

## DESEMPENHO, REPRESENTAÇÕES E ESTRATÉGIAS DE ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES DE COMBINATÓRIA

### PERFORMANCE, REPRESENTATIONS AND STRATEGIES OF STUDENTS OF THE 5th YEAR OF FUNDAMENTAL EDUCATION IN RESOLUTION OF COMBINATORY SITUATIONS

DANILO DO CARMO DE SOUZA<sup>1</sup>  
JUSCILEIDE BRAGA DE CASTRO<sup>2</sup>  
ANTONIO LUIZ DE OLIVEIRA BARRETO<sup>3</sup>

#### RESUMO

Compreender as estratégias dos estudantes pode ajudar o professor a (re)definir sua prática pedagógica, pois ajuda a entender as dificuldades e acompanhar o desenvolvimento dos conceitos matemáticos. Esta pesquisa tem como objetivo analisar o desempenho em correspondência com as estratégias e as representações empregadas por estudantes do 5º ano para a resolução de situações de combinatória. Analisou-se os testes diagnósticos de 182 estudantes à luz da Teoria dos Campos Conceituais. Os resultados indicam que a representação mais empregada foi a numérica, mas não se mostrou tão eficaz quanto a combinação de representações. A listagem foi verificada apenas na resolução da situação com o todo desconhecido, sendo possível verificar os níveis diferentes de raciocínios. As estratégias das situações com a parte desconhecida foram consideradas mais sofisticadas, não necessariamente pela operação, mas porque requisitavam uma inversão de raciocínio, o que indica a necessidade de se explorar estes tipos de situações na escola.

**Palavras-chave:** Estruturas Multiplicativas. Combinatória. Desempenho. Estratégia. Representação.

#### ABSTRACT

*Understanding students' strategies can help the teacher to (re) define their pedagogical practice, as it helps to understand how difficulties and monitor the development of mathematical concepts. This research aims to analyze the performance in correspondence with strategies and as representations used by students of the 5th year to solve situations of combination. The tests of 182 students were analyzed in the light of the Theory of Conceptual Fields. The results indicate that the representation most used was the numeric, but it was not as effective as the combination of representations. The listing was verified only in the resolution of the situation with the unknown, being possible to verify the different levels of reasoning. The strategies of situations with the unknown party were considered more sophisticated, not necessarily because of the operation, but because they required an inversion of reasoning, which indicates the need to explore these types of situations at school.*

**Keywords:** *Multiplicative Structures. Combinatory. Performance. Strategy. Representation.*

#### RESUMEN

*Comprender las estrategias de los estudiantes pueden ayudar al maestro a (re) definir su práctica pedagógica, ya que ayuda a comprender cómo las dificultades y supervisar el desarrollo de conceptos matemáticos. Esta investigación tiene*

1 Mestre em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Professor na Prefeitura Municipal de Fortaleza. E-mail: danilocarmo1992@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2111-4974>

2 Doutora em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Professora da UFC vinculada ao Departamento de Teoria e Prática de Ensino da Faculdade de Educação. Professora no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). E-mail: jusci.castro@ufc.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6530-4860>

3 Doutor em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Professor na Universidade Estadual do Ceará (UECE). E-mail: barreto.lui1@gmail.com Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9871-6338>

como objetivo analizar el desempeño en correspondencia con las estrategias y con las representaciones utilizadas por los estudiantes de 5to año para resolver situaciones de combinación. Se analizaron las pruebas de 182 estudiantes a la luz de la Teoría de los Campos Conceptuales. Los resultados indican que la representación más utilizada fue numérica, pero no fue tan efectiva como la combinación de representaciones. El listado se verificó solo en la resolución de la situación con lo desconocido, siendo posible verificar los diferentes niveles de razonamiento. Las estrategias de situaciones con la parte desconocida se consideraron más sofisticadas, no necesariamente por la operación, sino porque requerían una inversión de razonamiento, lo que indica la necesidad de explorar este tipo de situaciones en la escuela.

**Palabras-clave:** Estructuras Multiplicativas. Combinacional. Actuación. Estrategia. Representación.

## INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência indispensável na formação intelectual e profissional dos estudantes, pois pode ajudar a desenvolver a capacidade cognitiva, ajudando a ampliar a capacidade criativa, de imaginação e do raciocínio indutivo e dedutivo; essencial para lidar diariamente com uma diversidade de situações. No entanto, decorre que a forma como a Matemática é ensinada, dando ênfase ao emprego de fórmulas, de regras, de procedimentos previamente estabelecidos e de situações-problemas descontextualizadas e repetitivas, não favorece a este fim (MAGINA *et al.*, 2001; CASTRO, 2016). Tais práticas corroboram para que os estudantes apresentem dificuldades na compreensão dos conteúdos matemáticos, pondo em dúvida sobre qual operação aplicar durante a solução de determinado tipo de problema (CASTRO, 2016; GITIRANA *et al.*, 2014).

As dificuldades em definir a operação ao resolver problemas e resolvê-las, podem ser verificadas diariamente no âmbito escolar e em avaliações nacionais de larga escala. Analisando os dados coletados a partir do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), apenas 1,70% dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental alcançaram os níveis mais altos (BRASIL, 2017a).

Ainda nesse aspecto, é esperado que os estudantes do 5º ano atinjam o nível adequado, ou seja, pontuações entre 225 - 275, contudo, apenas 36,25% desses estudantes alcançam o nível esperado. Ao verificar os tipos de problemas que os estudantes mais têm dificuldades, constata-se que apenas 10,55% dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental conseguem obter o nível 7, onde se encontram as situações multiplicativas com a ideia de combinatória (BRASIL, 2017a).

Embora as situações multiplicativas com a ideia de combinatória sejam uma das situações mais difíceis de resolver (GITIRANA *et al.*, 2014), este tipo de situação está prevista no currículo de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), espera-se que até o final do 5º ano do Ensino Fundamental os estudantes sejam capazes de determinar agrupamentos possíveis na combinação de elementos de uma coleção e resolver problemas simples de contagem<sup>4</sup>, utilizando diagramas de árvore ou tabela (BRASIL, 2017b).

Em pesquisa do Programa Observatório da Educação (OBEDUC), realizada em rede pelos estados da Bahia, de Pernambuco e do Ceará, com 569 crianças que faziam o 5º ano do Ensino Fundamental, constatou-se que 14,76% eram capazes de resolver problemas de combinatória em que a operação esperada para a resolução era a multiplicação e que apenas 10,90%, destes estudantes, conseguiram responder corretamente problema de combinatória em que a divisão era a operação esperada (SANTANA; CAZORLA, 2017).

<sup>4</sup> Os problemas simples de contagem são aqueles que envolvem o princípio multiplicativo, com a ideia de combinação. Para os anos iniciais, a BNCC indica a habilidade EF04MA08 - no 4º ano, e a habilidade EF05MA09 - no 5º ano do Ensino Fundamental (BRASIL, 2017b).

Considerando as dificuldades em resolver situações que envolvem a ideia de combinatória, diversos autores (PESSOA; BORBA 2009; BORBA, 2010; AZEVEDO; BORBA, 2013; LIMA; GADELHA; BORBA, 2017) têm desenvolvido estudos com o objetivo de compreender o processo de ensino e de aprendizagem destes conceitos.

Fischbein (1975) e Borba (2010) realizaram estudos empíricos que evidenciaram que o raciocínio combinatório se desenvolve influenciado por experiências escolares. Em particular, o uso da árvore de possibilidades permitiu avanços deste modo de pensar, ajudando o aluno em suas deficiências na enumeração sistemática. Os autores enfatizam que o uso dessa estratégia de resolução pode permitir avanços no desenvolvimento do raciocínio combinatório ao apontar as etapas de escolhas necessárias.

