

ESTUDO SOBRE UM MOMENTO DE REFORMULAÇÃO CURRICULAR - GEOMETRIA EM FOCO

STUDY ON A MOMENT OF CURRICULAR REFORM - FOCUS ON GEOMETRY

EMERSON ROLKOUSKI*
KATIA GONÇALVES DA SILVA**
CARLOS ROBERTO VIANNA***

RESUMO

Neste artigo, descreve-se parte de uma investigação que buscou compreender as concepções de Geometria de professores de um curso de Licenciatura em Matemática. Tomou-se como fonte de dados os registros (atas e gravações das reuniões) do processo de reformulação curricular do curso de Matemática da Universidade Federal do Paraná. Este processo teve início em 2004 e contou com a participação de professores de diferentes departamentos e setores que atuavam no curso. Primeiramente, apresenta-se um breve estado da arte sobre o tema “concepções de Matemática” e, a seguir, a metodologia da pesquisa, na qual se destaca a abordagem indireta. Na sequência, são apresentados e analisados os dados e, como conclusão, algumas considerações finais sobre os diálogos entre os professores, a partir dos quais refletiu-se sobre suas concepções de Geometria.

Palavras-chave: Concepções; Geometria; Licenciatura em Matemática.

ABSTRACT

This article describes part of an investigation that sought to understand the concepts of geometry of professors on a mathematics teaching course. As a source of data, were taken registers (proceedings and recordings of meetings) of the process of curricular reform of the mathematics teaching course at the Federal University of Parana. This process began in 2004 with the participation of professors from different departments and sections that dealt with the course. First, we present a brief state of the art on the theme 'conceptions of mathematics' and the research methodology, which stresses the indirect approach. Further, data are presented and analyzed and, as conclusions, some final thoughts on the dialogue among professors, from which we reflected on their conceptions of geometry.

Keywords: Conceptions; Geometry; Mathematics teaching course.

* Doutor em Educação Matemática. Universidade Federal do Paraná (UFPR), Departamento de Desenho.

** Mestre em Educação (UFPR), professora do Colégio Estadual Benedito João Cordeiro, Curitiba, PR.

*** Doutor em Educação. Universidade Federal do Paraná (UFPR), Departamento de Matemática.

INTRODUÇÃO

No curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Paraná, atuam professores de diferentes departamentos da instituição: Matemática, Física, Desenho¹, Planejamento e Administração Escolar e Teoria e Prática de Ensino. Desde abril de 2004, um grupo desses professores fizeram parte de uma comissão que se reuniu vinte e cinco vezes em quatorze meses. O objetivo das reuniões era estudar propostas de reformulação do curso de Licenciatura em Matemática. Em algumas reuniões, professores de outras universidades foram convidados para dar suas contribuições. A partir dessas discussões, muitas modificações curriculares foram feitas. Neste artigo, aborda-se parte de uma investigação realizada a partir das discussões ocorridas neste contexto, cujo objetivo era explicitar e compreender as concepções de professores do curso de Licenciatura em Matemática sobre o ensino e a aprendizagem de Geometria, na formação de professores de Matemática, desvelados em um momento de reformulação curricular (SILVA, 2007).

Antes da reforma, o aluno da Licenciatura em Matemática da UFPR deveria cursar as seguintes disciplinas relacionadas à Geometria (todas ministradas por professores do Departamento de Desenho): Desenho Geométrico (120 horas/aula), Geometria Descritiva (120 horas/aula), Elementos de Geometria (60 horas/aula) e Projetos Integrados em Geometria (60 horas/aula). A partir de 2006 - após a reformulação curricular aqui investigada - os alunos passaram a cumprir as seguintes

disciplinas: a) Ministradas por professores do Departamento de Matemática: Fundamentos de Geometria, Geometrias Não-Euclidianas; b) Ministradas por professores do Departamento de Desenho: Desenho Geométrico I, Geometria no Ensino Fundamental e Médio, Geometria Dinâmica.

Em meio a outros relatos, encontram-se, nas gravações de áudio dessas reuniões, depoimentos de professores defendendo a exclusão de disciplinas e a criação de outras, bem como a mudança de disciplinas de Departamento. Tais discussões auxiliaram o investigador a analisar as possíveis concepções sobre a Geometria, seu ensino e sua importância na formação do professor.

Inicialmente, com o objetivo de situar o leitor, apresenta-se uma breve revisão que nos dá a possibilidade de construir noções sobre “concepções de Matemática”. Em seguida, são fornecidos alguns detalhes da metodologia da pesquisa que abrem perspectivas de uma melhor compreensão de todo o processo.

CONSTRUINDO UMA NOÇÃO SOBRE CONCEPÇÕES DE MATEMÁTICA

Com base no estudo de trabalhos sobre concepções, realizados por pesquisadores da Educação Matemática, o objetivo deste tópico é situar o leitor na visão abrangente dos diversos sentidos atribuídos ao termo em questão. Na verdade, tomar como objeto de estudo “concepções de Matemática de professores” é ingressar em um terreno escorregadio, uma vez que não há consenso sobre o conceito. De acordo com Garnica (2005, p. 172),

¹ O Departamento de Desenho passou a se chamar Departamento de Expressão Gráfica a partir de maio de 2009.

Constituídas num (e constituindo um) processo dinâmico de inserção no mundo, as concepções são aqui tomadas como fluidas, de difícil configuração, de estrutura vaga. Debater-se com isso é uma atitude vã. Querer fixar o dinâmico, dizer o indizível, é projeto para muitos quixotes e, ainda assim, como convém a quixotes, também ele um projeto vão. Enfrentar uma pesquisa que tem como pressuposto a instabilidade de seu tema, por outro lado, tem características incrivelmente positivas: essa postura nos obrigará a desprezar toda a forma de investigação concebida como definitiva, nos obrigará a abrir mão de todos os resultados tidos como inquebrantáveis, a abandonar, em suma, toda crença numa verdade estável, inquestionável e perene.

