VIDYA, v. 34, n. 2, p. 25-46, jul./dez., 2014 - Santa Maria, 2014. **ISSN** 2176-4603

ANÁLISE SOBRE O PROCESSO ENSINO E APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS FRACIONÁRIOS NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM ESCOLAS ESTADUAIS DE UBERABA-MG

ANALYSIS OF THE TEACHING-LEARNING PROCESS OF FRACTIONAL NUMBERS IN FINAL SERIES OF FUNDAMENTAL EDUCATION IN STATE SCHOOLS OF UBERABA-MG

AILTON PAULO DE OLIVEIRA JÚNIOR*
ERIKA BRINCK GONÇALVES**

RESUMO

Diante da grande deficiência encontrada em relação à compreensão dos alunos sobre números fracionários, com este trabalho teve-se o intuito de identificar as dificuldades que os alunos têm sobre o assunto e entender quais são as melhores formas de abordagem dos professores para que seja possível uma aprendizagem significativa. O levantamento de dados foi realizado através da aplicação de um teste de avaliação dos conhecimentos sobre números fracionários aos alunos e um questionário aos seus professores com o intuito de avaliar como estes abordam o conteúdo em sala de aula e como veem o aproveitamento dos alunos. Os principais resultados mostram que quando as atividades propostas são exercícios de repetição ou aplicação de fórmulas os alunos possuem bons resultados, porém em atividades em que se exige a aplicação deste conteúdo em situações cotidianas os alunos apresentam grandes dificuldades na interpretação e resolução destes.

Palavras-chave*:* Números fracionários. Dificuldades de ensino. Atividades de ensino.

ABSTRACT

Given the large deficiency found with respect to student understanding of fractional numbers this work aimed to identify the difficulties that students have about the subject and understand what the best ways to approach the teachers to be able to significant learning. The survey was conducted by applying a test assessment of knowledge about fractional numbers to students and a questionnaire their teachers to in order to evaluate how they approach the content in the classroom and see how the student's learning. The main results show that when the proposed activities are drills or applying formulas the students have good results, but in activities that require the application of this content in everyday situations students have great difficulties in the interpretation and resolution of them.

Keywords*: Fractional numbers. Difficulties in education. Teaching activities.*

***** Doutorado em Educação (Didática, Práticas Escolares e Técnicas de Ensino) pela USP (2003) e Pós-doutorado em Educação pela USP (2009). Vínculo: Universidade Federal do Triângulo Mineiro. E-mail: drapoj@uol.com.br
****** Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Triângulo Mineiro/UFTM - Uberaba/Minas Gerais/Brasil. E-mail: erikabrinck@hotmail.com

INTRODUÇÃO

O processo ensino-aprendizagem da Matemática, atualmente, se encontra em um momento de crise, pois os estudantes encontram muitas dificuldades na compreensão dos conteúdos transmitidos nas escolas.

No atual contexto de baixos índices de aproveitamento, evasão, repetência e temor, que caracterizam a disciplina de Matemática no âmbito escolar, as dificuldades enfrentadas pelos professores em adequar os conteúdos e as formas de ensinar aos alunos, considerando o seu entorno sociocultural e seu desenvolvimento cognitivo, a reflexão e o aprofundamento das questões, que envolvem o ensinar e o aprender Matemática, são pertinentes e relevantes.

Acredita-se que a prática docente deve ser baseada no aluno, em seu nível de compreensão e entendimento dos conteúdos. É necessária a utilização de técnicas, processos e materiais pedagógicos e tudo o mais que seja necessário e esteja disponível para que se alcance o pretendido, ou seja, uma aprendizagem significativa.

A forma como os conteúdos são apresentados aos alunos muitas vezes é recheada de dificuldades, que confundem e atrapalham a aprendizagem, e isso muitas vezes faz com que estes não consigam assimilar o que lhes é passado com o contexto em que se encontram. Os alunos não conseguem compreender o fundamento dos conhecimentos transmitidos ou aprendem de forma mecanizada, sem uma compreensão da composição e da essência dos conteúdos estudados.

Daí então a importância das técnicas de ensino-aprendizagem utilizadas pelos professores, pois é através delas que se dará o entendimento ou não dos conteúdos. Enxergamos a necessidade de conhecer e compreender todas as formas possíveis para se ensinar e quais dessas formas são mais viáveis para se utilizar.

Segundo Chevallard (1992), a presença da matemática na escola é consequência de sua utilização na sociedade e não algo feito exclusivamente para ser ensinado na escola, reduzindo seu valor social a um mero valor escolar e transformando o ensino escolar da matemática em um fim em si mesmo. Pelo contrário, o ensino da Matemática atende a uma necessidade social e também individual, visto que cada indivíduo deve saber um pouco de Matemática para resolver ou, simplesmente, reconhecer os problemas com os quais se depara na convivência social.

De acordo com Silva et al. (2000), o conceito de número fracionário é bastante complexo do ponto de vista matemático, o que gera uma série de dificuldades no processo ensino-aprendizagem.

Enquanto alguns estudantes podem ter alguma facilidade com frações, muitos deles parecem não ter desenvolvido totalmente a compreensão de que as frações são números (por exemplo, KERSLAKE, 1986; DOMONEY, 2002; HANNULA, 2003).

Kerslake (1986) enfatiza a necessidade de os alunos compreenderem frações, pelo menos como uma extensão do sistema de numeração. Também apresenta algumas das dificuldades que os estudantes de 12 a 14 anos têm em conexão com frações. A sugestão feita é que muitas dessas dificuldades ocorrem por que os alunos veem frações apenas como parte de uma forma ou de quantidade e não como números. O modelo parte-todo foi a única interpretação familiar a todos os alunos, que participaram do estudo, e indica que o problema começa quando o conceito de frações é introduzidos pela primeira vez apenas como partes de imagens geométricas.

Frações desempenham um papel central na aprendizagem da matemática. São teoricamente importantes, pois exigem uma compreensão mais profunda dos números do que normalmente adquiridos com a experiência com números inteiros (SIEGLER et al., 2011). Frações também são educacionalmente importantes por causa de seu papel inerente ao ensino de Matemática (SIEGLER et al., 2012; BAILEY et al., 2012) e da dificuldade que muitas crianças e adultos têm em aprender sobre eles (NI; ZHOU, 2005; VAMVAKOUSSI; VOSNIADOU, 2004; 2010).

A superação dessas dificuldades tem motivado a realização de várias pesquisas sobre o assunto e de acordo com os objetivos de Matemática do Ensino Fundamental, estabelecidos nos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática deve-se levar o aluno a construir o significado do número racional e de suas representações, a partir de seus diferentes usos no contexto social. Os PCN salientam também que a maior dificuldade do aluno é entender o seu significado, transferindo ao seu cotidiano.

Para Groff, citado por Onuchic e Botta (1997), há muitas dificuldades na aprendizagem das frações e muitas falhas no seu trabalho, e garante que as operações com números fracionários são difíceis para estudantes do mundo inteiro. Ainda afirma que é preciso que professores e educadores reconheçam as dificuldades dos alunos. Daí a necessidade de se aprofundar os estudos sobre esse assunto.

De acordo com Castro (2009), os alunos não percebem um número racional, ou fração, como um simples número. A ideia que eles têm é a de um par de números naturais.

A importância do estudo dos números fracionários tanto para o ensino, quanto para a aprendizagem é indiscutível e confirmada em relatório do SARESP:

> As frações geralmente introduzidas na 3ª série são trabalhadas até a última série do primeiro grau, sendo que, nas duas últimas, numa abordagem algébrica. [...] A proposta curricular reserva um lugar muito especial para a fração [...] sua inclusão levou em conta que este tema além de fazer parte de um acervo cultural básico, é fundamental para o desenvolvimento de outros assuntos essenciais dentro e fora da Matemática. (SARESP, 1995, p. 97).

