DOI: https://doi.org/10.37781/vidya.v40i2.3285 VIDYA, v. 40, n. 2, p. 167-181, jul./dez., 2020 - Santa Maria, 2020. **ISSN** 2176-4603

REFLEXÕES DOCENTES SOBRE ESTRATÉGIAS DISCENTES UTILIZADAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS

TEACHER REFLECTIONS ON STUDENT STRATEGIES USED TO SOLVE ADDITION PROBLEMS TERESA CRISTINA ETCHEVERRIA

TERESA CRISTINA ETCHEVERRIA[1]
ANGÉLICA FONTOURA GARCIA SILVA[2]
TÂNIA MARIA MENDONÇA CAMPOS[3]

RESUMO

Este artigo tem como propósito trazer para discussão reflexões de professoras dos anos iniciais sobre estratégias utilizadas por estudantes na resolução de problemas aditivos. O aporte teórico aborda a formação continuada de docentes que ensinam matemática, tendo o Campo Conceitual Aditivo como foco de discussão. A pesquisa teve abordagem qualitativa. As análises usam dados relacionados às estratégias de resolução empregadas pelos estudantes nos problemas aplicados, e aos registros de áudio feitos nas discussões realizadas nos encontros. Os resultados revelam que a forma de representação mais utilizada pelos estudantes na resolução dos problemas aditivos foi o registro do cálculo numérico. As reflexões docentes indicam que uma ênfase no uso do algoritmo no formato da conta armada como única possibilidade de resolução do problema, um uso insuficiente de recursos materiais, e ainda, sinalizam que a análise das estratégias e, principalmente, dos erros cometidos pelos estudantes, permite coletar evidências sobre os esquemas de resolução que eles empregam e, assim, entender suas dificuldades.

Palavras-chave: Formação Continuada. Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Campo Conceitual Aditivo.

ABSTRACT

The goal of this article is to present a discussion on reflections by teachers of initial years regarding strategies used by students to solve addition problems. The theoretical foundation addresses the continuing education of teachers who teach mathematics, with the Conceptual Field of Addition as the focus of the discussion. This research used a qualitative approach, which was supported by quantitative data. The analyses use data related to students' strategies for solving applied problems, and audio recordings made in discussions carried out in meetings. The results reveal that the form of representation most frequently used by students in solving addition problems was tally numeration with numerals. The teachers' reflections indicate that an emphasis on using the algorithm in the traditional calculation sequence as the only possibility for solving a problem is an insufficient use of material resources, and suggest that analyzing the strategies and, mainly, the mistakes made by students, enables teachers to gather evidence on the solution plans that they use and, therefore, to understand their difficulties.

Keywords: *Continuing Education. Initial Years of Primary Education. Conceptual Field of Addition.*

1 Doutora em Educação Matemática pela UNIAN/SP. Professora da área de Ensino de Matemática da Universidade Federal de Sergipe (UFS). E-mail: tetcheverria@gmail.com. Orcid id: https://orcid.org/0000-0002-7205-2593

2 Doutora em Educação Matemática pela PUC/SP. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN-SP). E-mail:
angelfontoura@uol.com.br Orcid id: http://orcid.org/0000-0002-2435-9240

3 Pós-doutora em Educação Matemática pela Universidade de Oxford - Inglaterra. Professora Emérita da Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN-SP. E-mail: taniammcampos@hotmail.com Orcid id: http://orcid.org/0000-0002-6018-7327

INTRODUÇÃO

Nossa experiência enquanto formadores em cursos de formação de professores e em projetos desenvolvidos com docentes dos anos iniciais do ensino fundamental, assim como resultados identificados por outros pesquisadores (ABRANTES, SERRAZINA e OLIVEIRA, 1999; REGES, 2006), nos permitiram constatar que a maioria das professoras[4] que ensina matemática nos primeiros anos do ensino fundamental dá ênfase ao ensino dos algoritmos das quatro operações e utilizam uma única forma de representação dos mesmos.

Levando em conta esses resultados e tendo como propósito contribuir na superação de condições restritivas relacionadas ao ensino das estruturas aditivas, abordamos neste artigo algumas discussões de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental sobre estratégias utilizadas por estudantes na resolução de problemas aditivos.

Essas discussões são oriundas de dados coletados na tese de doutorado da primeira autora (ETCHEVERRIA, 2014), que teve como questão norteadora: *Quais contribuições um estudo do Campo Conceitual Aditivo, realizado com professoras dos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola municipal do interior de Sergipe, traz para o aprendizado e ensino da resolução de problemas aditivos?*

Na busca de responder essa problematização e levando em consideração as etapas do estudo realizado, um dos objetivos específicos focou na reflexão sobre as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas de adição e subtração presentes nos instrumentos aplicados. Entendemos que as estratégias utilizadas pelos estudantes são evidências relativas aos seus aprendizados e que propor um espaço de discussão sobre as mesmas resulta em uma reflexão sobre a ação docente do professor que ensina matemática, principalmente do pedagogo, em decorrência da defasagem dessas discussões em sua formação, e do pequeno número de disciplinas voltadas para a formação matemática nos cursos de pedagogia (CURI, 2005).

Para permitir uma compreensão das discussões realizadas, delineia-se na sequência deste artigo, um pequeno aporte teórico acerca da formação continuada de docentes que ensinam matemática, e sobre o ensino do campo aditivo; algumas reflexões docentes sobre as estratégias utilizadas pelos discentes na resolução de problemas aditivos; algumas considerações; e as referências que embasaram esta discussão.

A FORMAÇÃO CONTINUADA DE DOCENTES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

A ideia de que o aprendizado e, consequentemente, o desenvolvimento profissional do professor acontece a partir da sua participação em cursos que não levam em consideração a sua experiência profissional e o contexto educacional no qual atuam, vem sendo questionada por investigações que valorizam a ação docente do educador, suas concepções e a prática que realiza em sala de aula (PONTE, 1998, 2012).

Na prática cotidiana da sala de aula, as docentes se deparam com uma variedade de situações, dentre as quais, muitas de grande complexidade. Por isso, cada vez mais esses profissionais buscam conhecer melhor as dificuldades enfrentadas por seus alunos a fim de encontrar uma solução para as mesmas. Essa busca, além de possibilitar o esclarecimento e a resolução do problema,

4 Neste trabalho, fazemos uso do feminino por considerarmos que a maioria dos docentes que lecionam em turmas dos anos iniciais são mulheres.