A citação é implacável: concepções são fluidas, de difícil configuração. Sob a óptica da perspectiva apresentada, seria inútil pretender chegar a uma formulação do tipo: “a noção de concepções que se adotará neste trabalho é...”. Por outro lado, é possível e desejável que se problematize essa noção, a fim de, ao menos, estabelecer alguns parâmetros sobre o significado do termo. Vejam-se, então, algumas possibilidades trazidas por autores que pesquisaram o tema, sem qualquer preocupação de exaurir estas possibilidades ou chegar a um termo de consenso.

Fernandes (2001, p. 131) afirma que concepções são “elementos que criam hábitos de ação”. Garnica (2005) trata as crenças, percepções, juízos e experiências prévias, como sinônimos de concepções, considerando deste modo que são suportes para a ação. Thompson (1984) afirma que as concepções não são consensuais e podem ser consideradas em distintos graus de convicção. Assim, ela caracteriza o termo:

A concepção de um professor sobre a natureza da matemática pode ser vista como as crenças conscientes ou subconscientes daquele professor, os conceitos, significados, regras, imagens mentais e preferências relacionados com a disciplina. Essas crenças, conceitos, opiniões e preferências constituem os rudimentos de uma filosofia da matemática, embora para alguns professores elas podem não estar desenvolvidas e articuladas em uma filosofia coerente (THOMPSON, 1984, p. 105).

Para Cury (1994), concepções de Matemática são ideias expressas pelos professores, relativas à natureza da Matemática e ao ensino e aprendizagem dessa disciplina. É a filosofia particular quando estes concebem ideias e interpretam o mundo com as mesmas.

Para Ponte e Carreira (1992, p. 185), concepção é

um substrato conceptual que joga um papel determinante no pensamento e na ação. Este substrato é duma natureza diferente dos conceitos específicos - não diz respeito a objectos ou acções bem determinadas, mas antes constitui uma forma de os organizar, de ver o mundo, de pensar.

Segundo Garnica (2005, p. 184), “As concepções podem atuar, por um lado, como um filtro que estrutura o sentido que damos às coisas e, por outro lado, como bloqueadoras em relação a novas realidades, limitando nossas possibilidades de atuação e compreensão.”

Embora seja possível escapar dessa seara, é importante ressaltar que, quando se estudam concepções, em geral, depara-se com uma quantidade razoável de trabalhos que as distinguem das crenças.

Segundo Cury (1999), problemas de tradução têm influenciado na forma como alguns autores se referem a esses construtos. Essa “necessidade” de diferenciação é decorrente da tradução destes termos. Verifica-se que a palavra crença é frequentemente utilizada como sinônimo de concepção. Para um aprofundamento sobre a diferenciação dos termos “concepções” e “crenças”, aconselha-se consultar o trabalho realizado por Cury (1994), particularmente, o segundo capítulo de sua tese do doutorado.

Pode-se verificar que alguns dos pesquisadores, no decorrer da pesquisa, acabam por utilizar palavras que entendem ser componentes das concepções, ou seja, definem concepções e acabam usando sua definição ao invés do termo original. Outros autores criam novos termos, alguns deles decorrentes da coleta de dados. Nesse caso, abandonam o termo “concepção” e passam a adotar outros que, sob o ponto de vista do observador, refletem mais fielmente o que os dados coletados representam.

Com base no estudo realizado, considera-se que as concepções dos professores:

- têm relação com características da sua formação²;

- estão em contínuo processo de alterações, mas, com algum cuidado, podem ser observadas em um determinado período;

- têm relação direta com sua prática seja ela em sala de aula, no ambiente escolar (na relação com colegas de profissão), nas pesquisas que realizou, ou em seu discurso.

Sobre o “processo de formação”³ de concepções, de acordo com o referencial

estudado, considera-se que a formação das concepções no indivíduo se realiza por influências do meio social em que atua e de sua formação estudantil. Conforme a sociedade em que vive, constrói suas crenças, dirige suas reflexões e percepções, o que influencia suas experiências e direciona suas ações. As concepções podem orientá-lo no direcionamento de sua formação educacional e também receber influências desta.

METODOLOGIA

Um breve olhar sobre trabalhos que têm as concepções como seu objeto de estudo nos mostra que é comum à maioria deles a preocupação com a metodologia a ser utilizada, tanto na captação das supostas “concepções”, quanto na sua posterior análise e/ou categorização. Em particular, pensamos que Garnica (2005) tomou esta problemática como tema e acabou por sugerir uma forma de abordagem que optamos utilizar neste estudo.

Como apreender

Conforme o exposto, as concepções não se manifestam facilmente. Além disso, “estão em constante mutação, num processo não linear que alterna alterações e permanências” (GARNICA, 2005, p. 171). Assim, acredita-se que a utilidade e a credibilidade de uma pesquisa sobre concepções estão diretamente ligadas ao modo como são coletados os dados.

Sobre a metodologia de coleta de dados sobre concepções, Garnica (2005, p. 175), primeiramente, por meio da orientação de

² O termo formação compreende todo o período escolar, a graduação, cursos de extensão, cursos de capacitação e a atuação profissional.

³ Termo utilizado por Garnica (2005, p. 171).

dissertações e, posteriormente, em sua tese de livre docência, apresenta a *abordagem indireta* e a conceitual:

Trata-se de buscar a descrição de algo (um ambiente, uma estrutura, uma estratégia, uma abordagem) cuja manifestação ocorre na prática efetiva, cotidiana, buscando configurar um ambiente de ação direta, familiar, confortável e seguro, em que tais concepções são efetivamente implementadas, um 'espaço' de certo modo mais livre, menos aprisionado naquela teia de mantras oficiais que tendemos a entoar. (...) a intenção é coletar relatos sobre a prática e, se possível, acompanhar a efetivação dessa prática relatada (...) para senti-la, segundo os óculos perceptuais do pesquisador, no frescor do momento em que ela ocorre, até para que, munido dessas informações, outros elementos possam ser invocados quando coletando ou reformulando o relato sobre a prática.

