

MODELAGEM MATEMÁTICA NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: ANÁLISE DE ASSUNTOS EM ESTUDO E TRABALHOS A REALIZAR POR MEIO DOS CONCEITOS DE CLASSIFICAÇÃO E ENQUADRAMENTO

MATHEMATICAL MODELING IN A MATHEMATICS TEACHING COURSE: ANALYSIS OF ISSUES IN STUDY AND PRACTICAL WORKS BY CLASSIFICATION AND FRAMING CONCEPTS

AMANDA CAROLINE FAGUNDES CAMPOS*
MARILAINÉ DE FRAGA SANT'ANA**

RESUMO

Neste artigo analisamos aulas que envolveram Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, focando nos indicadores conhecimentos/assuntos em estudo e trabalhos/atividades a realizar apresentados por Santos (2010). Para isso, caracterizamos excertos das aulas de Combinatória I e Geometria II - MAT (em que os licenciandos desenvolveram projetos de Modelagem Matemática) por meio dos conceitos de classificação e enquadramento (BERNSTEIN, 1998), após termos observado, gravado em vídeo e transcrito tais aulas. Em relação à Modelagem Matemática, alguns excertos contribuíram para observarmos a recontextualização (BERNSTEIN, 1998) entre a concepção de Barbosa (2001a), na qual as aulas foram baseadas, e o desenvolvimento dessas aulas. Observamos que houve discussões de cunho social e que a professora buscou relacionar conhecimentos e disciplinas, partilhou o controle com os licenciandos (que vivenciaram a Modelagem Matemática na posição de aprendizes), mas apresentou explicações com pormenor e ilustrações.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Licenciatura em Matemática. Classificação e enquadramento. Assuntos em estudo. Trabalhos a realizar.

ABSTRACT

In this article we analyze classes that involved Mathematical Modeling in two subjects of the Universidade Federal Rio Grande do Sul mathematics teaching course, focusing on the indicators knowledge /issues in study and practical work /activities presented by Santos (2010). For this, we characterized excerpts from the Combinatória I and Geometria II - MAT classes (in which the undergraduates developed Mathematical Modeling projects) through the concepts of classification and framing (BERNSTEIN, 1998), after observing, video recording and transcribing the classes. Regarding Mathematical Modeling, some excerpts contributed to observe the recontextualization (BERNSTEIN, 1998) between Barbosa's (2001a) conception, on which the classes were based, and the development of these classes; We observed that there was with discussions of a social nature and that the teacher sought to relate knowledge and subjects, shared control with the undergraduates (who experienced Mathematical Modeling in the position of apprentices), but presented detailed explanations and illustrations.

Keywords: *Mathematical Modeling. Mathematics Teaching Course. Classification and framing. Issues in study. Practical works.*

* Mestranda em Ensino de Matemática (UFRGS). E-mail: dissertacao.amanda@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0802-8887>

** Doutora em Matemática (UNICAMP). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. E-mail: marilai-ne@mat.ufrgs.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6142-6510>

INTRODUÇÃO

Neste artigo apresentamos parte da pesquisa que estamos desenvolvendo durante o Mestrado em Ensino de Matemática da primeira autora, com a orientação da segunda autora, na qual propomos analisar a Modelagem Matemática na formação inicial de professores, especificamente em duas disciplinas obrigatórias, por meio de conceitos de Basil Bernstein. Pois acreditamos que, em disciplinas da graduação, aulas que envolvem Modelagem Matemática contribuem para o que os licenciandos assumem como Modelagem Matemática. Assim, concordamos com Barbosa (2001b, p. 10) quando ele traz que “o docente, ao ter experiências com Modelagem na posição de aprendiz, pode projetá-las de alguma maneira para seu trabalho”.

Também consideramos o que Oliveira (2016, p. 39) apresenta como agenda de pesquisa “para a comunidade de pesquisadores em modelagem com a intenção de evidenciar o que pode ser explorado como demandas e lacunas para investigações futuras” Relacionamos nossa pesquisa a dois itens dessa agenda: “2. Estudos que abordem ações realizadas na formação inicial e continuada para viabilizar o contato com a modelagem”, ligado às ações propostas na formação e suas repercussões e “4. Estudos que investiguem a modelagem nas práticas pedagógicas” (OLIVEIRA, 2016, p. 40) ligado à relação entre professores e estudantes, sendo que “em relação aos professores, investigar como eles/elas viabilizam a gestão da modelagem nas aulas e para estudantes, analisar suas discussões, participações, aprendizagem, resistências, estratégias, etc.” (OLIVEIRA, 2016, p. 40)

Diante disso, neste artigo, buscamos analisar assuntos em estudo e trabalhos a realizar¹ em aulas que envolveram Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Dessa forma, abordamos ações realizadas na formação inicial, analisamos como a professora das disciplinas geriu a Modelagem Matemática nas aulas e continuamos a análise apresentada em Campos e Sant’Ana (2019), agora observando outros excertos e outras características, que também consideramos importantes no desenvolvimento das aulas.

Para nossa análise escolhemos os conceitos de classificação e enquadramento (apresentados na terceira seção), porque Bernstein (1998) os elaborou como uma linguagem especial que permite analisar e descrever (nas práticas pedagógicas) as relações de poder e controle, as formas de comunicação e de interação e as mudanças que ocorrem nessas relações. Ainda, segundo Morais (2002, p. 3-4) esses conceitos “permite[m] uma caracterização pormenorizada e profunda das diferentes relações (discursos, espaços, agentes) que estão presentes em qualquer prática pedagógica”. A relação entre tais conceitos e a Modelagem Matemática na Educação Matemática já esteve presente em estudos que se preocuparam com o desenvolvimento de práticas pedagógicas realizadas no âmbito da Modelagem Matemática. Neles, a classificação e o enquadramento ajudaram a caracterizar materiais curriculares educativos (PRADO; OLIVEIRA, 2012), a caracterizar a operacionalização do planejamento (SILVA; OLIVEIRA, 2014a), a planejar, aplicar e analisar uma prática pedagógica (CAMPOS, 2017), a investigar a seleção do tema (SILVA; OLIVEIRA, 2014b) e a categorizar tarefas (PRADO; SILVA, SANTANA, 2013; SANT’ANA; SANT’ANA, 2017).

Ainda, como buscamos aprofundar a compreensão sobre assuntos em estudo e trabalhos a realizar em aulas que envolveram Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da UFRGS, privilegiando descrições e observações de acontecimentos, utilizamos

¹ Assuntos em estudo e trabalhos a realizar referem-se aos indicadores “conhecimentos/assuntos em estudo”, “exploração/discussão dos assuntos em estudo” e “trabalhos/actividades a realizar”. Esses fazem parte dos instrumentos apresentados por Santos (2010), que utilizamos para analisar como ocorreram aulas que envolveram Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Nesses instrumentos, os indicadores são características determinantes para a análise das aulas.

a pesquisa qualitativa (GOLDENBERG, 2015; BICUDO, 2012). Em vista disso trazemos, na segunda seção deste artigo, uma descrição das aulas analisadas, relacionando-as (por meio dos conceitos de campos de Bernstein (1998)) com a concepção de Barbosa (2001a, p. 6), na qual a “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Na quarta seção, caracterizamos, segundo conceitos de classificação e enquadramento, assuntos em estudo e trabalhos a realizar em de excertos das aulas, que foram relacionados ao instrumento de caracterização apresentado por Santos (2010). Finalizamos, na quinta seção, com nossas considerações e perspectivas.

AS AULAS

O currículo do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul não tem uma disciplina específica destinada ao estudo da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Observamos, ao analisar tal currículo, que o maior envolvimento com a Modelagem Matemática na Educação Matemática (nas disciplinas obrigatórias), em questão de tempo e de os licenciandos a vivenciarem como aprendizes, ocorria como atividade autônoma² da disciplina Combinatória I, mesmo sendo o objetivo dessa disciplina o estudo dos princípios básicos de contagem e das probabilidades discretas.