No documento que norteia os parâmetros curriculares do Ensino Fundamental (6° ao 9° ano) no estado de Minas Gerais, no Conteúdo Básico Comum (CBC) de Matemática (2005), apresenta-se que os alunos devem ter a capacidade de: (i) operar com números racionais em forma decimal e fracionária: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir e calcular potências e calcular a raiz quadrada de quadrados perfeitos; (ii) associar uma fração à sua representação decimal e vice-versa; (iii) resolver problemas que envolvam números racionais; (iv) localizar números racionais na reta numérica, utilizando a ordenação no conjunto; (v) reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números racionais através de situações contextualizadas e da resolução de problemas; (vi) identificar números racionais com as dízimas periódicas.

O mesmo documento diz que é fundamental que se adotem estratégias adequadas de ensino e, para isso, é essencial que se conheça não apenas o que se ensina, mas para quem se ensina. Durante o período entre o 6º e 9º anos, os alunos passarão por fases marcantes em seu desenvolvimento. É um período bastante complexo, no qual se manifestam várias características para as quais o professor deve estar atento e considerar nas suas ações pedagógicas e orientar as suas opções metodológicas.

Dessa forma, pretendemos fazer um levantamento sobre como professores veem o ensino de números fracionários e avaliar o conhecimento de seus alunos do 7° e 8° anos do Ensino Fundamental de duas escolas estaduais da cidade de Uberaba – Minas Gerais, procurando entender quais são as melhores formas de abordagens desse tema.

Para isso pretendeu-se realizar uma pesquisa com os alunos a fim de analisar a compreensão deles sobre as concepções de números fracionários; pesquisar com os professores as formas utilizadas para o ensino de números fracionários; e identificar as melhores formas de abordagem do tema e quais técnicas de ensino proporcionariam maior compreensão entre os alunos.

METODOLOGIA

A pesquisa focou-se nos anos finais do Ensino Fundamental (8° e 9° anos), por se acreditar que é nessa fase que as dificuldades acumuladas durante todo o ensino anterior se destacam. Portanto, é nesse período que se faz mais necessária a compreensão e o entendimento sobre os conceitos de números fracionários. Desse modo, os sujeitos da pesquisa são professores e alunos do 8° e 9° anos do Ensino Fundamental de duas escolas estaduais da cidade de Uberaba.

Estas escolas estaduais foram selecionadas por apresentarem Índices de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB de 2007 e 2009 que é 5,4 para 4,6 (Escola I) contra 3,1 para 3,7 (Escola II), considerando que a média nacional é de 3,5 para 3,6. Esse indicador foi criado em 2007, para avaliar a qualidade da Educação Básica Brasileira (a escala de tal instrumento vai de zero a dez), portanto, uma com IDEB acima da média nacional e outra abaixo da média nacional. Além disso, apresentam realidades diferentes, quais sejam: A Escola I é tida como escola referência e localizada em região central da cidade, e a Escola II, localizada em uma região periférica da cidade.

Segundo o sistema educacional brasileiro, o Ensino Fundamental é dividido em anos, que vão do 1º ao 9º ano e as idades vão de 6 a 14 anos, cronologicamente um ano para cada série. Portanto, espera-se que os alunos participantes desta pesquisa tenham entre 13 e 14 anos.

Procurou-se fazer um levantamento sobre como professores veem o ensino de números fracionários e avaliar o conhecimento de seus alunos, na tentativa de compreender quais são as melhores formas de abordagens desse tema.

No instrumento de coleta de dados aos professores, Anexo I, buscou-se: o sexo; a idade; a formação destes; a série em que lecionam; a concepção no ensino de números fracionários; se utilizam atividades lúdicas em sala de aula; se mostram aplicações do dia a dia em sala de aula; como se vê a compreensão dos alunos em relação aos números fracionários; e sugestões para a melhoria do ensino desse conteúdo. Três professores, sendo um da Escola I e dois da Escola II, responderam a um questionário.

Segundo Gil (1999), o questionário é uma técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas, etc. Dessa forma, nesse questionário, tem-se o objetivo de coletar informações a cerca da realidade do grupo de alunos e professores participantes da pesquisa, estabelecendo, portanto, um breve perfil para que se localizem o pesquisador e leitor de elementos importantes para a sua caracterização.

Para os alunos, foi aplicado um teste diagnóstico, Anexo II, para avaliar o conhecimento deles sobre números fracionários e questões para estabelecer um breve perfil desses alunos. No item que demonstra os resultados, descreveremos com mais detalhes as questões do teste diagnóstico. O teste é composto por 15 questões, cada item valorado de um ponto, perfazendo, dessa forma, um total de 15 pontos. O teste foi respondido por 145 alunos do 8° e 9° anos (7° e 8° séries), sendo 62 da Escola I, com 28 do 8° ano e 34 do 9° ano, e 83 da Escola II, sendo 35 do 8° ano e 48 do 9° ano.

Segundo Bloom et al. (1983), a função diagnóstica é a que proporciona informações acerca das capacidades do aluno antes de iniciar um processo de ensino/aprendizagem.

Um teste de diagnóstico mede como está um aluno em termos de conhecimento e habilidades. Ele irá auxiliar as habilidades que um aluno tenha em um momento em particular para resolver problemas ou responder questões em uma área disciplinar, neste caso, sobre números fracionários nos anos finais do Ensino Fundamental.

Após a pesquisa com os alunos e professores, procuramos identificar quais são as maiores dificuldades em relação ao ensino-aprendizagem de números fracionários, bem como indicar quais são os métodos de ensino e didáticas existentes para que se possam proporcionar um bom entendimento por parte dos alunos.

A análise dos resultados realizou-se a partir das estratégias cognitivas que os alunos utilizaram para resolverem as situações problema, propostas de acordo com as ideias de Nunes e Bryant (1997).

Nunes e Bryant (1997) afirmam que há uma discrepância entre divisão e de números racionais na compreensão dos alunos fora da escola e seu conhecimento de representações ensinadas na escola devido ao modo de como a linguagem fracionária é introduzida, como um procedimento simples de contagem dupla em situações estáticas de parte-todo. Enfatizam que quando os alunos são levados a resolver problemas usando seu conhecimento cotidiano e representações simbólicas, eles podem fazer as conexões adequadas espontaneamente ao longo de um período de tempo de instrução relativamente breve, bem como podem usar seu conhecimento cotidiano para resolverem problemas mais complexos. Ainda colocam que há desconexão entre o conhecimento informal que as crianças desenvolvem espontaneamente e os conhecimentos mais formais, que aprendem nas aulas.

RESULTADOS - OS PROFESSORES

Procuramos conhecer os professores, as didáticas utilizadas por eles, suas opiniões e sugestões para o ensino de números fracionários. No quadro 1 apresenta-se um breve perfil desses professores.

Através das respostas dadas aos questionários, obtivemos informações sobre as concepções utilizadas pelos professores para o ensino de números fracionários. Os professores II e III disseram ensinar números fracionários baseando-se nas seguintes concepções: parte-todo, quociente, razão e operador. O professor I, das concepções citadas acima, apenas não utiliza a concepção de número fracionário como operador.

Quadro 1 - Informações sobre os professores das Escolas I e II.

Prof.	Escola	Sexo	Idade	Formação	Séries em que leciona
I	Escola I	Feminino	49 anos	Superior	8° ano
II	Escola II	Feminino	29 anos	Licenciatura em Matemática	7° e 8° anos
III	Escola II	Feminino	56 anos	Licenciatura Ciências e Matemática	7°, 8° e 9°anos

Fonte: Construção do autor.