Sobre a necessidade de uma abordagem de pesquisa indireta, Garnica (2005, p. 170) argumenta que

Nossa prática no cotidiano das escolas e de seus entornos nos dá elementos a partir dos quais articulamos falas sobre esse cotidiano. Se nos perguntam "qual sua concepção sobre Matemática?" todo um leque de frases prontas nos surge. São frases pré-elaboradas, frequentes no nosso dia-a-dia, nas documentações oficiais, nos projetos pedagógicos, nos discursos competentes dos técnicos e pesquisadores. Frases que insistentemente transitam nos corredores das escolas e tornam-se jargões, toadas que vão perdendo seu encanto motivador e tornam-se sentenças sem significado que só

atestam uma nossa capacidade de nos reconhecermos como membros de uma determinada comunidade que nos aceita por repetirmos, insistentemente, esses mantras obrigatórios.

Nesta pesquisa, optou-se pela utilização das atas e de transcrições de reuniões em que os professores discutiram a reforma curricular do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Paraná, considerando-se esta forma de apreensão como uma abordagem indireta por excelência.

Na próxima seção, tem-se como objetivo apresentar o ambiente e os sujeitos da pesquisa.

De onde e quem fala: caracterizando os sujeitos e o ambiente

Os participantes do processo de discussão curricular fazem parte de quatro departamentos distintos da UFPR e têm em comum o fato de serem professores do curso de Licenciatura em Matemática da referida instituição. São professores dos Departamentos de Matemática, Desenho (pertencentes ao Setor de Exatas) e de Teoria e Prática de Ensino, Planejamento e Administração Escolar (pertencentes ao Setor de Educação).

Ao todo, foram doze professores que, de alguma forma, contribuíram com esse processo. Desses doze professores, sete pertencem ao Departamento de Matemática, três ao Departamento de Desenho e dois ao Setor de Educação.

Para que os professores não fossem identificados, optou-se por utilizar uma sigla, que representa o departamento ou setor ao qual pertencem, e um número, que serve somente

para diferenciar professores de um mesmo departamento. A saber: DM - Departamento de Matemática, DD - Departamento de Desenho, SE - Setor de Educação.

A PESQUISA

Nesta sessão, é detalhado o modo como foi realizada a pesquisa, desde a coleta de dados até o tratamento desses.

Material passível de análise: o percurso:

Algo que difere esta pesquisa das demais estudadas, sobre concepções, diz respeito à essência do material passível de análise. Trata-se do registro das discussões de cada reunião de reformulação curricular, que foi feito de dois modos: atas e gravação em fitas cassetes de cada reunião. Vale ressaltar que consiste em uma abordagem indireta de pesquisa e que não teve interação ou interferência dos pesquisadores com os sujeitos da pesquisa.

Durante as reuniões para reformulação curricular, professores com formações diferentes argumentaram sobre o que acreditam ser o ideal de ensino para alunos do curso de Matemática. Consultando as atas, verificou-se em quais reuniões foram discutidos assuntos ligados à Geometria. O passo seguinte foi ouvir as gravações do áudio de tais reuniões. Percebemos que a escrita das atas foi feita de modo cuidadoso, mas, detalhes que se mostraram importantes à pesquisa não foram registrados em ata. Tal fato justifica a transcrição dos diálogos das reuniões como a fonte de dados mais importantes para a pesquisa.

Nem todas as atas foram escritas pela mesma pessoa. O coordenador do curso de Matemática, participante ativo das reuniões, escreveu as atas das vinte primeiras reuniões. Duas alunas do curso de Matemática, bolsistas e ouvintes das reuniões, escreveram as atas das outras cinco. Tais registros encontravam-se disponíveis no endereço eletrônico <www.mat.ufpr.br/graduacao/matematica/grade/grade.html> e foram objeto de estudo em uma dissertação de mestrado (WOLSKI, 2007) e de uma tese de doutorado (SOUZA, 2008). Como atualmente o endereço eletrônico não mais se encontra no ar, a íntegra das atas está disponível nos anexos do trabalho de Wolski (2007).

A gravação de todas as vinte e cinco reuniões ordinárias⁴ de reformulação do curso de Matemática deu origem a cinquenta e duas fitas cassete que, primeiramente, foram ouvidas e selecionadas, e, posteriormente, foram transcritos os trechos de diálogos que interessavam para este trabalho.

A transcrição literal dos diálogos deu origem a um texto relativamente extenso. Os diálogos são repetitivos e algumas vezes contraditórios. Diante de um material rico em detalhes, porém em estado bruto, começou-se o trabalho no sentido de melhor compreendê-lo e apresentá-lo adequadamente, contemplando o que se pretende investigar: concepções dos professores sobre Geometria.

O processo de escolha do modo de apresentação dos resultados foi difícil. A primeira intervenção nos dados consistiu em uma discussão com os diálogos, ou seja, na transcrição inseriram-se comentários, argumentações e possíveis compreensões sobre os discursos. Em seguida houve um

⁴Ocorreram reuniões extraordinárias com a presença de professores de outras universidades.

direcionamento para separar os trechos de diálogos de acordo com a disciplina, a carga horária, o conteúdo, a abordagem metodológica e outros aspectos considerados necessários. Finalmente optou-se em separá-los por temas, conforme se apresenta a seguir.

Durante as discussões referentes à reforma curricular, vários foram os temas abordados. Pelo grande volume de dados e a característica de um artigo científico, foi necessário realizar uma escolha sobre quais seriam os temas que melhor desvelassem as concepções sobre Geometria, presentes entre os participantes das discussões e que pudessem ser apresentados neste texto. A apresentação e discussão dos demais temas podem ser encontradas em Silva (2007). Os dois temas selecionados foram:

- a Geometria Euclidiana e a importância do raciocínio visual;
- Demonstrações em Geometria.

A seguir, o leitor encontrará a textualização dos diálogos referentes a cada tema. Os diálogos foram ilustrados por recortes identificados dos diálogos das reuniões e/ou atas. Ao final de cada trecho foram tecidas algumas considerações a respeito do tema.

Dentre os assuntos discutidos, chama-se a atenção para um tópico polêmico que permeou várias reuniões de reformulação curricular: a proposta da disciplina Elementos de Geometria passar a ser ministrada por professores do Departamento de Matemática. A argumentação sobre essa mudança gerou alguns conflitos, devido ao fato de os participantes defenderem enfoques diferentes para o ensino dos mesmos conteúdos.

