VIDYA, v. 30, n. 2, p. 57-69, jul./dez., 2010 - Santa Maria, 2010. **ISSN** 2176-4603 X

EXPLORANDO A GEOMETRIA ESPACIAL POR MEIO DA ETNOMODELAGEM MATEMÁTICA

EXPLORING THE GEOMETRY OF SPACE THROUGH MATHEMATICS ETHNOMODELLING

GISELI VERGINIA SONEGO*
ELENI BISOGNIN**

RESUMO

Neste artigo, relata-se parte de uma pesquisa realizada em uma turma de terceira série do Ensino Médio, com o objetivo de analisar a contribuição da Modelagem Matemática em sala de aula, na construção de conhecimentos de Geometria Espacial pelo aluno, enquanto se explora o tema "Plantação de Arroz". Procurou-se fazer uma conexão entre a Modelagem e a Etnomatemática pelo fato de o conteúdo matemático ser trabalhado utilizando conhecimentos próprios das atividades econômicas e culturais da comunidade onde os alunos estão inseridos. Para a pesquisa, teve-se uma abordagem qualitativa e, para o desenvolvimento das atividades, utilizaram-se etapas da Modelagem Matemática conforme Bassanezi (2002). A partir da análise dos dados obtidos, foi possível inferir que, quando os conteúdos matemáticos surgem da realidade dos alunos, despertam maior interesse e motivação para a aprendizagem. Conclui-se que essa prática pedagógica apresentou resultados positivos, quando utilizada em sala de aula.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Geometria Espacial; Ensino e Aprendizagem de Matemática.

ABSTRACT

This article tells part of a research accomplished in a group of 3rd year of High School, with the objective of analyzing the contribution of the Mathematical Modelling in classroom, in the construction of knowledge of Space Geometry by the student, while the theme "Plantation of Rice" is explored. It was tried to do a connection between the Modelling and Ethnomathematics because the fact of the mathematical content worked using own knowledge of the community's economical and cultural activities where the students are inserted. The research had a qualitative approach and, for the development of the activities, stages of the Mathematical Modelling were used as described in Bassanezi (2002). Starting from the analysis of the obtained data, it was possible to infer that, when the mathematical contents appear of students' reality, it wakes up larger interest and motivation for the learning. It can be concluded that pedagogic practice presented positive results when used in the classroom.

Keywords: *Mathematical modeling; Space geometry; Mathematics teaching and learning.*

* Mestre em Ensino de Matemática (UNIFRA) e professora da Escola Estadual de Educação Básica João XXIII, São João do Polêsine, RS.
** Doutora em Matemática, Professora do Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática da UNIFRA, Santa Maria, RS.

INTRODUÇÃO

A Matemática está cada vez mais inserida no dia-a-dia das pessoas e, como tal, adquire uma grande importância para a educação. Por outro lado, apesar de sua importância, o que se observa são alunos sem interesse em estudá-la.

Diante dessas considerações, torna-se importante buscar alternativas de ensino que complementem aquelas nas quais se utilizam apenas os recursos tradicionais, como quadro e giz, a fim de proporcionar um ambiente onde o conhecimento não seja somente repassado ao aluno, mas que esse interaja com os objetos existentes nesse ambiente, possibilitando-lhe o desenvolvimento de sentidos, como a visão tridimensional e outros conhecimentos de forma interdisciplinar.

A motivação inicial deste trabalho baseou-se nas dificuldades encontradas por uma professora de Ensino Fundamental e Médio em contextualizar a Matemática e em relacioná-la com fatos do cotidiano do aluno. Isso reflete, de alguma forma, a vontade de mudar e desenvolver uma abordagem alternativa para o ensino da Matemática, a fim de tentar torná-la interessante e útil e, desse modo, estimular a curiosidade do aluno em estudá-la.

Conforme Chevallard et al. (2001, p. 45),

> A presença da Matemática na escola é uma consequência de sua presença na sociedade e, portanto, as necessidades matemáticas que surgem na escola deveriam estar subordinadas às necessidades matemáticas da vida em sociedade.

Sob essa perspectiva, acredita-se que sejam possíveis mudanças positivas com a adoção de metodologias alternativas em sala de aula, entre elas a Modelagem Matemática.

