DOI: doi.org/10.37781/vidya.v42i1.3733 VIDYA, v. 42, n. 1, p. 21-38, jan./jun., 2022 - Santa Maria, 2022. **ISSN** 2176-4603

VOLUME E CAPACIDADE ANÁLISE PRAXEOLÓGICA EM UM LIVRO DIDÁTICO DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

VOLUME AND CAPACITY: PRAXEOLOGICAL ANALYSIS IN A 6TH DEGREE TEXTBOOK

KATY WELLEN MENESES LEÃO[1]
MARILENE ROSA DOS SANTOS[2]
PAULA MOREIRA BALTAR BELLEMAIN[3]

RESUMO

Este artigo se propõe a descrever a modelagem praxeológica realizada em um livro de 6º ano do Ensino Fundamental no que concerne às grandezas volume e capacidade, observando se essas grandezas são estudadas em seus aspectos unidimensionais ou tridimensionais. Para isso, utilizamos como aporte teórico a Teoria Antropológica do Didático, idealizada por Chevallard (1998) e seus colaboradores. Observou-se que as tarefas do tipo medir são mais numerosas do que as demais, como reiteram outros autores, sendo seguidas pelas tarefas do tipo realizar operações básicas e resolver problemas. A grandeza volume em seu aspecto tridimensional é mais estudada do que no unidimensional. Em diversas vezes, o volume unidimensional é tratado como capacidade. Há uma evolução das tarefas e técnicas modeladas no livro, que está em conformidade com os documentos oficiais vigentes em sua elaboração.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático. Volume. Capacidade. Livros Didáticos. Grandezas e Medidas.

ABSTRACT

This article's proposal is to describe the praxeological modeling analysis of a textbook from the 6th degree of elementary school regarding volume and capacity greatnesses, observing if they are studied in its unidimensional or tridimensional aspects. For this we used the Anthropological Theory of the Didactics idealized by Chevallard (1998) and his collaborators as theoretical basis. We observed that the tasks of the measure type are the most numerous, as reiterated by other authors, followed by tasks of the types solving basic operations and solving problems. The volume greatness is more studied as a tridimensional aspect than as the unidimensional. The unidimensional volume is often studied using the name "capacity" instead. There is a progression on the types of tasks and techniques used on the textbook, and it is in conformity with the official guidance documents.

Keywords: *Anthropological Theory of the Didactics. Volume. Capacity. Textbooks. Greatness and Measures.*

RESUMEN

Este artículo propone describir la modelación praxeológica realizada en un libro de 6 ° grado de la escuela primaria en cuanto a las cantidades, volumen y capacidad, observando si estas cantidades son estudiadas en sus aspectos unidimensionales o tridimensionales, para ello utilizamos la Teoría Antropológica de la Didáctica como soporte teórico, concebido por Chevallard (1998) y sus colaboradores. Observamos que las tareas del tipo medida son más numerosas que las demás, como reiteran otros autores, siendo seguidas por tareas del tipo realizar operaciones

1 Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco. Bolsista de doutorado CAPES pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. E-mail: katywellen@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2265-1133.
2 Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco. Professora da Universidade de Pernambuco - UPE Campus Mata Norte. E-mail: rosa.marilene@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1409-1364.
3 Doutora em Didática das Disciplinas Científicas pela Universidade de Grenoble I - França. Professora da Universidade Federal de Pernambuco e professora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica. E-mail: pmbaltar@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2864-8883.

básicas y resolución de problemas. La cantidad volumen en su aspecto tridimensional está más estudiada que la unidimensional. El volumen unidimensional se trata como capacidad varias veces. Existe una evolución de las tareas y técnicas modeladas en el libro y está de acuerdo con el documento oficial vigente en su elaboración.

Palabras-clave: *Teoría Antropológica de lo Didáctica. Volumen. Capacidad. Libros didácticos. Cantidades y Medidas.*

INTRODUÇÃO

O ensino das grandezas volume e capacidade, estas situadas no campo das Grandezas e Medidas, é de fundamental importância para o convívio social, dadas as suas utilizações diversas, como o volume de líquidos ou a capacidade de recipientes, além dos diversos campos de atuação profissional que se utilizam desses conhecimentos em seu dia a dia. Brincadeiras infantis, como encher o baldinho de praia de areia ou carregar água do mar, incitam na criança as concepções iniciais dessas grandezas, como o quanto de água ou de areia cabe no balde.

Utilizamos esses conceitos diariamente em atividades cotidianas, como ao cozinhar, ao medir certa quantidade de farinha ou arroz ou ao colocar o suco na jarra, estimando-se a capacidade da jarra. Ao mover um móvel de lugar em casa ou comprar um móvel novo, é importante saber as dimensões e o espaço que ele ocupará, ou ao organizar uma gaveta e estimar quantas roupas mais cabem dentro. Esses e diversos outros exemplos cotidianos mostram a importância da construção dos conceitos de volume e capacidade desde a infância, e sendo esse um conteúdo escolar estudado desde os anos iniciais, os tomamos como objeto de estudo.

De acordo com o documento oficial vigente no país, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a capacidade é objeto de estudo desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, destacando a importância do aprendizado dos conceitos de "cabe mais" e "cabe menos" (BRASIL, 2018) referentes à capacidade de certo objeto. Nos anos posteriores, as habilidades de comparar, medir e estimar, além da transformação de unidades de medida de litros e seus múltiplos e submúltiplos são referidas. A partir do 5º ano, a grandeza volume é de fato mencionada e descrita como uma "grandeza associada a sólidos geométricos" (BRASIL, 2018, p. 297).

Nos anos finais do Ensino Fundamental, a grandeza volume aparece mais frequentemente e associada a sólidos geométricos, como blocos retangulares, cilindros e prismas retos. A relação entre unidades de medida também é mencionada no documento, além da relação entre litro e dm^3 e litro e m^3. No 6º ano, especificamente, a elaboração e resolução de problemas com o volume e capacidade é a habilidade descrita na BNCC.

O documento oficial cuja análise fizemos neste trabalho foram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998), documento vigente na elaboração do guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2017 (BRASIL, 2016) utilizado para a escolha do livro didático. Os objetivos de aprendizagem propostos nos PCN têm certa similaridade com as habilidades e competências demandadas na BNCC. No entanto, os PCN surgem como recomendação de ensino, enquanto a BNCC é mandatória.