Ainda que o uso da árvore das possibilidades possa contribuir com os avanços do raciocínio combinatório, compreende-se a importância de valorizar o uso de estratégias próprias como forma de compreender a lógica da organização intelectual dos estudantes. Ao iniciar a abordagem deste tipo de situação no 4º ano do Ensino Fundamental, a BNCC sugere que os estudantes resolvem este tipo de situação, utilizando estratégias e formas de registro pessoais (BRASIL, 2017b).

Compreender as estratégias dos estudantes pode ajudar o professor a (re)definir sua prática pedagógica. Sobre isso, Spinillo *et al.* (2014, p. 4) explicam que de acordo com a Psicologia Cognitiva, a análise dos erros e dos acertos são importantes para que o professor compreenda “os limites e as possibilidades do pensamento frente a um dado objeto de conhecimento, no caso, os conceitos matemáticos”. A partir desta perspectiva, as resoluções dos estudantes podem trazer indícios de seu desenvolvimento cognitivo.

Considerando este contexto, têm-se as seguintes questões: qual a relação entre o desempenho e o tipo de estratégia utilizada na resolução de situações de combinatória? Um desempenho não satisfatório, pode indicar uma estratégia adequada?

Tendo como fundamentação teórica a Teoria dos Campos Conceituais, em especial o campo multiplicativo que contempla as situações de combinatória, este artigo tem como objetivo analisar o desempenho em correspondência com as estratégias e as representações empregadas por estudantes do 5º ano para a resolução de situações multiplicativas do tipo combinação. O estudo das situações multiplicativas de combinatória são importantes para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes, assim como para aprimorar a generalização do raciocínio matemático.

A seguir, discutir-se-á a Teoria dos Campos Conceituais, assim como pesquisas relacionadas com as situações multiplicativas de combinatória. Na sequência, os procedimentos metodológicos da investigação serão apresentados, seguidos da discussão dos resultados e, por fim, apresentar-se-á as considerações finais.

## A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E O CAMPO MULTIPLICATIVO

A Teoria dos Campos Conceituais tem como precursor o psicólogo francês Gérard Vergnaud. O cerne dessa teoria visa compreender como se desenvolve o processo de aprendizagem e a aquisição das competências durante o processo de formalização dos conceitos. Destarte, possibilita a localização e o estudo das filiações e rupturas entre os conhecimentos científicos. Nessa perspectiva, a TCC fornece em seu quadro teórico, uma teoria psicológica fundamentada no processo de conceitualização do real como principal elemento da cognição.

Na teoria vergnaudiana, um conceito não se restringe a sua definição e não deve ser considerada de modo trivial. Nessa lógica, o conceito é constituído a partir de três conjuntos intimamente relacionados, são eles: um conjunto de situações que tornam significativo a proposta do conceito ao sujeito; um conjunto formado pelos invariantes, ou seja, comportando suas propriedades a respeito do mesmo e um conjunto contendo os signos e demais formas de representações possíveis de caracterização dos conceitos. Em outras palavras, o conceito pode ser simbolicamente representado pela terna  $C = (S, I, R)$ , em que:  $S =$  conjunto de situações;  $I =$  conjunto de invariantes operatórios e  $R =$  conjunto das representações simbólicas (VERGNAUD, 2009).

No tocante aos conceitos matemáticos, estes encontram-se estritamente conectados e compostos por uma diversidade de situações que progressivamente vão sendo ampliadas não fazendo sentido estudá-los isoladamente (MAGINA et al, 2001). Com isso, Vergnaud propõe a sistematização dos conceitos em estruturas específicas que denominou de Campos Conceituais. Um campo conceitual corresponde a um conjunto de situações as quais necessitam de uma variedade de conceitos, procedimentos e representações interligados (VERGNAUD, 1983, 2009). A organização das situações nesses campos é baseada segundo as relações, as estruturas e as propriedades inerentes ao conceito. Em seus estudos, o autor debruçou-se em dois importantes campos conceituais aritméticos: o campo das estruturas aditivas e o campo das estruturas multiplicativas.

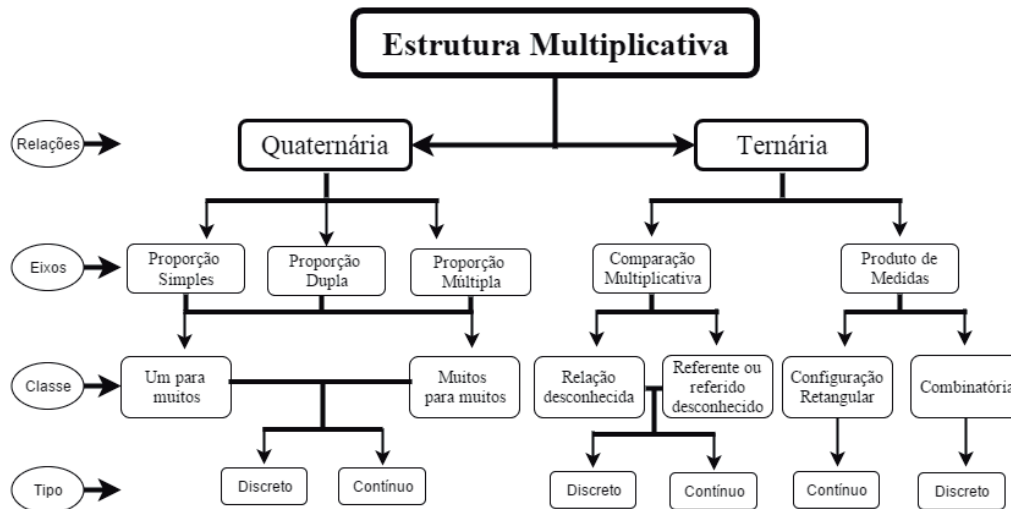
O campo aditivo concerne às situações que envolvem as operações de adição, de subtração ou uma associação de ambas, bem como as ideias de juntar, de separar, de comparar, de transformar e de transladar. Nesse tipo de situação existe uma relação ternária, ou seja, de três elementos (VERGNAUD, 2009).

O campo das Estruturas Multiplicativas compreende às situações que envolvem as operações de multiplicação, de divisão ou uma combinação de ambas. Pode-se destacar neste campo, situações relacionadas com os conceitos de multiplicação, de divisão, de fração, de razão, de proporção, de função, de combinação, entre outros. No invariante operatório das situações multiplicativas, identifica-se uma relação fixa entre duas grandezas, podendo corresponder a relações ternárias e quaternárias (VERGNAUD, 1983, 2009).

Ao analisar às situações multiplicativas, Vergnaud (2009) sistematizou-as segundo estruturas e características próprias, classificando-as em: isomorfismo de medidas, produto de medidas e proporção múltipla (VERGNAUD, 2009). Neste estudo, utilizar-se-á uma releitura proposta por Magina, Santos e Merlini (2014).

A Figura 1 mostra a organização das situações multiplicativas proposta pelos pesquisadores. O esquema foi criado com o objetivo de sintetizar as ideias centrais deste campo. Ele está dividido em duas partes: relações quaternárias e relações ternárias. As relações quaternárias são constituídas por três eixos: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla. Cada uma delas, por sua vez, divide-se em duas classes: um para muitos e muitos para muitos. Pelo esquema, observa-se que cada uma das classes contém problemas do tipo discreto ou contínuo.

Figura 1 - Organização das situações das Estruturas Multiplicativas.



Fonte: Adaptado de Castro (2016).