Em 2018/2 (no qual coletamos/produzimos os dados para este artigo), o plano de ensino da disciplina Geometria II - MAT indicava como atividade autônoma o desenvolvimento e apresentação de um projeto com aplicações de geometria espacial. Naquele semestre as referidas disciplinas foram lecionadas pela mesma professora, dessa forma o envolvimento da Modelagem Matemática nas disciplinas Combinatória I e Geometria II - MAT foram semelhantes e essas são as duas disciplinas nas quais algumas características são analisadas neste artigo.

A professora dessas disciplinas pesquisa Modelagem Matemática no Ensino Superior desde 2006 e costuma convidar seus alunos (licenciandos e mestrandos) a trabalhar com essa tendência, em disciplinas cujos conteúdos e objetivos estão relacionados prioritariamente à matemática. O que relacionamos a Barbosa (2001b) quando ele defende a distribuição da Modelagem Matemática em várias disciplinas da formação, a fim de complementá-la nos aspectos matemático e pedagógico e a Malheiros (2014, p. 1826), quando ela traz “que a Modelagem, [...], não fique restrita as disciplinas da natureza das de Prática de Ensino e, sim, que permeie todo o curso de formação em espaços inter e extra sala de aula”.

Como a maior parte das tarefas foi realizada como atividades autônomas, ao fim das aulas que envolveram Modelagem Matemática aconteceram orientações e discussões sobre a realização de projetos³ de Modelagem Matemática pelos licenciandos e uma dessas aulas foi destinada à socialização de tais projetos entre os grupos de licenciandos e a professora das disciplinas. São os fins dessas aulas e a aula de socialização que analisamos neste artigo, para isso, os observamos, gravamos em vídeo e transcrevemos. As referidas aulas ocorreram de 03 de outubro de 2018 a 06 de dezembro de 2018 e contaram com a participação de 55 licenciandos (32 deles estavam cursando Geometria II - Mat e 23, Combinatória I).

² As atividades autônomas faziam parte da carga horária de algumas disciplinas da Licenciatura em Matemática da UFRGS, nelas os licenciandos realizavam tarefas sem contato direto com o professor. Tais tarefas eram relacionadas aos conteúdos e objetivos da disciplina e resultavam em um objeto de avaliação.

³ Como projetos, assumimos a relação feita por Barbosa (2001a, p. 9) em que o Caso 3, em sua concepção de Modelagem Matemática, “é via do trabalho de projetos”. Nesse Caso, os alunos formulam e resolvem problemas, também sendo responsáveis pela coleta de informações e simplificação do problema. Adiante, nesta seção, apresentamos relações entre as aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II - MAT e a referida concepção.

Os referidos projetos podem ser divididos em três partes: entregas parciais, texto final e socialização. Houve duas entregas parciais. Na primeira, iniciada em 03 de outubro de 2018 (Geometria II - MAT) e 04 de outubro de 2018 (Combinatória I) a professora convidou os licenciandos para fazer um projeto de Modelagem Matemática, para a formar grupos, para escolher um tema (para o qual se dedicariam) e para pensar numa justificativa para escolha desse tema. A indicação do grupo, do tema e a justificativa puderam ser entregues, escritas, em 10 de outubro de 2018 (pelos licenciandos que cursavam Geometria II - MAT) e 11 de outubro de 2018 (pelos que cursavam Combinatória I). Nessas aulas a professora propôs a segunda entrega parcial, pedindo que os grupos de licenciandos elaborassem no mínimo cinco perguntas sobre o tema que eles haviam escolhido.

O texto final foi anunciado ao fim das aulas de 31 de outubro de 2018 (em Geometria II - MAT) e de 01 de novembro de 2018 (em Combinatória I), quando os licenciandos já haviam entregue as perguntas. A professora explicou que nesse texto devia conter todo o desenvolvimento do grupo (entregas parciais) e respostas a pelo menos parte ou reformulações de uma ou mais perguntas iniciais, utilizando geometria ou combinatória (conforme disciplina que cursavam). Nas aulas de 13 e 22 de novembro de 2018 (Combinatória I) assim como, de 14 e 21 de novembro de 2018 (Geometria II - MAT), a professora: continuou falando sobre o texto final a ser entregue por cada grupo e sobre o roteiro que os guiaria em como redigi-lo; agendou as datas e deu algumas orientações para as socializações dos projetos de Modelagem Matemática, e; conversou com os grupos individualmente sobre o que eles estavam desenvolvendo.

Na socialização (05 de dezembro de 2018 na turma de Geometria II - MAT e 06 de dezembro de 2018 na turma de Combinatória I, datas nas quais os textos finais foram entregues), um licenciando de cada grupo foi sorteado para representá-lo, explicando o desenvolvimento do seu projeto de Modelagem Matemática. Após essa explicação, os colegas de outros grupos puderam fazer perguntas e discutir sobre o que foi apresentado. Para que houvesse mais tempo para as perguntas e discussões, a professora decidiu que apenas um integrante do grupo apresentaria o projeto para os demais colegas. Em vista disso, ela explicou para as turmas que o sorteio ocorreria para que todos os integrantes do grupo participassem do desenvolvimento do projeto, sendo que todos deviam saber explicar para a turma a investigação feita pelo seu grupo (e não apenas o “eleito” para apresentar).

Bernstein (1998) apresenta três campos distintos, cada qual com suas regras e interesses. São eles: o campo de produção, no qual novos saberes são construídos, que relacionamos a concepções de Modelagem Matemática, construídas em pesquisas acadêmicas; o campo de reprodução, que representa práticas pedagógicas que ocorrem nas salas de aula, o qual relacionamos às aulas que envolveram Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da UFRGS, e; o campo de recontextualização, no qual os novos saberes (vindos do campo de produção) são transformados em saberes que farão parte do campo de reprodução. Segundo Bernstein (1998, p. 143) no princípio recontextualizador um saber ou parte dele é deslocado do campo de produção, sendo transformado de acordo com os interesses do campo recontextualizador, para depois ser levado ao campo de reprodução. Diante disso, apresentamos em seguida a recontextualização (transformação) entre a concepção de Modelagem Matemática apresentada por Barbosa (2001a) (campo de produção) e o que ocorreu nas referidas aulas de Combinatória I e Geometria II - MAT (campo de reprodução).

Observamos que Barbosa (2001a) não apresenta uma sequência de etapas a ser rigidamente seguida, mas ao apresentar três *Casos* em que divide as tarefas dos professores e dos alunos em um ambiente de Modelagem Matemática, ele traz a elaboração da situação problema, sua simplificação, coleta de dados e informações e, resoluções. O que foi recontextualizado, pela professora das

disciplinas, para as partes do projeto de Modelagem Matemática desenvolvido nas aulas de Combinatória I e Geometria II - MAT. Sendo que a elaboração da situação problema ocorreu nas duas entregas parciais; a simplificação, coleta de dados e informações e, resoluções deveriam estar contidas no texto final e serem apresentadas na a socialização.