"contribui, também, para o desenvolvimento profissional dos participantes e para o aperfeiçoamento das organizações em que eles se inserem". (PONTE e SERRAZINA, 2003, p. 12).

Vergnaud (1996c) considera que formação contínua é boa para os ensinantes, contudo, questiona o tempo de experiência docente para que a formação seja aproveitada, ou seja, considera que alguns tipos de formação contínua só serão úteis se os ensinantes tiverem três ou quatro anos de experiência docente. Para o autor existem duas dificuldades, a primeira é a de transformar o saber "matemático em conhecimento para ser ensinado"; e a segunda, transformar "o conhecimento a ser ensinado em ensinamento efetivamente ensinado em sala de aula". O movimento de voltar-se para olhar mais detalhadamente o que acontece na sala de aula possibilita que as professoras se interessem mais pelo conteúdo que ensinam. Esse interesse pode proporcionar que haja um maior aprofundamento do conteúdo a ensinar e, consequentemente, maior eficácia no processo de ensinar (VERGNAUD, 1996a).

Quando essa ação acontece em parceria com seus pares, na interação de um grupo de discussão, "criam-se sinergias que possibilitam uma capacidade de reflexão acrescida e um aumento das possibilidades de aprendizagem mútua, permitindo, assim, ir muito mais longe e criando melhores condições para enfrentar, com êxito, as incertezas e obstáculos que surgem". (BOAVIDA e PONTE, 2002, p. 2-3).

Assim, no caso deste estudo, a reflexão sobre como está acontecendo o ensino da resolução de problemas de adição e de subtração nas salas de aula das participantes faz parte das discussões no grupo. A ação realizada por cada professora ao comentar com as colegas a experiência de ensino que vivenciou, e as dificuldades e os sucessos obtidos ao ensinar, além de possibilitar um repensar da prática realizada, permite a superação de incertezas e a construção de aprendizados.

O percurso de aprendizagem das professoras durante a experiência de ensino sobre a resolução de problemas de adição e de subtração levou em conta três aspectos que consideramos importantes no processo de superação das dificuldades matemáticas enfrentadas por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, são eles: (i) a ação do professor determina, em grande medida, os resultados dos processos de ensino e de aprendizagem (PONTE, 2009); (ii) o conhecimento aprofundado do conteúdo a ensinar permite ao professor compreender melhor as dificuldades apresentadas por seus alunos (VERGNAUD, 2009); e (iii) todo ensino deve basear-se em evidências (NUNES *et al.*, 2002).

A ideia da influência da ação do professor nos resultados dos processos de ensino e de aprendizagem e da relação entre o conhecimento do conteúdo a ensinar e a compreensão das dificuldades de seus alunos estão presentes nos estudos de Bromme (1994), citado por Serrazina (1999), ao afirmar que há uma relação muito estreita entre o conhecimento do professor e o seu ensino, e que este afeta o que ele faz na sala de aula e o que os alunos aprendem.

De outra maneira, mas também se referindo ao conhecimento e forma de ensinar do professor, Vergnaud (1996b) traz para discussão a dificuldade que todos têm em saber explicar como pensou e quais propriedades do objeto utilizou para resolver aquela situação. O autor afirma que nem os adultos são hábeis em fazer explicitações, que com os professores não é diferente, e que costumam usar raciocínios sob condição: "se assim eu faço isso, se assado, eu faço aquilo" (VERGNAUD, 1996b, p. 13). Esse tipo de raciocínio, algumas vezes, dificulta o avanço do processo do repensar metodológico, pois está isento da curiosidade, do questionamento investigativo, e por isso, leva a respostas do tipo: "ensino assim porque aprendi assim", que sinalizam estagnação na proposta metodológica desenvolvida (TARDIF, 2012).

Justo e Dorneles (2010) consideram que professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental, quando participantes de um programa de formação continuada voltado para o estudo do Campo Aditivo, podem (re)construir seus conhecimentos e que o estudo em grupo fortalece o crescimento profissional dos docentes na medida em que o grupo se consolida, o que pode vir a contribuir na superação das dificuldades enfrentadas pelos estudantes ao resolverem problemas do campo aditivo.

O ENSINO DA CAMPO ADITIVO: FOCO DE DISCUSSÃO COM AS PROFESSORAS

Para Vergnaud (1982) um campo conceitual se constitui de um conjunto de situações cujo domínio requer o domínio de outros conceitos de naturezas distintas. No caso desta discussão levou-se em consideração que o Campo Conceitual Aditivo está vinculado ao conjunto de situações que constituem as referências de suas diferentes propriedades e ao conjunto de esquemas utilizados pelos sujeitos ao resolverem essas situações (VERGNAUD, 1996a, p. 166).

O esquema de pensamento representado na ação operatória apresentada pelo estudante envolve a utilização de significantes explícitos (palavras, enunciados, símbolos e signos) indispensáveis à formação de um conceito. Vergnaud (1996a) considera que a formação de um conceito está apoiada em um tripé de conjuntos (S, I, R), no qual "S" representa as situações que dão sentido ao conceito; "I" representa as invariantes sobre os quais repousa a operacionalidade dos esquemas; e "R", as representações simbólicas do conceito, as suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento.

Para ilustramos de que forma os conjuntos do tripé se relacionam escolhemos duas resoluções de estudantes do 4º ano do ensino fundamental para a seguinte situação-problema: *Pedro tinha 5 figurinhas, ganhou algumas de sua irmã e ficou com 12 figurinhas. Quantas figurinhas Pedro ganhou de sua irmã?*

Estudante 1		**Estudante 2**	
Resolução	Resposta	Resolução	Resposta
12 - 5 7	Ganhou 7 figurinhas	5 + 7 12	7 figurinhas

A situação (S) apresentada tem como propósito dar sentido às transformações nas quais são conhecidos o estado inicial e o final e queremos descobrir a transformação. Os dois estudantes evidenciam perceber que houve uma transformação, contudo, as representações (R), explícitas nos cálculos numéricos representados por eles, revelam indícios de que os esquemas (I) utilizados não foram os mesmos. A estratégia utilizada pelo Estudante 1, sinaliza que ele compreende a ideia de diferença, que para saber qual foi a transformação ele precisa subtrair o estado inicial do final. Já o cálculo numérico representado pelo estudante 2, indica que ele compreendeu a ideia de complementariedade, que se partir do estado inicial (5) e for somando até chegar ao estado final (12) ele descobrirá a transformação. Assim, é possível perceber que as representações utilizadas pelos estudantes têm relação com os invariantes operatórios e com os conceitos presentes na situação.