Os eixos das relações ternárias encontram-se assim divididos: comparação multiplicativa e produto de medida. No que se refere ao eixo da comparação multiplicativa, este se subdivide em duas classes: relação desconhecida e referente (ou referido desconhecido). Cada uma destas classes pode conter problemas do tipo discreto ou contínuo. O eixo produto de medidas, por sua vez, tem as seguintes classes: configuração retangular e combinatória. A configuração retangular contém situações do tipo contínuas, enquanto que na classe combinatória só se é possível trabalhar com situações envolvendo quantidades discretas.

Ressalta-se que este estudo não tem a pretensão de explorar todas as situações relativas às Estruturas Multiplicativas, pois tem como foco a discussão do desempenho e das estratégias lançadas pelos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, no âmbito das relações ternárias e, mais especificamente, situações que envolvem a classe combinatória.

As situações que envolvem o conceito de combinação, possuem relações ternárias e fazem parte do eixo de Produto de Medidas. Estão presentes na classe de combinatória, situações que envolvem a noção do produto cartesiano entre dois conjuntos disjuntos ( $A \cap B = \emptyset$ ). Sobre esta classe de situação, Reges, Sá e Silva (2013, p. 53) pontuam que “esse tipo de problema, que só aparecia no Ensino Médio, toma agora formas simplificadas e deve ser trabalhado já nos anos iniciais. Esse problema de desafios de combinação é inicialmente resolvido pelos alunos por meio de desenhos e testes das possibilidades, seguido pela contagem”.

Um exemplo bastante comum deste tipo de problema é o que envolve a combinação de blusas e calças, em que a operação esperada é a multiplicação, como pode ser visto no Exemplo 1.

Exemplo 1: *Marília possui seis calças, nove blusas e quatro pares de sapatos. De quantas maneiras diferentes ela pode vestir-se utilizando cada um desses trajés?*

No Exemplo 1 tem-se a quantidade de calças, de blusas e de sapatos e é preciso definir a quantidade de combinações possíveis. Assim, basta se fazer a multiplicação de  $6 \times 9 \times 4 = 216$  combinações possíveis. No Exemplo 2, tem-se uma situação de combinação em que a operação esperada é a divisão.

Exemplo 2: Uma fábrica produziu um total de 10 carros, com dois tipos de motores: 1.0 ou 1.6 e cores variadas. Sabendo que o total de carros é o resultado da combinação dos tipos de motores e cores de carros, quantas são as cores nas quais o carro é produzido?

No Exemplo 2 são dados o total de carros produzidos (número total de elementos produzidos após as combinações possíveis) e os tipos de motores (quantidade de um dos conjuntos que vão entrar na combinação) e procura-se a quantidade de cores, isto é, o segundo conjunto a combinar. Tendo-se em vista que nesta situação se busca conhecer a quantidade de elementos de um dos conjuntos a combinar, é necessária a utilização da divisão entre o total de carros produzidos e os tipos de motores, logo,  $10:2 = 5$  tipos de cores.

As situações com ideia de combinação são consideradas difíceis para os estudantes dos anos iniciais, principalmente aquelas em que a divisão é a operação esperada. Pesquisas (PESSOA; BORBA 2009; BORBA, 2010; AZEVEDO; BORBA, 2013; SPINILLO *et al.* 2014) indicam dificuldades ou tipos de erros encontrados nessas situações.

Pessoa e Borba (2009) realizaram uma pesquisa de abordagem qualitativa e quantitativa que envolveu a aplicação de testes de sondagem há 99 alunos da 1ª e 4ª séries<sup>5</sup> do Ensino Fundamental de duas escolas: pública e particular. Cada aluno resolveu individualmente oito problemas envolvendo o raciocínio combinatório (dois de cada tipo: produto cartesiano, combinação, arranjo e permutação). Os quatro primeiros problemas continham números que levavam ao maior número de possibilidades na solução e os quatro últimos envolviam menos possibilidades. A análise dos dados baseou-se nas estratégias dos alunos e no percentual de acerto e de erro dos alunos. Além do mais, foi feito um comparativo entre as escolas por série e por tipo de situação.

As pesquisadoras acentuam que a lógica dos problemas foi se tornando mais evidente para os alunos à medida que aumentava a sua escolarização (PESSOA; BORBA, 2009). Enquanto que na 1ª série o percentual médio de acerto era de 0%, na 4ª série os índices chegaram a 27%. Vale ressaltar que os problemas do tipo produto cartesiano foram os que apresentaram melhores resultados, 45% de acerto. Os problemas do tipo produto cartesiano envolviam apenas a operação de multiplicação, denominados por Borba (2010) como do tipo direto. Contudo, faltam estudos que abordam as estratégias que alunos empregam ao solucionar os problemas do tipo inverso, ou seja, quando o valor das combinações totais é conhecido e deseja-se encontrar um dos conjuntos associados.

Azevedo e Borba (2013) realizaram uma pesquisa com 40 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de duas escolas da rede pública Municipal do Recife. A pesquisa teve como objetivo analisar a influência da construção de árvores de possibilidades, com e sem o uso de um *software* educativo voltado para o ensino e para a aprendizagem da combinatória com alunos do Ensino Fundamental. As crianças foram separadas em quatro grupos de 10 alunos, formando, assim, dois grupos experimentais e dois grupos controle. Para tanto, foi realizado um pré-teste, seguido de distintas formas de intervenção e, finalmente, um pós-teste, que avaliou os avanços obtidos a partir das intervenções realizadas.

Na análise do desempenho das questões do pré-teste, portanto, antes das intervenções, as pesquisadoras ressaltaram que os alunos resolveram os problemas combinatórios principalmente de forma não sistemática, acarretando, na maioria das vezes, no não esgotamento de todas as possibilidades da situação do problema proposto. Todavia, após as intervenções realizadas baseadas na utilização das árvores de possibilidades com ou sem o uso do *software*, foi observado uma maior sistematização na resolução dos problemas (AZEVEDO; BORBA, 2013).

<sup>5</sup> As 1ª e 4ª séries correspondem, atualmente, ao 2º e ao 5º ano do Ensino Fundamental, respectivamente.

Os resultados obtidos indicam que o trabalho com árvore de possibilidades, seja por meio de *software* ou com resolução de problemas em lápis e papel é um excelente recurso para promover o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Em pesquisa que discute as diferentes concepções e maneiras de lidar com o erro no processo de ensino e de aprendizagem da matemática, Spinillo *et al.* (2015) analisaram estratégias incorretas empregadas por crianças de oito anos na resolução de situações multiplicativas do tipo combinação. Em duas situações analisadas foi possível constatar, apesar das duas estarem resolvidas inadequadamente, diferenças marcantes na forma de raciocinar dos estudantes. As análises indicam que as crianças formam pares fixos, ou seja, não aceitam a possibilidade de uma calça ser combinada com mais de uma camisa; e em outros casos, pares flexíveis, expressando o princípio da correspondência um-para-muitos, pois não conseguem sistematizar a constituição de todos os pares (SPINILLO *et al.* 2014).

Ainda que as situações analisadas tenham indicado um resultado equivocado, a análise das estratégias demonstra níveis diferentes de raciocínio. Conhecer estes níveis diferenciados de raciocínios deve possibilitar que o professor que ensina matemática faça intervenções mais adequadas para a realidade de sala de aula.

Após sublinhar os aspectos teóricos norteadores deste estudo, apresentar-se-á na próxima seção, os procedimentos metodológicos aplicados.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO

Esse estudo é um recorte de uma pesquisa mais ampla, denominada “Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental”, realizada no âmbito do Programa Observatório da Educação (OBEDUC), ora finalizado, realizado em rede, entre os estados da Bahia, de Pernambuco e do Ceará. Um dos objetivos do referido projeto foi avaliar desempenhos e estratégias de alunos do Ensino Fundamental acerca das Estruturas Multiplicativas. Para tanto, foi construído e aplicado um instrumental a 1418 alunos, contendo 13 situações multiplicativas, distribuídas, conforme quadro 1.