Sobre o campo de produção, para Barbosa (2001a, p. 6) a “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Em relação ao convite no campo de reprodução, trazemos os excertos⁴ (1) e (2) das aulas de Combinatória I e Geometria II - MAT, em que o envolvimento com Modelagem Matemática foi iniciado:

(1) Professora: Tá, eu quero convidar vocês pra gente fazer projetos que envolvam Modelagem Matemática. [Geometriall-MAT_03.10.2018]

(2) Professora: Só que aqui eu quero convidar vocês a fazerem o papel. Não sou eu que vou dar a (combinação) pra vocês. São vocês que vão criar, o problema, tá? [Combinatória_04.10.2018]

Pudemos observar que a professora, em ambas as turmas, inicia o envolvimento com a Modelagem Matemática como um convite aos licenciandos. Por tal envolvimento ter ocorrido como atividade autônoma, ele resultou em um objeto de avaliação. No entanto, de acordo com o plano de ensino de ambas as disciplinas, a atividade autônoma teve peso 2 na avaliação, enquanto a prova teve peso 8, sendo assim, a não aceitação do convite não comprometeria a aprovação dos licenciandos. Observamos que, dentre as duas turmas, dois grupos, compostos por três licenciandos cada, não finalizaram seus projetos. Eles realizaram as duas entregas parciais, mas não participaram da socialização nem entregaram o texto final, ou seja, de início aceitaram o convite, mas depois acabaram não apresentando seus projetos aos colegas e à professora.

A seguir apresentamos os excertos (3) e (4) das aulas que sucederam o convite, em que a professora começou a explicar sobre o desenvolvimento dos projetos de Modelagem Matemática:

(3) Professora: Então a ideia é que vocês façam muitas perguntas, tá? Podem ser bem complicadas. Essa vai ser a tarefa... Essas perguntas depois vão guiar os projetos que vocês vão desenvolver, tá? Vocês vão, depois, pensar (bom) o que que geometria tem a ver com algumas dessas minhas perguntas. O que que eu posso pensar em responder. Mas isso depois de fazê-las, ok? [Geometriall-MAT_10.10.2018]

(4) Professora: [...] Então agora a ideia é que vocês comecem a trabalhar pra... responder essas perguntas e ir desenvolvendo tanto matemática quanto o conteúdo específico que tiver envolvido, [...]. [Combinatória_01.11.2018]

Neles observamos a sugestão da professora para que as perguntas ou indagações fossem pensadas e escritas antes da preocupação com a resposta, após terem entregue as perguntas é que os licenciandos deviam pensar em respondê-las,. Consideramos que, com as sugestões, a professora recontextualiza (transforma para a sala de aula) o que Barbosa (2001a, p. 6) traz como “por meio da matemática”, pois a partir dessas sugestões a matemática (representada pela geometria ou pela combinatória) aparece como um meio que contribuirá para a investigação das perguntas

⁴ Nos excertos apresentados neste artigo palavras entre parênteses representam uma hipótese do que se ouviu durante a transcrição; [...] representa omissão de parte da fala por não ser considerada importante em nossa análise, e; () representa incompreensão de palavras que foram ditas.

e o desenvolvimento dos projetos. No excerto (5) a professora explicou os objetivos do projeto de Modelagem Matemática para a turma de Combinatória I:

(5) Professora: Sim, mas é, percebam aqui que o importante não é tanto (o resultado) de cada trabalho. Tá, claro que tem resultados interessantes eu acho que vocês trouxeram, né, alguns resultados que são, pra gente pensar sobre outras coisas. Como no caso, ah, pensar sobre o tanto que a gente compra de roupa e não (doa), né? Um usa pouco, né? Pensar sobre a possibilidade de, às vezes, a pessoa tem uma visão um pouco preconceituosa em relação ao brechó, né? Então a gente começar a frequentar esses lugares e aproveitar o que tem de melhor lá pra comprar. É também sobre a, a questão do desperdício de comida, né? Claro que a gente explorou mais aqui essa parte do desperdício da instituição, né? Do próprio RU, mas também pra gente, quando a gente vai comer, por exemplo, num Buffet livre, e tal, né? Isso é uma coisa que cada um de nós, né, pode aplicar, né? E toda o, a questão de mobilidade urbana que apareceu, né, em mais de um grupo, que é uma coisa, né? [...] E todas, todas, vocês trouxeram várias questões que são questões também, com cunho social, e que daí claro, tem uma () de resultados, né? Mas isso não era o objetivo principal, o objetivo principal é, bom, vocês fazerem um trabalho que é de Modelagem Matemática e que envolve, é, a disciplina de combinatória, né? E todos os grupos fizeram e cumpriram o objetivo, inclusive o grupo dos meninos, que não conseguiu dar conta das perguntas. Porque faz parte se aventurar e não dá conta de responder, né? Ou seja, o quanto que se aprende durante esse processo, né? O que que, a gente pode aprender coisas diferentes durante o processo. É, mas se aprende um monte de coisa, né? [...] Hoje é o dia da gente socializar, pra gente contar um pouco o que aprendeu. [CombinatóriaI_06.12.2018]

Quando a professora disse que o resultado não é tão importante, quando ela afirmou que os licenciandos que não conseguiram responder as perguntas cumpriram o objetivo e quando ela salientou que na socialização os licenciandos deviam contar o que aprenderam, notamos que os objetivos não estão ligados à resposta final, à obtenção e validação de modelos matemáticos, nem a explicar matematicamente o cotidiano. Esses objetivos estão ligados ao processo, ao desenvolvimento da Modelagem Matemática na formação inicial, e mesmo não sendo o “objetivo principal” segundo a professora das disciplinas, os resultados obtidos ajudaram a pensar sobre assuntos do cotidiano dos licenciandos e sobre questões de cunho social, como desperdícios e mobilidade. Assim, tais objetivos, apresentados no campo de reprodução, podem ser vistos como uma recontextualização do que Barbosa (2001a, p. 4) traz sobre a corrente sócio-crítica da Modelagem Matemática (campo de produção), “as atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea”.

Como já mencionamos, Barbosa (2001a) apresenta três *Casos*, como opções de organização nos ambientes de Modelagem Matemática. Em todos, os alunos participam da resolução dos problemas. Porém, no *Caso 1* o professor apresenta o problema e as informações para resolvê-lo, no *Caso 2* ele apresenta apenas os problemas e os alunos buscam as informações, já no *Caso 3* os alunos elaboram o problema e buscam as informações. Apresentamos a seguir os excertos (6) e (7), das aulas relacionados à escolha tema para os projetos de Modelagem Matemática:

(6) Professora: Ok, o que que tá por trás de tudo isso? Que o tema seja um () que incomoda vocês, né? Alguma coisa que, (). Ou que vocês acham muito legal e nunca tiveram oportunidade de estudar direito (), tá? Alguma coisa que realmente interesse vocês, e aí rola uma negociação, vocês são um grupo, tem que interessar todos os membros do grupo. [GeometriaII-MAT_03.10.2018]

(7) Professora: Primeira coisa é que vocês realmente pensem em temas que sejam interessantes pra vocês, tá? Não interessa se o amigo vai gos... se eu vou gostar, ou se os outros colegas dos outros grupos vão gostar, azar o nosso, tá? O grupo tem que gostar, certo? E tem que ser de fora do mundo da matemática, certo? Certo? Com dados, depois, que sejam reais. Não dá pra inventar. [CombinatóriaI_04.10.2018]

Nesses excertos a professora pediu que os licenciandos escolhessem um tema, sendo esse: algo que os incomodasse, que eles achassem legal, que os interessasse, em combinação com seus grupos e de fora do mundo da matemática. Assim, podemos afirmar que as aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II - MAT ocorreram no Caso 3, segundo a concepção de Barbosa (2001a).

