VIDYA, v. 31, n. 2, p. 105-122, jul./dez., 2011 - Santa Maria, 2011. **ISSN** 0104-270 X

O USO DA ESTRUTURA MULTIPLICATIVA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS ANOS INICIAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

THE USE OF THE MULTIPLICATIVE STRUCTURE IN THE SOLVING OF MATH PROBLEMS IN GRAMMAR SCHOOL

ISABEL CRISTINA MACHADO DE LARA*

RESUMO

Neste artigo, é apresentado um estudo de caso sobre a construção da estrutura multiplicativa, realizado com 50 alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em uma escola pública - 10 alunos de cada turma do 1º ao 5º ano, todas as turmas com unidocência. Por meio da análise de como resolveram duas situações-problema sobre multiplicação, foi constatado que, entre os participantes, alunos de 1° e 2° anos tiveram desempenho melhor do que alguns de 4º e 5º anos que já faziam o uso de algoritmos. Tal resultado permite refletir sobre a exigência usual quanto à memorização dos resultados de uma multiplicação, concebidos tradicionalmente como "tabuada", pois talvez isso prejudique os alunos no desenvolvimento da sua capacidade de pensar matematicamente, o que implica fazer estimativas e criar suas próprias estratégias de resolução.

Palavras-chave: Educação Matemática. Educação Básica. Resolução de Problemas. Estrutura Multiplicativa.

ABSTRACT

This paper presents a case study on the construction of the multiplicative structure with 50 students in a public grammar school, 10 students in each class from 1st to 5th grade. All classes are taught by a single teacher. Through the analysis of how they solved two problem situations on multiplication, it was found that among the participants, students of 1st and 2nd years did better than some of the 4th and 5th years who have made the use of algorithms. This result allows to reflect on the usual requirement on memorizing the results of a multiplication, traditionally conceived as "multiplication table" because it may harm the students in developing their ability to think mathematically, which involves making estimates and creating their own strategies for solving problems.

Keywords: *Mathematics. Grammar School. Problem Solving. Multiplicative structure.*

---

* Licenciada em Matemática (1993), Mestre (2001) e Doutora em Educação (2007) pela UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Atualmente realiza seu Pós-doutoramento no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, com bolsa MEC/CAPES/PNPD na pesquisa "Inovação e Interdisciplinaridade na Educação em Ciências e Matemática no século XXI".

INTRODUÇÃO

O ensino das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão continua sendo abordado por muitos professores dos anos iniciais de modo hierárquico e fragmentado. Há alunos que resolvem algoritmos de forma mecânica e mnemônica, apresentando dificuldades que, geralmente, aos olhos de seus professores podem ser sanadas por meio de exercícios de treinamento.

Isso é efeito, principalmente, de uma visão tradicional historicamente construída de que os alunos não conseguem aprender a multiplicar sem antes saber adicionar, nem aprender a dividir sem antes saber subtrair e ter memorizado as "tabuadas". As quatro operações são trabalhadas por alguns professores a partir da produção de algoritmos em nível cada vez mais complexo, cuja resolução necessita principalmente de habilidades mnemônicas. Assim, quando os alunos se deparam com situações-problema, podem ter dificuldades para decidir qual operação utilizar para resolvê-las.

Nesse sentido, muitos estudos foram e estão sendo desenvolvidos com o intuito de colocar sob suspeita tal concepção. Destacam-se os estudos de Constance Kamii e Leslie Baker Housman (2002), que utilizam implicações da teoria de Piaget numa perspectiva construtivista, e os estudos de Gérard Vergnaud (2003), inspirador da Teoria dos Campos Conceituais, vista como ponto central do pós-construtivismo.