Neste trabalho, apresenta-se um recorte de uma pesquisa realizada numa turma de terceira série do Ensino Médio, desenvolvida com o seguinte objetivo geral: analisar a contribuição da Modelagem Matemática em sala de aula na construção de conhecimentos de Geometria Espacial, pelo aluno, enquanto se explora o tema "Plantação de Arroz". Como objetivos específicos, temos: a) coletar e organizar dados referentes ao tema "Plantação de Arroz", a fim de interpretá-los; b) construir modelos matemáticos a partir do problema proposto; c) analisar de que maneira os alunos fazem uso de seus conhecimentos sobre o tema para resolver problemas relacionados à Geometria Espacial, em uma proposta de Etnomodelagem.

Selecionou-se o tema "agricultura", em particular a "plantação de arroz", pois os alunos residem numa região agrícola, em que essa atividade socioeconômica está intimamente ligada a eles e às suas famílias, sendo esta sua principal fonte de renda.

Dessa forma, buscou-se fazer uma conexão entre a Modelagem Matemática e a Etnomatemática, pelo fato de se trabalhar a Matemática utilizando conhecimentos relacionados com as atividades econômicas e culturais da comunidade.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Quando se trabalha como professor de Matemática em escolas de ensino fundamental e médio, há a oportunidade de sentir e conviver com a possibilidade de transformar a atuação docente e a dos estudantes em relação a essa disciplina e de tentar enfocar o processo de ensino e aprendizagem sob uma nova perspectiva.

Atualmente, vive-se um processo de transformação em que novas orientações curriculares propõem um ensino de Matemática preocupado com o desenvolvimento de habilidades e competências para o exercício da cidadania.

A experiência como professora de Matemática evidenciou que, no terceiro ano do Ensino Médio, a Geometria Espacial é um dos conteúdos cujos alunos mostram maior dificuldade de aprendizagem. Até mesmo aqueles que se salientam nas aulas, apresentando um desempenho satisfatório, possuem dificuldade de visualizar as representações planas de objetos tridimensionais quando se trabalha com o conteúdo. Esse é um dos motivos que dificultam o entendimento dos problemas propostos.

Acredita-se que, para mudar tal contexto, é primordial trabalhar a Matemática com situações práticas relacionadas à vida real dos alunos, fornecendo subsídios para explorar conceitos e procedimentos matemáticos de modo que a aprendizagem tenha sentido, ou seja,

> Deve permitir a formulação de problemas de algum modo desafiantes que incentivem o aprender mais, o estabelecimento de diferentes tipos de relações entre fatos, objetos, acontecimentos, noções e conceitos, desencadeando modificações de comportamentos e contribuindo para a utilização do que é aprendido em diferentes situações (BORDONI, 2008, p. 2).

Para tentar desencadear essa disposição em aprender Matemática nos alunos que integraram a pesquisa, propôs-se a adoção da Modelagem Matemática com o tema "Plantação de Arroz", relacionando o contexto econômico e social com a Geometria.

Corroborando com essa ideia, Scheffer (1999, p. 11) coloca que

> A modelagem Matemática, enquanto estratégia alternativa para o ensino da Matemática, num ambiente contextualizado, desempenha função importante na Educação Matemática, pois representa uma perspectiva que inclui as vivências sócio-escolares, construção e consolidação do conhecimento, garantindo aprendizagens significativas.

O conteúdo tem sentido para o aluno na medida em que se relaciona com atividades de seu dia a dia. Dessa forma, embasando-se em uma concepção de educação que proporcione ao aluno aproveitar sua experiência anterior para resolver situações-problema é que o professor tem condições de ajudá-lo a compreender conceitos matemáticos, estimulando-o a pensar e desafiando-o a resolvê-las.

Diferentes autores, entre os quais Bassanezi (2002) e Barbosa (2003), apontam muitos aspectos favoráveis à utilização da Modelagem Matemática em sala de aula: motivação dos alunos, possibilidade de tornar as aulas mais interessantes, relacionar a Matemática com problemas do cotidiano.

Essa metodologia pressupõe o ensino pela pesquisa, possibilitando que sejam trazidos para a sala de aula temas de interesse dos alunos, com problemas vinculados a sua realidade. Isso possibilita desenvolver no aluno a capacidade de perceber a importância da Matemática nos contextos político e social.

Na adoção de Modelagem como metodologia, há desafios tanto para o professor, que precisa aceitar a possibilidade de criação coletiva do conhecimento, quanto para o aluno, que deve ser sujeito de sua própria aprendizagem e privilegiar a reflexão sobre o seu cotidiano. Nesse sentido, ambos estão envolvidos no processo de aprendizagem, aprendendo um com o outro.

Para Tardif (2002, p. 39),

> o professor ideal é alguém que deve conhecer sua matéria, sua disciplina e seu programa, além de possuir certos conhecimentos relativos às ciências da educação e à pedagogia e desenvolver um saber prático baseado em sua experiência cotidiana com os alunos.