**Quadro 1** - Situações do instrumento diagnóstico, por relação, eixo e classe.

Relação	Eixo	Classe	Situação
Quaternárias	Proporção Simples	Um para muitos	<p><b>S1.</b> Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana tem?</p> <p><b>S4.</b> A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?</p> <p><b>S8.</b> Um supermercado fez uma promoção: “Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais”. Quanto vai custar cada litro de suco?</p>
		Muitos para muitos	<p><b>S3.</b> Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?</p> <p><b>S6.</b> Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?</p> <p><b>S12.</b> Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno marca 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou?</p>

Ternárias	Comparação Multiplicativa	Relação desconhecida	<b>S10.</b> Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?
		Referido ou referente desconhecido	<b>S2.</b> A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola? <b>S13.</b> Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?
	Produto de Medida	Configuração retangular	<b>S5.</b> Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar? <b>S7.</b> A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem 24m <sup>2</sup> . A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?
		Combinatória	<b>S9.</b> A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches? <b>S11.</b> Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

Fonte: Rede E-Mult - retirado de Barreto, Castro e Castro-Filho (2017, p. 43).

De acordo com o quadro 1, o teste organizava-se da seguinte maneira: seis situações de Proporção Simples; três situações de Comparação Multiplicativa; duas situações de Produto Cartesiano do tipo Área e duas situações de Produto Cartesiano do tipo combinação.

Considerando o objetivo traçado neste estudo, serão analisadas apenas o desempenho e as estratégias das situações multiplicativas de combinatória: S9 e S11. As situações S9 e S11 do teste serão analisadas sob dois aspectos: o percentual de desempenho dos estudantes e os tipos de estratégias e representações empregadas na solução de tais situações, ainda que os resultados não sejam corretos.

No Estado do Ceará, as aplicações ocorreram do período de outubro a novembro de 2014, durante um único dia em todas as escolas participantes do projeto, sendo duas na capital e duas no interior. O quadro 2 apresenta a distribuição do quantitativo de alunos participantes dessa pesquisa por escola.

**Quadro 2** - Quantitativo de alunos participantes do projeto.

Escola / Cidade	Quantidade de aluno	5º ano
Escola A / São Gonçalo do Amarante	476	55
Escola B / Barreira	383	69
Escola C / Fortaleza	298	58
Escola D/ Fortaleza	261	-
Total	1.418	<b>182</b>

Fonte: Rede E-Mult (2012/2017).

Tendo em vista o quantitativo de 1418 testes realizados, optou-se por analisar os testes dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, o que corresponde a 182 estudantes. A opção pelo 5º ano foi feita, por se tratar de um ano de transição, correspondendo ao último ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Além disso, verifica-se que as situações multiplicativas de combinatória começam a ser trabalhadas no 4º ano (BRASIL, 2017b), o que pode possibilitar uma maior diversidade de estratégias.



Cumpramos esclarecer que todas as escolas mencionadas no quadro 2 concordaram em participar da pesquisa, assinando, para isso, um termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Os pais dos estudantes que participaram do teste diagnóstico também assinaram TCLE consentindo a participação dos estudantes menores na referida pesquisa. Esta pesquisa foi registrada e devidamente protocolada no Comitê de Ética em Pesquisa com seres humanos (COMPEPE) da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC)<sup>6</sup>.

Explicitado os procedimentos metodológicos de pesquisa, a discussão dos resultados será realizada na próxima seção.

## ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados dessa pesquisa foram organizados em três subseções. Na primeira, será apresentado o desempenho dos estudantes na resolução das situações de combinação. A segunda subseção trará a classificação das estratégias utilizadas pelos estudantes. Por fim, a terceira subseção apresentará e discutirá os tipos de estratégias e de representações que foram empregadas pelos estudantes.

### Desempenho dos estudantes em situações de combinatória

A avaliação diagnóstica aplicada a 182 estudantes cearenses contemplou duas situações de combinação - S9 e S11 (Quadro 1).

A situação 9 tem como enunciado: *A lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer os tipos de sanduíches?*

Analisando os invariantes do problema, observa-se que se trata de uma situação de combinação do tipo parte desconhecida. Nesse caso, são conhecidos o número total de possibilidades e a quantidade de um dos conjuntos, e o que se procura é o número de elementos do segundo conjunto. Ademais, para a resolução dessa situação, comumente emprega-se a operação de divisão.

A situação 11<sup>7</sup> tem a seguinte proposição: *Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?*

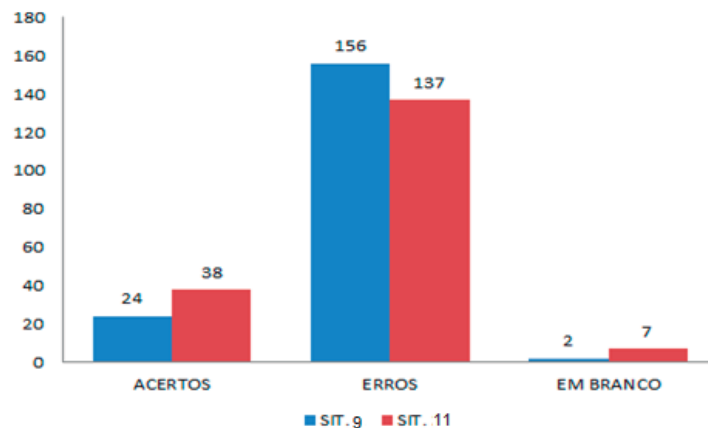
Em tal caso, trata-se de um problema de combinação do tipo direto, já que são conhecidas as grandezas de dois conjuntos e o que se busca calcular é a quantidade total de possibilidades. Assim, a incógnita desse problema é encontrada a partir da multiplicação das grandezas indicadas.

O gráfico 1 mostra o desempenho quantitativo dos estudantes, classificando os resultados em: certo, errado ou em branco. Ressalta-se que os dados foram obtidos diretamente dos protocolos aplicados as crianças. Nesse sentido, para esses achados, considerou-se apenas a resposta final preenchida em local específico do teste ou que o estudante indicou como resposta final.

<sup>6</sup> O protocolo foi feito na UESC, pois a coordenação geral do projeto OBEDUC E-Mult foi realizada pela Profa. Dra. Eurivalda Santana.

<sup>7</sup> A situação 11 apresenta uma configuração hegemônica e heteronormativa de casais, logo, não foi considerado correto o arranjo de todos os casais possíveis.

**Gráfico 1** - Desempenho dos estudantes nas situações de combinação



Fonte: Elaboração dos autores.

O gráfico 1 demonstra que as situações multiplicativas de combinatória são difíceis para os estudantes, visto que o índice de erros e de questões em branco nas duas situações foi de: S9 - 86,82% e S11 - 79,13%. Verifica-se um desempenho um pouco melhor na situação 11, com 20,87% dos acertos, contudo, um índice ainda muito baixo.

Para melhor compreender as dificuldades e as complexidades dos problemas multiplicativos, Gitirana *et al.* (2014) classificam os problemas multiplicativos a partir do grau de dificuldade como: Protótipo e de 1<sup>a</sup>. a 4<sup>a</sup>. Extensão. A situação 9 é considerada como de 3<sup>a</sup>. extensão, ou seja, com um certo grau de dificuldade.

De acordo com o documento norteador do currículo brasileiro mais recente, as habilidades de resolver e elaborar situações multiplicativas do tipo combinatória devem ser desenvolvidas no 4<sup>o</sup> e no 5<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental, sendo retomadas apenas no 8<sup>o</sup> ano, a partir da exploração do princípio multiplicativo de contagem (BRASIL, 2017b).