A partir de tais estudos, é possível considerar que as estruturas aditivas e multiplicativas dizem respeito a esquemas e relações mentais diferentes, portanto, são independentes e ambas fazem parte do contexto dos alunos bem antes de chegarem à escola. Desse modo, é possível que alunos de 1º, 2º e 3º anos resolvam situações-problema que envolvam multiplicação e divisão, bem antes de tratarem do algoritmo, seja através do uso de adições repetidas ou do uso de correspondência de um-para-muitos. Contudo, na educação matemática escolar, essa possibilidade parece ser desconsiderada por muitos professores, que continuam ensinando a multiplicação apenas no final do 3º e no 4º ano, valorizando a "tabuada" ensinada por meio do pensamento aditivo. Afinal, *como os alunos estão desenvolvendo a estrutura multiplicativa desde o 1º ano do Ensino Fundamental?* Essa foi a questão central da pesquisa apresentada neste artigo. O objetivo foi verificar as possibilidades de iniciar a resolução de situações multiplicativas desde o 1º ano do Ensino Fundamental, por meio da análise de estratégias elaboradas por 50 alunos dos anos iniciais de uma escola da rede pública da Região Metropolitana de Porto Alegre, RS.

Metodologia de pesquisa

Para alcançar esse objetivo, foram obtidos dados empíricos advindos de um estudo de caso realizado com alunos dos anos inicias de uma escola da rede pública da Região Metropolitana de Porto Alegre, RS. Com a pretensão de verificar de que modo alunos de 1º, 2º, 3º , 4º e 5º anos estão desenvolvendo a estrutura multiplicativa, realizou-se uma entrevista com a professora de cada uma dessas turmas. Foram propostas cinco situações-problema, envolvendo multiplicação e divisão, a dez alunos de cada uma dessas turmas escolhidos por suas professoras. Neste artigo, é apresentada uma análise dos resultados de duas dessas situações-problema.

O instrumento de pesquisa foi aplicado pelas respectivas professoras no espaço formal da escola, em sala de aula, e foi oportunizado aos alunos apenas o uso de lápis e papel. O objetivo foi compreender, por meio das resoluções apresentadas pelos 50 sujeitos da pesquisa, quantos alunos conseguiram chegar ao resultado considerado como correto em cada situação-problema e de que modo o pensamento multiplicativo estava sendo desenvolvido por eles desde o 1º ano do Ensino Fundamental.

Com a finalidade de compreender e interpretar as estratégias criadas e a estrutura utilizada por esses alunos para resolverem situações multiplicativas, a abordagem da pesquisa foi predominantemente qualitativa (MINAYO, 2000). Segundo Bicudo (2004, p. 104), ao realizar uma pesquisa qualitativa torna-se possível englobar "[...] a ideia do sujeito, possível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências". Por outro lado, ferramentas estatísticas próprias de uma abordagem quantitativa, como frequências absolutas e relativas que evidenciassem o desempenho dos alunos e a quantidade de ocorrências de diferentes resultados e estratégias apresentadas por eles, mostraram-se importantes para organizar e sumariar os dados obtidos.

Na análise dados obtidos, o referencial teórico apresentado no corpo do artigo serviu como base para interpretação de: (a) resoluções apresentadas por cada um dos alunos participantes da pesquisa às situações-problema propostas pelo pesquisador, evidenciando a estrutura mental utilizada; (b) frequências relativas acerca dos erros, acertos e estratégias utilizadas pelos mesmos alunos; e (c) respostas dadas pelas professoras ao questionário elaborado e solicitado pelo pesquisador.

A concepção de cada professora a respeito do tema pesquisado, explicitada na entrevista, auxiliou a compreender algumas ocorrências. Para a entrevista, optou-se por questões não estruturadas. Segundo Monteiro (1991, p. 31), esse tipo de questão é mais eficiente porque o entrevistado pode discursar livremente sobre o assunto, sem obedecer a uma ordem rígida de questões e sem se limitar a respostas prontas e objetivas.

A pesquisa trata de um estudo de caso (YIN, 2001), não visando, portanto, a generalizações e sim à compreensão do processo, como em toda a pesquisa com abordagem qualitativa. Envolveu grupos específicos de alunos e as respectivas professoras, sem delimitar uma amostra representativa. Entretando, mesmo sem generalizar, é possível relacionar os dados obtidos a situações semelhantes e sugerir possibilidades. Como estratégia de pesquisa, o estudo de caso permite investigar situações concretas vivenciadas na sala de aula, tanto em situações isoladas como em estudos de casos múltiplos. Essa última foi a modalidade adotada na pesquisa apresentada neste artigo, pois envolveu sujeitos de cada um dos cinco anos iniciais do Ensino Fundamental.