Cada vez mais o ato de ensinar e aprender, na concepção atual, desenha uma postura de professor cooperativo, que propõe desafios e torna as aulas mais dinâmicas e atrativas.

De acordo com Barbosa (1999, p. 4),

> A modelagem redefine o papel do professor no momento em que ele perde o caráter de detentor e transmissor do saber para ser entendido como aquele que está na condução das atividades, numa posição de partícipe.

O autor deixa claro que o papel do professor é essencial para a utilização da Modelagem como estratégia pedagógica e que a escolha do tema depende de seus objetivos em sala de aula.

No ambiente de Modelagem, o aluno é incentivado a trabalhar em grupo, desenvolvendo o convívio social, o senso de cooperação, a responsabilidade, a criticidade e a comunicação oral.

Para Bassanezi (2002, p. 177),

> A Modelagem Matemática utilizada como estratégia de ensino-aprendizagem é um dos caminhos a serem seguidos para tornar um curso de matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável.

O autor ainda acredita que, quando a aprendizagem acontece por meio da Modelagem, os alunos conseguem relacionar alguns aspectos da Matemática com suas aplicações, vislumbrando alternativas que possam direcionar suas aptidões ou sua formação acadêmica.

Dos vários olhares que a Modelagem Matemática permite, percebe-se, em todos eles, um ponto em comum, que é a possibilidade de relacionar a teoria com a realidade vivida pelos alunos, estabelecendo um elo com o mundo real. Isso gera a interdisciplinaridade e, o que é mais importante, desperta nos alunos o gosto em aprender Matemática.

Existem vários indícios de que integrar atividades matemáticas escolares com situações da realidade vivida pelo aluno pode contribuir, de forma mais eficiente, para a aquisição do conhecimento matemático.

Dessa forma, a proposta de utilizar a Modelagem Matemática em sala de aula possibilita mostrar onde e como se aplica a Matemática, tornando-se assim uma importante aliada em seu ensino.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Contexto e metodologia

A pesquisa foi desenvolvida com 27 alunos da terceira série do Ensino Médio e a maior parte deles reside no interior do município de São João do Polêsine, local onde o sustento familiar advém da agricultura. Mesmo para os estudantes que residem na cidade, boa parte dos familiares trabalha na terra, mais especificamente, na plantação de arroz.

A pesquisa aqui relatada teve caráter qualitativo. Este tipo de pesquisa busca captar o cotidiano, analisando o que se passa em sala de aula, especialmente em situações de ensino e aprendizagem.

De acordo com Bicudo (2004, p. 104),

> O qualitativo engloba a ideia do sujeito, possível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências.

Os instrumentos escolhidos para a coleta de dados foram a observação-participante (direta e indireta) por meio de registros, como: gravação, fichas de observação e anotações feitas pela professora-pesquisadora e os trabalhos realizados pelos alunos, mostrados em seus relatos orais e escritos.

Para o desenvolvimento das atividades, foram formados três grupos: um de cinco componentes e dois de seis alunos, e utilizadas as etapas da Modelagem Matemática, sugeridas por Bassanezi (2002):

1º) escolha do tema: "Plantação de Arroz". A escolha ocorreu pela familiaridade dos alunos com a atividade agrícola desenvolvida por seus familiares;

2º) pesquisa exploratória: para obter informações sobre o tema, foi realizado um levantamento bibliográfico em jornais, revistas especializadas ligadas à área, livros, internet; saída de campo para a coleta de dados; visitas à cooperativa de beneficiamento de arroz e fábrica de implementos agrícolas, ambas localizadas no município; conversas informais com profissionais da área; entrevista com o gerente do Banco do Brasil e SICREDI (Sistema de Crédito Cooperativo) e entrevista com profissionais da EMATER e Secretaria da Agricultura;

3º) levantamento dos problemas: a problematização das informações obtidas foi construída pela professora em conjunto com os alunos. Os problemas foram elaborados a partir dos dados coletados na pesquisa de campo com o propósito de favorecer a compreensão do tema escolhido;

4º) resolução dos problemas e desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema: nessa etapa, foi oportunizada a construção dos modelos matemáticos, descritos por meio de representações geométricas dos objetos reais observados;

5º) análise crítica das soluções: essa fase foi de verificação se o modelo ou representação geométrica tinha validade ou não. Os resultados foram confrontados com os valores obtidos no sistema real e testados se possuíam uma aproximação desejada.