Ao analisar documento anterior a BNCC, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, verifica-se, nas orientações ao professor, a prática de explorar situações multiplicativas de combinatória, nos anos iniciais, remetendo somente às situações de produto cartesiano, ou seja, com as partes conhecidas - produto direto (BRASIL, 1997).

Ainda que a BNCC indique o início do trabalho com multiplicação a partir do 2<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental, sabe-se que, na prática, em muitas escolas brasileiras, este trabalho só se inicia, efetivamente, no 4<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014). Considerando que o desenvolvimento de conceitos requer um extenso período, pois requisita de experiência, de maturação e de aprendizagem (VERGNAUD, 1983; 2009), reforça-se a importância de explorar situações multiplicativas, de uma forma geral, desde o início dos anos iniciais e ao longo de todo o Ensino Fundamental.

Além disso, é preciso garantir que os estudantes tenham contato com uma diversidade de situações, como forma de ampliar seus esquemas. Portanto, não faz sentido trabalhar apenas as situações multiplicativas de combinação do tipo direto, é preciso explorar situações com uma das partes desconhecidas. Na próxima seção discutir-se-á os resultados na perspectiva das representações empregadas pelos estudantes.

## Panorama quantitativo das representações empregadas pelos estudantes

Para a Teoria dos Campos Conceituais, a representação é utilizada como sendo um sistema simbólico que pode ser usada para estabelecer relações entre os conceitos e o conjunto de situações (CASTRO, 2016). De acordo com Castro (2016, p. 39), ao resolver uma situação o estudante pode optar “por uma operação ou uma sequência de operações para resolvê-la. Essa trajetória de estratégias utilizadas em processos de aprendizagem pode utilizar representações certas ou erradas, explícitas ou totalmente implícitas”

Na resolução de uma situação-problema há diferentes formas de representar o pensamento e expressar os invariantes de um conceito matemático, entre elas: os desenhos e os símbolos matemáticos. Neste estudo, categorizou-se as representações a partir das análises dos protocolos de resolução dos estudantes, em: representação numérica, representação pictórica, representação ideográfica, língua materna, combinação de representações, sem representação e os protocolos em branco (Quadro 3).

Classificou-se como representação numérica, aquela em que o estudante fez uso dos símbolos matemáticos para representar quantidades e relações entre as grandezas. Neste caso, para externalizar seu pensamento o estudante emprega um dos símbolos do sistema de numeração decimal.

Nas representações ideográficas, a criança faz uso de desenhos ou de figuras arbitrárias para representar as grandezas envolvidas. Observa-se como protótipo os tracinhos e as bolinhas, comumente encontrados em situações solucionadas por alunos a partir do 4º ano do Ensino Fundamental.

A categoria representação pictórica engloba as formas de desenhos para expressar as quantidades ou relações encontradas nas situações-problemas. Nesse caso, esse sistema de representação pode ser criado pelo próprio estudante. Pode-se tomar como exemplos: casinhas, bonecos, pessoas em miniatura, carros, dentre outros.

Em alguns protocolos foi possível verificar o uso da mais de uma representação para expressar o pensamento do estudante, ou seja, o registro numérico e figural, por exemplo. Catalogou-se como representação do tipo língua materna, os protocolos nos quais a criança representa sua solução por meio de palavras escritas no próprio teste.

Por fim, verificou-se protocolos com respostas, mas sem representações, com indicativos de cálculo mental. As situações em que o aluno não fez nenhum registro de resposta e nenhuma representação foram classificadas como em branco.

O quadro 3 apresenta o tipo de representação associado ao desempenho dos estudantes.

**Quadro 3** - Desempenho dos estudantes por tipo de representação.

Tipo de Representação	SIT 9: com parte desconhecida		SIT 11: com o todo desconhecido	
	Quantitativo de protocolos	Quantitativo de acerto	Quantitativo de protocolos	Quantitativo de acertos
Numérica	106	17	85	21
Ideográfica	9	1	30	6
Pictórica	6	1	2	0
Combinação de Representações	13	5	8	4
Língua Materna	9	0	9	1
Sem representação	37	0	41	6
Em branco	2	-	7	-

Fonte: Elaboração dos autores.

Observa-se no quadro 3 que o tipo de representação mais empregado pelos estudantes é a tipo numérica, estando presente em 58,24% e 46,70% nas situações 9 e 11, respectivamente. A frequência com que essa representação é empregada pode estar relacionada ao fato de este tipo de representação ser mais comumente empregada na escola para apresentar os conceitos matemáticos. Porém, quando se compara o índice de acerto utilizando esse tipo de representação, é verificado que apenas 20,87% dos estudantes que empregaram a representação numérica obtiveram êxito nessa situação.

Percebe-se uma disparidade significativa quando se faz uma comparação entre as situações e o quantitativo de representações do tipo ideográfica: 4,94% (SIT 9) e 16,48% (SIT 11). Esse tipo de representação tem o intuito de expressar de forma palpável o pensamento do estudante, constituindo a transição entre o concreto e o abstrato, que leva o aluno a compreender as ideias e os conceitos de combinatória (LIMA; GADELHA; BORBA, 2017). Assim, analisar as representações, mesmo em problemas com resolução errada, auxilia o professor a entender as dificuldades do estudante. Ademais, é uma maneira de propor estratégias para o desenvolvimento das rupturas do raciocínio combinatório. Os tipos de desenhos encontrados foram círculos, traços, além dos nomes envolvidos nas listagens representando os casais, na situação 11.

Apesar da pouca quantidade de combinação de representações, os índices de acerto foram bastante significativos, SIT 9 -38,46% e SIT11 - 50%, quando comparado com os outros tipos. Ressalta-se ainda que essas combinações, em sua maioria, associavam uma tabela com dupla entrada a uma operação de adição ou de multiplicação.

Esse estudo apontou um tipo de representação não verificada em outras pesquisas, a língua materna. Nestes exemplos, os estudantes exprimem sua explicação da resolução por meio de palavras escritas. Contudo, sua utilização não acarretou em índices significativos de acerto nessa pesquisa.

Destaca-se ainda a expressiva quantidade de testes sem representação, o que pode indicar o uso de cálculo mental pelos estudantes, assim como protocolos em branco. Constatou-se que 21,42% dos estudantes não conseguiram expressar seu raciocínio por meio de representações, na situação 9, contra 26,37% na situação 11. Castro (2016) identifica este tipo de estratégia como implícita e explica que é comum, nestes casos, os estudantes não saberem explicar como pensaram ou resolveram.

Esses dados mostram a importância não apenas de analisar as representações, mas de questionar os estudantes como forma de solicitar que verbalizem e explicitem sua forma de pensar, como forma de possibilitar o desenvolvimento cognitivo. As representações são importantes, pois ajudam a verificar os invariantes operatórios expressos pelos estudantes através das representações, frente às situações (GITIRANA et al, 2014; VERGNAUD, 2009).

As análises de cunho quantitativo, apresentadas nesta subseção, foram complementadas por análises qualitativas das estratégias dos estudantes concatenadas com as representações. A seguir, apresentar-se-á os tipos de estratégias encontradas e, por conseguinte, alguns protocolos comumente utilizados pelos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

### **Estratégias e representações empregadas pelos estudantes**

As estratégias podem ser consideradas como um caminho para ensinar e para aprender Matemática, uma vez que elas podem expressar o nível de sofisticação do raciocínio.

