométrico, das medidas e das grandezas de forma isoladas, elas podem passar despercebidas pelos professores e alunos, em virtude de não haver a discussão na coleção sobre o tema.

No tocante as grandezas abertura ângulo, tempo e massa, estas são grandezas que não se enquadram no modelo teórico de grandezas independentes, mas tem grande importância como tema que está presente em várias áreas do conhecimento, como química, física, biologia e outros. Dada a importância destas grandezas, concluímos que a abordagem feita nesta coleção para ensinar as grandezas tempo e massa é muito superficial, pois a grandeza tempo foi abordada com apenas cinco tarefas e massa com dezenove tarefas. Por outro lado, vemos que a grandeza ângulo é bem trabalhada em termos de tarefas, pois apresenta 90 (noventa) tarefas, sendo que a maioria destas tarefas abordam apenas os aspectos numéricos desta grandeza, dando pouca ênfase em tarefas que permita identificar abertura de ângulo como uma grandeza.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, o objetivo foi analisar tarefas matemáticas para ensinar grandezas e medidas presentes em uma coleção dos anos finais do ensino fundamental. Esse tema é de muita importância para o ensino de matemática, pois abre espaço para a discussão de dois assuntos importantes, tarefas matemáticas e grandezas e medidas.

Os resultados mostraram que as principais tarefas apresentadas na coleção para ensinar o bloco grandezas e medidas são do tipo exercício e problemas, sendo quase inexistente as tarefas do tipo exploração, investigação e projeto. Isso mostra que as práticas investigativas nas aulas de matemática ainda têm um longo caminho a percorrer (JUNKERFEURBOM e BLUBER, 2017).

Quanto aos atributos das tarefas apresentadas na coleção para ensinar o tema grandezas e medidas, dada a grande quantidade de tarefas do tipo exercício e problemas, o perfil das tarefas encontradas é do tipo, quanto ao contexto de referência, apresentam em quantidade maior o contexto da matemática pura e semirrealidade e em número menor o contexto da realidade, há um esforço na coleção em apresentar tarefas contextualizadas com dados retirados da realidade.

Quanto ao uso da linguagem, o rigor é fraco, mas empregando sempre que possível a linguagem adequada para cada conceito matemático. Na estrutura são fechadas, devido ao predomínio de tarefas tipo exercícios e problemas, quanto a relação pedagógica possuem isolamento variando entre forte e fraco; quanto ao objetivo de ensino são simples. Quanto ao grau de desafio, variam entre

desafio reduzido e elevado, quanto à duração são curtas e médias. Quanto ao foco de ensino, as tarefas apresentam foco variando entre procedimental e conceitual (BARBOSA, 2013; COSTA; OLIVEIRA; SILVA, 2017; PONTE, 2005).

Finalmente, quanto ao modelo didático para ensinar as grandezas, a abordagem dada as grandezas geométricas comprimento, área e volume tem foco excessivo no quadro das medidas, significando que a ênfase do ensino destas grandezas é no aspecto numérico, o que pode ser verificado no fato de que a coleção define comprimento, área e volume como medidas. Isso pode causar nos alunos o equívoco de compreender estas grandezas como um número associado a um objeto geométrico (MORAIS, BELLEMAIN e LIMA, 2014). No tocante as demais grandezas, tempo e massa, vimos que a abordagem realizada sobre essas duas grandezas é muito superficial dada sua importância e interdisciplinaridade. Já a grandeza abertura de ângulo é bastante abordada na coleção, mas com ênfase no quadro das medidas.

REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2002.

ARAÚJO, A. J. de; SANTOS, M. C. dos. Avaliação Externa do Projovem: o caso de áreas e volumes. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 33, p. 23-50, 2009. Disponível em: <https://bit.ly/3MUln2w>. Acesso em: 15 out. 2019.

BALLEJO, C. C.; VIALI, L.. Aprendizagem de conceitos de área e perímetro com o GeoGebra no 6º ano do Ensino Fundamental. **Boem**, Joinville, v. 6, n. 12, p. 1-20, dez. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.5965/2357724X06122018001>. Acesso em: 15 out. 2019.

BARBOSA, J. C.. Designing written tasks in the pedagogic recontextualising field: proposing a theoretical model. In: BERGER, Margot. (Ed.). *Proceedings of the Seventh International Mathematics Education and Society Conference*, Cape Town: mês 7, p. 213-223, 2013. Disponível em: <http://mescommunity.info/mes7a.pdf>

BELLEMAIN, P. M. B.; BIBIANO, M. F. de A.; SOUZA, C. F. de. Estudar grandezas e medidas na Educação Básica. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 9, n. 1, p. 1-16, 2018. Disponível em: <https://bit.ly/3lbi439>. Acesso em: 15 out. 2019.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F.. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Natal: Editora da SBHMat, 2002.