As situações (S) envolvidas dão sentido aos conceitos do Campo Conceitual Aditivo; os invariantes operatórios (I) dão significado aos procedimentos operatórios envolvidos na resolução dos problemas aditivos, representados pelos estudantes, na maioria das vezes, pelo cardinal da soma ou da subtração, os significantes (R). Neste texto, nosso olhar se volta para as discussões realizadas pelas professoras frente às representações simbólicas utilizadas pelos estudantes em suas estratégias de resolução.

Olhar para as estratégias utilizadas pelos alunos ao resolverem uma situação-problema contribui para que o professor possa compreender como ele se apropria de um determinado conhecimento e quais dificuldades ele ainda precisa superar até ser capaz de trabalhar com o conteúdo em questão. Essa postura docente pode permitir um repensar da ação docente e esse repensar pode se tornar um replanejar com potencial superador de dificuldades.

Para tanto, faz-se necessário que se conheça o desempenho dos estudantes nas diferentes situações de aprendizagem que lhes são propostas. Nas situações aditivas, estudantes do 1º e 2º ciclos do ensino fundamental de seis municípios do sul da Bahia, mostraram que resolvem mais facilmente os problemas nos quais as situações apresentam de maneira explícita todos os componentes. Ainda, que a representação figural dos dados, a ausência dos componentes do problema, a escolha pelo estudante desses componentes e a procura da resposta entre números listados, e o significado do número enquanto medida no contexto espacial têm um impacto negativo no desempenho dos discentes (SANTANA *et al.*, 2006). As autoras complementam afirmando que esses resultados parecem indicar que problemas envolvendo esses tipos de representações não são trabalhados pelas professoras.

Dando continuidade ao estudo, Magina *et al.* (2010), ao analisarem as estratégias utilizadas por esses mesmos alunos ao resolverem os problemas do instrumento aplicado, perceberam que muitos colocaram apenas o valor da resposta e poucos registraram os passos seguidos no processo de solução. Também, observaram que foram raros os alunos que fizeram uso do registro com desenhos. Para as autoras, esse fato pode ser sinal de que o professor não incentiva outras formas de registros, que não seja a representação do cálculo numérico, ou que os mesmos utilizaram o recurso do cálculo mental.

Ainda, vale destacar que a limitação a somente uma forma de registro restringe o aprendizado do aluno e como consequência interfere na sua competência em buscar uma solução para a situação em estudo. Vergnaud, (1996c, p. 73) afirma que "é muito importante dispor de várias maneiras de resolver o mesmo problema", porque dominar somente um método de resolução pode ser positivo quando as situações são semelhantes, contudo, pode ser muito negativo quando esse método deixa de dar certo para algumas situações. Para o autor, a possibilidade de escolha entre diferentes estratégias de solução pode evidenciar a competência matemática do estudante.

Ainda no contexto baiano, Santana (2010) ao voltar seu olhar para os erros mais cometidos por 98 estudantes de quatro turmas da 3ª série (4º ano) do ensino fundamental de uma escola pública da região sul da Bahia na resolução de situações envolvendo as estruturas aditivas, destaca três tipos: (i) erro incompreensível, aquele no qual não se consegue fazer inferências sobre o que está registrado; (ii) erro no cálculo relacional, aquele cujo procedimento se refere às operações de pensamento envolvidas na situação-problema; e (iii) erro no cálculo numérico, "aqueles em que o estudante não fez a contagem corretamente, ou armou a conta incorretamente, ou errou ao efetuar o algoritmo da operação por ele selecionada" (SANTANA, 2012, p. 114)

Ao referir-se sobre erro ao "armar a conta"[5] a autora exemplifica com situações nas quais os estudantes posicionaram o valor das unidades na ordem das dezenas e afirma que esse tipo de erro não é esperado no desempenho de estudantes do 4º ano do ensino fundamental, pois evidencia que ainda não conhecem as trocas de unidades por dezenas inerentes ao sistema de numeração decimal (SANTANA, 2012).

Conhecer essas evidências e os resultados de desempenho de seus estudantes possibilita que as docentes dos anos iniciais reflitam sobre o processo de ensino que realizam e busquem aprofundar seus conhecimentos do conteúdo a ensinar.

5 Faremos uso da expressão "armar a conta" por ser ela a mais utilizada pelas docentes que ensinam nos anos iniciais do ensino fundamental.

METODOLOGIA

Metodologicamente, nosso estudo fez uso de uma abordagem qualitativa a qual se apoiou em dados numéricos para possibilitar discussões reflexivas sobre os complexos processos que envolvem o ensino das Estruturas Aditivas.

O estudo realizado com as professoras ocorreu em um período de três anos e foi organizado em três etapas. No início da investigação foi realizada a etapa diagnóstica que constou da aplicação de um instrumento com dez problemas aditivos a 248 estudantes do 2º ao 5º ano das 11 turmas dos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública estadual do interior do estado de Sergipe e, nesse mesmo momento, foi solicitado às professoras desses estudantes que elaborassem seis problemas de adição ou subtração.

De posse dos dados coletados no primeiro momento, constituímos um grupo de discussão com as professoras dos anos iniciais do ensino fundamental da escola envolvida. Assim, na segunda etapa foram realizados oito encontros de estudos do Campo Conceitual Aditivo com base na Teoria dos Campos Conceituais (TCC). O estudo no grupo de discussão começou com a participação de oito professoras, mas somente quatro permaneceram até o final da investigação. Para permanecerem no anonimato as professoras escolheram nomes de cores para serem identificadas.

No mês seguinte à conclusão do estudo com as professoras, teve início a terceira etapa, com uma segunda aplicação do instrumento com os dez problemas aos estudantes, e, após seis meses, foi realizada uma terceira aplicação para possibilitar uma comparação com os dados das aplicações anteriores.

Como destacado anteriormente, para esta discussão trazemos a análise dos dados relativos às estratégias utilizadas pelos estudantes nas resoluções dos problemas e as discussões e reflexões que as mesmas provocaram nos processos de ensino e de aprendizagem das Estruturas Aditivas.

ALGUMAS REFLEXÕES DOCENTES FRENTE ÀS ESTRATÉGIAS UTILIZADAS PELOS DISCENTES

A análise qualitativa do instrumento dos estudantes buscou diagnosticar as ações deles perante às situações-problema, por isso, tem como foco as estratégias que utilizaram na resolução dos problemas. São destacados os registros numéricos e/ou pictóricos, apresentado no espaço destinado à resolução.