Os dados encontrados a partir da análise das estratégias foram explicitados a partir dos protocolos do teste diagnóstico e considerou a perspectiva das representações já mencionadas

anteriormente. No quadro 4 estão distribuídos os quantitativos das estratégias lançadas pelos estudantes considerando cada situação - SIT9 e SIT11.

As estratégias classificadas como Incompreensíveis são as representações utilizadas pelos estudantes em que não é possível compreender o que foi registrado. A grande quantidade de estratégias classificadas como incompreensíveis pode estar relacionada a metodologia adotada na pesquisa, já que os estudantes não foram entrevistados para esclarecer as estratégias. Contudo, optou-se por esta abordagem em virtude do quantitativo de testes aplicados nas escolas que tinham como objetivo principal avaliar o desempenho ao longo de todo o Ensino Fundamental.

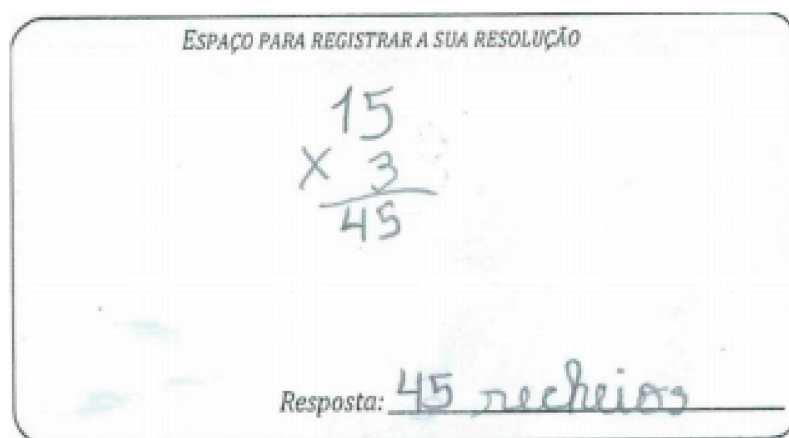
**Quadro 4** - Estratégias dos estudantes na resolução das situações.

Tipo de estratégia	SIT 9: Com parte desconhecida	SIT 11: Situação com todo desconhecido
Incompreensível	64	59
Estratégia Aditiva	46	54
Estratégia Multiplicativa	50	23
Estratégias Aditiva e Multiplicativa	11	6
Língua Materna	9	9
Listagem	0	24
Em branco	2	7

Fonte: Elaboração dos autores.

O quadro 4 aponta ainda que 27,47% dos estudantes utilizaram a multiplicação para resolver o problema do tipo parte desconhecida (SIT9), mesmo esperando que o estudante recorra a operação de divisão. Considerou-se como estratégia multiplicativa aquelas compostas por algoritmos da multiplicação ou da divisão. Observou-se ainda que grande parte das estratégias multiplicativas foram aplicadas erroneamente. Nesses casos, o estudante operacionaliza os dados multiplicando apenas os valores da situação: 3 x 15 (Figura 2).

**Figura 2** - Estratégia Multiplicativa.

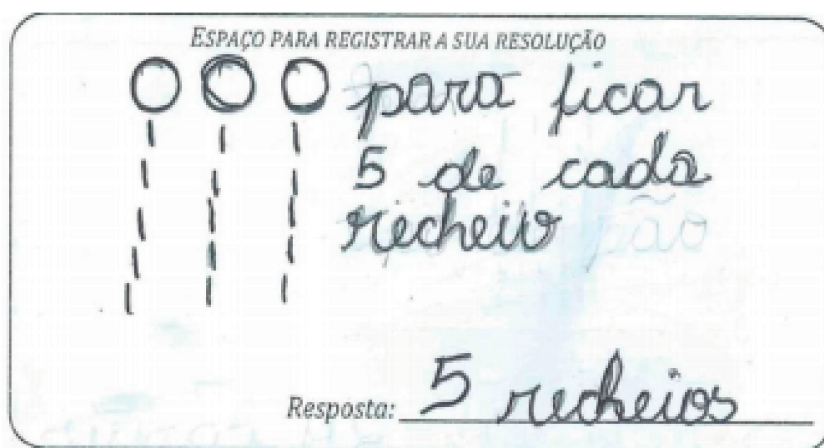


Fonte: protocolo dos estudantes.

No protocolo mostrado na Figura 2, o estudante faz uso da representação numérica e expressa seu pensamento por meio do algoritmo da multiplicação. Com isso, pode-se inferir que o estudante percebe que se trata de um problema multiplicativo. Porém, a criança não consegue estabelecer as relações entre as grandezas e nem os invariantes da situação. Tais Estratégias também foram encontradas nas pesquisas de Borba (2009), Azevedo e Borba (2010), Pessoa e Borba (2010). Dessa forma, ressalta-se que conhecer a operação, saber manipular o algoritmo ou a memorização da tabuada não é garantia do sucesso na resolução e interpretação dos problemas.

No protocolo da Figura 3 o estudante soluciona corretamente o problema com o uso da representação ideográfica. Nessa representação, os traços simbolizam os sanduíches e as bolinhas os tipos de pães. A estratégia possui por característica a formação de agrupamentos, o que permite inferir que o estudante realizou a distribuição um a um dos quinze tipos de pães.

**Figura 3** - Estratégia Aditiva.



Fonte: protocolo dos estudantes.

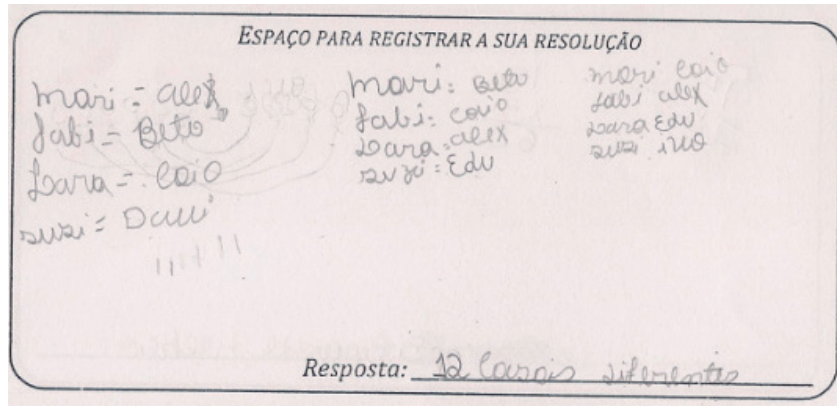
Assim, a Figura 3 apresenta uma estratégia aditiva com indícios do pensamento multiplicativo. Ainda nesse protocolo pode-se considerar que o estudante estabelece as relações entre as grandezas, com isso, percebe os invariantes presentes neste tipo de problema, haja vista que para cada tipo de sanduíche associou apenas um tipo de pão. Além do exemplo apresentado na Figura 3, também se verificou estratégias aditivas que usavam apenas: contagem, algoritmo aditivo e outras que combinavam o uso de representações numéricas e ideográficas.

As estratégias aditivas foram detectadas em 25,27% e 29,67% nas duas situações - SIT9 e SIT11, respectivamente, fato que intrigou os pesquisadores, visto que os problemas são multiplicativos. Analisou-se na categoria estratégia aditiva as que o estudante emprega o algoritmo da adição, da subtração ou algum tipo de contagem. Percebeu-se nessa categoria, essencialmente, algoritmos da adição, em que o estudante adicionava os dados encontrados no problema, por exemplo:  $15+3$ ,  $15-3$ ,  $6+4$ ,  $6-4$ . Contudo, também se evidenciou estratégias do tipo listagem, como mostra a Figura 4 e 6 e a tabela, vista na Figura 5.