O objetivo deste trabalho é descrever a modelagem praxeológica realizada em um livro de 6º ano do Ensino Fundamental no que concerne às grandezas volume e capacidade, observando se essas grandezas são estudadas em seus aspectos unidimensionais ou tridimensionais. A escolha do 6º ano se deu por representar um momento de transição entre os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, no qual o aluno já conhece o volume e a capacidade.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para realizar a análise aqui pretendida, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta inicialmente por Chevallard e seus colaboradores (CHEVALLARD, 1998), que se torna um campo de grande desenvolvimento de pesquisas na educação matemática. Essa teoria considera o *logos* e a *praxis*, ou o saber e o fazer, além de preocupar-se com a razão de ser do saber dentro de uma instituição.

A TAD situa a atividade humana dentro das atividades sociais, assumindo que os elementos práticos e teóricos que regem a ação humana podem ser descritos segundo uma praxeologia, a qual envolve um tipo de tarefa, T, e podendo ser realizada por meio de uma técnica, τ, que se justifica por meio de uma tecnologia, θ. Tal tecnologia é ancorada por uma teoria Θ. A esse bloco chamamos de organização praxeológica [T, τ, θ, Θ]. Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 253) afirmam que "para responder a um determinado tipo de questão matemática é necessário elaborar uma praxeologia matemática constituída por um tipo de problema determinado por uma ou várias técnicas, sua tecnologia e a teoria correspondente".

Uma tarefa é, então, uma ação que precisa ser realizada. Porém, o termo tarefa é muito restrito, pois depende das circunstâncias em que deve e pode ser realizado. Chevallard (1998, p. 92) afirma, sobre tarefas e tipos de tarefas, T:

> Concretamente, um gênero de tarefas só existe sob a forma de diferentes tipos de tarefas, cujo conteúdo está bem especificado. Calcule... é um gênero de tarefas; calcular o valor (exato) de uma expressão numérica contendo um radical é um tipo de tarefas, bem como calcular o valor de uma expressão que contém a letra x quando é dado a x um determinado valor (Tradução nossa).

Ainda de acordo com Chevallard (1998, p. 92), "uma praxeologia relativa a T especifica (em princípio) uma maneira de realizar, de executar as tarefas t ϵT: à forma de fazer, τ, dá-se aqui o nome de técnica". Um tipo de tarefa é geralmente expresso por um verbo e um complemento. Para a realização de tal tarefa, pode-se utilizar uma ou diversas técnicas distintas que podem resolver essa tarefa. Entende-se aqui uma técnica como a junção de várias tarefas, que são secundárias no contexto de cada tipo de tarefa, que faz sentido num contexto específico, ideia trazida por Chaachoua e Bessot (2018, p. 121), quando definem "o escopo de uma técnica τ é o conjunto de tarefas realizadas por τ", ressaltando também que as técnicas são dadas sempre por uma sequência de tipos de tarefas ou de tarefas, dependendo da especificidade delas.

As tarefas e as técnicas necessitam de uma base teórica que as fundamente, um conjunto de elementos que justifique teoricamente tais técnicas. Um desses elementos é chamado de tecnologia, θ, e se apresenta como um discurso racional sobre a técnica τ, uma justificativa das técnicas utilizadas, geralmente por meio de uma propriedade ou modo de fazer. A tecnologia é o que dá sentido à técnica.

O outro elemento que fundamenta o bloco prático técnico é denominado teoria, Θ, o conceito, matemático ou não, que ampara conceitualmente a tecnologia. Seria uma justificativa mais formal do porquê daquela tecnologia. Chevallard (1998, p. 94) afirma que:

> O discurso tecnológico contém afirmações, mais ou menos explícitas, sobre as quais podemos buscar a razão. Em seguida, move-se para um nível mais elevado

> de justificação-explicação-produção, o da teoria Θ, o qual retoma, em relação à tecnologia, o papel que aquela tem no que diz respeito à técnica (Tradução nossa).

Entendemos, então, que uma atividade matemática pode ser descrita como uma organização praxeológica, expressa por um tipo de tarefa, técnicas associadas, tecnologia que justifica a técnica e amparada em uma teoria matemática.

Neste artigo, discutiremos a praxeologia matemática modelada em um livro didático do 6º ano do Ensino Fundamental, no que tange às grandezas volume e capacidade.

O volume como objeto matemático é uma função que leva um sólido mensurável nessa função em um número real positivo e que satisfaz algumas condições, como a mensurabilidade, aditividade, invariância por isometria, existência de sólido unitário e mensurabilidade da união e intersecção, como afirma Moise (1990).

Em termos gerais, o volume é o espaço que certo sólido ocupa, em que, no intuito de associar essa "quantidade de espaço" com um número, recorre-se a uma unidade de medida, o que se chamará de volume. Segundo Lima, Carvalho, Wagner e Morgado (2006), a capacidade é vista como o volume interno de certo recipiente.

Essa definição matemática de volume e capacidade como função que leva objetos em números reais positivos não nos permite compreender totalmente certas nuances do jogo didático que permeia o processo de ensino e aprendizagem, como a dimensionalidade ou as relações entre as unidades de medida. Escolhemos tratar esses objetos matemáticos como grandezas que permeiam o campo da geometria, mas não somente ele, entendendo que as grandezas volume e capacidade são atributos dos objetos geométricos relacionadas aos objetos geométricos em si.

Para isso, entendemos o volume e capacidade como grandezas seguindo as concepções de Douady e Perrin-Glorian (1889), adaptadas às grandezas aqui estudadas, como foi feito por Barros (2002), Oliveira (2002, 2007), Morais (2013), entre outros. A grandeza capacidade é tratada como a grandeza volume em uma situação didática diferente, e, portanto, passível de diferenciação neste estudo.

A diferenciação entre volume e capacidade pode ser exemplificada em algumas situações que têm diferentes interpretações didáticas, como a noção de "cabe mais" e "cabe menos" estudada desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, em contraponto ao volume, que só é objeto de estudo a partir do 5º ano. A abordagem dimensional das grandezas tratadas é, em geral, tratada unidimensionalmente nos anos iniciais e tridimensionalmente deixadas para mais tarde, a partir do 5º ano.

A abordagem dimensional provém de escritos de Poincaré (1995) e Whitney (1968), que especificam os elementos que diferenciam objetos unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais, e Oliveira (2007) adapta essas concepções para o estudo do volume.

Um exemplo dessa diferenciação é o estudo de líquidos. Os líquidos, em geral, têm como unidade de medida padrão a unidade unidimensional, dado que não se refere a um líquido pelos comprimentos de suas arestas, embora possa ser medido por unidades de medida tridimensionais como o m^3. O recipiente que contém certo líquido pode ser tomado em seu aspecto tridimensional, no qual as suas três dimensões são observadas e levadas em consideração, mas ao tratar da quantidade de líquido que cabe no recipiente, trata-se da sua capacidade. Ao tratar o líquido em si, caso em que o recipiente pode não ser relevante, trata-se do volume.