A teoria dos campos conceituais

Compreender o modo como o aluno desenvolve o seu conhecimento lógico-matemático não é uma tarefa fácil. Entre os estudos que mais influenciaram a Educação a respeito do desenvolvimento cognitivo estão os de Jean Piaget e os de Lev Vygotsky.

Segundo a perspectiva piagetiana, a fonte do conhecimento matemático está na interação do sujeito com o meio físico e/ou social, possibilitando a construção de conceitos matemáticos por meio da abstração reflexionante (PIAGET, 1995). Ao se opor às visões inatista e empirista, Piaget apresenta o conceito de equilibração como elo entre conhecimento e aprendizagem relacionado à passagem de um nível de funcionamento dos invariantes funcionais, assimilação e acomodação, para outro (PIAGET, 1976) a partir da qual são construídos esquemas, vistos como o que é generalizável e transferível de uma ação para outra.

Já para Vygotsky, o fator de maior peso para que a aprendizagem ocorra é a linguagem, ou seja, a comunicação entre as pessoas. Ao destacar o papel da linguagem na interação entre o desenvolvimento e a aprendizagem, Vygostsky (1999) argumenta que é por meio da apreensão e da internalização da linguagem que a criança se desenvolve.

Com base em alguns conceitos dessas duas teorias, principalmente os de esquema e de linguagem, Gérard Vergnaud propôs a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 2003), estudo considerado como pós-construtivista. Tal teoria busca compreender as relações entre os conhecimentos, sejam elas de ruptura ou de filiação, nos processos de aprendizagem (GROSSI, 2001), considerando que um conceito só se operacionaliza quando está presente em enunciados, proposições, teoremas, sendo necessário que exista um enfrentamento de situações para que um conceito seja operante. Assim, não basta a interação do sujeito com o objeto do seu conhecimento para que seja adquirido um conceito matemático novo, sendo fundamental que este conceito tenha um sentido para o sujeito, o que se dará como efeito de suas experiências com diferentes situações. Raramente a compreensão de tais situações se constitui através de um único conceito e um conceito se reduza a uma única situação (CORREA; SPINILLO, 2004). Os conceitos estão, portanto, organizados em campos conceituais.

Grossi (2001, p. 16) assume a definição de Vergnaud: "um campo conceitual é um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas, em estreita conexão". Para Vergnaud (2003, p. 30), "[...] campo conceitual é um conjunto vasto, porém organizado, a partir de um conjunto de situações. Para fazer face a essas situações, é preciso um conjunto de esquemas de conceitualizações e representações simbólicas". Ao definir esquema como sendo uma organização invariante da conduta, do comportamento, em relação a uma classe de situações dadas, e ao analisar os elementos invariantes explícitos numa classe de situações, o autor possibilita diferenciar campos conceituais, em particular o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas.

A estrutura aditiva e a estrutura multiplicativa

Quando questionada sobre: "por que se ensina que a multiplicação é a adição repetida?", Nunes (2003, p. 26) respondeu: "como a escola brasileira tem se centrado no ensino de contas, e não dos conceitos, isso é aceito". Ela afirma que as pessoas, inclusive os professores, pensam a multiplicação como uma adição repetida de parcelas iguais, isso é efeito do modo como foram subjetivados, possibilitando a reprodução dos conhecimentos obtidos, embora, muitas vezes obsoletos. Contudo, o fato de o resultado da operação 3 x 4 ser o mesmo que o da adição 4 + 4 + 4, ou de 4 x 3, ou ainda de 3 + 3 + 3 + 3, não significa que os esquemas de pensamento utilizados sejam os mesmos.

Correa e Spinillo (2004) explicam muito bem essas diferenças ao utilizarem, em seus estudos, as ideias de Vergnaud. Para multiplicar ou dividir as crianças até podem apoiar-se nas estruturas aditivas. No entanto, o fato de o resultado ser o mesmo não implica que a operação também o seja. Os esquemas de pensamento envolvidos para resolver multiplicações podem ir muito além dos esquemas necessários para resolver uma adição.