CLASSIFICAÇÃO E ENQUADRAMENTO

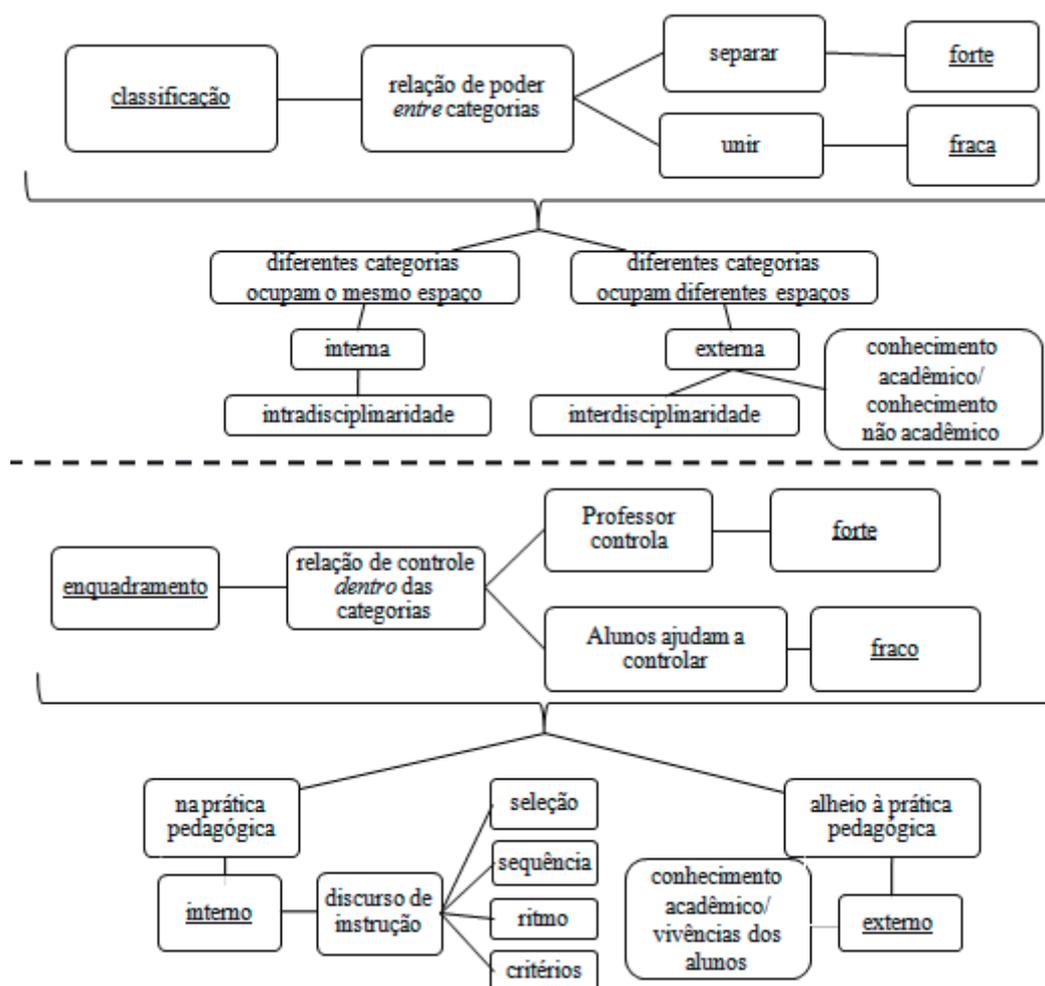
Segundo Bernstein (1998), a classificação se refere às relações de poder *entre* categorias. Exemplos de categorias são as disciplinas escolares (matemática, ciências, ...) e a comunidade escolar (direção, professores, alunos, familiares, ...). Assim, a classificação diz respeito à força de separação *entre* distintas categorias e Bernstein (1998, p. 43, tradução nossa) resume que “quando temos uma classificação forte, a regra é: as categorias devem manter-se separadas. Quando temos uma classificação fraca, a regra será: tem que unir as categorias.” A classificação pode ser interna, quando diferentes categorias ocupam o mesmo espaço, podendo esse ser a sala de aula (quando o objeto de análise é a relação de poder entre professor(a) e alunos, o que não será observado neste artigo) ou os conteúdos matemáticos, como geometria, combinatória (intradisciplinaridade). Ou pode ser externa, analisada quando diferentes categorias ocupam diferentes espaços, por exemplo: família e escola (conhecimento acadêmico/conhecimento não acadêmico) e matemática e química (interdisciplinaridade).

O conceito de enquadramento, segundo Bernstein (1998), se refere às relações de controle *dentro* das categorias. Na sala de aula, tais relações podem ser observadas entre professor e alunos (e entre alunos) e o enquadramento pode ser visto sob dois contextos. O contexto regulador, que se refere às relações hierárquicas, à conduta, às “boas maneiras” (não será analisado neste artigo). E o contexto instrucional, que se refere à seleção, à sequência, ao ritmo e aos critérios (de avaliação) do que é estudado. O enquadramento é forte quando o professor tem o controle e fraco quando o controle é dividido com os alunos. Tal controle (enquadramento) pode ser analisado separadamente para cada contexto ou parte do contexto, por exemplo, podemos observar o enquadramento da seleção. Assim como a classificação, o enquadramento pode ser interno, ou seja, estar relacionado ao que é comum à sala de aula, por exemplo, aos conteúdos de matemática e a relação professor-aluno (a quem seleciona tais conteúdos, quem decide a sequência e o ritmo em que serão desenvolvidos na sala de aula e a quem pormenoriza os critérios de avaliação). Ou externo que, segundo Bernstein (1998, p. 44, tradução nossa), “se refere aos controles sobre as comunicações alheias à prática pedagógica que se introduzem nela.”, como

discussões sobre assuntos do cotidiano e do mundo do trabalho (a relação entre conhecimentos acadêmicos e as vivências dos alunos).

Na Figura 1 apresentamos uma síntese dessa seção, apresentando o que utilizaremos dos conceitos de classificação e enquadramentos neste artigo:

Figura 1- Classificação e enquadramento.



Fonte: Construção das autoras.

A CARACTERIZAÇÃO DE ASSUNTOS EM ESTUDO E TRABALHOS A REALIZAR

Para analisar assuntos em estudo e trabalhos a realizar em aulas que envolveram Modelagem Matemática fizemos uma caracterização desses, em termos da classificação e do enquadramento, com base nos instrumentos apresentados por Santos (2010)⁵. Ela utilizou tais instrumentos para caracterizar as práticas pedagógicas em uma disciplina da formação inicial de professores de ciências

⁵ Utilizamos e nos referimos apenas à parte dos instrumentos referente ao contexto instrucional (SANTOS, 2010, p. 315-322), pois a análise do contexto regulador nas aulas que envolveram Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da UFRGS não faz parte deste artigo.

em Portugal. Nós os utilizaremos para analisar como a matemática e os temas escolhidos para os projetos foram relacionados (classificação) nos trabalhos e atividades a realizar. Também, buscamos observar quem teve o controle sobre os assuntos em estudo, se apenas a professora os selecionou, escolheu o ritmo e a sequência em que foram abordados e os critérios de avaliação (enquadramento forte), ou se os licenciandos contribuíram nessas decisões (enquadramento fraco). Acreditamos que as referidas relações nos trabalhos e atividades a realizar e esses elementos do contexto instrucional (seleção, sequência, ritmo e critérios de avaliação) nos assuntos em estudo são importantes para analisar como ocorreram as aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas e Combinatória I e Geometria II - MAT.

Os referidos instrumentos constituem-se de indicadores e descritivos (que relacionam os indicadores a escalas de classificação e de enquadramento) e são apresentados em forma de tabela. Na Figura 2, trazemos como exemplo um dos indicadores (referente à seleção, enquadramento interno) presentes no instrumento de Santos (2010).

Figura 2 - Exemplo de instrumento (enquadramento), Santos (2010)

Relação entre sujeitos – Regras discursivas
Relação Professor-alunos

SELECÇÃO

Indicadores	E^{++}	E^+	E^-	E^{--}
Conhecimentos/Assuntos em estudo	O professor indica os conhecimentos e assuntos a abordar, não aceitando assuntos selecionados pelos alunos.	O professor indica os conhecimentos e assuntos a abordar, permitindo algumas sugestões isoladas dos alunos.	O professor indica os conhecimentos e assuntos que pensa abordar, pedindo aos alunos que procedam à seleção dos mesmos.	O professor pede sugestões aos alunos acerca dos conhecimentos e assuntos que gostavam de abordar, definindo os temas a abordar a partir das seleções dos alunos.