⁵ FREUDENTHAL, H. Revisiting Mathematics Education: China Lectures. London: Kluwer Academic Publishers, 1991. Mathematics Education Library.

⁶ Programa Internacional de Avaliação de Alunos.

Tema 1: a Geometria Euclidiana e a importância do raciocínio visual

Esse tema surgiu em diferentes reuniões e ressalta concepções diversas de Geometria, apresentando aos leitores distintos caminhos para seu ensino. O assunto foi tratado em vários momentos do processo de reformulação curricular e, neste artigo, apresentam-se excertos de diálogos, localizados em diferentes fitas, por serem provenientes de diferentes reuniões. Para distinguir esses momentos, apenas indica-se sua localização nas fitas:

7ª reunião – fita 15, lado B.

DM3 – Tem um problema proposto por Hans Freudenthal⁵, que visa a desenvolver a capacidade de transpor uma visualização imaginária espacial para uma vista superior, lateral, frontal, etc.. O problema apresenta vários objetos: um rio, uma igreja, uma caixa d'água e um marco. Pede-se que os alunos imaginem uma viagem de barco pelo rio. É apresentada aos alunos uma série de fotos que foram tiradas de dentro do barco, só que essas fotos eram colocadas todas fora de ordem e o aluno, em função dessa vista superior, tinha que conseguir organizá-las.

SE2 – O Pisa⁶ traz vários exercícios desse tipo.

DM3 – Os professores costumam deixar a parte de Geometria para o último bimestre e nunca dá tempo. Costumam trabalhar a parte algébrica, mas não a geométrica. É importante, desde já, trabalhar este tipo de

problema, afinal a Geometria desenvolve-se lado a lado com Álgebra Linear e Cálculo. Precisamos pensar em inserir Geometria desde o início de currículo. Geometria não é um apêndice do curso, Geometria é algo fundamental.

DD3 – Em Geometria Analítica, é visto mais a Geometria plana, já em Geometria Descritiva, trabalha-se mais com a Geometria espacial e suas projeções no plano, com a visão espacial.

DM3 – Olha a prática pedagógica e os estudos feitos demonstram que o ideal é partir do espacial para chegar ao plano, porque o espacial é palpável, desde que não sejam feitas construções.

SE2 – Mas a questão é visualização e representação. Se formos fazer representação do plano do modo como é dado no colégio, não conseguiremos fazer representação, mas sim, manipulação e visualização. A não ser que se trabalhe com algum programa computacional.

DM3 – Seria como apresentar um cubo com um corte. O aluno tem que descobrir qual é a planificação daquela figura através do corte. Ou seja, partir de um objeto espacial para chegar à sua planificação. Isso não é nem um pouco trivial para o aluno e notem que não requer construção formal.

DM4 – Mas exige maturidade, maturidade de enxergar a planificação.

SE2 – Acho que o professor DM3 está pensando em não separar figuras espaciais e planas, e sim, trabalhar conjuntamente. Penso que poderíamos mudar o nome da disciplina de Desenho Geométrico para Geometria Euclidiana e incluir esses aspectos. Porque atualmente nas escolas de Ensino

Fundamental, não se começa pelas formas planas.

DD3 – Mas em Desenho Geométrico hoje isso já acontece, trabalha-se com planificação.

DM3 – Mas veja, não é só a questão da planificação, a questão é construção e decomposição de figuras, seria o olhar diferente.

DM1 – Outra disciplina que me incomoda é Elementos de Geometria. O que incomoda é o modo como os assuntos são abordados. Eu gostaria que fosse trabalhado de forma que o aluno percebesse que as demonstrações feitas independem dos desenhos utilizados, sem os invariantes. O aluno deve perceber que, independente do campo da Matemática em que ele está trabalhando, os axiomas são os mesmos e são válidos. O ideal, para nós, em Matemática, seria que o aluno não criasse um modelo.

Na ata da 7ª reunião, lê-se:

O Prof. DM1 enfatizou a importância da disciplina de Elementos de Geometria para os estudantes de Matemática. Segundo ele, deve ser dada ênfase à forma axiomática, que ao final do semestre o estudante deve perceber a estrutura que está por trás, que a estrutura axiomática independe dos desenhos.

Na continuação do diálogo, tem-se:

DM1 – Seria perigoso o aluno cursar a disciplina de Elementos de Geometria de maneira axiomática e concluir o curso achando que as ideias estão amarradas aos desenhos.

DM3 – O que se está querendo dizer é que se deve passar desse estágio para que ele seja capaz de concluir que detectou um

invariante, nesse aspecto, e aí a formalização vem ao natural. Exemplo: Como é que eu vou verificar que isso valha para todo triângulo? Através da demonstração, a demonstração se insere naturalmente.

DD2 – Mas já é feito isso em Elementos de Geometria. São trabalhadas as construções geométricas, os teoremas, as propriedades. Não é uma disciplina amarrada a Desenho Geométrico. Por meio do esboço das figuras, é possível enxergar propriedades que devem ser demonstradas.

DM7 – Realmente, o apelo visual é muito importante.

DM3 – Tem aspectos que são indutivos, só conseguimos verificar com construções indutivas. Em Geometria, vários aspectos podem ajudar o aluno a entender que os postulados fazem sentido. Isso é algo extremamente natural da investigação.

10ª reunião – fita 35, lado B.

DM4 – No campo da Geometria há uma concepção que nós matemáticos temos uma ideia errada do que é Geometria, que o próprio Hilbert deu ênfase na reformulação da Geometria. E nós, matemáticos em geral, achamos que o que hoje nós chamamos de Geometria Euclidiana é o que Euclides chamava de Geometria Euclidiana. Euclides desenvolveu a Geometria Euclidiana, mas a axiomática que ele usou, a metodologia que ele usou, o padrão de rigor de demonstração que para ele significava demonstrar algo, é completamente diferente do que nós usamos hoje. Por exemplo, Euclides usava desenhos geométricos para fazer demonstrações, não que ele acreditasse no que via, que

ele acreditasse no visual para chegar a um resultado, mas, era parte da metodologia dele. Para mim, a diferença é que na Geometria Euclidiana, Euclides dá ênfase ao raciocínio visual em contraposição ao raciocínio formal. O raciocínio visual não é algo completamente descartável, e Hilbert descartava a indução porque achava que isso levava a problemas. Eu acho que o Departamento de Desenho trabalha dando mais ênfase à Geometria Euclidiana, ao raciocínio visual-formal, compatibilizando com o Desenho Geométrico. Agora, o enfoque que o DM1 está querendo dar a Elementos de Geometria é mais formal, uma dedução não visual para ver quais são as limitações que o desenho possui. Eu acho importante que nossos alunos, futuros professores que trabalharão no Ensino Fundamental e Médio, aprendam também a forma de raciocinar visualmente.