Essas diferenciações entre volume e capacidade podem causar certa confusão no que tange ao entendimento dessas grandezas, já que na prática o volume e a capacidade não são a mesma coisa. É comum encontrar em livros dos anos iniciais o estudo da capacidade como todo o estudo referente a líquidos e à unidade de medida litro, seus múltiplos e submúltiplos, mesmo quando esse estudo é sobre o volume de líquidos, quando o recipiente não é necessariamente importante.

Oliveira, em sua dissertação (2002), questionou professores a respeito da definição de volume e capacidade. Alguns associaram volume à massa e a capacidade a líquidos. Esse autor também pesquisou em alguns livros didáticos do Ensino Fundamental em busca da definição de volume e notou que alguns autores relacionam o volume à medida do espaço ocupado por certo objeto, associando-o a um número; já outros, referem-se a líquidos para definir a capacidade; e alguns resumem o volume e a capacidade a um mesmo conceito. Ele observa também que as situações de medição são preconizadas em detrimento das demais situações encontradas nos livros.

Barros (2002) investigou as concepções de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental a respeito de volume e capacidade e observou um entendimento similar ao que os professores descreveram no trabalho de Oliveira (2002): muitos alunos associam volume a capacidade ou a grandezas físicas. Ele notou também que os alunos não relacionam bem os conceitos de volume e capacidade, embora os diferenciem.

Morais (2013) observou as situações presentes em sete coleções de livros do Ensino Médio e verificou os tipos de situações trazidas, como esses livros abordam o conceito de volume e o tratamento do princípio de Cavalieri. Ele percebeu que o estudo do volume geralmente é deixado entre os últimos capítulos e se concentra apenas no livro do 2º ano do Ensino Médio.

Dada a dificuldade nessa diferenciação, as análises aqui realizadas se deram nessa perspectiva, especificando quando é volume, quando é capacidade e quando os conceitos se mesclam.

METODOLOGIA

Realizamos um estudo documental em documentos oficiais e livros didáticos. A análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) foi feita pensando nas orientações e nos objetivos de aprendizagem que concernem ao volume e capacidade, verificando dessa forma o que é proposto no livro didático aqui analisado e quais aspectos avançam em relação ao documento oficial.

As análises do livro didático tiveram como foco a abordagem do conteúdo, se estava em consonância com os objetivos de aprendizagem indicados pelos parâmetros e de que maneira o conteúdo foi apresentado. Utilizamos aqui os PCN, e não a BNCC, para a análise, pois na época da realização da pesquisa, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) dos anos finais do Ensino Fundamental era o de 2017, que foi produzido ainda seguindo as orientações dos PCN. Diferentemente do PNLD seguinte para os anos iniciais, que utilizou como referência a BNCC.

Nos PCN, os objetivos de aprendizagens propostos para o terceiro ciclo, no qual se inserem o 6º e 7º anos, incitam a resolução de problemas com as grandezas volume, capacidade e outras. Como conteúdos conceituais e procedimentais, o documento propõe o estudo do volume de paralelepípedos por meio de contagem, salientando que estaríamos calculando sua capacidade, não seu volume, como traz o texto: “Indicar o volume de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo pela contagem de cubos utilizados para preencher seu interior” (BRASIL, 1998, p. 74).

O documento também propõe a conversão de unidades de medida, reconhecimento e identificação de unidades adequadas e obtenção de medidas por meio de estimativas. Esta última verificamos estar presente nos livros dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que pode ser verificado em Leão (2020).

O próximo passo foi a escolha do livro didático Projeto Teláris para o 6º ano, da editora Ática (DANTE, 2016). A escolha do livro se deu por ser o único autor a ter coleções aprovadas nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio nos Guias do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) observados na pesquisa de Leão (2020). O livro escolhido foi aprovado pelo PNLD 2017 (BRASIL, 2016).

Em seguida, analisamos a abordagem dada ao volume e a capacidade, como o autor apresenta os conceitos, se diferenciam as grandezas, se as questões são coerentes com a explicação do conteúdo, e em seguida categorizamos e analisamos as atividades propostas, utilizando como suporte para a classificação destas questões os trabalhos anteriores que tinham esta mesma temática, como em Morais (2013) e nos estudos de Leão (2020).

As atividades apresentadas no livro didático foram classificadas em tipos de tarefas, levando em consideração a situação tratada, medir volume ou capacidade, transformar unidades de medida, validar proposições, comparar recipientes, entre outras situações, utilizando o sistema de variáveis para agrupar e organizar os dados. A partir dessa classificação, modelamos as técnicas, tecnologias e teorias das atividades

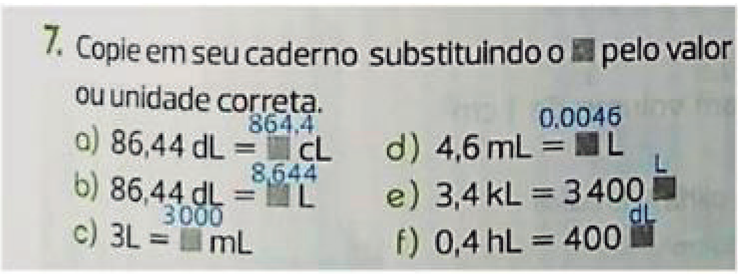
A escolha do 6º ano se deu por ser um ano de transição entre os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e o aluno estar se familiarizando com procedimentos mais complexos no estudo da matemática, como razões, proporções, frações e números decimais e o incentivo à resolução de problemas com esses saberes, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018).

O capítulo analisado, o 9, trata especificamente das grandezas volume, massa e capacidade, além de trabalhar rapidamente as grandezas tempo, intensidade sonora e grandezas utilizadas na informática. A seleção apenas desse capítulo deu-se pela escolha do tratamento dessas grandezas como aspecto principal nas questões analisadas, e não plano de fundo para o estudo de outro objeto matemático, o que acontece em outros capítulos do livro.

A maioria das 63 questões encontradas no capítulo é de medição. Em 28 delas a finalidade é o cálculo direto do volume ou capacidade, seja por meio de fórmulas ou não. Também observamos 11 questões referentes a transformações de unidades de medida; oito referentes à realização de operações básicas; sete de resolução de problemas, entre outros tipos de tarefas categorizadas em menor quantidade.