Foi perguntado se os professores utilizam atividades lúdicas, jogos e materiais diversos para auxiliar na aprendizagem, e todos responderam que sim. O professor I afirmou utilizar tampinhas, barras de chocolate, cartolina e os próprios alunos (como todo na concepção parte-todo), e diversificando muito o todo (a unidade). O professor II trabalha a interpretação de problemas que envolvam frações a partir do desenho da situação trabalhada e afirma que outra opção seria trabalhar com objetos no lúdico, mas não indica quais objetos, nem de que forma eles seriam trabalhados. Já o professor III diz trabalhar com desenhos (conjuntos ou figuras), jogos, sem indicar quais, e receitas, como forma de contextualização, trabalhando as medidas de ingredientes em forma de frações.

Podemos perceber que às vezes há uma má interpretação sobre o que seriam atividades lúdicas, e mesmo uma má utilização dessas atividades. Alguns professores acreditam que essas atividades se baseiam apenas em jogos, e muitas vezes as utilizam apenas como um momento de descontração para os alunos, não tendo preparação nem compreensão de que atividades lúdicas bem trabalhadas podem auxiliar de maneira importante na construção e compreensão de alguns conceitos. Utilizar materiais concretos para que os alunos visualizem, por exemplo, a concepção parte-todo pode ser um bom auxílio, mas não é o único.

Questionamos os professores sobre a apresentação da história durante suas aulas, o porquê do surgimento e a utilidade do que está sendo estudado aos alunos, e todos os professores disseram apresentá-los. O professor I disse que ao final de cada unidade do livro didático há seções de “Matemática no tempo”, relatando que explora os exercícios dessas seções onde os alunos fazem a leitura. Quando não há tempo, o professor diz que pelo menos cita estas atividades. O professor II relata que durante a introdução do conteúdo trabalhado ministra uma breve explicação sobre a origem do conteúdo e como se chegou à fórmula ou conclusão. O professor III diz apresentar a história através de aulas expositivas e, quando possível, vídeo e internet.

Destacamos a importância desses recursos para que, além de chamar a atenção e o interesse dos alunos, também possam se libertar do paradigma de que a Matemática é algo pronto e acabado, de modo que percebam que tudo surgiu através de uma necessidade. Muitos livros apresentam tópicos com histórias e curiosidades sobre os conteúdos trabalhados, o que auxilia o professor, mas é preciso procurar outros recursos.

Perguntamos também se durante suas aulas os professores mostram aplicações do conteúdo estudado no cotidiano e na vida do aluno, e todos responderam positivamente. O professor I diz fazer isso em fração decimal com porcentagem, notícias de jornais e pesos e medidas; o professor II diz realizar isso através de frações de horas no relógio, fração de pizza e fração e divisão, como a fração é paralela a divisão. Já o professor III diz mostrar essas situações aos alunos através de receitas caseiras, dinheiro e medidas (tempo, comprimento, peso).

Muitos professores confundem contextualização e aplicação no cotidiano com concretização. Aplicação no cotidiano diz respeito ao cotidiano e a vida do aluno, relacionando o que ele aprende com a sua própria realidade. Concretizar os conceitos com materiais conhecidos e objetos do ambiente escolar e externo é importante, mas não significam exatamente contextualização e aplicação no cotidiano, pois existe uma grande diferença entre visualizar e utilizar no seu dia a dia.

Pedimos aos professores que classificassem a compreensão dos alunos sobre números fracionários de acordo com a seguinte ordem: excelente, muito boa, regular, ruim ou péssima. Os professores I e II a classificaram como regular. O professor I alega que “mesmo usando estratégias diversificas não há por parte do aluno muito interesse. Eles se interessam mais pela parte lúdica do que propriamente pela aprendizagem”. O professor II relata que as atividades trabalhadas em sala de aula devem ser complementadas com atividades extraclasses como: tarefas, horários de estudos para atividades avaliativas, acompanhamento dos pais, que são fundamentais para que haja melhor aprendizado e preparação do aluno.

O professor III classificou a compreensão dos alunos como ruim, e afirma que “na maioria das vezes, os alunos estão desmotivados, descompromissados com os estudos e também os professores não estão bem preparados para a profissão”.

Finalmente, perguntamos aos professores se teriam alguma sugestão de como melhorar a aprendizagem de números fracionários, e recebemos respostas com focos diferentes. O professor I disse que é necessário “diversificar o todo usando material concreto principalmente. Sempre que possível usar conteúdo passado em conteúdos novos a fim de fazer a ligação que há em Matemática”.

O professor II relatou que “o aluno deverá ter o hábito de estudar em casa, acompanhando paralelamente o trabalho realizado dentro da sala de aula, fazendo com que o rendimento escolar seja satisfatório não somente em frações ou somente na Matemática, mas também em todos os conteúdos”.

Já o professor III destaca a necessidade de “valorizar o profissional da educação, melhorar sua formação e reduzir o número de alunos por sala de aula”.

São claros os problemas de aprendizagem que os alunos enfrentam, e sabemos que são vários os fatores os quais os influenciam, dentre eles temos a desmotivação dos alunos, a situação social e a falta de preparo de qualidade dos professores, temas estes complexos e merecedores de atenção, mas nosso foco aqui são as didáticas que podem, de alguma maneira, amenizar as dificuldades e ajudar na compreensão dos alunos.

O processo ensino-aprendizagem e as didáticas utilizadas neste processo devem levar em conta o que se pretende aprender; para que se precisa aprender; o interesse dos alunos, seus contextos e suas capacidades. Devem-se utilizar todos os recursos possíveis, e não se prender a apenas um modelo, mas diversificar, chamando a atenção dos alunos sobre a importância do conhecimento.

RESULTADOS - OS ALUNOS

Com relação ao sexo dos alunos que participaram da pesquisa nas duas escolas e nos dois anos, a maioria dos alunos é do sexo feminino, sendo que na Escola II há um maior equilíbrio entre os dois sexos.

Com relação às idades, no 8° ano da Escola I a média de idade dos alunos é de 13,23 anos, enquanto que na Escola II a média de idade dos alunos do 8° ano é ligeiramente maior, ou seja, 13,91 anos.

A média de idade dos alunos do 9º ano da Escola I é de 14,22 anos, enquanto que na Escola II a média de idade também é ligeiramente maior, ou seja, 14,86 anos.

Tomando-se como base o sistema educacional brasileiro, que considera a idade de 7 (sete) anos como adequada para o início dos estudos no Ensino Fundamental, a idade ideal para sua finalização seria de 14 anos.

Desta forma, percebemos que na Escola I a maioria dos alunos encontra-se na faixa esperada para o ano do Ensino Fundamental que estão cursando, diferente da Escola II que apresenta menos da metade de seus alunos no mesmo caso. Essa diferença deve-se a vários fatores como: reprovações seguidas, entrada tardia na escola e ainda evasão escolar.

O teste diagnóstico aplicado aos alunos foi composto por 15 exercícios, considerando para cada item o valor de um ponto, perfazendo, desta forma, um total de 15 pontos. Na tabela 1, apresentam-se estatísticas básicas que descrevem os resultados obtidos pelos alunos das duas escolas em estudo.

Tabela 1 - Estatísticas básicas do número de acertos no teste de avaliação do conhecimento de números fracionários de alunos do 8º ano da Escola I e Escola II.

Estatísticas Básicas	Escola I		Escola II	
	8º ano	9º ano	8º ano	9º ano
Média	9,78	11,47	7,54	9,48
Desvio Padrão	2,54	2,74	3,69	2,55
Nota Máxima	14	14	12	13
Nota Mínima	4	0	0	3
Mediana	10	12	10	13
Moda	9	10	10	11

Fonte: Construção do autor.

Nas tabelas 2 e 3, são apresentados os resultados de cada um dos itens do teste de avaliação nos dois anos analisados. Através da análise dos testes respondidos pelos alunos das turmas do 8º e 9º ano das Escolas Estaduais I e II, foi possível observar a maneira como estes resolveram as questões, bem como os erros mais comuns e a partir disso identificar algumas dificuldades apresentadas por eles.