É nesse sentido que Correa e Spinillo (2004) mostram uma das principais diferenças qualitativas entre o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo e o raciocínio aditivo. Enquanto situações aditivas envolvem a coordenação das relações entre grandezas de um mesmo universo, nas situações multiplicativas estão envolvidas a "[...] coordenação das relações entre, pelo menos, duas variáveis; ou entre, pelo menos, duas grandezas ou quantidades" (CORREA; SPINILLO, 2004, p. 106). Por exemplo, podemos adicionar maças e bananas porque pertencem ao universo das frutas, porém no problema "Um pacote possui 5 figurinhas. Quantas figurinhas possuem 4 pacotes iguais ao primeiro?", temos duas variáveis: pacotes e figurinhas. Trata-se, portanto, da competência que deve ser adquirida pelo aluno de coordenar relações entre duas variáveis.

Distinguem-se, por meio dessas diferenças, os esquemas necessários para resolver situações aditivas e situações multiplicativas. No desenvolvimento de estruturas aditivas, requer-se esquemas de juntar e separar e, nas multiplicativas, esquemas de proporções entre duas variáveis e de correspondências de um-para-muitos. Em consequência, poderia ser inserida no campo conceitual das estruturas aditivas a própria construção do número, considerando a existência de invariantes operatórios necessários na construção de esquemas de adicionar uma unidade para ascender a um total maior, ou subtrair uma unidade para descender a um total de ordem inferior.

Segundo Nunes (2005, p. 84), "[...] o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si". Em coerência a isso, Correa e Spinillo (2004) afirmam que o campo conceitual das estruturas multiplicativas não se limita aos conceitos de multiplicação e de divisão, mas inclui outros tantos, entre os quais citam: fração, razão, proporção e probabilidade.

Outro aspecto que Nunes (2003) ressalta a respeito do ensino brasileiro é que o conceito de proporcionalidade, tão presente no cotidiano das pessoas, não é relacionado na escola quando se trata da multiplicação. A multiplicação aparece nos anos iniciais como adição repetida, enquanto a noção de proporção é trabalhada apenas no 7º ano, embora a multiplicação seja considerada, na perspectiva desse estudo, como uma proporção em que um dos termos é a unidade e os demais são o multiplicando, multiplicador e produto. Do mesmo modo, na divisão exata temos o dividendo, o divisor e o quociente.

Nunes e Bryant (1997) distinguem três tipos principais de situações multiplicativas: situações de correspondência de um-para-muitos, situações que envolvem relações entre duas variáveis; e situações que envolvem distribuição, divisão e divisão ao meio. Tal distinção serviu como aporte para a escolha das situações utilizadas neste estudo. A partir desses referenciais foi considerado o desempenho dos alunos nas atividades propostas.

O desempenho dos alunos frente a situações-problema

As situações-problema propostas durante a realização deste estudo foram aplicadas pelas professoras. Cada uma escolheu dez alunos de sua classe, em momento considerado como o mais propício para realização da atividade em sala de aula. Esses alunos, portanto, não correspondem a amostras representativas de cada turma, pois a escolha foi intencional, a critério das professoras, e não aleatória segundo critérios pré-determinados. Isso é admissível em pesquisas qualitativas, que não buscam generalizar e sim compreender determinados contextos. Nesse caso, a intenção foi compreender os processos utilizados pelos alunos participantes para resolverem os problemas propostos.

Para realizar a análise, optou-se por agrupar os desempenhos de todos os alunos, separando-os pelo tipo de problema, e articular o desempenho dos alunos com as respostas dadas ao questionário por suas respectivas professoras.

Verificando as estratégias criadas pelos alunos, foi possível perceber três incidências: a utilização de representações gráficas ou pictóricas (desenhos); nenhum registro; o uso de algoritmos. Assim, optou-se por construir quadros, para cada situação-problema, identificando o número de acertos, de erros, a estratégia escolhida e a estrutura mental utilizada pelos alunos em cada um dos anos de escolaridade. Nesses quadros, utilizou-se a seguinte legenda:

I: Intervalo da idade dos alunos;

C: percentual de alunos que encontraram a resposta correta;

E: percentual de alunos que encontraram uma resposta incorreta;

NR: percentual de alunos que não responderam;

RG: percentual de alunos que utilizaram representações gráficas, como desenhos, riscos ou traços para resolver a situação-problema;

A: percentual de alunos que utilizaram algoritmos para resolver a situação-problema.