Algumas questões escolhidas perpassam as tarefas de transformações de unidades de medidas, as quais poderiam ser entendidas inicialmente como um mesmo tipo de tarefas, transformações de unidades de medida, mas consideramos que a transformação já está realizada e o aluno precisa identificar qual unidade de medida é a adequada, sendo então um pensamento diferente para a sua resolução, como pode ser visto na Figura 1, nas letras *e* e *f.*

Figura 1 - Transformação de unidades de medida de capacidade e escolha da unidade de medida adequada.


7. Copie em seu caderno substituindo o ■ pelo valor ou unidade correta.

a) 86,44 dL = ■ cL (864,4)
b) 86,44 dL = ■ L (8,644)
c) 3L = ■ mL (3000)
d) 4,6 mL = ■ L (0,0046)
e) 3,4 kL = 3400 ■ (L)
f) 0,4 hL = 400 ■ (dL)

Fonte: Dante (2016, p. 261).

Uma questão analisada relaciona a massa de água com o seu volume, grandezas estudadas no mesmo capítulo, associando a massa de uma jarra vazia e cheia de água para determinar sua capacidade. A Figura 2 a seguir, em particular, relaciona massa, volume e capacidade. Embora se situe no tópico de transformações de unidades de medida de capacidade e em diversos momentos o volume de líquidos seja tratado como capacidade, o aluno precisa fazer uma transformação de unidades de massa, realizar a subtração da massa da jarra vazia com a da massa da jarra cheia, encontrando o volume de água dentro dela e, em seguida, transformar esse volume de água, que tem o mesmo valor numérico da capacidade da jarra, de litro para mililitro.

Figura 2 - Atividade que relaciona o volume e a massa da água.


9. Desconsidere o "peso" dos recipientes e observe ao lado a balança equilibrada com 1 litro de água em um prato e 1 kg de arroz no outro prato. Então, a massa de 1 litro de água equivale a 1 kg.

Veja agora a massa de uma jarra vazia e da mesma jarra cheia de água. Qual é a capacidade dessa jarra (em litros e em mililitros)? 1,2 L; 1200 mL.

Fonte: Dante (2016, p. 261).

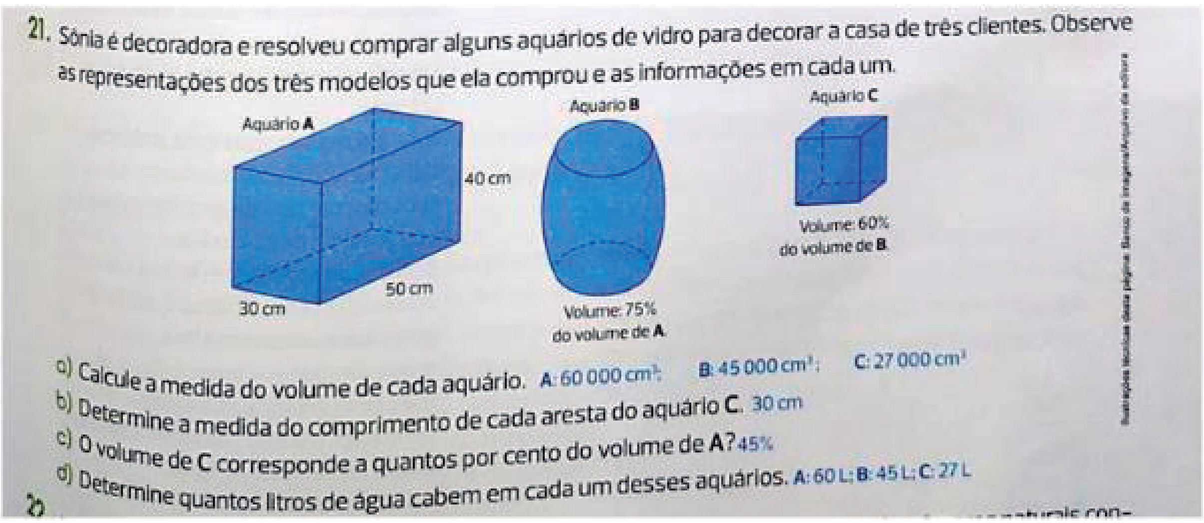
A medição do volume por contagem de cubinhos logo evolui para a contagem de blocos de $1cm^3$ de volume em uma questão de passo a passo e, a partir de então, a unidade de medida é sempre m^3, seus múltiplos e submúltiplos. A abordagem da transformação de unidades de medida é dividida em duas partes, quando a unidade que será transformada está à direita ou à esquerda da unidade atual, separando as operações em multiplicação ou divisão.

Na aplicação da fórmula, o aluno é levado a comparar a contagem de blocos e o produto das arestas, concluindo que o resultado numérico é o mesmo para paralelepípedos retângulos, seguido de uma questão em que as medidas estão em números decimais e a contagem de cubinhos torna-se mais difícil, sendo necessária a contagem de cubinhos divididos ao meio. Após a formalização da fórmula, muitas outras questões utilizam a mesma fórmula.

Para ilustrar a relação entre volume e capacidade, solicita-se que o aluno construa um recipiente cúbico com 10cm de medida de comprimento de suas arestas e ponha nele 1L de água, verificando a relação entre 1000cm³ e 1L. Essas relações são tratadas como correspondência, uma relação biunívoca, e não como igualdade, indicando de forma subjetiva que as unidades de medida não são iguais, mas se relacionam.

Situações mais elaboradas vêm a seguir, como pode ser observado na Figura 3 a seguir, a qual mostra que, além da capacidade, o aluno precisa utilizar conhecimentos de porcentagem e calcular as arestas do sólido dado volume. Observamos nessa questão que o autor pede o volume do aquário na letra *a*, mas na verdade deseja a capacidade. O volume do aquário seria apenas o volume do vidro que o compõe, uma vez que é um recipiente oco, informação que não foi dada, levando a crer que o recipiente tem borda nula, situação que não acontece na realidade. Na última letra da questão pede-se a capacidade dos três recipientes, o que seria apenas a transformação de unidades de medida de cm³ para litro, mas as duas grandezas aqui se referem à capacidade.

Figura 3 - Atividade que relaciona volume, capacidade e medidas percentuais.