A produção escrita, apresentada no papel, nem sempre corresponde ao esquema de pensamento elaborado pelo discente para resolver aquela situação-problema. Por esse motivo, o entendimento da produção matemática dos estudantes não pode ficar restrito à análise das respostas escritas no instrumento aplicado, pois se corre o risco de gerar uma interpretação equivocada do desempenho deles, “uma vez que o esquema é um produto de ordem psicológica, apoiado na representação mental” (MUNIZ e BITTAR 2009, p. 45). Ainda assim, se reconhece que a análise das respostas dos estudantes contribui para revelar evidências, instigar questionamentos e provocar mudança no trabalho realizado pelas professoras na sala de aula. Pensar sobre as ações presentes nas estratégias corretas ou incorretas utilizadas pelos alunos e relacionar esses dados com os problemas que propõem nas aulas e com os problemas de adição e de subtração presentes no livro de Matemática adotado pela escola possibilita às professoras refletirem sobre o trabalho que realizam referente à resolução de problemas de adição e de subtração. Também, a análise qualitativa pode permitir a identificação de uma possível ligação dos erros com o tipo de problema proposto.

Vergnaud (1996a) considera que a análise das hesitações e erros dos alunos na resolução dos problemas mostra que as condutas por eles tomadas sempre estão estruturadas em esquemas.

Assim, para que se possa buscar compreender os esquemas de resolução utilizados pelos estudantes e conhecer as dificuldades enfrentadas por eles, foi realizada uma análise qualitativa dos registros escritos feitos na resolução dos problemas, por considerar que eles sinalizam qual foi a estratégia utilizada pelo estudante.

Conforme destacado na Tabela 1, o grupo de estudantes que utilizou uma *estratégia correta* fez uso de oito tipos diferentes de estratégias de resolução: com desenhos, com algoritmo, com desenhos e algoritmo, com complementação, com cálculo mental, com ausência ou erro do sinal do algoritmo, com algoritmo errado e com resposta errada. O grupo de estudantes que utilizou uma *estratégia incorreta* fez uso de cinco tipos diferentes de estratégia: operação contrária, multiplicação, divisão, registro de número do enunciado e registro de números aleatórios. Durante a análise, fazemos algumas inferências sobre o uso dessas estratégias pelos estudantes, mas reconhecemos que elas são apenas possibilidades.

A seguir, na Tabela 1, apresentamos os dados referentes a quantidade de estudantes para cada tipo de estratégia. Foram contabilizadas as 10 respostas de cada um dos 248 instrumentos, por isso, totalizou-se 2480 respostas.

Tabela 1 - Estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas

	Tipo de Estratégia		Total	
			Freq.	**%**
Estratégia Correta	1. Com desenhos	oooooooo + oooooo = 14	46	1,86
	2. Com algoritmo	8 + 6 14	879	35,44
	3. Com desenhos e algoritmo	oooooooo + oooooo 8 + 6 = 14	9	0,36
	4. Com complementação	......	62	2,50
	5. Com cálculo mental	......	260	10,48
	6. Com ausência ou erro no sinal do algoritmo	8 - 6 14	66	2,66
	7. Com algoritmo errado	+ 8 6 14	64	2,58
	8. Com resposta errada	8 + 6 = 13 ou 15	75	3,02
Estratégia Incorreta	1. Operação contrária	8 - 6 = 2	418	16,86
	2. Multiplicação	8 x 6	75	3,02
	3. Divisão	8 : 6	7	0,28
	4. Registro de número do enunciado	2; 8 ou 6	258	10,41
	5. Registro de números aleatórios	....	178	7,18
	Rabiscos		21	0,85
	Em branco		62	2,50
	Total		2480	100

Fonte: Acervo da Pesquisa

Os resultados da tabela mostram que as estratégias corretas mais utilizadas foram: "com algoritmo" (35,44%) e "com cálculo mental" (10,48%). Foi classificada como estratégia correta *com* *cálculo mental* a resolução que apresenta apenas o número que corresponde à resposta correta. A Figura 1 apresenta a solução dada por um estudante do 2º ano, que, acreditamos, fez uso desse tipo de estratégia.

Figura 1 - Exemplo de estratégia correta com cálculo mental.

Problema 8. Sobre a mesa da cozinha tem 9 pratos de cores amarela e vermelha. Três pratos são amarelos, quantos pratos são vermelhos?

Resolução (cálculos e/ou desenhos)	Resposta
	6

Fonte: Banco de dados das autoras

Como é possível perceber, esse estudante somente registrou a resposta do problema. A ausência da representação simbólica do esquema de resolução não permite que se façam inferências sobre o número registrado, mesmo assim, foram levantadas algumas hipóteses. Quando os estudantes apenas registraram o número que corresponde ao resultado final do cálculo, uma das possíveis hipóteses é a de que eles resolveram mentalmente o problema e que, por considerarem simples, apenas escreveram o resultado do cálculo. Contudo, se reconhece que existem outras possibilidades, e dentre elas destacamos a contagem nos dedos e cópia da resposta do colega mais próximo.

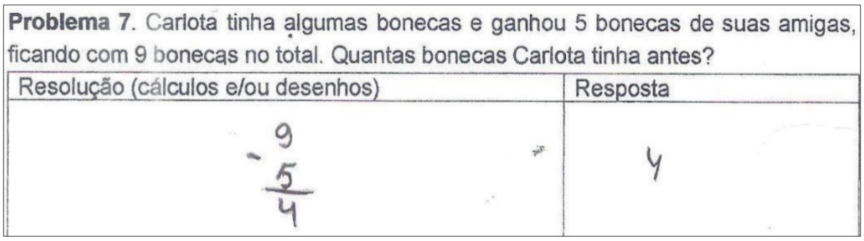
Nos encontros com as docentes, a discussão sobre a resolução com cálculo mental surgiu durante uma conversa sobre o uso de recursos materiais. Então, resolvemos pedir que explicassem como organizavam o pensamento para chegar no resultado. No primeiro momento as professoras ficaram caladas, depois P. Verde, referindo-se aos seus alunos do 2° ano, afirmou que *"os meninos iam somar nos dedos*". Após essa resposta, P. Branco, professora do 4º ano, explicou*: "Geralmente eu coloco o maior em cima"* e P. Amarelo disse que ao ensinar a soma de 9 + 6 para seus alunos do 1º ano orientava assim*: "coloquem o 9 na mente e lembrem-se que vocês têm 9, agora juntem o 6".*

A estratégia de ensino citada por P. Amarelo também foi constatada durante a observação de uma aula de P. Verde. Após solicitar em uma atividade que seus alunos do 2º ano pintassem as fichas que tivessem a soma 10, olhando para a 3ª e 4ª fichas, que indicavam as somas "4 + 6" e "6 + 3", respectivamente, ela perguntava: Quanto que dá "*seis na cabeça mais quatro? Seis na cabeça mais três?".* Ao dizer "*seis na cabeça*" ela indicava a cabeça dela com o dedo. Ao fazer assim, ela queria que eles realizassem a soma já partindo da quantidade maior e contando o restante nos dedos.