Com o objetivo de verificar como os alunos participantes pensam para resolver situações-problema envolvendo a multiplicação, foi proposto, num primeiro momento, um problema que implica a correspondência de um-para-muitos entre dois conjuntos, apresentando em seu enunciado o multiplicador e o multiplicando: *“Mariana foi colher maçãs em algumas macieiras do sítio de sua avó. Se Mariana encontrou 6 macieiras e colheu 4 maçãs de cada uma, quantas maçãs ela colheu ao todo? Como você faria isso?”*

No quadro 1, são apresentados os resultados obtidos após verificar as resoluções do problema inicial pelos 50

Quadro 1: Desempenho percentual dos alunos frente à 1ª situação-problema.

TURMA	I	C	E	NR	RG	A	ESTRUTURA UTILIZADA
1º ano	6 – 7 anos	20%	80%	-	100%	-	Dois alunos utilizaram a estrutura aditiva
2º ano (1ª série)	6 – 12 anos	90%	10%	-	100%	-	Todos os alunos utilizaram a estrutura aditiva
3º ano (2ª série)	8 – 10 anos	70%	10%	20%	80%	-	Todos os alunos utilizaram a estrutura aditiva
4º ano (3ª série)	8 – 10 anos	70%	30%	-	40%	100%	Quatro alunos utilizaram a estrutura aditiva
5º ano (4ª série)	10 – 13 anos	10%	90%	-	-	100%	Não se evidenciou a estrutura utilizada

Fonte: Elaborado pela autora.

alunos pesquisados.

A partir da análise de cada uma das resoluções apresentadas pelos alunos, algumas observações e conclusões podem ser obtidas.

No 1º ano, nível no qual estudam alunos com idade entre 6 e 7 anos, todos utilizaram-se do desenho para solucionar o problema. No entanto, quatro alunos não desenharam o número correto de macieiras e, dos seis alunos que o fizeram corretamente, apenas dois conseguiram corresponder 4 maçãs a cada macieira e encontrar, através da adição,

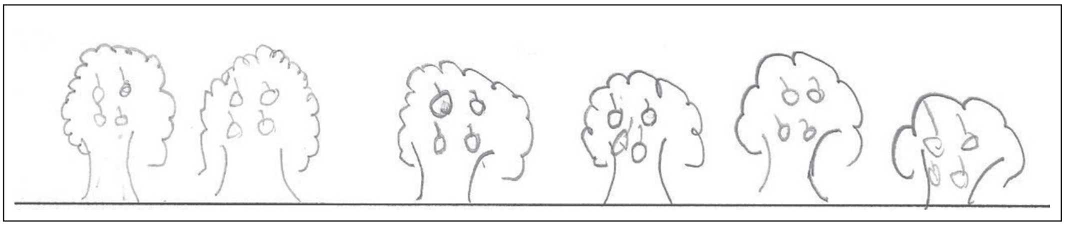

Figura 1: Representação gráfica apresentada por um aluno do 1º ano.

o número total de maçãs (Figura 1).

Como os alunos não quantificaram corretamente o total encontrado, houve a escrita de alguns algarismos que não condiziam aos dados do problema. Nenhum deles apresentou a resposta final como sendo 24 maçãs.

Quando não existe o domínio da escrita dos algarismos, as representações pictóricas ou gráficas acabam, muitas vezes, sendo uma das estratégias mais utilizadas pelos alunos, na tentativa de reproduzir imagens mentais no papel, facilitando a expressão de suas próprias ideias. De acordo com Cândido (2001), esse recurso deve ser considerado como uma forma de comunicação capaz de adaptar-se a qualquer tipo de conhecimento, em particular ao conhecimento matemático.

Mesmo antes de as crianças trabalharem com números, é possível perceber, através dos desenhos inventados por elas, os esquemas e o tipo de estrutura de pensamento utilizados na resolução de uma situação-problema. Assim, os dois alunos que resolveram o problema com êxito precisaram representar todas as 24 maçãs, homogeneizando-as e contando de uma em uma para chegar ao resultado.

Corroborando o desempenho dos alunos, a professora dessa turma, formada no Curso Magistério, e estudante do 3º semestre do curso de Pedagogia, afirmou trabalhar apenas com os conceitos de adição e subtração, partindo do cotidiano dos alunos e utilizando-se de materiais concretos. Mas ela reconheceu que "a Matemática faz parte da vida" e afirmou que trabalha a multiplicação "partindo das vivências (infantis) e quando aparece uma situação-problema na turma".