21. Sônia é decoradora e resolveu comprar alguns aquários de vidro para decorar a casa de três clientes. Observe as representações dos três modelos que ela comprou e as informações em cada um.

a) Calcule a medida do volume de cada aquário. A: 60 000 cm³; B: 45 000 cm³; C: 27 000 cm³

b) Determine a medida do comprimento de cada aresta do aquário C. 30 cm

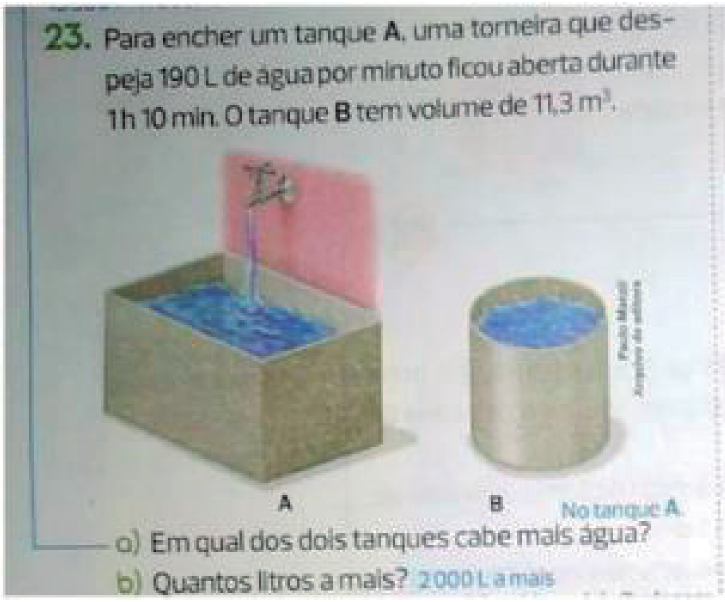
c) O volume de C corresponde a quantos por cento do volume de A? 45%

d) Determine quantos litros de água cabem em cada um desses aquários. A: 60 L; B: 45 L; C: 27 L

Fonte: Dante (2016, p. 267)

Observamos também questões de vazão, que em geral utilizam tanto o conceito de volume quanto de capacidade, como apresentado na Figura 4 a seguir. O aluno precisa utilizar transformações de unidades de medida, relações entre m³ e litro e a proporcionalidade entre o tempo em que a torneira permanece ligada e a quantidade de água despejada.

Figura 4 - Atividade de vazão.



Fonte: Dante (2016, p. 268)

No final do capítulo, o autor fala da experiência de Arquimedes e a descoberta do empuxo, incitando o aluno a validar a proposição de que o volume de certo sólido é igual ao volume de água deslocado por ele, relacionando os conteúdos estudados com exemplos práticos de verificação e oferecendo-lhe um pouco da história da matemática relacionada ao volume e ao empuxo.

Na Tabela 1 a seguir descrevemos os tipos de tarefas modelados a partir do livro analisado. Percebemos que o tipo de tarefa medir tem mais do que o dobro do que o segundo tipo de tarefas mais comum, como já mencionado anteriormente, cujo objetivo é transformar unidades de medida. O tipo de tarefas realizar operações básicas, terceiro na colocação de tipos de tarefas mais frequentes, é composto pelas questões que são resolvidas com operações básicas, soma, subtração, multiplicação e divisão em relação ao volume ou capacidade, sem a necessidade de outras grandezas ou procedimentos mais elaborados.

Já no tipo de tarefas resolver problemas, foram classificadas aquelas questões que utilizam outros conhecimentos matemáticos, como porcentagem, proporção, razão ou outra operação que não se resuma a utilização simples das quatro operações básicas. Na questão classificada como outros, não é possível descrever uma praxeologia por se tratar de uma questão pessoal e que referencia o contexto do aluno.

Tabela 1 - Quantitativo de tarefas de cada tipo modelado nos livros analisados do 6º ano do EF.

TIPOS DE TAREFAS	QUANTIDADE	%
T - Medir volume ou capacidade	28	44%
T - Transformar unidades de medida	11	17%
T - Realizar operações básicas com volume ou capacidade	8	13%
T - Resolver problemas referentes ao volume ou capacidade	7	11%
T - Escolher recipiente	5	8%
T - Produzir recipiente ou sólido	2	3%
T - Validar proposições referentes ao volume ou capacidade	1	2%
Outros	1	2%
TOTAL	63	100%

Fonte: Elaborado pelas autoras (2020).

Ao classificar os tipos de tarefas por suas variáveis, obtemos a Tabela 2 a seguir, na qual podemos observar que o tipo de tarefas medir volume é, em sua maioria, tridimensional, com uma diferença significativa de 23 questões entre os dois valores. O tipo de tarefas realizar operações básicas tem em sua maioria questões de volume unidimensional, fugindo ao padrão de ter mais questões em seu aspecto tridimensional do que unidimensional. Associamos esse fenômeno às questões de volume de líquidos tratadas como capacidade.

Tabela 2 - Tipos de tarefas com suas variáveis específicas.

TIPOS DE TAREFAS	VARIÁVEL 1	VARIÁVEL 2	Quantidade
Medir Grandeza	Volume	Tridimensional	24
		Unidimensional	1
	Capacidade	Unidimensional	1
		Tridimensional	2
Transformar Unidades de Medida	Capacidade	Capacidade	5
		Volume	2
	Volume	Volume	4
Realizar Operações Básicas	Capacidade	Tridimensional	1
	Volume	Unidimensional	8
Resolver problemas	Volume	Unidimensional	1
		Tridimensional	2
	Capacidade	Unidimensional	1
		Tridimensional	3
Escolher Recipiente	Instrumento de medida	-	1
	Unidade de medida	-	4
Produzir Recipiente	Capacidade dada	Tridimensional	1
	Volume dado	Tridimensional	1
Validar proposição	Capacidade	Tridimensional	1

Fonte: Elaborado pelas autoras (2020).

As variáveis que elencamos para a análise foram definidas pelos estudos realizados e pela observação do livro didático, supondo quais variáveis poderiam ter mais significado para as análises e apresentando aspectos diferentes dos que encontramos em outros trabalhos. A classificação das tarefas quanto a sua dimensionalidade seguiu essa perspectiva. A partir desses tipos de tarefas elencados, segue a análise praxeológica realizada no livro analisado, no qual os tipos de tarefa, técnicas, tecnologias e teorias são especificados.

ANÁLISE PRAXEOLÓGICA

Dos sete tipos de tarefas que modelamos, apenas alguns serão descritos aqui, de forma que o trabalho não fique muito longo. As variáveis tomadas foram abreviadas nos quadros que seguem e podem ser: volume, capacidade, unidimensional, tridimensional, unidade de medida, instrumento de medida ou capacidade dada. As técnicas e tecnologias variam de acordo com as questões e os tipos de tarefas observados.