Vale destacar que P. Verde havia disponibilizado grãos de arroz para as crianças realizarem as somas, contudo, em vez de orientar que a soma fosse realizada com o material, o que reforçaria a ideia de juntar, ela fez uso de um procedimento que reforça a ideia de completar. As escolhas metodológicas das professoras e os depoimentos destacados revelam como conduzem o ensino da resolução dos problemas aditivos, orientando ações operatórias mentais, tais como, contar nos dedos, ou partir do primeiro valor.

Na estratégia correta *com algoritmo* a resolução apresenta o cálculo numérico correto. A Figura 2 apresenta a solução do estudante do 2º ano ao problema P7.

Figura 2 - Exemplo de estratégia correta com algoritmo



Problema 7. Carlota tinha algumas bonecas e ganhou 5 bonecas de suas amigas, ficando com 9 bonecas no total. Quantas bonecas Carlota tinha antes?	
Resolução (cálculos e/ou desenhos)	Resposta
$\begin{array}{r} 9 \\ - \underline{5} \\ 4 \end{array}$	4

Fonte: Banco de dados das autoras

Embora esse seja um problema considerado difícil, porque há uma incongruência semântica entre a palavra ganhou, presente no enunciado, e a operação subtração utilizada na resolução, esse estudante, com apenas 8 anos, conseguiu interpretá-lo, e fez o registro correto do algoritmo.

A representação utilizada pelo estudante traz indícios de que ele possui conhecimentos sobre as regras relativas ao algoritmo da subtração. Porém, tendo em conta o grau de complexidade da situação, a idade do estudante e o ano escolar em que ele estuda, é possível que, quando questionado sobre o motivo que o levou a escolher a operação subtração, ele não consiga expressar as razões que o levaram a tal escolha, o que revela que para ele esse é um conhecimento ainda implícito (VERGNAUD, 1996a).

Para instigar uma discussão sobre o uso do algoritmo na resolução dos problemas pela maioria dos estudantes propusemos às docentes que resolvessem de diferentes maneiras alguns problemas elaborados por elas no início da investigação. Destacamos que deveriam usar diferentes representações de algoritmo, ou seja, uma com a "conta armada" e outras sem armar a conta.

Um problema elaborado por elas e proposto na atividade foi o seguinte: *Num colégio estudam 583 alunos. No turno da manhã estudam 328 alunos. Quantos estudam no turno da tarde?*

As professoras do 1º e 2º anos apresentaram duas possibilidades de solução sem registrar o algoritmo: uma foi a representação com desenhos do material dourado e a outra foi a "conta deitada" (expressão matemática). Para registrarem o que denominaram "conta armada" apresentaram a seguinte possibilidade:

$$\begin{array}{r} 583 \\ \underline{-\ 328} \\ 255 \end{array}$$

As professoras do 3º, 4º e 5º anos, para esse problema, quando solicitava uma resolução sem registrar o algoritmo, fizeram a expressão matemática e, quando solicitava a conta armada, fizeram o cálculo apresentado acima. Por observar que para esse problema nenhuma dupla havia proposto uma solução que fizesse uso da decomposição em unidades, dezenas e centenas, propusemos a seguinte solução:

500 - 300 = 200 83 - 20 = 63

8 + 2 = 10 (Arredonda 8 para 10)

63 - 10 = 53

53 + 2 = 55 (Soma 2 porque quando

subtraiu 10 retirou 2 a mais) R: 200 + 55 = 255

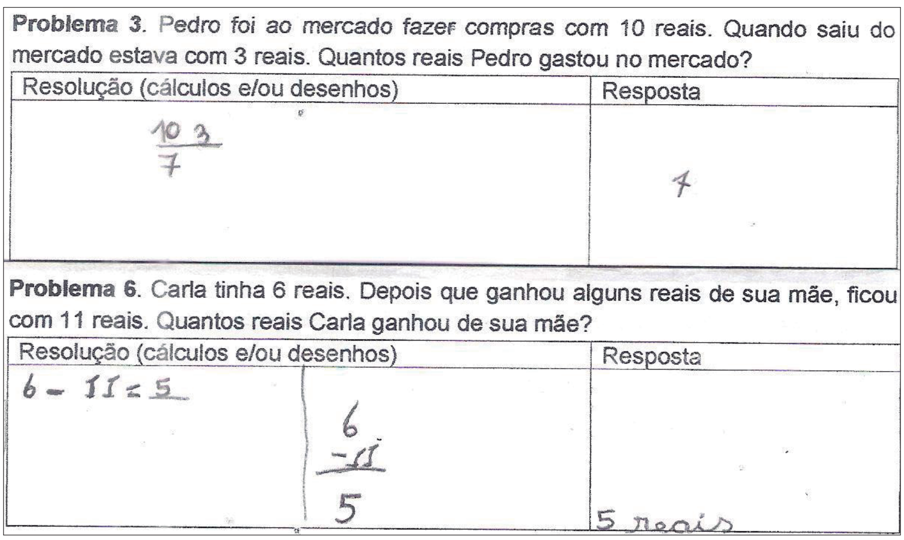
Buscamos destacar a possibilidade de resolução sem armar a conta para que as docentes percebessem que procedimentos desse tipo, além de ajudar na compreensão da estrutura do sistema decimal, evitam o uso da regra de "tomar emprestado", muitas vezes feita de forma automática pelos alunos.

É possível que a ação de "tomar emprestado", necessária na resolução da operação 583 - 328, tenha dificultado às docentes o processo de pensar a subtração por meio da decomposição das quantidades. As representações apresentadas por elas sinalizam que aprenderam por meio do uso de regras e que ao ensinar repetem essas "condutas em grande medida automatizadas, organizadas através de um esquema único" (VERGNAUD, 1996a, p. 156), que neste caso é o uso do algoritmo na forma apresentada pelas professoras.