A Figura 4 é um exemplo de listagem em que os estudantes não conseguem sistematizar todas as combinações possíveis. Apesar do erro cometido pelo estudantes, este tipo de estratégia indica o

raciocínio combinatório, pois demonstra que os estudantes conseguem fazer a correspondência um-para-muitos, que é um dos princípios invariantes do produto cartesiano, mas falta a sistematização da constituição dos pares, o que faz que nem todos os pares sejam formados ou que se repita alguns dos pares (SPINILLO *et al.* 2014).

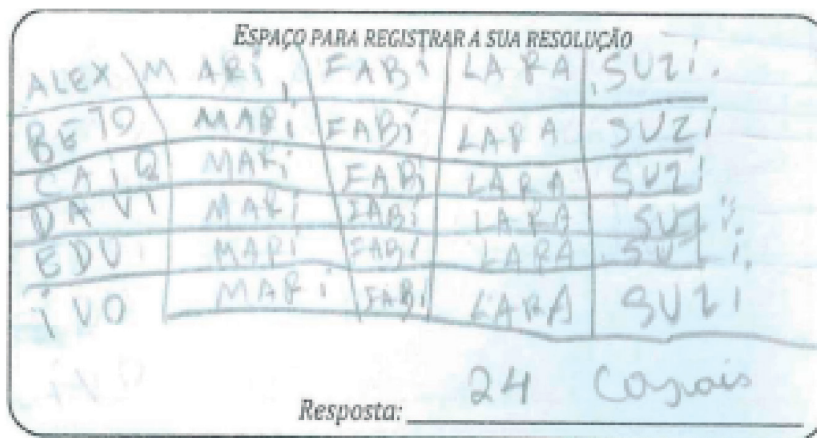
**Figura 4 - Estratégia Listagem.**



Fonte: protocolo dos estudantes.

A utilização da listagem nesse tipo de problema pode ser eficiente (Figura 5), em particular, por conta da magnitude das grandezas. Por outro lado, o aumento dos valores das grandezas implicaria na dificuldade em estabelecer todos os casos possíveis através da listagem, tornando o processo demorado e cansativo ou impossível de ser executado.

**Figura 5 - Estratégia Aditiva - Tabela.**



Fonte: protocolo dos estudantes.

Pondera-se que as estratégias lançadas pelas crianças (Figura 4 e 5) evidenciam que possuem conhecimento das relações entre as grandezas e percebem os invariantes contidos nas situações, pois, nesse caso, o aluno poderia considerar que a ordem dos elementos influenciaria na formação dos casais (VERGNAUD, 1983; 2009). Por exemplo, ao indicar os casais, por meio da representação ideográfica: Mari e Fabi ou Fabi e Mari, o estudante poderia considerar como conjuntos diferentes, o que não acontece.

Ressalta-se que foi encontrada a estratégia da listagem somente na situação do tipo com o todo desconhecido (SIT11), em que os estudantes elencam algumas (Figura 4) ou todas as combinações de casais (Figura 5). Verificou-se que esta estratégia estava presente em 13,18% dos protocolos. A Figura 6 mostra este tipo de estratégia, em que o estudante apenas lista sem fazer os pares ordenados.

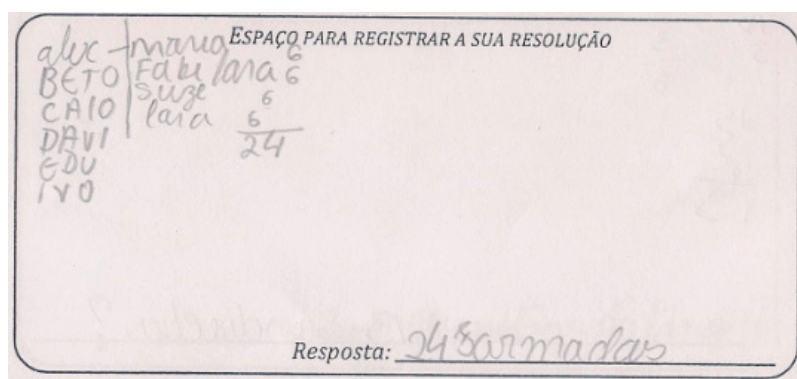
**Figura 6 - Estratégia Listagem.**



Fonte: protocolo dos estudantes.

Em outros casos, constatou-se que os estudantes resolveram as situações a partir de soma de parcelas iguais. Em especial, nesse exemplo, a criança estipula a lista de uma combinação possível e generaliza para todos os demais através de uma soma de parcelas iguais, indicando uma combinação de estratégias (Figura 7).

**Figura 7 - Combinação de Estratégias.**

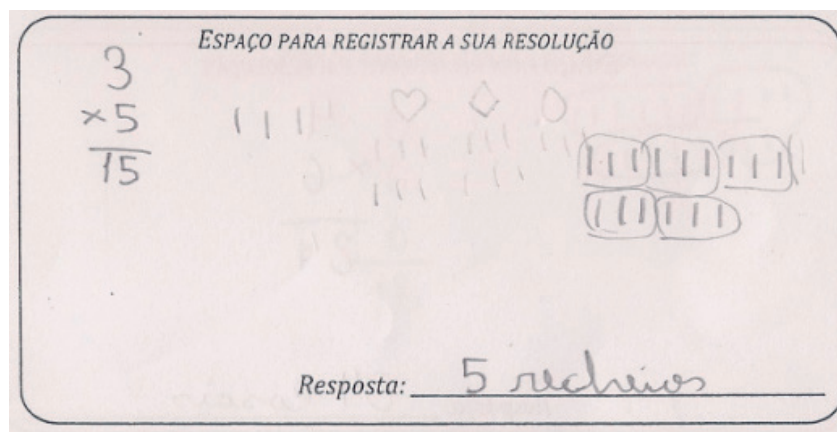


Fonte: protocolo dos estudantes.



Observou-se, ainda, estratégias com caráter aditivo e multiplicativo, principalmente, combinando o uso de algoritmo da multiplicação e do agrupamento, tendo sido denominada de estratégia aditiva e multiplicativa. Nesse caso, o aluno realiza o procedimento através da inversão da operação de multiplicação. Assim, busca o número que multiplicado por 3 resulta em 15. O raciocínio multiplicativo é observado tanto na realização do algoritmo da multiplicação, quanto na distribuição dos grupos formados pelos palitinhos, ou seja, o estudante tem em mente que deve formar grupos com três quantidades cada. O estabelecimento dos grupos é evidenciado pelos círculos em volta dos palitinhos com quantidades equivalentes (Figura 8).

**Figura 8** - Estratégias Aditiva e Multiplicativa.



Fonte: protocolo dos estudantes.

Por conseguinte, para a situação 11, também foram aferidos protocolos com procedimentos de caráter aditivo e multiplicativo. Verificou-se estratégias que estabeleciam a quantidade de casais possíveis de serem formados para uma moça. Com isso, o estudante observa que cada moça pode combinar com todos os rapazes formando casais diferentes. Por conseguinte, estabelece uma relação de proporcionalidade entre a quantidade de casais por moça. Como são 4 moças e cada uma tem 6 possibilidades de escolher os rapazes para formação dos casais, têm-se 4 conjuntos de seis casais. Contudo, para generalizar os casos totais, a criança realiza por intermédio de uma soma de parcelas iguais.

Perceber as diferentes estratégias adotadas nos protocolos das situações 9 e 11 possibilitou considerar os diferentes raciocínios e níveis cognitivos das crianças do 5º ano do Ensino Fundamental. As representações utilizadas nos protocolos ajudaram a fazer as inferências. A seguir, encontram-se as considerações finais desta investigação.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo tem como objetivo analisar o desempenho em correspondência com as estratégias e as representações empregadas por estudantes do 5º ano para a resolução de situações multiplicativas de combinatória. Para isso, partiu-se das seguintes questões: qual a relação entre o desempenho e o tipo de estratégia utilizada na resolução de situações de combinatória? Um desempenho não satisfatório, pode indicar uma estratégia adequada?