DESCRIÇÃO DE ALGUMAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Nesse artigo, descrevem-se algumas situações-problema para ilustrar as atividades desenvolvidas pelos alunos. As três primeiras situações-problema desencadeiam o estudo do prisma e a última o estudo do cilindro e do cone.

Ao reportar-se à pesquisa realizada pelos alunos sobre o cultivo do arroz, observou-se que, no município de São João do Polêsine, as lavouras de arroz estão totalmente mecanizadas. Verificou-se que, para fazer o transporte do arroz da lavoura até sua comercialização, os agricultores utilizam alguns implementos agrícolas.

Na Figura 1, é mostrado um graneleiro e um reboque para transporte do arroz.

Figura 1 - Graneleiro e reboque utilizado na colheita do arroz.

A professora indagou: - *Esses implementos agrícolas utilizados no transporte do arroz, como o reboque, o caminhão e a parte de cima do graneleiro, são semelhantes a qual sólido geométrico*?

Um dos alunos que já conhecia os sólidos geométricos respondeu: - *Um paralelepípedo*.

Professora: - *O que é um paralelepípedo? Qual sua forma geométrica?*

Nesse momento, a professora aproveitou para identificar, com o auxílio dos sólidos de acrílico (material concreto), a forma de um paralelepípedo e dos demais prismas, mostrando também seus elementos.

Cada um dos prismas foi explorado e classificado em reto e oblíquo, de acordo com a forma geométrica da base. As faces laterais, a forma geométrica dessas faces, as arestas e os vértices de cada um dos prismas também foram destacados.

Foram explorados primeiramente os prismas de base quadrangular, destacando-se o paralelepípedo retângulo e o cubo. O manuseio dos sólidos de acrílico facilitou a compreensão e identificação de cada elemento do sólido bem como as diferenças entre cada um dos prismas.

Após a exploração dos prismas por meio do material concreto, a professora pediu para alguns alunos que medissem os reboques utilizados por suas famílias, visto que existem vários tamanhos desses equipamentos.

Alguns alunos ficaram comentando no grupo e um disse: - *Professora, um reboque tem 4,5 m de comprimento, 2,2 m de largura e 70 cm de altura.*

Em seguida, sabendo as dimensões de um reboque, foram levantadas as questões:

SITUAÇÃO-PROBLEMA 1

Professora: - *Se um reboque tem essas dimensões, quanta madeira é necessária para construí-lo?*

Aluno: - *Devemos saber quanta madeira é necessária para a base e para as laterais.*

A professora desenhou no quadro um reboque, desta forma:

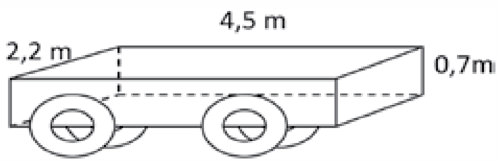

Figura 2 - Representação de um reboque.

A professora aproveitou para chamar atenção sobre a unidade de medida, que deve sempre ser a mesma, portanto as medidas foram expressas em metros.

Professora: - *Para saber quanto de madeira necessitamos, devemos calcular o quê?*

Aluno: - *A área da superfície total, menos a tampa.*

Professora: - *É isso mesmo. Então, vamos imaginar um reboque aberto (com as guardas laterais abertas), isto é, planificar o reboque.*

Professora: - *Como é cada parte do reboque?*

Aluno: - *Um retângulo*.

Professora: - *Então, como podemos calcular a área total?*

Aluno:- *Devemos calcular a área de cada retângulo e somar*.

Conhecendo as medidas das arestas, os alunos efetuaram o cálculo.

$$Ar = 4{,}5 \cdot 2{,}2 + 2(2{,}2 \cdot 0{,}7) + 2(4{,}5 \cdot 0{,}7)$$
$$Ar = 19{,}28\ m^2$$

Figura 3 - Cálculo realizado por um grupo de alunos.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 2

Um dos alunos informou que o reboque de seu pai havia estragado e para usá-lo na colheita do arroz ele teve a ideia de colocar uma ripa (travessa) de madeira para ficar firme, por isso já desenhou o reboque com a travessa, mostrado no desenho. A professora indagou porque ele colocou a ripa atravessada. Qual a medida (comprimento) dessa ripa?

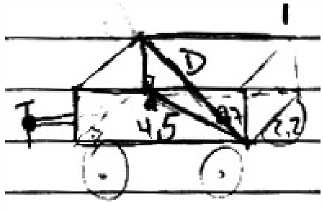

Figura 4 - Desenho feito por um grupo de alunos.