Por ser o algoritmo na forma da "conta armada" o procedimento mais utilizado pelos estudantes, resolvemos trazer para discussão neste texto a estratégia correta com "algoritmo errado" e a estratégia correta com "resposta errada", apesar de não terem apresentado um índice elevado, porque foram muito discutidas nos encontros, por terem relação com a estratégia correta "com algoritmo".

Na estratégia correta com algoritmo errado estão aquelas representações nas quais o estudante escolhe a operação correta para a solução do problema, porém, "arma a conta" incorretamente. Os registros escritos apresentados por esses estudantes mostram que eles dominam os conceitos envolvidos ao operarem mentalmente, de forma correta, contudo, ainda necessitam se apropriar das regras relativas aos registros operatórios para usá-las em situações que envolvem números maiores. A Figura 3 traz exemplos de dois tipos de procedimentos com erro no registro do algoritmo.

Figura 3 - Exemplo de estratégia correta com algoritmo errado


Problema 3. Pedro foi ao mercado fazer compras com 10 reais. Quando saiu do mercado estava com 3 reais. Quantos reais Pedro gastou no mercado?

Resolução (cálculos e/ou desenhos)	Resposta
10 3 7	7

Problema 6. Carla tinha 6 reais. Depois que ganhou alguns reais de sua mãe, ficou com 11 reais. Quantos reais Carla ganhou de sua mãe?

Resolução (cálculos e/ou desenhos)	Resposta
6 - 11 = 5 6 -11 5	5 reais

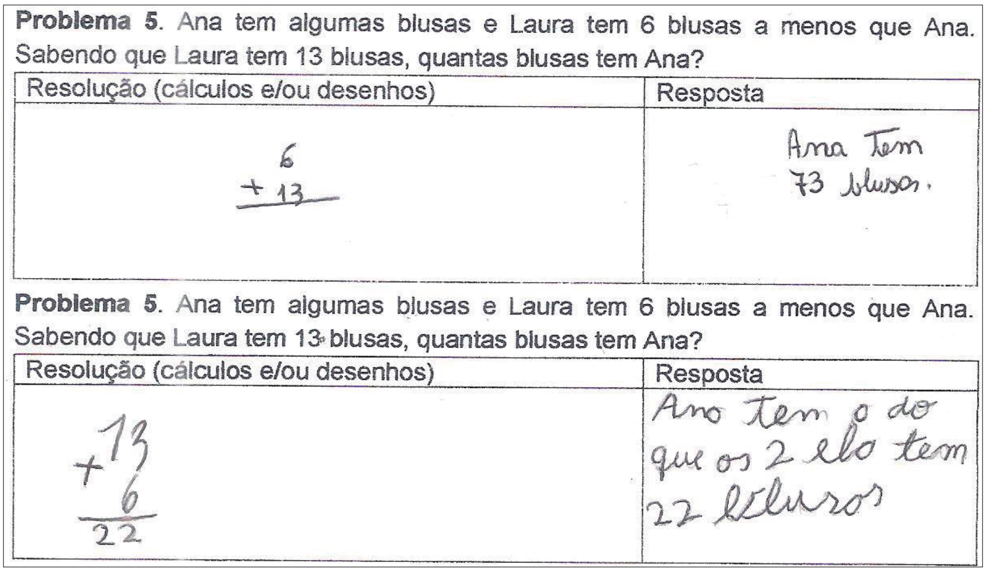
Fonte: Banco de dados das autoras

No primeiro procedimento, um estudante do 2º ano registrou o minuendo e o subtraendo um ao lado do outro e não colocou o sinal da operação. No segundo procedimento, de um estudante do 3º ano, houve troca do minuendo pelo subtraendo. Embora tenha escrito 6 - 11, o estudante efetuou a operação 11 - 6, o que pode sugerir que, para ele, essas sentenças são iguais. Este tipo de erro, no qual o estudante subtrai o número maior do menor é frequente em estudantes que não dominam a conceitualização da notação decimal (VERGNAUD, 1996a), porém, ressaltamos que eles evidenciam dominar o conceito envolvido na situação-problema.

Observando como os estudantes que cometeram esse tipo de representação procederam nas outras situações-problema, percebe-se que agiram da mesma forma, o que pode ser um indicativo de que esses alunos ainda não dominam o conjunto de regras que fazem parte da resolução do algoritmo da subtração.

Foi classificada como estratégia correta *com resposta errada* aquelas representações nas quais o estudante armou a conta corretamente, mas colocou uma resposta errada. Na Figura 4, temos duas resoluções de estudantes do 4º ano ao problema P5 que ilustram procedimentos que estão com erro na resposta.

Figura 4 - Exemplo de estratégia correta com resposta errada



Problema 5. Ana tem algumas blusas e Laura tem 6 blusas a menos que Ana. Sabendo que Laura tem 13 blusas, quantas blusas tem Ana?

Resolução (cálculos e/ou desenhos)	Resposta
6 + 13	Ana Tem 73 blusas.

Problema 5. Ana tem algumas blusas e Laura tem 6 blusas a menos que Ana. Sabendo que Laura tem 13 blusas, quantas blusas tem Ana?

Resolução (cálculos e/ou desenhos)	Resposta
13 + 6 = 22	Ano tem o do que os 2 elo tem 22 blusos

Fonte: Banco de dados das autoras

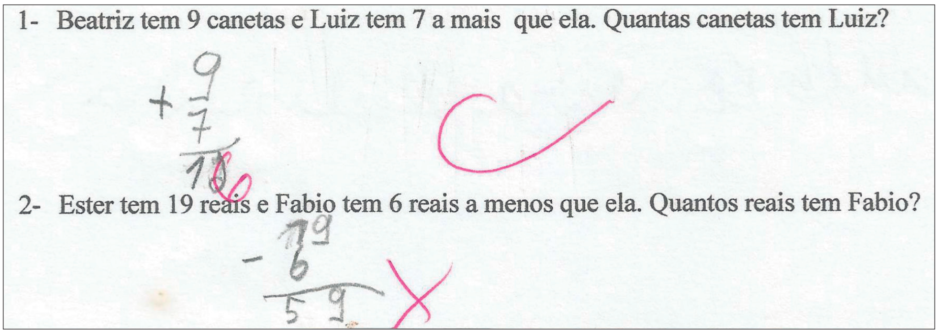
No primeiro procedimento o estudante mostra que escolheu a estratégia correta de resolução que é somar 13 + 6, contudo, errou ao armar a conta posicionando a unidade 6 na coluna da dezena 1, o que resultou na soma 73. O esquema utilizado revela o conhecimento do estudante sobre a relação entre o algoritmo e as características do problema (VERGNAUD, 1996a). Como destacado anteriormente, para o autor, o erro cometido pelo estudante ao adicionar 6 + 13, resulta de uma conceitualização insuficiente da notação decimal. Por outro lado, também pode indicar que esses estudantes não costumam fazer uso de estratégias de validação dos resultados.