O tipo de tarefa medir se resume, em geral, às questões de volume de sólido tridimensional, com ou sem a utilização de fórmula, para a qual descrevemos três diferentes técnicas: a contagem de blocos, a representação com material dourado e o produto das medidas de comprimento das arestas. A questão que trata da medição de capacidade unidimensional, única, refere-se à contagem de quantas partes de uma xícara são necessárias para se obter 1L, conforme se pode ver no Quadro 1.

Quadro 1 - Praxeologia relativa ao tipo de tarefa medir volume ou capacidade.

TIPOS DE TAREFAS	TÉCNICAS, TECNOLOGIAS E TEORIAS ASSOCIADAS
$T_{med.cap.rec.uni.}$	$\tau_{qts.cabem}$ - Contar quantas partes de duas xícaras são necessárias para encher 1L; $\theta_{divis.}$ - “Estabelecer relações entre unidades de medida de capacidade” (DANTE, 2016, p. 416); $\Theta_{arit.}$ - Propriedades aritméticas, Números e operações.
$T_{med.cap.rec.tri.}$	$\tau_{arred.comp.}$ - Arredondar unidades de medida de comprimento; $\tau_{mul.arest.}$ - Multiplicar as arestas para calcular o volume; $\tau_{transf.}$ - Transformar unidade de medida de volume em capacidade; $\theta_{relac.vol.cap.}$ - “uma caixa cúbica cuja aresta mede 1dm, ou seja, que tem volume 1dm³ tem capacidade de conter 1L de um líquido” (DANTE, 2016, p. 267); $\Theta_{prop.}$ - Propriedades da grandeza volume; Grandezas e medidas.
$T_{med.vol.sol.tri.}$	$\tau_{rep.conc.}$ - Representar a situação com material dourado; $\tau_{cont.}$ - Contar a quantidade de bloquinhos; $\tau_{ass.unid.}$ - Associar a unidade de medida de volume; $\tau_{cont.}$ - Associar quantidade de cubos à multiplicação das medidas das arestas; $\theta_{vol.uni.}$ - “Montem o paralelepípedo com as seguintes dimensões: 5cm de comprimento, 2cm de largura e 3cm de altura. Quantos cubinhos vocês usaram? É possível chegar a esses números a partir dos números 2, 5 e 3?” (DANTE, 2016, p. 264); $\Theta_{prop.}$ - Propriedades da grandeza volume; Grandezas e medidas. $\tau_{cont.}$ - Contar a quantidade de bloquinhos; $\tau_{mult.arestas}$ - Multiplicar as medidas das dimensões dos sólidos; $\tau_{cont.}$ - Associar quantidade de cubos à multiplicação das medidas das arestas; $\theta_{comp.num.}$ - “Montem o paralelepípedo com as seguintes dimensões: 5cm de comprimento, 2cm de largura e 3cm de altura. Quantos cubinhos vocês usaram? É possível chegar a esses números a partir dos números 2, 5 e 3?” (DANTE, 2016, p. 264); $\Theta_{prop.}$ - Propriedades da grandeza volume; Grandezas e medidas.

$T_{med.vol.sol.tri.}$	$\tau_{trans.comp.}$ - Transformar unidades de medida de comprimento; $\tau_{mult.arestas}$ - Multiplicar as medidas das arestas; $\theta_{comp.num.}$ - "[...] a fórmula do volume de um paralelepípedo de dimensões a, b e c: V=a.b.c." (DANTE, 2016, p. 266); $\Theta_{prop.}$ - Propriedades da grandeza volume; Grandezas e medidas.
$T_{med.vol.rec.uni.}$	$\tau_{trans.unid..}$ - Transformar unidades de medida de capacidade em volume; $\theta_{relac.vol.cap.}$ - Sem indicação/relação entre volume e capacidade; $\Theta_{prop.}$ - Propriedades da grandeza volume; Grandezas e medidas.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2020).

Os tipos de tarefas medir volume unidimensionalmente e capacidade unidimensionalmente e tridimensionalmente podem ser resolvidos com uma mesma técnica, cada um deles. Apenas medir volume tridimensionalmente foi modelado com três diferentes técnicas, e é o tipo de tarefas mais frequente, aparecendo em 24 questões, em comparação às outras tarefas do tipo medir, com uma ou duas aparições.

Percebemos que o autor enfatiza o aspecto numérico do volume e capacidade seguindo uma sequência de atividades que finaliza no uso de fórmulas, além de ter um número muito maior dessas questões do que dos outros tipos. Acreditamos que essa ênfase possa prejudicar o entendimento dessas grandezas, como se pode verificar no trabalho de Oliveira (2002), no qual alguns professores de matemática associaram a noção de volume e capacidade à medida, ao sólido e até a massa.

A questão tridimensional de medir capacidade foi classificada dessa maneira por tratar das três dimensões de um sólido ao qual se deseja a capacidade. As três dimensões do objeto são levadas em consideração para a resolução, logo entendemos como a capacidade em seu aspecto tridimensional.

O tipo de tarefas transformar unidades de medida de volume ou capacidade conta com 11 questões no livro analisado. Entre essas, cinco são de transformação de unidades de capacidade para capacidade, duas de capacidade para volume e quatro de volume para volume. As transformações entre a mesma unidade de medida seguem o mesmo padrão de resolução, no qual se verifica se a unidade a ser transformada está à direita ou à esquerda da unidade atual. Com isso, multiplica-se ou divide-se por um múltiplo de 10 referente à transformação. Já na transformação entre volume e capacidade, a relação é de correspondência, 1L com $1.000cm^3$ e de $1m^3$ com 1000L, conforme se pode ver no Quadro 2.

Quadro 2 - Praxeologia relativa ao tipo de tarefa transformar volume ou capacidade.

TIPOS DE TAREFAS	TÉCNICAS, TECNOLOGIAS E TEORIAS ASSOCIADAS
$T_{tranf.cap.cap}$	$\tau_{posiç.}$ - Observar se a unidade de medida final se encontra em posição à direita ou à esquerda da unidade de medida atual; $\tau_{esq.}$ - Se está na posição à esquerda, divida por dez a cada posição distante; $\tau_{dir.}$ - Se está na posição à direita multiplique por dez a cada posição distante; $\theta_{tranf.}$ - "[...] cada unidade de capacidade é igual a dez vezes a unidade imediatamente anterior" (DANTE, 2016, p. 258 - adaptado); $\Theta_{tranf.}$ - Relações entre unidades de medida de volume; Grandezas e medidas; Sistema de numeração decimal; Números e operações.
$T_{tranf.cap.vol.}$	$\tau_{cm.l.}$ - Relacionar 1000 cm^3 a 1 L; relacionar 1 m^3 a 1.000 L; $\theta_{cm.l.}$ - "[...] uma caixa cúbica cuja aresta mede 1dm, ou seja, que tem volume de 1 dm^3, tem capacidade para conter 1 L de um líquido. [...] Como 1 dm^3=1000 cm^3, podemos também relacionar: 1000 $cm^3 \leftrightarrow$ 1 L" (DANTE, 2016, p. 267); $\Theta_{tranf.}$ - Relações entre unidades de medida de volume; Grandezas e medidas Sistema de numeração decimal; Números e operações.