Divididos em grupos, os alunos foram desafiados a resolver o problema. A posição da ripa gerou discussão nos grupos e a professora aproveitou o momento para comentar sobre a rigidez do triângulo, que é a única figura rígida do plano.

A forma triangular dá melhor firmeza à estrutura, evitando que se deforme com a ação do tempo, por isso nas porteiras e nas construções de casas, por exemplo, usa-se o triângulo nas estruturas.

A professora indagou aos alunos: - *Vocês tinham se dado conta disso?*

Alunos: - *Não, nunca tínhamos pensado nisso*.

Professora: - *Então de que forma é melhor o agricultor colocar a ripa para o reboque ficar firme?*

Eles responderam: - *Atravessada.*

Professora: - *Então vamos tentar ilustrar a questão*.

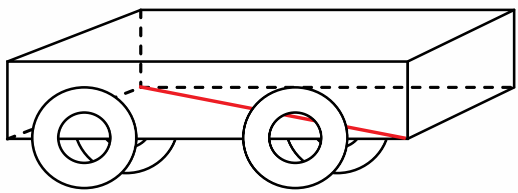

Figura 5 - Ilustração da diagonal da face de um reboque.

Professora: - *Como vamos calcular o comprimento da ripa?*

Eles responderam: - *Pitágoras.*

Professora: - *Vejam no sólido de acrílico, nessa face, a linha (como se fosse a ripa) atravessa a face e une dois vértices não consecutivos. Isso chama-se diagonal da face. Ela divide a face, que é retangular, em dois triângulos retângulos, então a linha (no nosso exemplo, a ripa) é a hipotenusa.*

Com essa explicação, os alunos calcularam o comprimento da diagonal utilizando o Teorema de Pitágoras.

Representando por d a diagonal da face, os alunos obtiveram:

$d^2 = (2,2)^2 + (4,5)^2 = 4,84 + 20,25 = 25,09$
$d \approx 5$ m

Eles verificaram que a travessa deveria medir aproximadamente 5 m.

Além da travessa na base, a professora chamou a atenção para o fato de que o pai do aluno havia colocado uma travessa unindo dois vértices não consecutivos. O esboço do reboque mostra a travessa colocada.

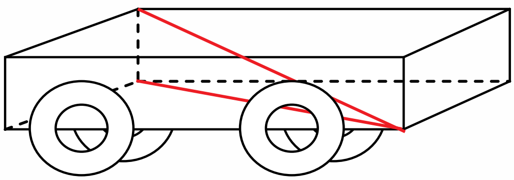

Figura 6 - Ilustração das diagonais do reboque.

Professora: - *Que tamanho tem essa ripa?*
- *Como já calculamos a diagonal da face, essa outra ripa chama-se diagonal do sólido ou do reboque, no caso.*

A professora também mostrou, nos paralelepípedos de acrílico, que a diagonal da face, a altura e a diagonal do sólido formam um triângulo-retângulo.

Não foi difícil para os alunos concluírem que poderiam usar o Teorema de Pitágoras novamente. Indicaram a diagonal (ripa) por D e fizeram o cálculo, obtendo:

$$D^2 = (5)^2 + (0,7)^2 = 25 + 0,49 = 25,49.$$

Isto é, o comprimento da ripa é de aproximadamente 5 m. Outro conceito foi trabalhado na exploração dessa atividade, quando um dos alunos formulou outra questão:

- *Quanto de arroz cabe nesse reboque?*

Essas indagações formuladas mostram a importância da participação dos alunos na problematização do tema.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 3

Para responder a questão formulada pelo aluno, foi necessário retomar o conceito de volume.

Inicialmente, a professora desenhou, no quadro, um cubo cuja aresta media 1 cm e salientou que a área da base desse cubo era de 1 cm^2 e o volume era de 1 cm^3. Em seguida, desenhou um paralelepípedo formado por 24 cubinhos de 1 cm de aresta, portanto o volume do paralelepípedo composto de 24 cubinhos mede 24 cm^3.

Retomada a ideia de volume com material concreto, a professora concluiu, junto com os alunos, que, para se obter o volume do paralelepípedo, basta multiplicar a medida da área da base pela medida da altura. Assim:

$V = A_b \times h$, em que A_b é a área da base e h é a altura do paralelepípedo.

Depois de os alunos terem compreendido a maneira de calcular volume, voltou-se à questão inicial, que era saber qual o volume de arroz que comporta um reboque com 4,5 m de comprimento, 2,2 m de largura e 70 cm de altura.