Fonte: Santos (2010, p. 315).

Nela, aparece a escala de valores do enquadramento utilizada por Santos (2010), observamos que E^{++} corresponde a um enquadramento forte, mais forte que E^+ . Ou seja, tanto E^+ quanto E^{++} representam que o professor tem maior controle nas decisões, mas quando o enquadramento é E^{++} esse controle é ainda maior. No exemplo, o descritor que representa E^{++} traz que o professor não aceita assuntos selecionados pelos alunos, já quando o valor do enquadramento é E^+ , o professor permite que os alunos dêem algumas sugestões isoladas. Semelhante ao enquadramento forte, o enquadramento fraco é representada por E^- e E^{--} , em que o segundo é mais fraco que o primeiro, ou seja, quando temos E^{--} os alunos têm maior controle (no exemplo, o professor pede sugestões aos alunos e a partir delas define os temas a desenvolver durante as aulas).

Na Figura 3 trazemos outro exemplo de indicador apresentado por Santos (2010). Esse indicador se refere à classificação interna das relações intradisciplinares. Salientamos que a classificação segue a mesma escala do enquadramento, assim C^{++} (na qual, segundo o exemplo da Figura 3, as relações entre assuntos são ignoradas) corresponde a uma classificação mais forte que C^+ (na qual, no exemplo da Figura 3, a relação entre assuntos pode ocorrer se for considerada imprescindível). Também C^{--} corresponde a uma classificação mais fraca que C^- , apesar de ambas referirem-se a classificações fracas. No exemplo da Figura 3, o descritor relacionado a C^- indica referência e relação entre assuntos já tratados e assuntos novos, enquanto o descritor relacionado a C^{--} indica que os

assuntos já tratados são ponto de partida para os novos, indicando também o esclarecimento do encadeamento e das ligações entre assuntos.

Figura 3 - Exemplo de instrumento (classificação), Santos (2010)

Relação entre discursos <i>Relações intradisciplinares</i>				
Indicadores	C⁺⁺	C⁺	C⁻	C⁻⁻
Exploração/discussão dos assuntos em estudo	Os assuntos já abordados não são retomados na exploração/discussão de um novo assunto. As relações entre os diferentes assuntos são ignoradas.	Os assuntos já abordados só são retomados se tal for imprescindível para a compreensão de um novo assunto.	Os assuntos são apresentados de forma a que os assuntos já tratados anteriormente sejam re-feridos e se relacionem com o novo assunto.	Os assuntos já tratados são o ponto de partida para a introdução de um novo assunto, de forma a estabelecer claramente o encadeamento entre conhecimentos e a esclarecer as ligações entre os diferentes assuntos.

Fonte: Santos (2010, p. 319).

Em geral, observamos quais indicadores apresentados por Santos (2010) também poderiam corresponder às aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II - MAT. Depois escolhemos, para cada indicador, qual descritor mais se assemelhou a como ocorreram as referidas aulas e tomamos o valor da classificação ou do enquadramento correspondente. Diferente de Campos e Sant'Ana (2019) em que apresentamos como exemplo a caracterização do indicador “trabalhos/atividades a realizar” (SANTOS, 2010) para os elementos do discurso instrucional e “conhecimentos/assuntos em estudo” (SANTOS, 2010) para a relação entre a matemática e os temas dos projetos de Modelagem Matemática, neste artigo fazemos o contrário.

Trazemos excertos das aulas de Combinatória I e Geometria II - MAT que envolveram Modelagem Matemática para exemplificar e caracterizar o indicador “conhecimentos/assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 315-318) para os elementos do discurso instrucional, o indicador “exploração/discussão dos assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 319) para as relações intradisciplinares (não analisadas em Campos e Sant'Ana (2019)) e o indicador “trabalhos/[atividades] a realizar” (SANTOS, 2010, p. 320-322)⁶ para a relação entre a matemática e os referidos temas. Ainda, diferente de Campos e Sant'Ana (2019), neste artigo não buscamos uma generalização de como ocorreram as aulas, mas sim, aprofundar a caracterização dos indicadores analisados.

Iniciamos com o excerto (8), em que a professora explicou aos licenciandos como a Modelagem Matemática seria abordada e relacionada ao conteúdo da disciplina de Geometria II - MAT:

(8) Professora: Primeira coisa, hum, é: Modelagem Matemática nunca é feita só como matemática... tá? Então essa é a primeira coisa, ela envolve situações de fora da matemática. Situações, o quanto, o quanto, professora? O quanto tu quiser, depende do que que tu te interessa. É claro que, todos, durante todo o processo, a ideia é que vocês trabalhem depois aplicando ou usando, é... elementos da nossa disciplina, da geometria. Mas quando eu falo a nossa disciplina geometria, é toda a geometria, certo? Não precisa ser só aquilo que a gente viu aqui, tá valendo toda a

⁶ Colocamos entre colchetes as palavras traduzidas do português escrito em Portugal para o português escrito no Brasil, como *actividade* para atividade, *selecção* para seleção e *académico* para acadêmico.

geometria do semestre passado também, outras geometrias que vocês não estudaram ainda, mas têm curiosidade, beleza, pode usar também, certo? Ahn, digamos assim, o conteúdo que nós vamos estudar, vocês vão usar, ele está de uma certa forma delimitado no mundo da geometria, certo? [Geometriall-MAT_03.10.2018]

No início da fala da professora das disciplinas ela indicou que os licenciandos trabalhariam com Modelagem Matemática e dessa forma com situações de fora da matemática, salientando que essas situações dependeriam do interesse deles. Posteriormente, ela disse que a ideia era que eles aplicassem ou usassem geometria e logo explicou que eles tinham algumas opções dentro dessa, já que poderiam trabalhar não só com a geometria espacial vista na disciplina Geometria II - MAT, mas também com a geometria plana abordada em Geometria I - MAT (cursada por alguns no semestre anterior), e outras “geometrias” que eles tivessem curiosidade. Assim, voltando à Figura 2, observamos que o descritor que mais se assemelhou a como ocorreu a seleção de conhecimentos/assuntos em estudo foi “o professor indica os conhecimentos e assuntos que pensa abordar, pedindo aos alunos que procedam à [seleção] dos mesmos” (SANTOS, 2010, p. 315). Logo o enquadramento foi fraco (E) em relação ao referido indicador.

Ainda no excerto (8) pudemos observar a “exploração/discussão de assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p 319) nas relações intradisciplinares, quando a professora sugeriu que no processo de Modelagem Matemática os licenciandos trabalhassem “aplicando ou usando” elementos da disciplina que estão cursando e admite a possibilidade de utilizarem o conteúdo de Geometria I - MAT. Assim, voltando à Figura 3, observamos que o descritor apresentado por Santos (2010, p. 319) que mais se assemelhou ao que ocorreu naquela aula foi “os assuntos são apresentados de forma a que os assuntos já tratados anteriormente sejam referidos e se relacionem com o novo assunto” (SANTOS, 2010, p. 319). Então, nesse exemplo, a classificação foi fraca (C).

Trazemos a seguir o excerto (9), no qual aparece a fala da professora sobre o texto final do projeto de Modelagem Matemática. Nesse excerto encontramos evidências para caracterizar o indicador “conhecimentos/assuntos em estudo” (SANTOS, 2010) nos quatro elementos do discurso instrucional (enquadramento interno). Ele também nos ajuda a complementar a caracterização das relações intradisciplinares (classificação interna), quanto ao indicador “exploração/discussão de assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 319) e a analisar as relações interdisciplinares (classificação externa) de acordo com o indicador “trabalhos/[atividades] a realizar” (SANTOS, 2010, p. 320).