Tabela 2 - Distribuição de frequências da resolução das questões do teste de avaliação do conhecimento de números fracionários de alunos do 8º ano da Escola I e Escola II.

Questões	**Escola I**		**Escola II**	
	Acertos	**%**	**Acertos**	**%**
Questão 5.1	23	82,1	22	62,9
Questão 5.2	23	82,1	20	57,1
Questão 5.3	23	82,1	20	57,1
Questão 5.4	19	67,9	20	57,1
Questão 5.5	23	82,1	27	77,1
Questão 6	20	71,4	14	40,0
Questão 7.1	25	89,3	25	71,4
Questão 7.2	19	67,9	20	57,1
Questão 8.1	27	96,4	29	82,9
Questão 8.2	8	28,6	4	11,4
Questão 8.3	1	3,6	0	0,0
Questão 8.4	26	92,9	28	80,0
Questão 8.5	4	14,3	4	11,4
Questão 8.6	7	25,0	4	11,4
Questão 8.7	26	92,9	27	77,1

Fonte: Construção do autor.

Tabela 3 - Distribuição de frequências da resolução das questões do teste de avaliação do conhecimento de números fracionários de alunos do 9º ano da Escola I e Escola II.

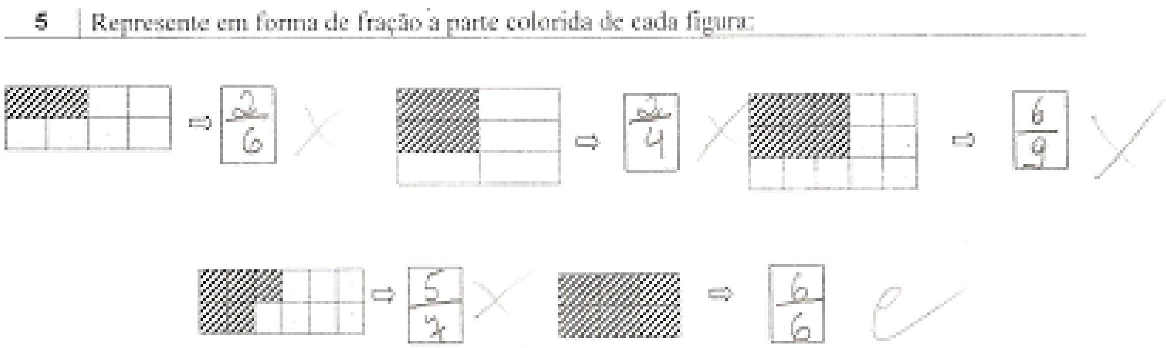
Questões	Escola I		Escola II	
	Acertos	%	Acertos	%
Questão 5.1	32	94,1	38	79,2
Questão 5.2	29	85,3	40	83,3
Questão 5.3	30	88,2	39	81,2
Questão 5.4	30	88,2	35	72,9
Questão 5.5	31	91,2	41	85,4
Questão 6	31	91,2	29	60,4
Questão 7.1	33	97,1	44	91,7
Questão 7.2	22	64,7	22	45,8
Questão 8.1	33	97,1	46	95,8
Questão 8.2	20	58,8	14	29,2
Questão 8.3	6	17,6	2	4,2
Questão 8.4	33	97,1	42	87,5
Questão 8.5	12	35,3	7	14,6
Questão 8.6	15	44,1	13	27,1
Questão 8.7	33	97,1	5	10,4

Fonte: Construção do autor.

As questões 5.1 a 5.5 tratam da representação em forma de fração de uma figura, trabalhando o conceito parte-todo. De maneira geral, a maioria dos alunos não encontrou muitas dificuldades em realizar a contagem do todo e a parte colorida que deveriam representar, tomando como base a parte colorida como numerador e o todo como denominador de uma fração. Mas ocorreram alguns erros por parte de alguns alunos, erros esses que denotam a falta de compreensão destes sobre o tema.

O erro mais comum cometido pelos alunos nessas questões foi o de contar a parte colorida como numerador e apenas a parte não colorida como denominador, ao invés do todo, como no exemplo apresentado na figura 1 retirado de um dos testes:

Figura 1 - Exemplo de resolução da Questão 5 do teste diagnóstico de um aluno do 8º ano da Escola II.

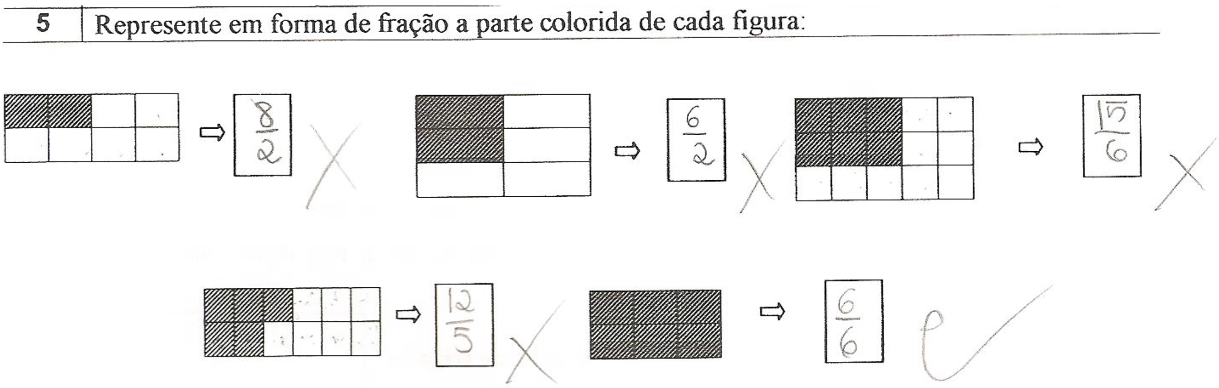


Fonte: Construção do autor.

Este erro denuncia a falta de compreensão dos alunos em relação à concepção parte-todo. Observamos que 24 alunos, sendo 13 do 8° e 12 do 9° ano, cometeram esse erro em pelo menos uma das questões, ou seja, visualizaram a contagem de duas partes ao invés de uma parte de um todo, ou de um inteiro.

Outro erro frequente nessas questões foi a inversão da posição entre o numerador e o denominador, como no exemplo apresentado na figura 2:

Figura 2 - Exemplo de resolução da Questão 5 do teste diagnóstico de um aluno do 9º ano da Escola I.

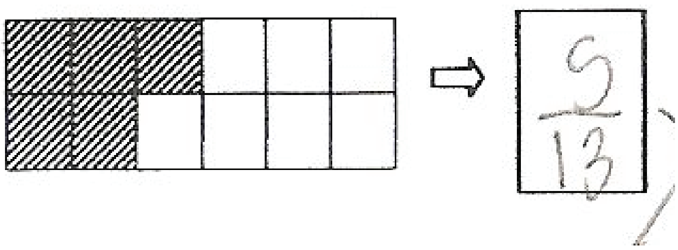


Fonte: Construção do autor.

Cerca de 7 alunos cometeram esse erro em pelo menos uma das cinco questões, sendo 5 alunos do 8°, e 2 do 9° ano. Esse tipo de erro indica que esses alunos compreenderam o esquema de contagem parte-todo, mas não compreenderam a notação e o conceito de fração nessa concepção.

Podemos notar também alguns erros de simples contagem, que podem ter ocorrido por falta de atenção, como o apresentado na figura 3:

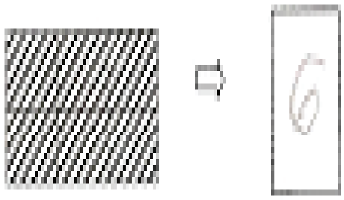
Figura 3 - Exemplo de resolução de parte da Questão 5, item 4,
do teste diagnóstico de um aluno do 8º ano da Escola I.