Conhecidas as dimensões de um reboque, que se assemelha a um paralelepípedo, os alunos obtiveram seu volume:

$$V = 4,5 \times 2,2 \times 0,7 = 6,93 \text{ m}^3$$

A professora indagou qual é a unidade mais utilizada para medir a quantidade de arroz. Alguns alunos responderam que era o kg e que outra unidade muito utilizada pelos agricultores era a saca de 50 kg.

Professora: - *Que relação há entre o metro cúbico e o quilograma?*

Os alunos começaram a discutir sobre a transformação de unidades para concluir que, num reboque, cabem aproximadamente 83 sacas de arroz de 50 quilogramas.

As discussões com a participação dos alunos, que surgiram nessa aula, foram muito interessantes. Eles chegaram à conclusão de que a relação que eles conheciam para transformar unidades e volume, capacidade e massa tinha uma aplicabilidade.

Como alguns alunos são agricultores, eles mesmos validaram essa resposta. A partir dessa questão, pôde-se descobrir o peso específico do arroz com casca, que é de 600 kg/m^3, ou seja, 0,6 t/m^3. Esse valor foi confirmado na fábrica de máquinas agrícolas visitada e na Internet.

Tendo determinado o volume do paralelepípedo, foi trabalhado, com auxílio do material concreto, o cálculo do volume dos demais prismas. Para a dedução do cálculo, a professora utilizou o Princípio de Cavalieri. Essa experiência foi feita no laboratório.

A professora tomou um prisma de base quadrangular e encheu-o de água, em seguida tomou outro prisma de base triangular, com mesma área da base do anterior e transferiu a água contida para esse prisma. A seguir, a professora repetiu esse processo com diversos prismas e também com cilindros de mesma área da base e mesma altura. Verificou-se que a água encheu totalmente todos os prismas e cilindros, nessas condições, concluiu-se que o volume dos prismas e do cilindro de mesma base e mesma altura são iguais.

Através dessa experiência, os alunos puderam constatar que o volume de qualquer prisma ou cilindro que possui a mesma área da base e mesma altura são equivalentes. Como os alunos já haviam compreendido anteriormente que o cálculo do volume do paralelepípedo se obtém pelo produto da área da base pela altura, verificaram que, para os demais prismas e cilindros, o cálculo é realizado da mesma maneira, ou seja, $V = A_b \cdot h$.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 4

Durante a visita à fábrica de implementos, os alunos tiveram oportunidade de visualizar, na prática, como se constrói um silo, como são feitos os cálculos do projeto de um silo e de outros equipamentos utilizados na plantação de arroz.

Na Figura 7, são mostrados alguns momentos da visita, quando o proprietário da fábrica explica aos alunos as etapas da construção de um silo. Já na Figura 8, os alunos puderam visualizar o silo pronto (modelo).

Figura 7 - Visita à fabrica

Figura 8 - Silo.

Pelos questionamentos e comentários apresentados pelos alunos, percebeu-se que eles ficaram surpresos com a Matemática envolvida, principalmente em relação aos conhecimentos de Geometria Espacial, utilizados para a construção dos equipamentos, o que destacou a importância de aliar a teoria aprendida em sala de aula aos problemas do dia-a-dia. Dessa visita surgiu a questão: *Quanto de metal é necessário para construir um silo?*

Para iniciar a resolução desse problema, a professora perguntou aos alunos: - *O que, matematicamente, estamos necessitando resolver?*

Durante as visitas a campo, os alunos perceberam que a forma do silo é um cilindro e a parte de cima é um cone.

Aluno: - *A área lateral do cilindro e do cone.*

Professora: - *Como podemos calcular a área lateral do cilindro? E do cone? - Para calcular a área da superfície lateral do silo, facilita o entendimento se o visualizarmos planificado.*

Foi feita a planificação do cilindro utilizando-se recorte de papel e, posteriormente, um programa computacional para favorecer a visualização. Ao analisar a figura planificada indagou-se:

Professora: - *Que figura é vista na lateral do cilindro planificado?*

Aluno: - *Forma um retângulo*.

Professora: - *Então, como se calcula a área de um retângulo?*

Aluno: - *É só multiplicar a base pela altura.*

Professora: - *Mas, quanto mede a base desse retângulo?*

Aluno: - *É $2\pi r$, porque é o comprimento da circunferência do cilindro*.