SE1 – Se pensarmos em Educação, algumas estatísticas dizem que 70% dos alunos aprendem via imagem. Então, um grupo de alunos, de certa forma imaturos para o Curso de Matemática, certamente aprendem de maneira, “mais fácil”, com o auxílio da imagem.

DD1 – Elementos de Geometria não é uma disciplina tão fácil para os alunos, apesar de recorrermos a desenhos, também são feitas muitas demonstrações. Acho que com essa disciplina fazemos um elo entre o visual e o formal, o que ajuda o aluno a amadurecer.

11ª reunião – fita 38, lado A.

DM4 – O apelo a figuras (num sentido construtivo) e ao “movimento” delas, isto é, ao aspecto visual da Matemática, do

ponto de vista histórico, foi parte essencial (e não um defeito!) do método axiomático, mais especificamente, do método axiomático material ou concreto com que foi desenvolvida a Geometria euclidiana, ou seja, tendo como modelo intuitivo a “realidade espacial”. Do ponto de vista pedagógico, um desafio para a didática da Matemática será sugerir e implementar técnicas ou métodos de visualização como um caminho para o aprimoramento da maturidade no raciocínio matemático tanto visual, quanto formal.

Considerações sobre os diálogos

Já nas primeiras falas, percebe-se uma preocupação com o modo de abordar a Geometria, com a interligação que deve haver entre o espaço tridimensional e as representações no plano. É demonstrada a preocupação em fazer com que, por meio de atividades investigativas de experimentação, os alunos não façam demonstrações em função dos desenhos, mas sim, que percebam os invariantes e os demonstrem, reconhecendo-os como teoremas e utilizando-os também, em outras áreas da Matemática.

Atualmente, pode-se ensinar a Geometria Euclidiana axiomáticamente, construindo-a por meio de postulados. Resta saber em que esse processo contribui para a formação do professor, uma vez que a Geometria Euclidiana não foi construída por Euclides axiomáticamente. Um participante ressalta que a formalização de uma propriedade, uma demonstração, não ocorre em um processo lógico linear, mas sim, por meio da experimentação.

É importante destacar duas concepções distintas sobre a abordagem do ensino

da Geometria. As argumentações dos professores DM1 e DM4 são representativas. De um lado, o professor DM1, que defende o ensino da Geometria com base em construção axiomática, a dedução não visual, em que as demonstrações independem dos desenhos. Por outro lado, o professor DM4 argumenta sobre a importância de um ensino de Geometria baseado em características históricas, com base no raciocínio visual, assim como Euclides o fez.

Percebe-se uma dicotomia entre o modo de ver a Geometria, o seu ensino e a forma de se trabalhá-la em um curso para professores de Matemática. Alguns advogam pelo formalismo sem o apoio a desenhos, enquanto outros argumentam em favor de um ensino de Geometria com forte apelo visual.

Tema 2: demonstrações em Geometria

Em Educação Matemática, há pesquisas sobre demonstrações, principalmente em Geometria (CURY, 1988; ROLKOUSKI, 2002). Entre outras discussões, discute-se sobre o nível de formalismo necessário para caracterizar uma demonstração em Geometria. A seguir, há diálogos cujos professores manifestam o modo que acreditam ser adequado para ensinar demonstrações e como essas devem ser feitas.

7ª reunião – fita 15, lado B.

DD2 – Foi cursando a disciplina Elementos de Geometria que eu aprendi a demonstrar. Por meio do esboço das figuras é possível enxergar propriedades que devem ser demonstradas.

DM7 – *Realmente, tem-se um apelo visual muito importante.*

DM1 – *Eu lembro de um problema que eu trabalhava com os alunos do Ensino Médio, o problema consistia em demonstrar o quinto postulado da Geometria Euclidiana a partir dos anteriores.*

DM3 – *Que mau (risos)! Desde aquela época você já judiava dos alunos, hein DM1!*

DM1 – *Os alunos ficavam loucos. Tentavam, eu os deixava tentar por uma ou duas semanas. Achavam que o problema era completamente intuitivo e que era possível demonstrar. Depois disso eu apresentava a eles outros modelos, em que era possível deduzir as outras geometrias. O livro do Moise⁷ não trabalha dessa forma, não tem esse objetivo, trabalha somente com Geometria Euclidiana. Mas era muito interessante trabalhar com esse exercício, porque os alunos viam realmente o quanto as propriedades da Geometria eram independentes.*

10ª reunião – fita 35, lado B.

DD1 – *Porque vocês querem que a disciplina Elementos de Geometria passe a ser dada por professores do Departamento de Matemática? O que vai mudar? Qual é a diferença? Vocês pretendem dividir em Geometria Euclidiana e Não-Euclidiana?*

DM1 – *Não. A diferença é que utilizaríamos todo o conteúdo de Geometria Analítica, Álgebra Linear, Álgebra, Teoria de Grupos, para estudar Geometria Euclidiana e Geometria Não-Euclidiana.*

DM2 – *Essa disciplina, assim ministrada, reuniria uma série de conteúdos e*

conhecimentos que o aluno adquiriu ao longo do curso e faz um fechamento desses conteúdos todos por meio da Geometria. É que esta disciplina proposta pelo livro do Moise, partiria do zero, do primeiro axioma.