Fonte: Construção do autor.

Com relação ao quinto exercício da atividade proposta no item 5, em que a figura representa todo o inteiro pode-se observar uma variedade de erros, dentre eles temos a simples contagem das partes coloridas, sem levar em conta o todo da fração, apenas somando partes semelhantes e indicando seu total (Figura 4):

Figura 4 - Exemplo de resolução de parte da Questão 5, item 5, do teste diagnóstico de um aluno do 9º ano da Escola I.



Fonte: Construção do autor.

Observa-se que 11 (onze) alunos cometeram esse mesmo erro, sendo 5 alunos do 8° ano e 6 alunos do 9° ano, sendo que esses alunos não visualizaram um todo dividido em 6 partes, e sim seis partes iguais independentes.

Outro erro observado por 6 (seis) alunos, 4 do 8° e 2 do 9° ano, foi o que apresentamos na figura 5:

Figura 5 - Exemplo de resolução de parte da Questão 5, item 5, do teste diagnóstico de um aluno do 9º ano da Escola II.

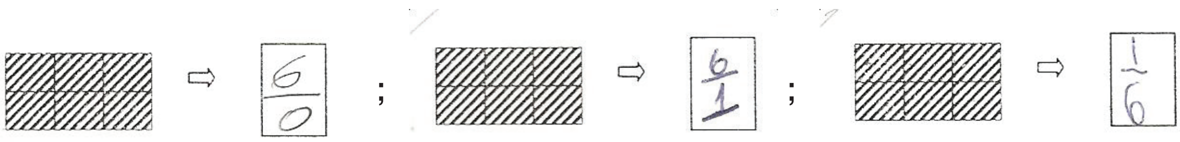
Fonte: Construção do autor.

Estas respostas são consideradas corretas se levado em conta a simplificação, semelhança, equivalência e igualdade entre frações. Mas a questão aqui é que se percebe que os alunos não visualizaram este fato, indicando que houve erro na contagem das partes.

Em relação à percepção da parte colorida como o todo da figura ou um inteiro no exercício 5.5, 31 alunos, 6 do 8° e 25 do 9° ano, conseguiram fazer esta interpretação, o que indica um bom entendimento desta concepção. Consideramos corretas respostas do tipo: 1; 1 inteiro; e $\frac{1}{1}$.

Podem-se também observar erros como os apresentados na figura 6:

Figura 6 - Exemplo de resolução de parte da Questão 5, item 5, do teste diagnóstico de um aluno do 8º ano da Escola I.



Fonte: Construção do autor.

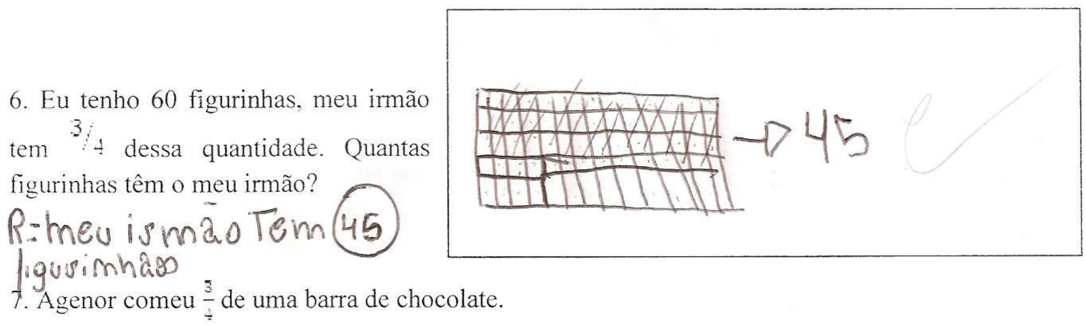
Destacamos ainda que apenas dois alunos do 9° ano, um da Escola I e um da Escola II, que na questão 5.1, perceberam a figura como uma representação da fração $\frac{1}{4}$, e não apenas $\frac{2}{8}$, indicando conhecimentos sobre simplificação e semelhança entre frações.

A questão 6 trata da interpretação de uma situação problema, competência esta que os alunos encontram mais dificuldades. Esse exercício pode ser interpretado por meio de várias das concepções de números fracionários. Podem ser trabalhados nesta questão: parte-todo, operador, razão e medida.

Exatamente 4 (quatro) alunos, 1 do 8° e 3 do 9° ano, resolveram esse exercício utilizando a concepção parte-todo, construindo uma figura dividida em 60 partes, dividindo essas 60 partes em 4 conjuntos iguais, e por fim pegando 3 desses conjuntos, que correspondem a $\frac{3}{4}$ do total de partes.

Esta forma de resolução pode se tornar um pouco complicada, à medida que o número a ser trabalhado aumenta, como, por exemplo, desenhar 60 pequenas partes pode ser muito trabalhoso, e trabalhar com números maiores pode ser ainda mais complicado, porém não deixa de ser uma forma para resolução que leva ao raciocínio e resposta correta, como podemos observar na figura 7 em uma das respostas dos alunos:

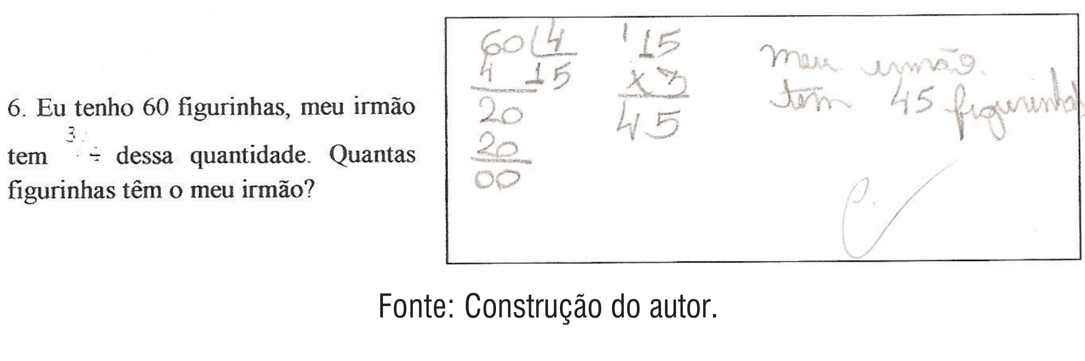
Figura 7 - Exemplo de resolução de parte da Questão 6, do teste diagnóstico de um aluno do 9º ano da Escola II.



Fonte: Construção do autor.

Com as concepções de razão e operador, tivemos alguns casos de formas de resolução diferentes. Observou-se que 56 alunos, 17 do 8° ano e 39 do 9° ano perceberam o número fracionário $\frac{3}{4}$ como um operador, dividindo o todo pelo denominador, ou seja, 4, e logo após multiplicando pelo numerador 3, como é mostrado na figura 8:

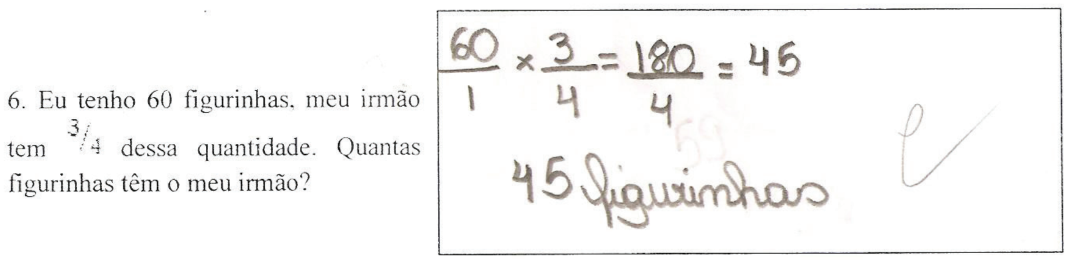
Figura 8 - Exemplo de resolução de parte da Questão 6, do teste diagnóstico de um aluno do 9º ano da Escola I.