A professora lembrou aos alunos que, na visita à cooperativa, o funcionário havia informado as dimensões do silo. Os alunos confirmaram que o raio do silo era de aproximadamente 2,36m e a altura 4,73m. Assim,

$$A_{cilindro} = 2\pi r.h = 2.\ 3{,}14.\ 2{,}36.\ 4{,}73 = 70{,}10\ m^2$$

Professora: - *Até agora foi calculada a área lateral do silo (cilindro). O que falta ainda calcular?*

Aluno: - *A cobertura.*

Professora: - *Como é a cobertura de um silo?*

Aluno: - *É um cone.*

A planificação do cone é formada por um setor circular cujo raio é igual à geratriz e por um círculo de raio r igual ao raio da base do cone.

A planificação do cone foi feita do mesmo modo que o cilindro. Primeiramente, usando recorte de papel e, posteriormente, um programa computacional.

Aluno: - *Professora, a cobertura do silo não é um cone completo, porque ele só tem a parte do setor circular.*

Professora: - *É realmente, como vimos nas visitas à cooperativa e a fábrica de implementos, a cobertura de um silo é um cone, mas sem a base.*

Professora: - *Para calcular a área da superfície lateral do cone (cobertura do silo), vamos também visualizá-lo planificado.*

Para determinar a área do setor circular, a professora chamou a atenção para o fato de que, se o círculo de raio g fosse completo, o comprimento da circunferência seria $2\pi g$, e a área correspondente seria πg^2. Como temos só um setor circular, podemos determinar sua área fazendo uma regra de três, isto é, observando que

$$A_{setor/}\pi g^2 = 2\pi r/2\pi g \qquad \text{ou}$$

$$A_{setor} = \pi g^2 . 2\pi r/2\pi g = \pi rg$$

com as dimensões do silo fornecidas pela fábrica, r = 2,36 m e h = 2m, então, pelo teorema de Pitágoras, resulta:

$$g^2 = h^2 + r^2 = 2^2 + (2,36)^2 = 9,5696 \text{ ou } g = 3,06 \text{ m}$$

Portanto, a área lateral do cone que compõe a parte de cima do silo é

$$Al_{cone} = 3,14.\ 2,36.\ 3.09 = 22,89\ 99\ m^2,$$

a área lateral do silo é calculada somando-se a área lateral do cilindro com a área lateral do cone obtendo-se

$$A_{silo} = A_{ci} + A_{lc} = 70,10 + 22,89 = 92,99\ m^2,$$

ou seja, necessitamos de aproximadamente 92,99 m^2 de metal para construir o silo em questão.

Em seguida, a professora solicitou que cada grupo recortasse um retângulo de papel, de qualquer tamanho, unisse as bordas nos dois sentidos e perguntou aos alunos: - *Em qualquer um dos sentidos que enrolarmos a folha (retângulo) de papel, que figura forma?*

Alunos: - *Um cilindro.*

Professora: - *Imaginemos que cada um desses cilindros formados pela união das bordas ilustre as laterais de um silo, qual dos cilindros tem maior volume, ou seja, em qual deles cabe mais arroz?*

Os grupos calcularam o volume de cada cilindro que construíram. Cada grupo calculou a razão entre os volumes e a razão entre as alturas. A professora sugeriu aos alunos que comparassem as medidas da altura e do diâmetro da base dos cilindros que haviam construído.

Professora- *Qual dos cilindros tem maior volume?*

Depois de muita discussão e comparações, concluíram que o cilindro tem maior volume quando a altura é próxima do diâmetro da base. Essa conclusão foi feita após analisar vários cilindros, aumentando a base e diminuindo a altura.

Professora: - *As dimensões do silo que visitamos têm essa relação?*

Os alunos lembraram que o funcionário havia lhes informado que o raio da base do silo media 2,36 m e a altura era 4,73 m. Logo, com essas dimensões, o volume do silo era máximo.

Também, pôde-se concluir, por meio dessa atividade, que a forma ideal de um silo é estabelecida pela economia de material para a fabricação, capacidade de armazenamento e a durabilidade do grão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Demo (1997) considera que educar por meio da pesquisa é um desafio nada fácil, mas agradável. Implica transformação no significado da palavra aprender, que passa a ter um sentido de reconstruir.

Pôde-se sentir que, durante o desenvolvimento das atividades, foi preciso tanto por parte do professor, quanto dos alunos, uma dedicação superior em relação às aulas tradicionais, que utilizam somente caderno e livro. Também, acarretou uma mudança no papel do professor e do aluno.

A professora passou de transmissora de informações para orientadora, motivadora e parceira dos alunos no processo, e o estudante passou a ser um aprendiz ativo no processo de reconstrução do conhecimento.