$T_{tranf.vol.vol.}$	$\tau_{posiç.}$ - Observar se a unidade de medida final se encontra em posição à direita ou à esquerda da unidade de medida atual; $\tau_{esq.}$ - Se está na posição à esquerda, divida por 1000 a cada posição distante; $\tau_{dir.}$ - Se está na posição à direita, multiplique por 1000 a cada posição distante; $\theta_{tranf.}$ - "[...] cada unidade de volume é igual a 1000 vezes a unidade imediatamente anterior" (DANTE, 2016, p. 263); $\Theta_{tranf.}$ - Relações entre unidades de medida de volume; Grandezas e medidas. Sistema de numeração decimal; Números e operações.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2020).

As questões de transformação de unidades de medida seguem um mesmo padrão e nos parecem ter o intuito de treinar os procedimentos utilizados para a realização da transformação, direita multiplica e esquerda divide, alterando apenas a constante de multiplicação ou divisão, 10 para o litro, seus múltiplos e submúltiplos, 1000 para metro cúbico, seus múltiplos e submúltiplos. As duas questões que fogem desse padrão, as de transformação de capacidade em volume, relacionam $1m^3$ a 1000L.

O tipo de tarefa escolher recipiente ou unidade de medida foi modelado para algumas questões para as quais o autor dava a transformação em seu aspecto numérico e o aluno tinha que associar a unidade de medida à qual corresponde aquela transformação, como na Figura 1. Nesse tipo de tarefa, o aluno precisa não somente saber realizar a transformação, mas também associar as operações que devem fazer as transformações.

Quadro 3 - Praxeologia relativa ao tipo de tarefa escolher instrumento de medida ou recipiente.

TIPOS DE TAREFAS	TÉCNICAS, TECNOLOGIAS E TEORIAS ASSOCIADAS
$T_{esc.inst.}$	$\tau_{esc.inst.}$ - *Sem indicações* - Escolher instrumento de medida baseado em experiências pessoais e conhecimentos anteriores; $\theta_{esc.inst.}$ - *Sem indicações*; $\Theta_{prop.}$ - Propriedades da grandeza volume; Grandezas e medidas.
$T_{esc.unid.}$	$\tau_{esc.unid.}$ - Comparar os valores numéricos das medidas; $\tau_{verif.mult.}$ - Contar quantas casas a vírgula foi deslocada para a direita ou esquerda; $\tau_{cont.uni.med.}$ - Contar as posições das unidades de medida baseado no número encontrado; $\Theta_{esc.unid.}$ - "Quando multiplicamos um número decimal por 10/1000 - a vírgula avança uma casa para a direita" (DANTE, 2016, p. 217); $\Theta_{esc.unid.}$ - "Quando dividimos um número decimal por 10/1000 - a vírgula avança uma casa para a esquerda" (DANTE, 2016, p. 217); $\Theta_{prop.}$ - Propriedades aritméticas; Números e operações.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2020).

O tipo de tarefa validar proposição tem aqui o intuito de fazer o estudante relacionar uma situação real à operação numérica de determinar a capacidade de um recipiente por meio de experimentações concretas, em que o estudante verifica que uma caixa cujas arestas medem $1dm^3$ de comprimento tem capacidade de um litro. Cabe aqui ressaltar que a ideia de borda nula do recipiente é utilizada. Apresentamos no Quadro 4 a praxeologia referente às atividades classificadas como validar proposição.

Quadro 4 - Praxeologia relativa ao tipo de tarefa validar proposição referente à capacidade.

TIPOS DE TAREFAS	TÉCNICAS, TECNOLOGIAS E TEORIAS ASSOCIADAS
$T_{val.cap.tri.}$	$\tau_{const.rec.}$ - "Construam uma caixa cúbica com arestas de 1 dm" (DANTE, 2016, p. 267); $\tau_{enc.água}$ - Encham de água um vasilhame com capacidade de 1 litro e despejem na caixa (DANTE, 2016, p. 267); $\theta_{rel.vol.cap.}$ - "Assim, uma caixa cúbica cuja aresta mede 1 dm, ou seja, que tem volume 1 dm³, tem capacidade para conter 1 litro de um líquido" (DANTE, 2016, p. 267); $\Theta_{prop.}$ - Propriedades da grandeza volume; Grandezas e medidas.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2020).

Observamos que poucas tarefas incitam o aluno a realizar experimentos de verificação. No caso da atividade cuja praxeologia foi descrita no quadro 4, serve como uma validação do conceito que está sendo aprendido, a relação entre o volume e capacidade. Na dissertação de Leão (2020), pode-se observar que nos anos anteriores da coleção de livros do mesmo autor, as atividades de experimentação e de estimativa são bem comuns, mas vão se extinguindo nos anos seguintes.

As tarefas do tipo realizar operações básicas foram categorizadas como as questões em que o aluno realiza operações fundamentais e de pouca dificuldade, como descobrir quantas vezes a capacidade de um recipiente é maior que outro ou a diferença entre a capacidade de dois recipientes. A maior parte das tarefas desse tipo é de volume em seu aspecto unidimensional, tratando, mais especificamente, de líquidos.

O tipo de tarefa resolver problemas é mais diversificado, com ambas as grandezas tratadas unidimensional e tridimensionalmente. As questões classificadas nesse tipo de tarefas tratam também de outros conteúdos da matemática, como proporção, porcentagem e razão. Esse tipo de atividade em que outros conhecimentos são utilizados para resolver as questões do capítulo fica mais elaborada com o avançar das séries, com questões que trabalham vários procedimentos e grandezas e requerem do aluno conhecimento prévio e domínio de outros saberes.

Duas dessas questões são de vazão, nas quais o aluno utiliza a noção de volume e capacidade em sua resolução, inclusive comparando a capacidade de dois recipientes de diferentes formatos, sendo um deles cilíndrico. Embora o aluno não tenha aprendido ainda como calcular o volume de objetos cilíndricos, o aluno já compara os dois recipientes. Essas questões de vazão nos chamaram a atenção por trabalhar a grandeza tempo, volume e capacidade, interligando-as, e recipientes diversos. São questões difíceis, se considerarmos as demais.