Embora os alunos do 2º ano tenham idades que variam de 6 a 12 anos, todos eles optaram por desenhar as árvores e a cada uma corresponder 4 maçãs. Apenas um dos alunos (10 anos de idade) não conseguiu corresponder o número correto de maçãs para cada árvore. Todos os dez alunos expressaram a resposta por meio de numerais, mas apenas cinco escreveram 24 como resposta ao problema (Figura 2).

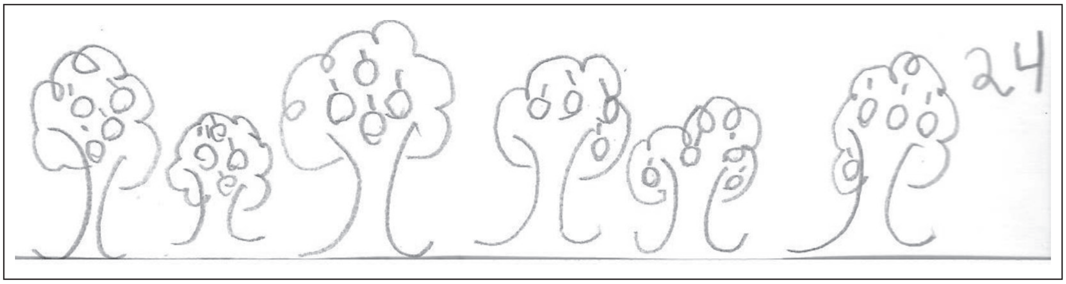

Figura 2: Representação gráfica apresentada por um aluno do 2º ano.

Os demais, embora tenham chegado, através do desenho, às 24 maçãs, escreveram os números que representavam ou a quantidade de árvores ou a quantidade de maçãs.

Entre os alunos do 2º ano participantes, 90% foram capazes de resolver problemas de multiplicação, mesmo antes de aprenderem o algoritmo. O fato de perceberem que cada árvore contém 4 maçãs e repetirem o desenho dessa árvore mais 5 vezes, necessitando visualizar sempre as 4 maçãs em cada árvore, configura a utilização da ação de replicação, utilizada por Nunes e Bryant (1997) ao tratar das situações multiplicativas de correspondência de um-para-muitos. Isso significa que essas crianças não foram capazes apenas de unir ou juntar quantidades quaisquer aos conjuntos desenhados, mas conseguiram manter a correspondência invariável de um-para-muitos, nesse caso de um-para-quatro. Conseguiram, portanto, reconhecer o fator escalar, denominado por Nunes e Bryant (1997, p. 144) como sendo o fator que "[...] se refere ao número de replicações aplicadas a ambos os conjuntos mantendo a proporção constante [...]". Vale ressaltar que os dois alunos do 1º ano que acertaram o problema utilizaram essa estratégia.

Não foi evidenciado o modo como as crianças contaram para chegar ao total. Porém, por meio da diferenciação feita por Kamii e Housman (2002) entre o pensamento aditivo e o multiplicativo, pode-se considerar que a necessidade de visualizar as 24 maçãs e não apenas 6 conjuntos, onde cada um corresponde a quatro, reforça a utilização da estrutura aditiva.

Os ditos da professora do 2º ano, estudante do curso de Pedagogia, indicam o que poderia ocasionar o bom desempenho de seus alunos. A professora trabalha com os conceitos de adição, subtração, multiplicação e divisão com os alunos, afirmando que o aluno deve aprender a multiplicação logo que surjam situações onde ela esteja presente, em jogos e brincadeiras. Embora não trabalhe com o conceito de multiplicação propriamente dito, quando questionada sobre qual o pensamento que os alunos utilizam para resolver problemas de multiplicação, ela respondeu: “adicionam”. Ou seja, o fato de não ter sido trabalhado o conceito de multiplicação talvez impeça a criança de estabelecer uma proporção entre duas váriaveis, mas não de chegar ao produto final.

Em relação aos resultados obtidos pelos alunos do 3º ano, apenas oito foram entregues pela professora, que não informou o motivo de dois alunos não terem entregue as resoluções de nenhuma das situações propostas. Talvez isso tenha acontecido por não conseguirem, ou por não terem tido tempo suficiente, ou por outro motivo desconhecido. Dentre os que resolveram o problema, todos utilizaram-se do desenho, e sete realizaram as 6 replicações da macieira com 4 maçãs, escrevendo a resposta 24.