DD1 – *De modo analítico.*

DM2 – *Não só analítico, algébrico, é...*

SE1 – *Só, analítico e algébrico.*

DD1 – *Em Desenho Geométrico visam-se às construções, o aluno aplica as propriedades da Geometria Plana na resolução de exercícios de Desenho Geométrico. Ele precisa saber, por exemplo, o que é baricentro, o que é incentro, quais são as propriedades de retas paralelas, equivalência de áreas, enfim, ele precisa saber muitas propriedades, mas ele não sabe demonstrar essas propriedades, não sabe de onde vieram estas propriedades. Em Desenho Geométrico, chegamos a demonstrar o necessário para o entendimento do aluno e para o desenvolvimento do curso. Em Elementos de Geometria trabalhamos com as demonstrações. A disciplina é dividida em seis partes, a primeira parte é axiomática, trabalhamos a construção da Geometria, os entes fundamentais, os axiomas... Resumindo: em Desenho Geométrico estudamos as propriedades e em Elementos de Geometria demonstramos estas propriedades. Quanto ao livro do Moise, ele trabalha com congruência de triângulos, com semelhança de triângulos, ele trabalha com a parte de construções?*

DM1 – *Tudo, ele constrói, ele demonstra, ele discute o que é demonstrar, o papel da construção na demonstração... A proposta presente no livro do Moise é levar o aluno a raciocinar visualmente, raciocinar através*

⁷ MOISE, E. E. **Elementary Geometry from an advanced standpoint**. Reading, MA: Addison Wesley, 1974. Livro que os professores pretendem utilizar na disciplina Elementos de Geometria ao ser ministrada por professores do Departamento de Matemática.

dos postulados, combinar o raciocínio feito com os postulados e o raciocínio feito com a figura, construir ideias matemáticas, ideias geométricas com argumentação matemática adequada. Argumento verbal, argumento visual, argumento baseado nos axiomas. As argumentações não são feitas com base em construções. Por meio de diversos exemplos, mostra-se que argumentações não podem ser feitas com base em desenhos, isso não é Matemática. O objetivo é que o aluno perceba quais são as ideias de Matemática, como se faz Matemática. Não estou preocupado que o aluno desenvolva técnicas de desenho, e sim que ele argumente matematicamente. O objetivo principal do Curso de Matemática é que o aluno aprenda a expressar as ideias matemáticas.

DD1 – Mas, fazemos demonstrações em Elementos de Geometria. Sempre deixamos claro para o aluno que uma figura não é uma demonstração.

10ª reunião – fita 35, lado B.

DM6 – Eu defendo a mudança da disciplina Elementos de Geometria e vou justificar com um exemplo. Quando se fala axiomáticamente em congruência, em Geometria Euclidiana, tem um caso que deve ser tomado como postulado, e a partir desse provar todos os outros. Principalmente os professores do Departamento de Matemática sabem que é possível demonstrar esse postulado tendo como base outras áreas da Matemática. O professor não precisa demonstrar isso em Elementos de Geometria, mas deve alertar o aluno para que veja que é possível.

11ª reunião – fita 38, lado A.

DM4 – Historicamente, uma forma convincente de mostrar a verdade de um resultado era exibir uma figura. O “mostrar” essa verdade era possível desde que se entendesse “figura” num sentido dinâmico, dialético, e não apenas como uma exemplificação, sentido que deve transcender a simples concretização. Não é a figura concreta a que realiza a demonstração, é a ideia da figura que a realiza. As figuras devem ser entendidas como formas ajustáveis a diversas exemplificações. A figura, como objeto ideal, pode ser confundida com seu método de construção, e é assim como é realizada na Geometria de Euclides. Desse ponto de vista, a figura é um mecanismo epistemológico de compreensão.

13ª reunião – fita 41, lado B.

DM1 – Em Geometria, ao trabalhar com congruência, podemos aproveitar para ensinar a fazer demonstrações, escrever a hipótese que deve ser provada e fazer todos os passos de como se faz uma demonstração.

DM5 – Se partimos dos desenhos, fica mais fácil para os alunos enxergarem. Fazer o desenho e explicar o desenho, praticamente escrever o desenho, até a disciplina de Análise pode ser feita assim. O desenho é só um suporte pra eles entenderem. Você coloca um desenho e descreve o que está acontecendo no desenho, isso praticamente constitui uma demonstração, você apaga o desenho e a ideia está logicamente correta.

DM3 – A imagem vale mais que qualquer palavra.

DM5 – É, a demonstração não depende do desenho, mas foi motivada por ele, compreendida com o auxílio daquele desenho. Eu vejo que os alunos tiram oito ou nove em Elementos de Geometria e tiram três ou quatro em Análise, disciplinas em que as ideias são as mesmas.

DM1 – É importante que os alunos tomem cuidado na hora de escrever a demonstração, escrever sobre uma ideia geométrica, que foi motivada por um desenho, mas que independe dele. Eis a importância de se trabalhar com problemas que induzam o aluno a dar demonstrações errôneas do tipo: todo triângulo é isósceles.

DM3 – Na verdade a questão seria usar a Geometria como um suporte do trabalho da linguagem matemática, usada na demonstração. Eu até lembro de um livro que eu vi na França: “Toda a ciência tem sua linguagem própria”, o direito tem a sua linguagem própria, a Matemática tem a sua linguagem própria, e como você transformaria determinada situação em linguagem matemática? Trabalha a questão da linguagem e prova matemática. Um exemplo: “O sujeito estava jogando futebol, colocou a mão na bola na pequena área e não era o goleiro. Como você prova que o sujeito cometeu um pênalti?” Na Matemática é da mesma forma, os primeiros exemplos de prova estão inseridos na oitava série e são exatamente sobre congruência.

DD1 – Acredito que tudo o que possamos mostrar de onde veio, e o porquê é utilizado dá credibilidade, os alunos entendem e ficam motivados.

DM3 – É que o nosso sistema de ensino não estimula isso. Se desde a oitava série

estes alunos estivessem trabalhando com demonstrações, como eles chegariam na Universidade? Essa proposta de mudança da disciplina Elementos de Geometria seria desnecessária.