Já as tarefas do tipo produzir recipientes são aquelas em que o aluno tem o volume ou a capacidade e precisa determinar as medidas do comprimento das arestas. Embora nenhuma das duas questões encontradas permita mais de uma resposta correta, isto é, produza mais de um sólido com o volume ou a capacidade dada, é possível perceber que são questões que tratam de operações inversas com três fatores. Ressaltamos aqui a importância de o livro propor situações em que mais de uma reposta pode ser solução de um problema e que isso possa ser debatido em sala de aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve como objetivo descrever a modelagem praxeológica realizada em um livro de 6º ano do Ensino Fundamental no que concerne às grandezas volume e capacidade, observando se essas grandezas são estudadas em seus aspectos unidimensionais ou tridimensionais. A análise foi feita tendo como base o capítulo destinado às grandezas volume e capacidade dentro da unidade das grandezas e medidas de um livro aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático de 2017 (BRASIL, 2016).

Essa unidade voltada para as grandezas e medidas apresenta as grandezas volume e capacidade já ao final do livro, fato já pontuado em Leão (2020) relacionado a outros livros do mesmo autor, questão que outros autores também já observaram, como Morais (2013).

Verificamos que o livro didático se encontra em consonância com o documento oficial que o orienta, os PCN, mas umas das recomendações é que se trabalhe com estimativas e aproximações, o que não foi observado nas atividades propostas no capítulo observado. No entanto, não podemos afirmar que isso não ocorra em outros livros. Reiteramos também que os PCN são um documento de orientação, portanto não existe obrigatoriedade de segui-lo.

A análise praxeológica mostrou sete tipos de tarefas diferentes e com variáveis diversas, como a dimensionalidade e a grandeza em questão e, em geral, tanto o volume como a capacidade foram observadas em seus aspectos unidimensionais e tridimensionais de forma abrangente, embora não igualitária. Compreendemos que muitos dos aspectos unidimensionais são estudados nos anos iniciais do Ensino Fundamental; e os tridimensionais, deixados para os anos posteriores.

Observamos que as questões de medição são numerosas, assim como Morais (2013) verificou em sua dissertação, mas elas se iniciam gradualmente, com a contagem de blocos, construção com material dourado, passando pela relação entre a quantidade de blocos e o produto das arestas até que se utilize somente o produto das arestas. Os conceitos de volume e capacidade mesclam-se com facilidade nas questões de resolução de problemas, reiterando a estreita relação entre essas duas grandezas, embora não haja nenhum esforço em diferenciá-las, o que pode ocasionar um entendimento errôneo a respeito dessas questões, como Barros (2002) aponta em seu trabalho.

As tarefas do tipo resolver problemas incorporam elementos de álgebra e números e operações no estudo das grandezas e medidas, mostrando ao aluno que os conteúdos se conectam, as questões utilizam frações, razões, proporções e porcentagens como meios de resolução de problemas, como as questões de vazão que, de certa forma, trazem situações do dia a dia em que o aluno pode não associar diretamente ao uso da matemática escolar. A questão de validar proposição incita o aluno a experimentar concretamente conceitos abstratos, mostrando que a matemática é, sim, utilizada no dia a dia, embora implicitamente. As tarefas evoluíram com o avançar do conteúdo, embora dando mais ênfase ao aspecto numérico.

Os aspectos dimensionais referentes ao volume e capacidade podem nos dar indícios da forma como são abordados esses saberes e repensar o modo de tratá-los, questionar o porquê de o tratamento de volume de líquidos com capacidade e o volume serem vistos como tal em sua abordagem tridimensional, em sua maioria. Pensamos que esta pesquisa abre caminhos para outros questionamentos e propostas que podem influir no processo de ensino e aprendizagem dessas grandezas, como observar como os alunos compreendem estes aspectos dimensionais ou se eles diferenciam de alguma forma estas grandezas.

Ressaltamos também que pensar no volume e capacidade pode proporcionar ao professor em sala de aula novas possibilidades e perspectivas, como questionar aos alunos qual grandeza estão utilizando em uma questão ou apresentar questões em sala de aula que os livros não enfatizam, como a comparação e estimativa, além de pensar em modos diferentes de medir que não estejam vinculados necessariamente a fórmulas.

REFERÊNCIAS

BARROS, J. S. de. **Investigando o conceito de volume no ensino fundamental:** um estudo exploratório.2002. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclo do Ensino Fundamental. Brasília. MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. PNLD 2017: Matemática. **Guia de livros didáticos**, Ensino Fundamental II. Brasília. MEC, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. 472p. Disponível em: http://www.basenacionalcomum.mec.gov.br/abase. Acesso em: 13 nov. 2018.

CHAACHOUA, H.; BESSOT, A. A noção de variável no modelo praxeológico. *In:* ALMOLOUD, S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. (Org.). **A Teoria Antropológica do Didático:** princípios e fundamentos. 1 ed. Curitiba: CRV, 2018. p. 119-133. ISBN: 978-85-444-2229-8.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. **Actes de l'UE de la Rochelle**, Clermont-Ferrand, p. 91-118, 1998. Disponível em: https://bit.ly/3pEDAGs. Acesso em: 31 mai. 2020.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas:** o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris -** 6º ano. 2. ed. São Paulo: Editora **ática, 2016.**

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Um processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, n. 4, p. 387-424, 1989. DOI: 10.1007/BF00315608.

LEÃO, K. W. M. **Abordagem de volume e capacidade em uma coleção de livros didáticos:** uma análise à luz da teoria antropológica do didático. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

LIMA, E. L.; CARVALHO, C. P. C.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. v. 2. (Coleção do Professor de Matemática). 6. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. ISBN 85-85818-1 1-5.

MOISE, E. E. **Elementary geometry from an advanced standpoint**. 3. ed. Michigan: Addison-Wesley, 1990. ISBN 0201508672.

MORAIS, L. B. de. **Análise da abordagem de volume em livros didáticos de matemática para o Ensino Médio**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

OLIVEIRA, G. R. F. **Construção do conceito de volume no Ensino Fundamental:** um estudo de caso. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.

OLIVEIRA, G. R. F. **Investigação do papel das grandezas físicas na construção do conceito de volume**. 2007. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

POINCARÉ, H. **O valor da ciência**. 1. ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995. ISBN 858591002X.

WHITNEY, H. The mathematics of physical quantities, Part I. **American Mathematical Monthly**, v. 75, n. 2, 1968, p. 115-138. ISBN 1567000479.

RECEBIDO EM: 23 fev. 2021
CONCLUÍDO EM: 31 out. 2021