Conforme já apontado, os resultados aqui apresentados indicam um desempenho muito aquém do esperado para o 5º ano do Ensino Fundamental. Embora as situações de combinatória com a parte desconhecida tenham sido mais difíceis, por envolver a divisão, a situação com o todo desconhecido não mostrou desempenho significativamente superior.

A análise do desempenho, das representações e das estratégias utilizadas ajudaram a entender melhor essas dificuldades, bem e como, apontam caminhos para superá-las. Na resolução de uma situação-problema há diferentes formas de representar o pensamento e expressar os invariantes de um conceito matemático. Neste estudo, foram encontradas diferentes representações, sendo classificadas em: representação numérica, representação pictórica, representação ideográfica, língua materna, combinação de representações, sem representação e os protocolos em branco.

Ainda que a representação mais empregada pelos estudantes tenha sido a numérica, verificou-se que não foi a representação que obteve mais êxito, o que indica a pouca eficácia de se enfatizar apenas o uso de operações e de algoritmos de forma imediata. As representações numéricas, de uma forma geral, são as mais utilizadas pela escola, que enfatiza, na maioria das vezes, fórmulas, regras e procedimentos previamente estabelecidos.

Isso não quer dizer que as representações numéricas não sejam utilizadas. A comparação do desempenho e das representações revelou que a combinação de representações, proporcionalmente, obteve melhores resultados, quando comparados com outros tipos de representação. Essas representações, em sua maioria, associavam uma tabela ou lista a representações numéricas, com estratégias que traziam uma operação de adição ou de multiplicação.

A escolha desta ou daquela estratégia pode ajudar a entender o nível cognitivo do estudante. As estratégias podem ser consideradas como um caminho para ensinar e para aprender Matemática, uma vez que elas podem expressar o nível de sofisticação do raciocínio, independente se a resposta foi certa ou errada.

A pesquisa constatou que as estratégias mais utilizadas foram as aditivas, as multiplicativas e as incompreensíveis. Verificou-se que uma parte significativa das estratégias aditivas e das multiplicativas foram utilizadas de forma equivocada, pois os estudantes apenas operacionalizavam os dados da situação, o que permite inferir que não entenderam a situação, pois não conseguiram estabelecer as relações entre as grandezas e nem os invariantes da situação. Portanto, conhecer a operação, saber manipular o algoritmo ou a memorização da tabuada não é garantia do sucesso na resolução e na interpretação de situações-problema.

A grande quantidade de estratégias incompreensíveis pode estar relacionada ao uso do cálculo mental. Devido às limitações metodológicas, a pesquisa não pôde aprofundar esta compreensão, o que requer outras investigações.

Destaca-se que mesmo em situações de erro, apontados no desempenho, as estratégias e representações utilizadas, em alguns casos, indicam esquemas de pensamento parcialmente adequados. Um exemplo deste caso pôde ser verificado na resolução da SIT11 por meio de listagem. Apesar do erro cometido pelo estudante, foi possível verificar o raciocínio combinatório, expresso pela correspondência um-para-muitos, que é um dos princípios invariantes do produto cartesiano.

Foi verificado a listagem apenas na resolução da situação com o todo desconhecido. Neste tipo de estratégia, mesmo em situações de erro, foi possível verificar níveis diferentes de raciocínio: [1] lista sem estabelecer correspondências; [2] lista e estabelece a correspondência um-para-muitos, mas não consegue sistematizar a constituição de todos os pares; [3] lista, estabelece e sistematiza todas as correspondências e [4] consegue sistematizar, mesmo sem estabelecer todas as correspondências.

As estratégias das situações com a parte desconhecida foram aparentemente mais sofisticadas, não necessariamente pela operação esperada ser a divisão, mas porque requisitavam uma inversão de raciocínio. Ressalta-se que a grande maioria das estratégias deste tipo de situação envolviam a adição ou a multiplicação, sendo que apenas 6,11% usou a divisão.

Ainda que o desempenho dos dois tipos de situações analisadas, com a parte desconhecida e com o todo desconhecido, não tenha tido diferenças significativas, verifica-se, a partir das representações e estratégias utilizadas na resolução, que há diferenças significativas de raciocínios. Isso indica a necessidade de se explorar estes dois tipos de situações na escola.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. 1a a 4a série. Secretaria de Ensino Fundamental, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. **SAEB 2017**. Brasília: INEP, 2017a.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, 2017b.
- AZEVEDO, J.; BORBA, R. **Combinatória**: a construção de árvores de possibilidades por alunos dos anos iniciais com e sem uso de software. Alexandria (UFSC), v. 6, p. 113-140, 2013.
- BARRETO, M. C. ; CASTRO, J. B. ; CASTRO-FILHO, J. A. . **Desempenho e esquemas de estudantes do 6º ao 9º ano ao resolverem situações multiplicativas**. In: CASTRO-FILHO, J. A.; SANTANA, E. R. S.; LAUTERT, S. L.. (Org.). Ensinando multiplicação e divisão do 6º ao 9º ano. 1ed.Itabuna: Via Litterarum, 2017, p. 41-80.
- BORBA, R.. **O pensamento combinatório na Educação Fundamental**. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. Anais do X ENEM, 2010. p. 1-16.
- CASTRO, J. B. **Construção do conceito de covariação por estudantes do Ensino Fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais**. 2016. 275f. - Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2016.
- FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probability thinking in children**. Dordrecht: D. Reidel, 1975.
- GITIRANA, V, *et al.* **Repensando multiplicação e divisão**: contribuições da Teoria dos campos conceituais. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2014.
- LIMA, E. T.; GADELHA, D. S.; BORBA, R. E. S. R.. Como diferentes grupos resolvem problemas combinatórios condicionais e não-condicionais? **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 1, n. 2, p.109-130, set. 2017.
- MAGINA, S. *et al.* **Repensando adição e subtração**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.
- MAGINA, S. P.; SANTOS, A.; MERLINE, V. L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

PESSOA, C. A. S.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1a a 4a série. **Zetetike** (UNICAMP), v. 17, p. 105-150, 2009.

REGES, M. A. G.; SÁ, F. J. A. ; SILVA, D. G. O. **A contribuição da Teoria dos Campos Conceituais na resolução de problemas aditivos e multiplicativos.** In: LIMA, I. P. de (Org.) ; COSTA, M. Z. (Org.) ; BARRETO, M. C. (Org.) ; REGES, M. A. G. (Org.) (Org.). A formação de professores de matemática sob diferentes perspectivas teóricas. 1ed.Terezina: EDUFPI, 2013, v. 1, p. 31-58.

SANTANA, E. R. dos S. ; CAZORLA, I. M. . Capítulo II Resolução de situações multiplicativas. In: Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana; José Aires de Castro Filho; Síntria Labres Laurert. (Org.). Ensinando multiplicação e divisão no 4º e 5º ano. 1. ed. ITABUNA: Via Litterarum, 2017, v. 1, p. 45-67.

SPINILLO, A. G.; PACHECO, A. B.; GOMES, J. F.; CAVALCANTI, L. O Erro no processo de ensino-aprendizagem da Matemática: errar é preciso? **Boletim Gepem** (Online), n. 64 - Jan./Jun. 2014.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. **Acquisition of mathematics concepts and processes.** New York: Academic Press, 1983. p. 127-174.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Actas, 2009.

---

**RECEBIDO EM:** 30 jun. 2020

**CONCLUÍDO EM:** 07 set. 2020