Após serem concluídos os trabalhos com os alunos, utilizando a Modelagem Matemática, pôde-se constatar que a construção do conhecimento ocorreu de forma significativa. Isso se evidenciou no momento em que os alunos utilizaram as informações que recolheram na exploração do tema e nas visitas a campo e as transformaram em conhecimento, na resolução das situações-problema. Percebe-se que esses alunos conseguiram conectar o conhecimento adquirido no dia-a-dia com a Matemática estudada em sala de aula. Um dos indícios foi o comentário de um dos alunos: - *Este trabalho possibilitou uma aproximação entre a matemática teórica e a prática, mostrando que ela está mais presente no nosso dia-a-dia do que podemos imaginar*.

Percebe-se, por meio da experiência docente, que a Matemática é uma das matérias de menor preferência entre os alunos, mas, apesar disso, observa-se que eles concordam que a Matemática é importante. Isso nos leva a pensar que é realmente necessária uma mudança na forma como ela é desenvolvida nas escolas.

É fundamental que o professor consiga desenvolver o conteúdo matemático de forma interessante, levando em conta os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e preparando o aluno para o seu cotidiano.

Nos PCNs do Ensino Médio, os objetivos da Geometria Espacial referem-se à importância de trabalhar os conceitos geométricos para introduzir os alunos num mundo tridimensional, relacionado diretamente com o cotidiano e problemas práticos do dia-a-dia (BRASIL, 1999).

Algumas contribuições foram observadas com o uso da Modelagem Matemática em relação às aulas tradicionais, no que diz respeito ao entendimento dos conceitos de Geometria Espacial, tais como:

- proporcionou ao aluno o contato com a representação dos sólidos geométricos manipuláveis que se encontram no meio em que eles vivem;

- facilitou a visualização da utilidade dos conteúdos estudados em sala de aula, possibilitando aos alunos fazer a conexão da Matemática com a realidade vivida por eles no seu dia-a-dia;

- propiciou aos alunos a compreensão e resolução de situações-problema reais, de seu interesse;

- facilitou a troca de informações entre os alunos, que se ajudaram mutuamente, com a intervenção da professora, quando necessário, proporcionando um trabalho pedagógico cooperativo;

- o professor deixou de ser o detentor do conhecimento e passou a ser o orientador/motivador em relação ao melhor caminho a seguir para a construção do conhecimento pelos próprios alunos, aprendendo junto com eles por meio dessa prática cooperativa.

Os registros da professora mostram que as atividades aproximaram mais os alunos, fazendo com que, por meio da ajuda mútua entre os integrantes dos grupos a partir de conversas e troca de informações, conseguissem construir um conhecimento por meio da cooperação, pois um auxiliava o outro no entendimento de algum detalhe que não tivesse ficado claro.

No que concerne à aquisição do conhecimento, a principal evidência da pesquisa foi a de que o trabalho pedagógico orientado pelos pressupostos da Modelagem e da Etnomatemática favoreceu a aprendizagem dos alunos.

Os alunos tiveram a oportunidade de manusear dados reais, tendo um contato mais direto com o tema estudado e usando instrumentos para medir os equipamentos *in loco*. Também, visitaram alguns engenhos de arroz do município, uma cooperativa e uma fábrica de máquinas agrícolas, além de entrevistar alguns agricultores, técnicos da área e gerente de banco.

No que concerne à aquisição do conhecimento, a principal evidência da pesquisa foi a de que o trabalho pedagógico orientado pelos pressupostos básicos no referencial teórico, favoreceu a aprendizagem dos alunos. Essa prática pedagógica mostrou-se viável quando implementada em sala de aula, tornando-se auxiliar poderosa para o professor, uma vez que é voltada para um ensino rico, pleno de significado e possível de ser aplicada ao cotidiano.

Pode-se concluir que as atividades desenvolvidas durante esta pesquisa tornaram o ensino de Matemática mais interessante, levando os alunos a incorporar e compreender os conceitos matemáticos de forma mais significativa.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? **Zetetiké**, v. 7, n. 11, p. 67-85, jan./jun., 1999.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim, RS, v. 27, n. 98, p. 65-74, jun., 2003b.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BICUDO, Maria Aparecida. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C; ARAUJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004, p. 99-112.

BORDONI, Thereza. **O Nó**: Avaliação e Aprendizagem Significativa. Disponível em: <http://7mares.terravista.pt/forumeducacao/Textos/textoono.htm,>. Acesso em: 15 set. 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio. Brasília, 1999.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa**. 2. ed. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 1997.

SCHEFFER, Nilce Fátima. Modelagem matemática: uma abordagem para o ensino-aprendizagem da matemática. **Educação Matemática em Revista**, n. 1, p. 11-16, maio, 1999.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.