Esse tipo de erro não é esperado em turmas de 4º ano. Santana (2010) também encontrou esse tipo de erro entre os cometidos pelos estudantes da 3ª série que fizeram parte de sua pesquisa. A autora considerou inesperado que estudantes desse ano escolar “ainda apresentem dificuldades em armar uma simples conta de adição ou subtração”. (Santana, 2010, p. 199).

O procedimento do segundo estudante ao problema P5 revela que ele interpretou corretamente a situação-problema, entretanto, ao somar 3 + 6 encontrou 12 e não 9 e, por isso, o resultado da sua soma 13 + 6 foi 22, em vez de 19. Esperava-se que esse tipo de erro só acontecesse nas turmas do 2º e 3º anos, porém, mesmo em diferentes proporções, ele aconteceu em todos os anos escolares.

Ao terem ciência desses erros, as professoras reconheceram a dificuldade de seus alunos em armar a conta. P. Verde chegou a afirmar que os alunos dela que passaram para o 3º ano resolveriam o cálculo se a conta estivesse “armada”, P. Azul, professora do 4º ano, disse: *“Sim, se der armado eles resolvem.”.* Na sequência, P. Branco complementou: *“A soma 21 + 7 é mais difícil para o aluno do que a soma 7 + 9.* “, revelando que para ela a troca de unidades por dezenas não é tão difícil quanto somar números com mais de um algarismo. A afirmação de P. Branco está ilustrada na Figura 5, que mostra uma atividade realizada em sala de aula por P. Verde e disponibilizada no grupo de discussão, após a docente apresentar suas reflexões sobre o desempenho de seus alunos na atividade (Observação: a correção foi feita pela professora).

Figura 5 - Atividade realizada em sala de aula pela P. Verde


1- Beatriz tem 9 canetas e Luiz tem 7 a mais que ela. Quantas canetas tem Luiz?

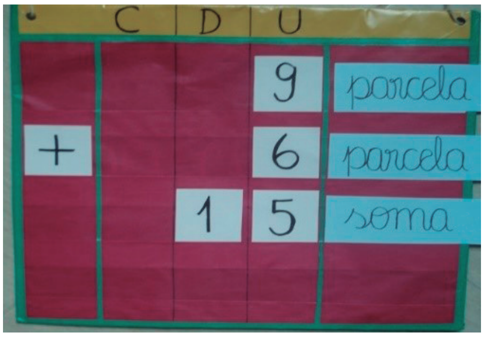
2- Ester tem 19 reais e Fabio tem 6 reais a menos que ela. Quantos reais tem Fabio?

Fonte: Banco de dados das autoras

Observando-se os registros escritos feitos pelo estudante do 2° ano, percebe-se que ele soube realizar a soma 9 + 7 corretamente, somente escreveu espelhado o algarismo “6”, porém não soube registrar corretamente o cálculo escrito para subtrair 19 - 6 porque posicionou o 6 embaixo do 1, o que confirma as afirmações das professoras sobre a dificuldade dos estudantes em armarem a conta quando uma das quantidades é maior do que a dezena e a outra não.

Devido à essa dificuldade, em um dos encontros foi oportunizada uma discussão sobre o uso do material Quadro Valor-Lugar (CAVALU), com vistas a ajudar na superação dessa dificuldade. Partimos dos erros cometidos pelos alunos, e fomos conversando sobre como utilizar esse recurso para ajudá-los a registrar corretamente o algoritmo. Apesar de Vergnaud não ter citado este material, o uso dele vai ao encontro das orientações do autor quando ele se refere às regras da adição, ao explicar sobre a representação do cardinal da união como sendo o resultado das representações dos cardinais dos conjuntos presentes na situação. Para Vergnaud (2009), os agrupamentos de dez em dez são colocados em paralelo com o código da numeração de posição (coluna das unidades, coluna das dezenas, coluna das centenas, etc.) e pela regra da adição juntam-se unidades a unidades, dezenas a dezenas, etc.

Figura 6 - Quadro Valor-Lugar (CAVALU)



Fonte: Construção da pesquisadora

Também, foi destacada a importância de as docentes deixarem o aluno elaborar as suas próprias hipóteses, dessa forma não seriam elas que fariam a soma com o material, elas pediriam para um aluno fazer e acompanhariam o que estava sendo feito, fazendo questionamentos. Por exemplo, quando a criança colocasse o 9 no CAVALU, elas deveriam discutir com a turma a partir do que o aluno fez, isto é, se ele colocasse o 9 na coluna das dezenas poderia ser questionado: Quanto tem na coluna das unidades? Se não tem nada, então, podemos colocar o zero? Qual número foi representado? 90 é igual a 9?

Vergnaud (2009) considera que, no plano pedagógico, é produtiva a realização de exercícios que envolvem a passagem de um material a outro, ou a passagem de uma representação à outra, diz ele: "Passar de um material ao número escrito correspondente e, reciprocamente, passar do desenho de um conjunto a um material [...] é um meio seguro de fazer as crianças compreenderem, sem dificuldade, o sistema de numeração" (VERGNAUD, 2009, p. 174). E, complementa explicando que essa afirmação também é válida para a adição, cuja explicação pode ser feita por exercícios com diferentes materiais, tais como: objetos, pacotes, pacotes de pacotes, etc.; objetos amarrados com barbantes para formar agrupamentos de primeira ordem, segunda ordem, etc.

As orientações sobre o uso de diferentes materiais nas aulas e as discussões sobre o desempenho dos alunos permitiu um repensar da ação docente realizada. *P. Amarelo* ao afirmar: "É isso, já vi que também em relação a armar a conta, tenho que continuar enfatizando e usando os materiais, pois é ao longo do ano que eles vão dominar esse conhecimento", revela estar refletindo sobre o tempo de aprendizado de seus alunos.