(9) Professora: Todos devem ter (recebido) hoje, a mensagem com o roteiro para a apresentação final do projeto, né? [...] É o que a gente quer que vocês façam, que vocês registrem tudo, toda a trajetória (de vocês) até agora, desde o começo, né? Com tudo que tem, tudo que vocês fizeram de falar da justificativa do tema, justificativa () das perguntas, táará. Tudo isso entra, né? E agora, digamos assim, agora (vão) desenvolver o projeto. O que que é o desenvolver? Eu quero que vocês, dentro daquele tema e daquelas questões que vocês levantaram, vocês elaborem UMA questão inicialmente, OU mais de uma que vocês possam procurar resolver usando... o conteúdo da disciplina, tá? Usando Combinatória. É usar Combinatória significa usar o quê? Desde o princípio aditivo/multiplicativo até probabilidade, que o [...] tá trabalhando, o princípio da casa dos pombos, inclusão e exclusão, tudo (isso), tá? É muito livre, né? Qual é o compromisso que vocês vão ter? O compromisso de fazer essa abordagem, tá? E o compromisso de usar dados reais, certo?

Comprovadamente reais, assim. Então, esse documento que eu mandei pra vocês, (onde) vocês vão né... é... registrar os (resultados, pra entrega) vocês podem colocar em anexo, ahn, comprovações da, dos dados, né? Por exemplo, digamos que ah, sei lá, tirei dados do site do IBGE, certo? Ah, vocês podem fazer lá um print da tela do IBGE, tá? E podem colocar no (fim) do trabalho como (anexo, não precisa) formatar, não precisa arrumar aquilo, entendeu? () como anexo, sem pro... sem mexer em formatação, certo? Pode ser um, um print da tela, é uma foto. Ah, eu usei os dados, ahn, sei lá, o meu tema era Química, eu usei os dados do colega que faz mestrado na Química, né? Bom, daí vocês peguem o trabalho dele, sei lá, um pedaço da dissertação ou o trabalho que ele, onde ele publicou aqueles dados, coloca como anexo, tá? [Combinatória_13.11.2018]

No excerto (9), assim como no (8), a professora indicou o conteúdo que os licenciandos deviam usar no desenvolvimento de seus projetos de Modelagem Matemática e explicou que dentro desse conteúdo eles poderiam selecionar assuntos já tratados anteriormente na disciplina (que no excerto (9) é Combinatória I). Assim, o enquadramento foi fraco (E⁻) em relação ao indicador da seleção “conhecimentos/assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 315) e a classificação foi fraca (C⁻) na “exploração/discussão de assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 319) das relações intradisciplinares, como também ocorreu em Geometria II - MAT.

Também no excerto (9) a professora pediu que os licenciandos, a partir do tema que escolheram e das (no mínimo) cinco perguntas que levantaram, elaborassem uma (ou mais de uma) pergunta para resolver e elencou os conteúdos que podiam utilizar nessa resolução. Essa(s) pergunta(s) dependia(m) do quanto os licenciandos conseguiam relacionar o tema escolhido por seu grupo com a combinatória, assim como o uso do princípio aditivo/multiplicativo ou da probabilidade dependiam do tema e da abordagem do grupo. O indicador “conhecimentos/assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 317) também está presente na ritmagem⁷ e o descritor que mais se assemelhou ao apresentado no excerto (9) é “o professor explora os conhecimentos/assuntos tendo em conta as necessidades dos alunos. Os conhecimentos/assuntos para os quais não houver tempo ficam adiados” (SANTOS, 2010, p. 317) que corresponde ao enquadramento mais fraco (E⁻). “Ficam adiados”, relacionamos à professora não ter pedido que os licenciandos respondessem todas as perguntas que elaboraram na segunda entrega parcial, dando-lhes a possibilidade de elaborar ou escolher apenas uma questão para desenvolverem seus projetos. Salientamos que, no projeto de Modelagem Matemática, quem explorou os conhecimentos e assuntos foram os licenciandos, mas acreditamos que o valor mais fraco da escala do enquadramento apresentada por Santos (2010) também pode representar essa característica.

Quanto aos critérios de avaliação, também podemos observar o indicador “conhecimentos/assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 318) no excerto (9). Quando a professora explicou o que “significa usar combinatória” e deu exemplos da coleta de dados e da apresentação desses no texto final, como anexo, consideramos que “as explicações/discussões dos conhecimentos/assuntos são pormenorizadas e ilustradas [...]” (SANTOS, 2010, p. 218). Assim, nesse caso, atribuímos enquadramento forte (E⁺).

Quando a professora falou “ah, eu usei os dados, ahn, sei lá, o meu tema era Química, eu usei os dados do colega que faz mestrado na Química, né?”, ainda no excerto (9), identificamos que “os trabalhos/[atividades] a realizar contemplam referências e relações entre conhecimentos de diferentes disciplinas/áreas disciplinares” (SANTOS, 2010, p. 320). Então caracterizamos o

⁷ Termo usado por Santos (2010), ritmo para Bernstein (1998) e compassamento para Silva e Oliveira (2014a, 2014b).

indicador “trabalhos/atividades a realizar” (SANTOS, 2010, p. 320) das relações interdisciplinares com classificação fraca (C⁻).

Ainda, no excerto (9), observamos que a professora pediu aos licenciandos para, no texto final, registrarem tudo, desde o começo, e enumerou a justificativa do tema e as perguntas, referentes às entregas parciais. Ela também afirmou que eles resolveriam o projeto de Modelagem Matemática a partir daquele momento, dando uma ideia de ordem aos conhecimentos e assuntos abordados, que se referem primeiro ao tema de cada grupo e a partir daquele momento também à combinatória. Relacionamos essa parte do excerto (9) ao indicador “conhecimentos/assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 316), da sequência, e complementaremos sua análise após a apresentação do excerto (10).

O excerto (10), a seguir, em que um licenciado e a professora das disciplinas conversam sobre a mudança do tema escolhido pelo grupo dele, nos ajuda a caracterizar a sequência em relação aos “conhecimentos e assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 316):

(10) Licenciando 1: Tá. E daí a gente tem que formular aquelas cinco perguntas e novamente pra entregar, ou a gente só coloca no trabalho ()?

Professora: Depende, se vocês precisam, né, das perguntas, ou não. Porque tem um momento das perguntas que é mais pra fomentar, a discussão e fomentar o, a análise, depois, de matemática. Bom, é, provavelmente por conta disso mesmo que vocês acabaram chegando à mudança de tema. Então não há necessidade, talvez, de fazer assim. Algumas perguntas, sim. Porque é o natural pra buscar investigação, agora, né? Tá? [Combinatória_22.11.2018]

Notamos, no excerto (10), que o licenciando se preocupou com a ordem/sequência dos temas, perguntando se, já que escolheram novamente um tema, precisavam fazer as cinco perguntas pedidas pela professora na segunda entrega parcial. A professora deixou para o grupo a decisão de elaborar (ou não) as cinco perguntas. A partir das observações dos excertos (9) e (10), consideramos que o enquadramento da sequência para o indicador “conhecimentos/assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 316) foi forte (E⁺), pois o que ocorreu se assemelhou mais a “o professor aborda os conhecimentos e assuntos seguindo uma determinada ordem, mas permite que os alunos proponham alterações na ordem de exploração dos sub-temas a abordar.” (SANTOS, 2010, p. 316). Salientamos que os licenciandos não propuseram alterações e sim perguntaram sobre a ordem de exploração nos projetos de Modelagem Matemática, ainda assim, aquele foi o descritor que mais se assemelhou ao apresentado no excerto (10).