Fonte: Construção do autor.

Ou então primeiramente multiplicando pelo numerador 3 e logo após dividindo o produto pelo denominador 4, ou simplesmente realizando a multiplicação do todo pela fração, que resultará em uma fração quociente, com um resultado exato (Figura 9):

Figura 9 - Exemplo de resolução de parte da Questão 6, do teste diagnóstico de um aluno do 9º ano da Escola II.



6. Eu tenho 60 figurinhas, meu irmão tem 3/4 dessa quantidade. Quantas figurinhas têm o meu irmão?

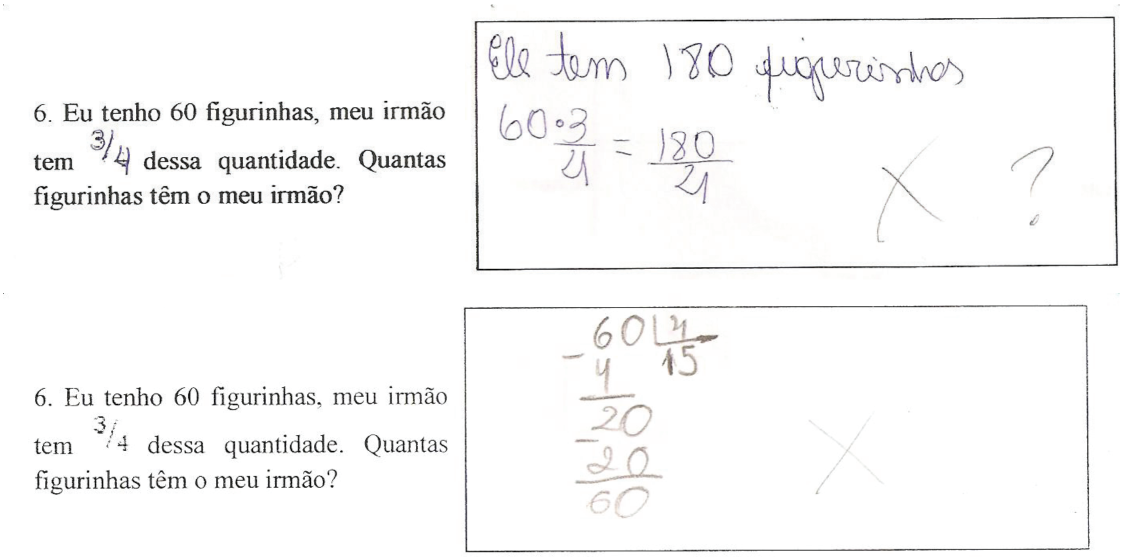
$\frac{60}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{180}{4} = 45$

45 figurinhas

Fonte: Construção do autor.

Observa-se neste exercício uma grande variação de erros e dentre eles pode-se destacar os mais comuns, por exemplo, ao invés de calcular o número de figurinhas pedido no exercício, simplesmente se fez a representação figural do número fracionário $\frac{3}{4}$. Outros dividiram o todo pelo numerador e depois dividiram o resultado novamente pelo denominador. Já alguns iniciavam o raciocínio correto, mas por motivo desconhecido pararam a resolução antes do término, como nos exemplos apresentados na figura 10:

Figura 10 - Exemplo de resolução de parte da Questão 6, do teste diagnóstico de alunos do 8º ano da Escola II e Escola I, respectivamente.



6. Eu tenho 60 figurinhas, meu irmão tem 3/4 dessa quantidade. Quantas figurinhas têm o meu irmão?

Ele tem 180 figurinhas

$60 \cdot \frac{3}{4} = \frac{180}{4}$

X ?

6. Eu tenho 60 figurinhas, meu irmão tem 3/4 dessa quantidade. Quantas figurinhas têm o meu irmão?

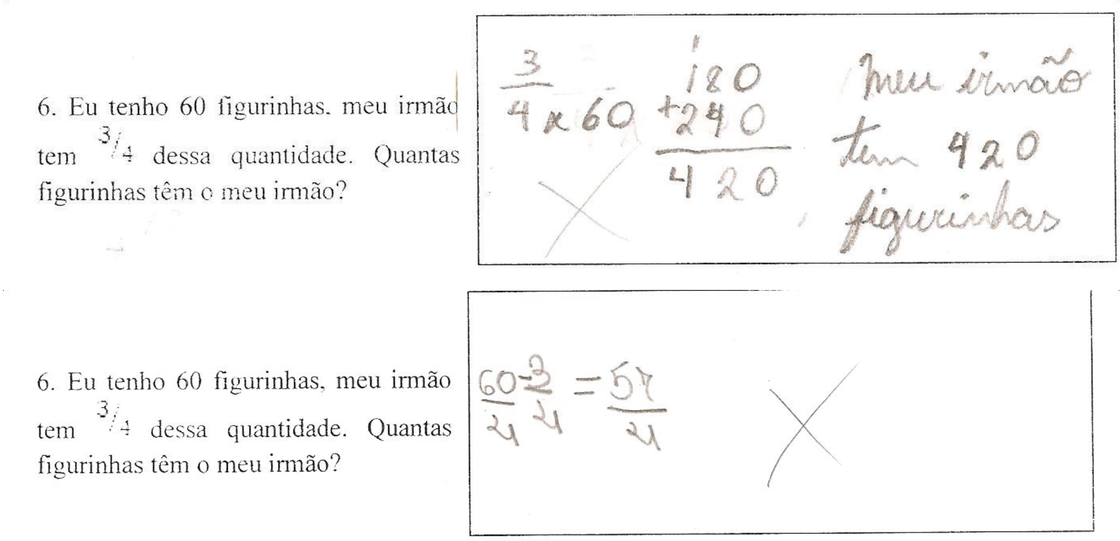
$60 \div 4 = 15$

X

Fonte: Construção do autor.

Observaram-se também alguns erros de cálculos e contas, e também de interpretação, como alunos que multiplicaram o numerador e o denominador por 60 e somaram os dois produtos e outro que subtraiu frações, como pode ser observado na figura 11:

Figura 11 - Exemplo de resolução da Questão 6 do teste diagnóstico de alunos do 9º ano da Escola II e Escola I, respectivamente.



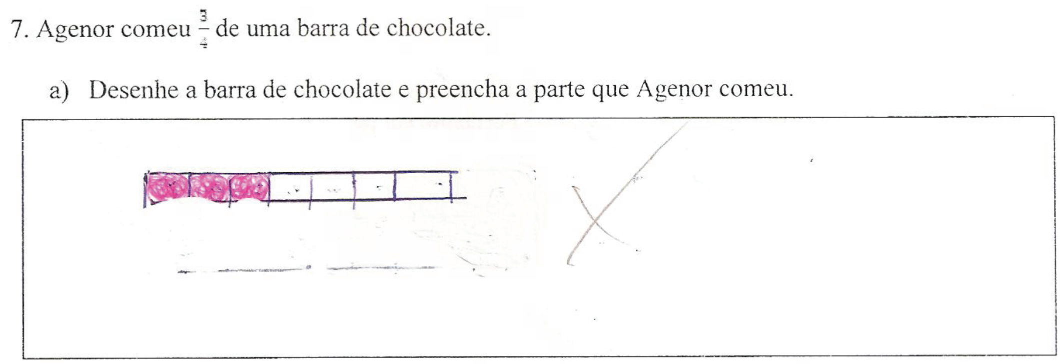
Fonte: Construção do autor.

Neste exercício, observaram-se dois fatos importantes que ocorrem com muita frequência, o “chute” e a “cola”, que ocorrem principalmente quando o aluno não detém o conhecimento necessário para resolução de um problema e se desespera não se importando em aprender, e sim em demonstrar resultados. Principalmente nesta questão, o índice de respostas inventadas sem fundamento e de cópias foi muito alto.