A reflexão feita por P. Amarelo sobre a sua ação em sala de aula e sobre o aprendizado de seus estudantes, pode possibilitar que as professoras descubram soluções, sejam delas próprias ou oriundas da discussão coletiva, para superar problemáticas surgidas na prática de ensinar a resolução de problemas aditivos.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Quanto às estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas, foi possível observar o seguinte: (i) a forma de representação simbólica mais utilizada pelos estudantes foi o registro do cálculo no formato do algoritmo convencional. Dentre os estudantes que fizeram o uso desse tipo de representação, muitos ainda evidenciam que não dominam a conceitualização da notação decimal, pois cometeram três tipos de erros: ausência ou troca de sinal, por exemplo, o de adição pelo de subtração; montagem da conta, por exemplo, posicionaram o algarismo das unidades embaixo do algarismo das dezenas; resposta errada, por exemplo, a conta foi armada de forma correta, mas a resposta do algoritmo está errada; (ii) muitos estudantes não realizaram nenhum registro numérico do esquema utilizado na resolução, apenas escreveram o número correspondente à resposta no espaço indicado, o que leva a pensar que podem ter calculado mentalmente ou com o auxílio dos dedos; (iii) a representação pictórica foi pouco utilizada, inclusive pelos estudantes de menor idade, porém, os que fizeram uso desse procedimento o fizeram de forma clara e organizada. De acordo com o observado, pode-se refletir sobre a necessidade dos professores incentivarem o uso de diferentes formas de representação que não somente o algoritmo convencional.

As reflexões docentes revelam que a análise das estratégias utilizadas e, principalmente, dos erros cometidos, permite coletar evidências sobre os esquemas de resolução que os alunos utilizam e entender as dificuldades deles. Esse aprendizado permitiu às professoras refletirem sobre os valores presentes nas situações-problema que propunham para ajudarem os estudantes a superar a dificuldade em representar corretamente os algoritmos da adição e da subtração. Ainda, revelam a ênfase dada, pelas professoras ao uso do algoritmo no formato da conta armada na resolução dos problemas e ao uso insuficiente de recursos materiais, condições que restringem o aprendizado dos estudantes, pelo fato de ser necessário um trabalho consistente com recursos materiais adequados às dificuldades enfrentadas por eles para que as mesmas possam ser superadas.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. ; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. **A Matemática na Educação Básica:** reflexão participada sobre os currículos do ensino básico. Lisboa: Ministério da Educação / Departamento da Educação Básica, 1999.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. **Investigação colaborativa:** potencialidades e problemas**.** (2002). Disponível em: https://bit.ly/31qZGRn. Acesso em: 20 abr. 2013.

CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa Editora, 2005.

ETCHEVERRIA, Teresa Cristina. O Ensino das Estruturas Aditivas junto a Professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. 2014. 252 f. **Tese** (Doutorado em Educação Matemática, Área de concentração: Ensino e Aprendizagem em Matemática e suas Inovações) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, SP, 2014.

JUSTO, Jutta C. R.; DORNELES, Beatriz V. *Resolução de problemas matemáticos aditivos*: possibilidades da ação docente. Acta Scientiae, Canoas, v.12, n.2, pp. 106-124, jul./dez. 2010. Disponível em: https://bit.ly/35eWwkR. Acesso em: 13 mar. 2013.

MAGINA, Sandra M. P. ; SANTANA, Eurivalda R. dos S.; CAZORLA, Irene M. e CAMPOS, Tânia M. M. As estratégias de resolução de problemas das estruturas aditivas nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental. *Zetetiké*, v. 18, n. 34, Jul/Dez, 2010, p. 15-49.

MUNIZ, C. A. B.; BITTAR, M. **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 1. Ed. Curitiba: Editora CRV, 2009.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Introdução à Educação Matemática**: números e operações numéricas. 2. ed. São Paulo: PROEM, 2002.

PONTE, J. P. ; SERRAZINA, L. **Professores e formadores investigam a sua própria prática**: o papel da colaboração. *Zetetiké*, v. 11, n. 20, Jul/Dez, p. 51-84, 2003.

PONTE, J. P. O novo programa de Matemática como oportunidade de mudança para os professores do Ensino Básico. **Revista Interacções**. n. 12, p. 96-114, 2009. Disponível em: http://www.eses.pt/interaccoes. Acesso em: 10 ago. 2011.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: **Actas do ProfMat,** Lisboa: APM, p. 27-44, 1998. Disponível em: https://bit.ly/3dJgmJ1. Acesso em 18 set. 2019

PONTE, J. P. Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), **Teoría, crítica y prática de la educación matemática.** Barcelona: Graó, pp. 83-98, 2012. Disponível em: http://hdl.handle.net/10451/29194. Acesso em 18 set. 2019

REGES, Maria Auricelia Gadelha. **Estruturas Aditivas:** Análise da Prática Pedagógica de Professores do II Ciclo do Ensino Fundamental. 2006. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2006.

SANTANA, Eurivalda R. dos S.; CAZORLA, Irene M. ; CAMPOS, Tânia M. M. Diagnóstico do desempenho de estudantes em diferentes situações no Campo Conceitual das Estruturas Aditivas. In: III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2006, **Livro de Resumos**, Água de Lindóia - SP. Disponível em: https://bit.ly/31mMA7W. Acesso em: 15 mar. 2013.

SANTANA, E. R. S. Estruturas Aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? 344 f. (2010). **Tese** (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

SERRAZINA, L. Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. **Quadrante**: Revista Teórica e de Investigação. Lisboa, v. 8, p. 139-167, 1999.

TARDIF, M. Saberes docentes e formação profissional. 14 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, T., MOSER, J. & ROMBERG, T. **Addition and Subtraction**. A cognitive perspective. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum, p. 39-59, 1982.

VERGNAUD, G. A. **Teoria dos Campos Conceituais.** In: BRUN, J. (Org.). Didáctica das Matemáticas. (Trad.) Lisboa: Instituto Piaget, p. 155-191, 1996a.

VERGNAUD, G. A trama dos Campos Conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEEMPA,** Porto Alegre, n. 4, Jul., p. 9-20, 1996b.

VERGNAUD, G. A formação de competências profissionais. **Revista do GEEMPA**, Porto Alegre, n. 4, Jul. p. 63-76, 1996c.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Trad. Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

RECEBIDO EM: 05 jun. 2020
CONCLUÍDO EM: 26 ago. 2020