Ainda observando o excerto (10) e considerando como “conhecimentos/assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 315) os temas escolhidos pelos grupos para seus projetos de Modelagem Matemática, e não a geometria e a combinatória como nos excertos (8) e (9), vimos (na Figura 2) que o descritor que mais se assemelha a seleção/mudança dos temas pelos licenciandos é “o professor pede sugestões aos alunos acerca dos conhecimentos e assuntos que gostavam de abordar, definindo os temas a abordar a partir das [seleções] dos alunos” (SANTOS, 2010, p. 315). Assim, para o mesmo indicador, a seleção pode ser caracterizada com enquadramento fraco (E⁻), quando consideramos que esse indicador se refere a conhecimentos como geometria ou combinatória (excertos (8) e (9)), e com enquadramento mais fraco (E⁻) quando os assuntos em estudo são os temas que guiaram os projetos de Modelagem Matemática (excerto (10)).

Também em relação à sequência, apresentamos o excerto (11) em que a professora explicou aos licenciandos como seria realizada a socialização dos projetos de Modelagem Matemática.

(11) A gente, talvez, provavelmente não vai ter como todos os grupos falarem, tá? Mas daí a gente pode fazer um esquema de sorteio, pra não ser injusto, tá? Se não der pra todos os grupos falarem a gente sorteia alguns grupos... Dentro do grupo, ah, vai ter quatro pessoas, todo mundo vai falar? Não. A gente sorteia também quem é o apresentador... certo? Ele representa o grupo pra falar. Por isso, é absolutamente importante que todos participem. [Geometrial-MAT_31.10.2018]

Mesmo que não tenham sido os licenciandos que escolheram a ordem das apresentações, observamos que o descritor “os alunos, sob a orientação do professor, definem a ordem de exploração dos conhecimentos e assuntos a abordar.” (SANTOS, 2010, p. 316), também relacionado ao indicador “conhecimentos/assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 316) é o que mais se assemelha ao apresentado no excerto (11). Esse descritor caracteriza enquadramento mais fraco (E⁻), o que consideramos adequado à característica analisada, pois observamos que a professora não teve controle sobre a ordem ou sequência de apresentação dos grupos, não a escolhendo por quantidade de integrantes nos grupos ou pelo tema que desenvolveram. Assim, para o mesmo indicador, a sequência foi caracterizada com diferentes valores do enquadramento, de acordo com momentos diferentes das aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II - MAT. Ainda com relação ao excerto (11), evidenciamos que (mesmo que a ordem das socializações tenha sido escolhida por sorteio, pois a professora temeu a administração do tempo) todos os grupos tiveram a oportunidade de expor seus projetos. Depois da exposição, os demais integrantes do grupo puderam complementar a apresentação de seu colega sorteado e discutir suas observações com os colegas de outros grupos. Dessa forma, consideramos que o sorteio não resumiu nem comprometeu a profundidade das explicações dos grupos.

Trazemos os excertos (12) e (13) para discutir a caracterização do “conhecimento [acadêmico]/vivências dos alunos” (SANTOS, 2010, p. 322) (enquadramento externo) e do “conhecimento [acadêmico]/conhecimento não [acadêmico]” (SANTOS, 2010, p. 321) (classificação externa). Tais excertos fazem parte da socialização dos projetos de Modelagem Matemática.

(12) Licenciando 2: A gente pegou que é a cidade de Porto Alegre, onde tu habita é o teu conceito que tu não, nem pensa nele de tão... do teu dia a dia que ele é. E aí o que que a gente pensou? A gente pensou em... a gente pegou dois (mapas) de Porto Alegre muito conhecidos que é a Ponte dos Açorianos e o Mercado Público... [Geometrial-MAT_05.12.2018]

Licenciando 3: Então, ahm, então (a gente fez o nosso trabalho), a gente escolheu o tema de ônibus (). Então a gente queria, primeiro a gente começou discutindo as nossas frustrações sobre o assunto. (Que a gente não tinha) como descer do ônibus, ou, ahm, é difícil de ir daqui pra Faced e chegar lá na hora da aula. E (várias) outras coisas. [Combinatória_06.12.2018]

No excerto (12) o Licenciando 2 falou da cidade de Porto Alegre como algo que faz parte da vivência dos integrantes de seu grupo, no excerto (13) o Licenciando 3 também falou da vivência de seu grupo ao deslocar-se entre os campi da universidade. Eles referiram-se aos temas com os quais desenvolveram seus projetos de Modelagem Matemática, assim podemos observar que “os trabalhos/[atividades] a realizar incluem exemplos claros da relação entre o conhecimento [acadêmico] e as vivências dos alunos” (SANTOS, 2010, p. 322) e considerar que o enquadramento em relação ao

“conhecimento [acadêmico]/vivências dos alunos” (SANTOS, 2010, p. 322) nos “trabalhos/[atividades] a realizar” (SANTOS, 2010, p. 322) foi fraco E⁻.

Observamos que a cidade de Porto Alegre e o tema ônibus (relacionado ao deslocamento deles) não são conhecimentos “acadêmicos” para esses licenciandos em matemática, dessa forma notamos que “os trabalhos/[atividades] a realizar [refletem] um esbatimento da fronteira entre conhecimento [acadêmico] e o não [acadêmico]” (SANTOS, 2010, p. 321). Logo caracterizamos o indicador “trabalhos/[atividades] a realizar” (SANTOS, 2010, p. 321) da relação entre “conhecimento [acadêmico]/conhecimento não [acadêmico]” (SANTOS, 2010, p. 321) com classificação fraca (C⁻).

Na Tabela 1 apresentamos uma síntese da análise de algumas características/indicadores das aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas Combinatória I e Geometria II - MAT em termos de valores dos conceitos de classificação e enquadramento.

Tabela 1 - Síntese de nossa análise por meio dos valores da classificação e do enquadramento.

Indicadores	Elementos e relações analisados	Valores da classificação e do enquadramento
Conhecimentos/assuntos em estudo	Seleção	E ⁻ e E ⁻⁺
	Sequência	E ⁺ e E ⁻⁺
	Ritmagem	E ⁻⁺
	Crítérios de Avaliação	E ⁺
Exploração/discussão dos assuntos em estudo	Relações Intradisciplinares	C ⁻
Trabalhos/atividades a realizar	Relações Interdisciplinares	C ⁻
	Conhecimento Acadêmico/ Conhecimento Não-Acadêmico	C ⁻
	Conhecimento Acadêmico/ Vivências dos alunos	E ⁻

Fonte: Construção das autoras

Em relação aos assuntos em estudo, observamos que os valores do enquadramento variaram de acordo com o elemento do discurso instrucional. Dentre eles a professora teve maior controle nos critérios de avaliação, pois explicou com pormenor e ilustrações os assuntos abordados. Dependendo do que consideramos e do momento das aulas, o valor do enquadramento na seleção e na sequência variou entre fraco e mais fraco e entre forte e mais fraco, respectivamente. Em relação à seleção o enquadramento foi fraco quando consideramos geometria e combinatória (dentro das quais os licenciandos podiam selecionar assuntos, como geometria plana ou espacial) e mais fraco quando consideramos os temas (escolhidos pelos licenciandos) para desenvolver seus projetos de Modelagem Matemática. Já em relação à sequência, foi forte nas entregas parciais e na organização do texto final, em que os licenciandos trabalharam primeiro com os temas e depois com a matemática (combinatória ou geometria) e mais fraco nas socializações, já que a ordem de apresentação dos grupos não foi escolhida por seus temas, por exemplo, mas sim por um sorteio, em que não houve o controle da professora.