Os exercícios 7.1 e 7.2 tratam de uma situação problema que também requer interpretação e trabalham também a representação figural na concepção parte-todo. Na questão 7.1, os alunos deveriam representar em forma de desenho a fração $\frac{3}{4}$ de uma barra de chocolate, e em geral não tiveram dificuldades para isso.

O principal erro ocorrido nessa questão é a interpretação da fração na hora de desenhar, os alunos não percebem 3 partes de 4, e sim 3 partes + 4 partes, como se pode observar na figura 12:

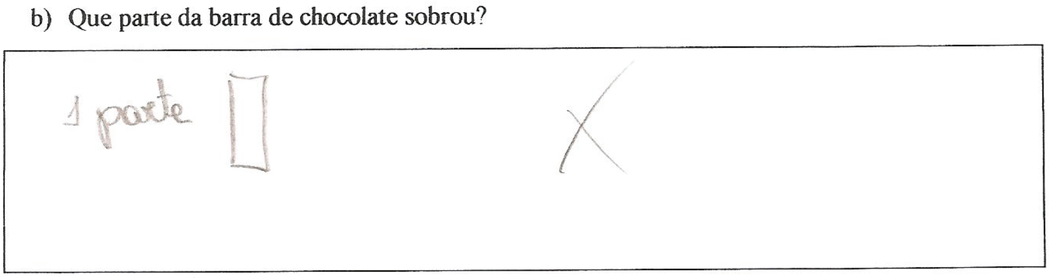
Figura 12 - Exemplo de resolução de parte da Questão 7, item 1, do teste diagnóstico de um aluno do 9º ano da Escola II.



Fonte: Construção do autor.

Já referente à questão 7.2 houve uma ocorrência maior de erros, principalmente referente à interpretação da fração, já que onde era pedido que dissessem qual parte sobrou da barra de chocolate da qual foi comida $\frac{3}{4}$, e foram aceitas representações figurais e fracionárias como resposta correta, no entanto o erro mais frequente foi indicar um quadrinho da resposta anterior como resposta, não essa parte de um todo, mas apenas essa parte, sem levar em consideração o inteiro, como pode ser observada no exemplo a seguir:

Figura 13 - Exemplo de resolução de parte da Questão 7, item 2, do teste diagnóstico de um aluno do 9º ano da Escola I.



Fonte: Construção do autor.

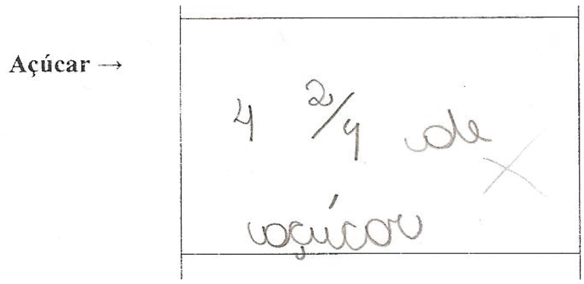
Este tipo de erro só reforça mais uma vez a deficiência que alguns alunos têm em interpretar situações problema e as concepções de números fracionários.

As questões em que o índice de erro foi maior foram: da questão 8.1 à 8.7, que necessitavam também de interpretação, pois trata-se de uma situação cotidiana e operações com números fracionários. Pedia-se o dobro dos ingredientes de uma receita de bolo, ficando claro algumas dificuldades em operações com frações pela maioria deles.

Nas questões 8.1, 8.6 e 8.7, que tratavam de números inteiros, os alunos não apresentaram grandes dificuldades em calcular o dobro destes números, mas quando se tratava de números fracionários ou mistos, a falta de compreensão e as deficiências dos alunos ficaram extremamente visíveis.

O erro mais frequente apresentado pelos alunos foi na multiplicação de uma fração por um número inteiro, visto que os alunos multiplicam o inteiro pelo numerador e pelo denominador, como no exemplo a seguir, retirado do teste de um aluno do 8° ano, da quantidade de açúcar que na receita original é de $2\,{}^{1}\!/_{2}$:

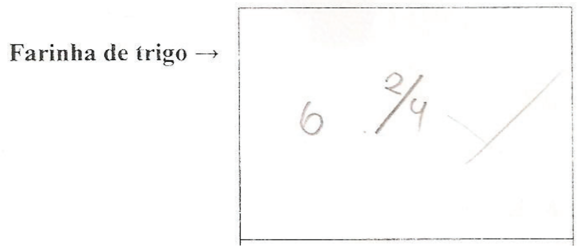
Figura 14 - Exemplo de resolução de parte da Questão 8, do teste diagnóstico de um aluno do 8º ano da Escola I.



Fonte: Construção do autor.

Outros ainda, quando trabalham com números mistos, não multiplicam a fração, mas somente o número inteiro, como no exemplo de outro aluno do 8° ano, na questão referente à farinha de trigo, que na receita original é $3\ ^2\!/_4$ xícaras:

Figura 15 - Exemplo de resolução de parte da Questão 8, do teste diagnóstico de um aluno do 8º ano da Escola II.



Fonte: Construção do autor.

Poucos alunos conseguem visualizar $\left(2 \cdot \frac{1}{2}\right)$ resultando em um inteiro, e eles têm mais dificuldades ainda em encontrarem números inteiros da soma de frações quando se trata de frações menos usuais como, por exemplo, $\frac{2}{4}$ ou $\frac{3}{4}$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As dificuldades observadas na resolução das questões sobre números fracionários pelos alunos estão principalmente ligadas à interpretação, por não encontrarem muitas dificuldades quando os exercícios se tratam de simples reprodução de conceitos, mas encontram muitos problemas quando esses exercícios necessitam da interpretação de situações problemas.

Sem dúvida, existe a falta de interesse por parte de alguns alunos, e nesta parte é que se encaixa a contextualização, trazendo os conhecimentos matemáticos para a vida do aluno.

Acredita-se que atividades lúdicas e jogos são exemplos de estratégias interessantes para se chamar a atenção dos alunos para a aprendizagem, mas esses recursos devem ser usados com cuidado, pois se forem aplicados de maneira incorreta podem atrapalhar ao invés de estimular, dando a impressão de que os conhecimentos são supérfluos e dispensáveis.

Todos os conceitos de números fracionários têm sua importância e devem ser trabalhados em conjunto, desenvolvendo o pensamento nos alunos de que no fim todos são representações de números racionais.

Deve-se quebrar o paradigma embutido no pensamento dos alunos de que os conhecimentos matemáticos são distantes e inúteis em suas vidas, e as estratégias didáticas devem se focar principalmente na quebra deste pensamento.

Percebeu-se que inicialmente houve certa resistência dos alunos em participar das atividades, mas estes foram convencidos pelas professoras da participação e demonstraram também que estavam participando para ficarem sem aula teórica.

Por este fato, pensamos que poderia ter sido feita uma pesquisa por observação que é uma técnica de coleta de dados, que não consiste em apenas ver ou ouvir, mas também a de examinar fatos ou fenômenos que se desejam estudar. É um elemento básico de investigação científica, utilizado na pesquisa de campo como abordagem qualitativa.

Portanto, uma perspectiva que se sugere, seria um estudo mais aprofundado a respeito do professor como observador do processo ensino-aprendizagem, ou seja, observar as ações dos alunos na sala de aula. Esse estudo contribuiria para a formação dos professores no sentido de melhor prepará-los para buscar uma melhor aprendizagem de seus alunos.

REFERÊNCIAS

BAILEY, D. H. et al. Competence with fractions predicts gains in mathematics achievement. **J. Exp. Child Psychol**, v. 113, p. 447-455, 2012.