DM1 – Eu espero que, nessa disciplina, quando falar em demonstrações indiretas eu acho que é importante explorar o raciocínio lógico dedutivo, não usando aquela linguagem formal do curso de lógica, mas dá para dar alguns problemas elementares como: todas as crianças gostam de futebol, meu irmão tem 14 anos, qual é a conclusão? E outros problemas que envolvem o raciocínio lógico dedutivo ensinando Geometria sem criar uma linguagem abstrata. Demonstrar que só com o caso de semelhança de triângulos lado, ângulo, lado, você conclui todas as outras congruências, uma congruência resulta nas outras. Falar de desigualdade para números, segmentos e ângulos, provando que o caminho mais curto entre dois pontos é um segmento. Amarrar essas ideias é importante, pois, caracterizam a Geometria que se está trabalhando, demonstrando. O professor ao fazer a demonstração do teorema de Pitágoras, deve apresentar a prova que os gregos deram e a prova que é usada atualmente. É importante apresentar aos alunos que os egípcios conheciam se um triângulo era retângulo, utilizando a relação $a^2 = b^2 + c^2$, e não conheciam a implicação inversa. O que existia no raciocínio grego que permitia que eles soubessem a inversa, se vale tal relação, então o triângulo é retângulo. Falar de semelhança de triângulos, de proporcionalidade, razões trigonométricas, se possível falar dos problemas clássicos, essencialmente seria isso. Acho importante

falarmos de problemas históricos, como a existência dos números Irracionais e os problemas de Zenão. Foi Eudoxo que introduziu toda essa linguagem que temos hoje em Elementos de Geometria para poder fazer as demonstrações. Mas ele introduziu essa linguagem pra poder fugir de uma série de problemas que o professor deve verificar com bastante cuidado, uma vez que existem demonstrações que não precisam ser feitas, que foram criadas exatamente para evitar os incomensuráveis. Quando o professor estiver falando de desigualdades, deve ter clareza do assunto para poder fazer esta ponte, e é importante que ele explore algebricamente os problemas para poder resolver os problemas porque foi por causa de querer estudar Álgebra que a Matemática grega decaiu.

DM3 – Na verdade, os gregos não tinham linguagem suficiente para trabalhar Álgebra, e precisavam ficar criando estes subterfúgios para surgir.

DD1 – Em Elementos de Geometria as demonstrações são feitas com base no que os alunos já conhecem. Quando se trata de incomensurabilidade precisamos das ferramentas da Álgebra, e os alunos ainda não as conhecem.

DM3 – Veja, mas podemos deixar os problemas em aberto e dizer para o aluno que ele vai resolver estes problemas ao longo do curso, isso vai ficar martelando na cabeça dele. Chega uma hora que ele conclui que π é irracional e uma série de outras coisas.

Considerações sobre os diálogos

O que mais chamou atenção nestes recortes de diálogos foi a estreita relação que

existe entre a formação a qual o professor foi submetido e suas concepções sobre demonstração em Geometria.

Alguns dos professores acreditam na importância do aprendizado de demonstrações em Geometria e que esse auxiliará nas demonstrações em outras disciplinas. Estas demonstrações devem ser feitas de modo formal e têm o objetivo de expressar ideias matemáticas, que o aluno aprenda a argumentar matematicamente. Também foi comentada a necessidade de se fazer demonstrações usando ferramentas de outras áreas da Matemática.

Parece que algo que incomoda a alguns professores é a associação e a relação de dependência que os alunos podem vir a estabelecer entre o desenho utilizado para o desenvolvimento de uma demonstração geométrica e a própria demonstração.

Também defenderam a importância do apelo visual que conteúdos de Geometria possibilitam, servindo de suporte e motivando demonstrações. Lembraram que a formalização de uma propriedade, a demonstração, não ocorre em um processo lógico linear, mas sim, por meio da experimentação. Um dos professores comentou que aprendeu a fazer demonstrações na disciplina de Elementos de Geometria, esboçando figuras e enxergando as propriedades a serem demonstradas.

Nesta categoria, fica evidenciada a dicotomia similar àquela já considerada nas discussões acerca da categoria “Geometria Euclidiana e a importância do raciocínio visual”, qual seja: dedução axiomática e não visual, de um lado, e apelos visuais com finalidade de auxiliar na construção de demonstrações, de outro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo descreveu parte de uma investigação mais ampla que teve como objetivo ampliar as possibilidades das compreensões acerca das concepções de Geometria de formadores de professores de Matemática em um curso de Licenciatura em Matemática. Trata-se de um caso tanto “raro” quanto, de certa forma, “exemplar”, que favorece uma coleta de dados diferenciada, uma vez que tanto atas de reunião, quanto fitas gravadas disponíveis para acesso público não são, em geral, disponibilizadas para pesquisadores. Nossa abordagem também teve a característica da adoção do “método indireto”. Desta forma, este artigo pode ser um instrumento que favorece reflexões sobre aspectos a serem contemplados quando da formação em Geometria de professores de Matemática.

O estudo sobre pesquisas em Educação Matemática que tratam de concepções trouxe esclarecimentos acerca da problemática do tema “concepções”, bem como para os cuidados metodológicos em pesquisá-lo. A caracterização dos professores que participaram das discussões curriculares auxilia na compreensão dos dados. Evidencia-se, nos diálogos, a preocupação com um encaminhamento adequado para a disciplina Elementos de Geometria por parte de alguns professores em relação às características históricas da Geometria e a importância que essas podem ter no seu ensino. Tais professores defendem que o ensino de Geometria deve ser feito de modo investigativo, assim como essa ciência foi construída, ou descoberta.

Gerdes (1992, p. 14) utiliza diversos autores para falar sobre o surgimento da Geometria. Apresentando as ideias de J. Coolidge⁸, afirma:

Qualquer que seja a nossa definição de *Homo sapiens*, ele deve ter tido algumas ideias geométricas, de fato, a geometria existiria, mesmo se não tivesse havido *Homines sapientes* nenhum. Para Coolidge a geometria existe fora do Homem e da sua atividade. A geometria é eterna.

Se no parágrafo acima Gerdes (1992) nos apresenta a visão de uma geometria independente da criação humana, ele cita ainda dois autores que falam sobre o surgimento da Geometria. Usa L. Blumenthal⁹, que afirma que a Geometria surgiu como ciência quando se tornou dedutiva, ainda na antiguidade grega, mas insinua que tal fato pode ter ocorrido anteriormente, se considerarmos que uma indução pressupõe uma dedução. Com base em H. Freudenthal, comenta que tal ciência não começou ao “formular definições e teoremas, mas sim, ao organizar experiências espaciais que conduzem à proposições e definições” (GERDES, 1992, p. 15).