A ritmagem, dentre os indicadores analisados neste artigo, foi a que teve o valor mais fraco do enquadramento, representado principalmente pela escolha/elaboração de uma pergunta para o desenvolvimento dos projetos de Modelagem Matemática. Salientamos que a elaboração inicial de no mínimo cinco perguntas foi importante para a organização dos interesses dos grupos por seus temas,

mas buscar responder todas elas tornaria o trabalho com Modelagem Matemática extenso, pouco aprofundado nas discussões apresentadas pelos grupos e com um ritmo mais acelerado.

As relações disciplinares e entre conhecimentos e vivências, sob o enfoque dos trabalhos a realizar, foram caracterizadas com valores fracos da classificação e enquadramento. Acreditamos que isso está ligado ao trabalho com Modelagem Matemática, porém não caracterizamos as relações intradisciplinares com classificação mais fraca (C⁻) pois os assuntos já tratados não foram o ponto de partida no projeto dos grupos, mas sim os temas escolhidos por esses grupos. Quanto às relações interdisciplinares não houve uma integração “completa” (SANTOS, 2010, p. 320) entre as disciplinas, houve referências e relações com a química, a astronomia, a aerodinâmica, etc... (temas escolhidos pelos grupos). O mesmo (classificação C⁻ ao invés de C⁻) ocorreu em relação aos conhecimentos/acadêmicos e não acadêmicos e conhecimentos acadêmicos e vivências, não havendo integração “completa”, e sim exemplos dessas relações, com temas como a cidade de Porto Alegre e os ônibus utilizados pelos licenciandos.

CONSIDERAÇÕES E PERSPECTIVAS

Com o objetivo de analisar assuntos em estudo e trabalhos a realizar em aulas em aulas que envolveram Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul em 2018/2, observamos, gravamos, transcrevemos, apresentamos excertos e os caracterizamos segundo alguns indicadores apresentados por Santos (2010), em termos da classificação e do enquadramento.

Salientamos que um diferencial dessas aulas em relação aos demais estudos que relacionam Modelagem Matemática a conceitos apresentados por Basil Bernstein (PRADO; OLIVEIRA, 2012; SILVA; OLIVEIRA, 2014a; 2014b) foi elas terem ocorrido em disciplinas cujos objetivos costumam ser estudar, desenvolver e compreender conceitos matemáticos. Também, o projeto de Modelagem Matemática foi desenvolvido pelos licenciandos como atividade autônoma. Ainda assim: tivemos excertos/indícios que permitiram nossa análise e a caracterização de algumas características das aulas; observamos que elas trouxeram (principalmente nas socializações) a possibilidade de pensar sobre assuntos de cunho social; propiciaram uma participação dos licenciandos no controle sobre os assuntos em estudo e os trabalhos a realizar, mas também explicações com pormenor e ilustrações por parte da professora, e; nessas aulas os licenciandos tiveram “experiências com Modelagem na posição de aprendiz[es]” (BARBOSA, 2001b, p. 10), como foi o objetivo principal (excerto (5)).

Logo, acreditamos que a Modelagem Matemática, na concepção de Barbosa (2001a), pode permear disciplinas como as referidas neste artigo (e não somente as ligadas ao ensino), assim como, os conceitos apresentados por Bernstein (1998) podem contribuir para a análise de como essas aulas ocorreram e (posteriormente) de implicações delas no conhecimento que os licenciandos têm sobre Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate Teórico. In: **Reunião Anual da ANPED, 24. Anais**. Rio de Janeiro: ANPED, 2001a, 1 CD-ROM. Disponível em: <https://bit.ly/332hsMx>. Acesso em: 16 nov. 2016.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação**. Bolema, Rio Claro, v. 14, n. 15, 2001b. Disponível em: <https://bit.ly/2X7EUEc>. Acesso em: 28 mar. 2019.

BERNSTEIN, Basil. **Pedagogía, control simbólico e identidad**: teoría, investigación y crítica. Madrid, Morata, 1998.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica**. In.: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loliola (org.). Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. 4. ed. ver. ampl., Belo Horizonte, Autêntica Editora, 2012.

CAMPOS, Amanda Caroline Fagundes. O enquadramento em sala de aula. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2017, 79 p. **Trabalho de Conclusão de Curso**, Instituto de Matemática e Estatística, UFRGS, Porto Alegre, 2017. Disponível em: <https://bit.ly/3jKhWwC>. Acesso em: 21 mar. 2019.

CAMPOS, Amanda Caroline Fagundes Campos. SANT'ANA, Marilaine de Fraga. Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da UFRGS: uma análise por meio dos conceitos de classificação e enquadramento. In: **Anais da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática**, 11 (XI CNMEM), 2019, Belo Horizonte, MG. Disponível em: <https://bit.ly/3jMDitv>. Acesso em: 15 jan. 2020.

GOLDENBERG, Mirian. **A Arte de Pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 14 ed., Rio de Janeiro, Record, 2015.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. A Modelagem Matemática na Formação Inicial de Professores: a mudança de postura de Alexandre. In: **II Congresso Nacional de Formação de Professores**, XII Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores, 2014, p. 1816 - 1828. Disponível em: <https://bit.ly/338Wllm>. Acesso em: 07 jul. 2019.

MORAIS, Ana Maria. Práticas pedagógicas na formação inicial e práticas dos professores. **Revista de Educação**, Lisboa, v. XI, n. 1, p. 51-59, 2002. Disponível em: <https://bit.ly/3gabxbP>. Acesso em: 05 fev. 2018.

OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. Uma agenda de pesquisa para a Modelagem Matemática brasileira. In: **Anais do Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática**, 7 (VII EPMEM), 2016, Londrina, PR. Disponível em: <https://bit.ly/3jSOZhZ>. Acesso em: 28 nov. 2019.

PRADO, Airam da Silva. OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. O Discurso Regulativo nos Materiais Curriculares Educativos sobre Modelagem Matemática. In: **Anais do V SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 2012, Petrópolis. Disponível em: <https://bit.ly/30Wf5lt>. Acesso em: 08 mar. 2019.

PRADO, Airam da Silva; SILVA, Lilian Aragão; SANTANA, Thaine Souza. Uma análise Bernsteiniana de Tarefas de Modelagem Matemática no Caso 1. In: **Anais da VIII CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 2013, Santa Maria. Disponível em: <https://bit.ly/309mMvL>. Acesso em: 10 jan. 2018.

SANT'ANA, Marilaine de Fraga. SANT'ANA, Alvinho Alves. Planejamento de Tarefas de Modelagem Matemática a partir de Perguntas. **VIDYA**, Santa Maria, v. 37, n. 1, p. 75-89, jan./jun., 2017. Disponível em: <https://bit.ly/3hL62ko>. Acesso em: 09 jan. 2018.

SANTOS, Ana Sofia Queirós Friaças da Silva. Formação Inicial de Professores de Ciências - Estudo de Práticas Pedagógicas e de Aprendizagens. Lisboa, 2010. p. 352. **Dissertação (Mestrado em Educação)** - Área de especialização em Didáctica das Ciências, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010. Disponível em: <https://bit.ly/337dkdZ>. Acesso em: 26 fev. 2019.

SILVA, Lilian Aragão da. OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. A transformação do texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem matemática na prática pedagógica escolar. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 7, n. 1, p. 317-337, 2014a. Disponível em: <https://bit.ly/310Lb5E>. Acesso em: 08 mar. 2019.

SILVA, Lilian Aragão da. OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo? **Acta Scientiae**, Canoas, v. 17, n. 1, p. 40-56, jan./abr. 2014b. Disponível em: <https://bit.ly/3gc20Bh>. Acesso em: 08 mar. 2019.

RECEBIDO EM: 10 dez. 2019

CONCLUÍDO EM: 03 fev. 2019