BLOOM, B.; HASTINGS, J. T.; MADAUS, G. F. **Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar**. São Paulo: Pioneira, 1983.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CASTRO, R. A. de. Número fracionário: estudo histórico, epistemológico e da transposição didática. **Revista de educação**, v. 12, n.13, p. 59-69, 2009.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la Didactique: perspectives apportées par un approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 12, n. 1, p. 73-112, 1992.

DOMONEY, B. **Student Teachers' Understanding of Rational Number:** Part-whole and Numerical Constructs. In: J. Winter and S. Pope (eds.), Research in Mathematics Education Volume 4, Papers of the British Society for Research into Learning Mathematics (BSRLM), p. 53-67, 2002.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

HANNULA, M. S. **Locating Fraction on a Number Line**. In: Proceedings of the 27th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 3-17 to 3-24, Honolulu, Hawai'i, 2003.

KERSLAKE, D. **Fractions**: Children's Strategies and Errors, London: NFER-Nelson, 1986.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Conteúdo Básico Comum** – Matemática. Educação Básica - Ensino Fundamental (5° ao 9° ano), 2005.

NI, Y.; ZHOU, Y-D. Teaching and learning fraction and rational numbers: the origins and implications of whole number bias. **Educ. Psychol**, v. 40, p. 27-52, 2005.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

ONUCHIC, L. de La R.; BOTTA, L. S. Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, v. 3, n. 5, p. 5-11, 1997.

SÃO PAULO. Secretaria de Estado da Educação. Programa de Avaliação Educacional. **Avaliação do Rendimento das Escolas Públicas do Estado de São Paulo** – etapa 94, 1995. (SARESP).

SIEGLER, R. S. et al. An integrated theory of whole number and fractions development. **Cogn. Psychol**. v. 62, p. 273-296, 2011.

SIEGLER, R. S. et al. Early predictors of high school mathematics achievement. **Psychol. Sci**, v. 23, p. 691-697, 2012.

SILVA, V. et al. Uma experiência de ensino de fração articulada ao decimal e à porcentagem. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo: Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, v. 7, n. 8. P. 16-23, 2000.

VAMVAKOUSSI, X.; VOSNIADOU, S. Understanding the structure of the set of rational numbers: a conceptual change approach. **Learn. Instr**. v. 14, p. 453-467, 2004.

VAMVAKOUSSI, X.; VOSNIADOU, S. How many decimals are there between two fractions? Aspects of secondary school students' understanding of rational numbers and their notation. **Cogn. Instr**. v. 28, p. 181-209, 2010.

ANEXO I - QUESTIONÁRIO PARA OS PROFESSORES

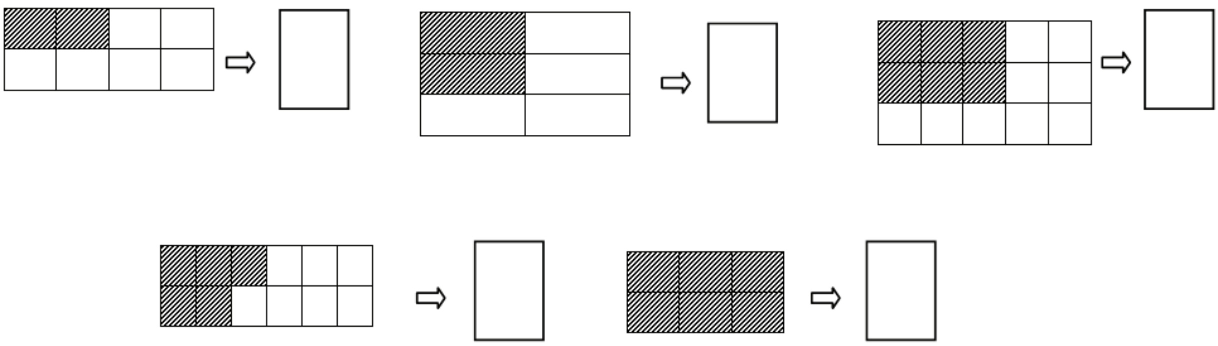
Caro professor, este instrumento é parte de uma pesquisa cujo objetivo é analisar o processo ensino-aprendizagem dos números fracionários nas séries finais do Ensino Fundamental. O trabalho faz parte da Disciplina "Estudo e Desenvolvimento de Projetos" do Curso de Licenciatura em Matemática da UFTM.

	Escola onde você ensina: ① E.E. Corina de Oliveira ② E.E. Santa Terezinha
1	Sexo: ① Masculino ② Feminino
2	Idade (anos):
3	Qual sua formação?
4	Séries em que leciona: ① 5º Série ② 6º Série ③ 7º Série ④ 8º Série ⑤ Outra: _______________
5	Você ensina números fracionários baseado em qual concepção? ① parte-todo ② quociente ③ razão ④ operador ⑤ Outro: _________________________
6	Você utiliza atividades lúdicas, jogos e materiais didáticos diversos para auxiliar na aprendizagem de números fracionários? ① Sim ② Não
6.1	Liste as atividades que utiliza se respondeu SIM à questão de número 6:
7	7. Apresenta aos alunos durante as aulas a história, o porquê do surgimento e a utilidade do que está sendo estudado? ① Sim ② Não
7.1	De que maneira os apresenta se respondeu SIM à questão de número 7?
8	8. Durante o ensino de números fracionários, mostra aplicações do conteúdo estudado no cotidiano e na vida do aluno? ① Sim ② Não
8.1	De que forma os mostra se respondeu SIM à questão de número 8?
9	De uma forma geral, você considera a compreensão dos alunos sobre números fracionários: ① Excelente ② Muito Boa ③ Regular ④ Ruim ⑤ Péssima
9.1	Por quê?
10	Tem alguma sugestão de como melhorar a aprendizagem de números fracionários? ① Sim ② Não
10.1	Quais sugestões têm a dar se respondeu SIM na questão de número 10?

ANEXO II - TESTE DE AVALIAÇÃO DOS CONHECIMENTOS DOS ALUNOS SOBRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Caro aluno, este instrumento é parte de uma pesquisa cujo objetivo é analisar o processo ensino-aprendizagem dos números fracionários nas séries finais do Ensino Fundamental. O trabalho faz parte da Disciplina "Estudo e Desenvolvimento de Projetos" do Curso de Licenciatura em Matemática da UFTM.

	Escola onde você estuda: 1 E.E. Corina de Oliveira 2 E.E. Santa Terezinha
1	Sexo: 1 Masculino 2 Feminino
2	Idade (anos):
3	Série em que estuda: 1 7º Série 2 8º Série
4	Qual sua turma:
5	Represente em forma de fração a parte colorida de cada figura:



6. Eu tenho 60 figurinhas, meu irmão tem $\frac{3}{4}$ dessa quantidade. Quantas figurinhas têm o meu irmão?

7. Agenor comeu $\frac{3}{4}$ de uma barra de chocolate.

a) Desenhe a barra de chocolate e preencha a parte que Agenor comeu.

b) Que parte da barra de chocolate sobrou?

8. Na próxima semana é aniversário da minha irmã. Como espero muita gente na festa pretendo fazer esse mesmo bolo, mas uma receita só não dá para todos os convidados, então decidi fazer o dobro da receita. Qual quantidade de cada ingrediente eu devo usar para fazer o dobro desta receita de bolo de chocolate?

RECEITA DE BOLO
· 5 ovos
· 2 1/2 xícaras de açúcar
· 3 2/4 xícaras de farinha de trigo
· 1 1/2 xícaras de chocolate em pó
· 2 3/4 xícaras de leite
· 1 colher de fermento em pó
· 3 colheres de margarina

Ovos →		**Farinha de trigo →**	
Açúcar →		**Chocolate em pó →**	
Leite →		**Fermento em pó →**	
Margarina →			

RECEBIDO EM: 07.04.2014.
CONCLUÍDO EM: 13.06.2014.