BIANCHINI, E.. **Matemática Bianchini**. 8. ed. São Paulo, Moderna. 2015.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K.. **Investigação Qualitativa em Educação**. Portugal: Porto, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a base. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 27 jun. 2019.

CANAVARRO, A. P.; SANTOS, L.. Explorar Tarefas Matemáticas: a centralidade da tarefa no ensino da matemática. **SPIEM**, Lisboa, p. 99-104, 2012. Disponível em: <https://bit.ly/3MNu4vz>. Acesso em: 15 out. 2019.

COSTA, W. O.; OLIVEIRA, A. M. P. de; SILVA, L. A.da. Análise de materiais curriculares elaborados por professores na perspectiva dos marcadores de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 42-66, 2017. Disponível em: <https://bit.ly/3MNZbXI>. Acesso em: 20 dez. 2019.

CYRINO, M. C. de C. T.; JESUS, C. C. de. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 3, p. 751-764, set. 2014. Disponível em: <https://bit.ly/3tbrYO4>. Acesso em: 15 out. 2019.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J.. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**. n. 4. v. 20, p. 387-424. 1989.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L.. Inclusão de Alunos Cegos nas Aulas de Matemática: explorando Área, Perímetro e Volume através do Tato. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 1111-1135, 2010. Disponível em: <https://bit.ly/35XDTX2>. Acesso em: 15 out. 2019

FERREIRA, E. F. P.; SCORTEGAGNA, L.. Ensinando Perímetro e Área de Figuras Geométricas Planas Usando o Software Geogebra. **Boem**, Joinville, v. 6, n. 11, p. 1-17, out. 2018. Disponível em: <https://bit.ly/3MRmf7Z>. Acesso em: 15 out. 2019.

FERREIRA, P. E. A.; BURIASCO, R. L. C. de. Enunciados de Tarefas de Matemática Baseados na Perspectiva da Educação Matemática Realística. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 52, p. 452-472, ago. 2015. Disponível em: <https://bit.ly/3ir08aF>. Acesso em: 15 out. 2019.

FIGUEIREDO, A. P. N. B.; BELLEMAIN, P. M. B.; TELES, R. A. de M.. Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do ensino médio lidam com situações de comparação. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 50, p. 1172-1182, dez. 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a09>. Acesso em: 15 out. 2019.

GAFANHOTO, A. P.; CANAVARRO, A. P.. A adaptação das tarefas matemáticas: Como promover o uso de múltiplas representações. **Comunidades & Coleções**, Lisboa, p. 121-134, 2012. Disponível em: <https://bit.ly/3w2XtMe>. Acesso em: 15 out. 2019.

HENRIQUES, M. D.. A Produção de Significados de Estudantes do Ensino Fundamental para Tarefas Geométricas. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 433-450, ago. 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000300007>. Acesso em: 15 out. 2019.

JUNKERFEURBOM, M. A.; KLÜBER, T. E.. Tarefas de investigação matemática em livros didáticos do 8º ano aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD (2014). **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, n. 55, p. 7-16, jul. 2017. Disponível em: <https://bit.ly/3wcOdVN>. Acesso em: 15 out. 2019.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B.. **Coleção explorando o ensino: grandezas e medidas**. v. 17, p. 167-200, 2010.

LOTH, M. H. M.; SILVA, A. M. da. Tarefas Aritméticas para o 6º ano do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 451-465, ago. 2013. Disponível em: <https://bit.ly/3tVdeCh>. Acesso em: 15 out. 2019.

MORAIS, L. B.; BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F.. Análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do ensino médio à luz da teoria dos campos conceituais. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 25-46, 2014. Disponível em: <https://bit.ly/3tRCpp2>. Acesso em: 15 out. 2019.