Seria ingênuo simplesmente colocar lado a lado os comentários de geométricos e pesquisadores, com os diálogos aqui apresentados, de maneira a comparar as concepções. Por outro lado, é curioso perceber que muito dos debates sobre questões acerca da natureza da Geometria, das demonstrações e seu formalismo, refletiam-se nas discussões.

⁸ COOLIDGE, J. **A history of geometrical methods**. New York: Dover, [1940], 1963.

⁹ BLUMENTHAL, L. **A modern view of geometry**. New York: Dover, 1980.

É importante ressaltar que o questionamento sobre que aspectos são priorizados ao se ensinar Geometria no curso de Licenciatura em Matemática divide os professores em grupos distintos. Por meio dos diálogos, pode-se perceber que a argumentação feita pelos professores ao discutir sobre o modo ideal para abordar conteúdos de Geometria, tem relação direta com a formação que cada um teve. Esse fato é corroborado no artigo de Ponte e Carreira (1992), já comentado nesse trabalho.

Visando à integração da Geometria com outras áreas da Matemática, a argumentação de alguns professores restringe-se, muitas vezes, ao seu aspecto utilitário: uma subárea da Matemática que pode ser útil à Álgebra ou Cálculo. Dessa forma, fica estabelecido um caminho somente de ida em relação à integração da Geometria com outras áreas da Matemática. Curiosamente o caminho contrário, ou seja, o de utilizar raciocínios geométricos em outras disciplinas, não é ressaltado nessas discussões. Além disso, chama atenção, o fato de não ter sido verbalizada uma maior preocupação, por parte de vários professores, a respeito da integração pedagógica dos conteúdos vistos na graduação e o modo de abordá-los no Ensino Fundamental ou Médio.

Aos professores que possuem formação em Matemática Pura, Davis e Hersh (1985, p. 61) chamam de “matemático ideal” e os caracterizam. Abaixo um fragmento da caracterização feita por esses autores:

Sua fé são as demonstrações rigorosas; acredita que a diferença entre uma demonstração correta e

incorreta é uma diferença decisiva e inconfundível. Não consegue imaginar nenhuma condenação mais execrável do que dizer de alguém “ele nem sabe nem o que é uma demonstração”. No entanto, não consegue dar nenhuma explicação coerente do que significa o rigor, ou o que é necessário para tornar uma demonstração rigorosa.

De acordo com um dos professores participantes das discussões apresentadas neste artigo, demonstrações em Geometria podem ser realizadas tendo, como ponto de partida, observações visuais construtíveis. Para Cifuentes (2005, p. 55-72), a visualização é um

[...] mecanismo de expressão de uma linguagem visual. Visualizar é ser capaz de formular imagens mentais e está no início de todo processo de abstração. [...] A visualização é um processo de singularização ou exemplificação, mantendo a universalidade. Como dizíamos antes, a visualização permite “ver” mais padrões do que objetos.

Procurou-se, nestas considerações, apresentar compreensões sobre as concepções de Geometria explicitadas por esta pesquisa. Acredita-se que este trabalho insere-se no panorama das pesquisas em Educação Matemática que tratam de concepções, apresentando uma abordagem metodológica diferenciada, uma vez que não existe nenhum tipo de interferência dos pesquisadores na produção do material passível de análise.

Espera-se que este trabalho traga aos leitores novas compreensões acerca das concepções que formadores de professores de Matemática possuem sobre Geometria e de como ensiná-la.

REFERÊNCIAS

- CIFUENTES, J. C. Uma Via Estética de Acesso ao Conhecimento Matemático. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 46, p. 55-72, jun., 2005.
- CURY, H. N. **Análise de erros em demonstrações de geometria plana**: um estudo com alunos do 3º grau. 1988. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1988.
- _____. **As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos**. 1994. 275 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1994.
- _____. Concepções e crenças dos professores de matemática: pesquisas realizadas e significado dos termos utilizados. **Bolema**, Rio Claro, v. 12, n. 13, p. 29-43, 1999.
- DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A Experiência Matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.
- FERNANDES, D. N. **Concepções de professores de Matemática**: uma contradição para nortear a prática. 2001. 157 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- GARNICA, A. V. M. **Um Tema, Dois Ensaios**: Método, História Oral, Concepções, Educação Matemática. 2005. 204 f. Tese (Livre docência) - Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2005.
- GERDES, P. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Curitiba: Editora UFPR, 1992.
- PONTE, J. P.; CARREIRA, S. Spreadsheet and investigative activities: A case study of an innovative experience. In: PONTE, J. P.; MATOS, J. F.; MATOS, J. M.; FERNANDES, D. (Eds.). **Mathematical problem solving and new information technologies**: Research in contexts of practice. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1992. p. 301-312.
- ROLKOUSKI, E. **Demonstrações em geometria**: uma descrição de processos de construção, utilizados por alunos de licenciatura em matemática, em ambiente informatizado. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2002.
- SILVA, K. G. da. **(Re)constituição de fontes e uma análise inicial visando ao estudo de concepções sobre “Geometria” num momento de reformulação curricular**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.
- SOUZA, J. R. **Processo Seletivo Estendido na UFPR**: um mergulho na experiência do Curso de Matemática. 2008. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.
- THOMPSON, A. G. The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. **Educational Studies in Mathematics**, n. 15, p. 105-127, 1984.
- UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. Comissão de Reformulação do Curso de Matemática. Atas das 25 reuniões ordinárias. Disponível em: <www.mat.ufpr.br/graduacao/matematica/grade/grade.html> Acesso em: 07 ago. 2006.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ.
Reformulação do Curso de Matemática.
Curitiba, 2004 e 2005. 52 fitas cassetes.

WOLSKI, D. T. R. M. **O movimento das reformas curriculares da licenciatura em matemática da Universidade Federal do Paraná**: algumas referências ao conhecimento pedagógico do conteúdo. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.