- PIRES, M. V.. Tarefas de investigação na sala de aula de Matemática: práticas de uma professora de Matemática. **Quadrante**, Bragança, v. 1, n. 20, p. 55-81, 2011. Disponível em: <https://bit.ly/35Uotmy>. Acesso em: 15 out. 2019.
- PONTE, J. P. da. Gestão curricular em matemática. **Comunidades & Coleções**, Lisboa, p. 1-26, 2005. Disponível em: <https://bit.ly/3q8viaK>. Acesso em: 15 out. 2019.
- PONTE, J. P. da. **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. 1. ed. Lisboa. 2014. ISBN 978-989-8753-06-9. Disponível em: <https://bit.ly/3q88lo7>. Acesso em: 15 out. 2019.
- PONTE, J. P. da; QUARESMA, M.. O Papel do Contexto nas Tarefas Matemáticas. **Interações**, Lisboa, n. 22, p. 196-216, 2012. Disponível em: <https://bit.ly/3t8GMwV>. Acesso em: 15 out. 2019.
- RIGHI, F. de L.; SANTAROSA, M. C. P.; MATHIAS, C. V.. Análise dos Esquemas em ação da Grandeza Volume no Ensino Superior. **VIDYA**, Santa Maria, v. 39, n. 1, p. 179-194, 2019. Disponível em: <https://bit.ly/3tbQxua>. Acesso em: 20 abr. 2020.
- RODRIGUES, A. D.; BELLEMAIN, P. M. B.. A Comparação de Áreas de Figuras Planas em Diferentes Ambientes: Papel e Lápis, Materiais Manipulativos e no Apprenti Géomètre 2. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 7, n. 3, p. 1-25, 2016. Disponível em: <https://bit.ly/3q5hkX6>. Acesso em: 15 out. 2019.
- SANTOS, C. A. B. dos. Uma Reflexão Sobre A Articulação De Teorias Didáticas No Estudo Das Noções De Área E Perímetro. **Revemat**, Florianópolis, v. 13, n. 1, p. 120-133, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2018v13n1p120>. Acesso em: 15 out. 2019.
- SANTOS, J. A. S. do. Problemas de ensino e de aprendizagem em perímetro e área de figuras planas. **Revemat**, Florianópolis, v. 9, n. 1, p. 224-238, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2014v9n1p224>. Acesso em: 15 out. 2019.
- SANTOS, M. R.; SANTOS, M. C. dos. O Conceito de Área de Figuras Geométricas Planas no Livro Didático de Matemática do 6º Ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 6, n. 2, p. 1-22, 2015. Disponível em: <https://bit.ly/3ld5wZg>. Acesso em: 15 out. 2019.
- SILVA, N. do S. M. da; NUNES, J. M. V.. Uma sequência educacional para o ensino de medida de comprimento didática como produto. **Boem**, Joinville, v. 6, n. 10, p. 349-369, ago. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.5965/2357724X06102018349>. Acesso em: 15 out. 2019.
- SILVA, J. A. da; JELINEK; K. R.; BECK, V. C.. Estratégias de crianças do ciclo de alfabetização na resolução de situações problema envolvendo grandezas e medidas. **VIDYA**, Santa Maria, v. 35, n. 2, p. 37-53, 2015. Disponível em: <https://bit.ly/3tevA1G>. Acesso em: 20 abr. 2020.
- SILVA, R. S. da; LOPES, D. C. V.. A construção de conceitos da geometria plana com o uso de materiais concretos e digitais. **Revemat**, v. 8, n. 1, p. 179-198, 26 jul. 2013. Disponível em: <https://bit.ly/3MQfzqK>. Acesso em: 15 out. 2019.
- SKOVSMOSE, O.. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000. Disponível em: <https://bit.ly/3q3tO1K>. Acesso em: 15 out. 2019.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S.. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 105, p. 22-28, 2009. Disponível em: <https://bit.ly/3teRemO>. Acesso em: 15 out. 2019.

TELES, R. A. de M.; BELLEMAIN, P. M. B.. Fórmula de Área para Otimização: Um olhar sob a ótica das Imbricações entre Campos Conceituais. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, n. 31, p. 4-13, nov. 2010. Disponível em: <https://bit.ly/3Jd2x49>. Acesso em: 15 out. 2019.

TELES, R. A. de M.; SÁ, G. M.. Um Estudo Sobre a Área do Retângulo em Livros Didáticos de Matemática. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 48-60, 2010. Disponível em: <https://bit.ly/3MRNIGr>. Acesso em: 15 out. 2019.

WALLE, J. A. V. de. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

WICHNOSKI, P.; KLÜBER, T. E.. A (re)formulação de Tarefas de Investigação Matemática. **Revemat**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 59-75, 2018. Disponível em: <https://bit.ly/3KMkPK0>. Acesso em: 15 out. 2019.

RECEBIDO EM: 01 jun. 2021

CONCLUÍDO EM: 30 dez. 21