A professora dessa turma considera que o aluno deve aprender a multiplicação “a qualquer momento, com material concreto, pintura” e percebe que, “às vezes”, os alunos diferenciam quando devem utilizar a adição ou a multiplicação para resolver problemas. Afirma, também, que relaciona a “tabuada” com a adição e que seus alunos utilizam a tabuada para resolver problemas de multiplicação, na forma de algoritmo. Contudo, o desempenho dos alunos foi de encontro as suas afirmações, pois, embora estejam no 3º ano, nenhum utilizou algoritmos, precisando representar cada 4 maçãs como sendo 4 maçãs, utilizando-se, portanto, da estrutura aditiva para chegar ao resultado.

No 4º ano, os alunos já haviam tido contato tanto com o algoritmo da adição quanto com o da multiplicação. Porém, quatro deles optaram por desenhar as macieiras cada uma com quatro maçãs. Desses quatro, apenas um obteve êxito, confirmando sua resposta com o uso do algoritmo da adição e evidenciando a consolidação da estrutura

Figura 3: Representação gráfica e do algoritmo apresentada por um aluno do 4º ano.

aditiva (Figura 3).

Dos outros três alunos que fizeram o desenho correspondendo corretamente 4 maçãs para cada macieira, um deles, ao realizar o algoritmo, registrou 6 - 4 e encontrou como resposta 2. Os outros dois alunos conseguiram desenhar as macieiras mas não com as 6 replicações corretas. Desses, ao utilizar-se do algoritmo, um aluno também utilizou a subtração e o outro escreveu 4444x4=7776.

Dos demais que utilizaram-se apenas do algoritmo, cinco optaram pelo algoritmo de multiplicação e um pelo algoritmo da adição, chegando corretamente à resposta 24. O fato de terem resolvido a situação-problema por meio do algoritmo da multiplicação não evidencia a estrutura utilizada para resolver a operação 6 x 4, uma vez que nenhum aluno explicou como chegou à resposta. Isso sugere que o uso de algoritmo provavelmente não incentive o raciocínio do aluno, fazendo com que ele se preocupe apenas em montar uma "conta" com os números que aparecem no problema sem preocupar-se em desenvolver uma estrutura mental para resolvê- lo.

É possível que isso se relacione a algumas afirmações feitas pela professora desse grupo ao responder o questionário. Ela afirmou abordar os conceitos de adição, subtração, multiplicação e que está iniciando a divisão com essa turma. Ao trabalhar a multiplicação, o faz "a partir de conjuntos, situações-problema". Segundo ela, nem todos os alunos diferenciam quando a operação de adição e a operação de multiplicação devem ser utilizadas, mas procura fazer com que notem que na multiplicação "não é necessário a repetição (+ + + +)". Quando questionada sobre o uso da "tabuada", a professora falou sobre "decoreba" e concluiu que a tabuada é "de certa forma necessária para resolver cálculos". Então, talvez os cinco alunos que utilizaram a escrita de 6 x 4 = 24 o tenham feito de modo mecânico.

Os resultados apresentados pelos alunos do 5º ano foram surpreendentes, pois apenas um deles chegou à resposta correta. Todos optaram pelo uso do algoritmo, mas a maioria não conseguiu interpretar os dados contidos no enunciado da situação-problema, evidenciando, conforme Nunes e Bryant (1997, p. 30), que ainda não estão numeralizados: "para serem numeralizadas, as crianças precisam usar seu pensamento matemático de forma significativa e apropriada nas situações." Então, quando numeralizadas elas devem saber qual a técnica, ou seja, qual operação utilizar numa situação nova.

Desse modo, crianças que encontram 6 + 4 = 10 no lugar de 6 x 4 = 24 demonstram que não estão numeralizadas, não sendo capazes de pensar matematicamente. Esse foi o caso de seis alunos do 5º ano, dois deles com 13 anos de idade, dois com 11 anos e dois com 10 anos. Possivelmente eles aprenderam procedimentos, isto é, técnicas matemáticas, mas foram incapazes de reconhecer em que situação elas deveriam ser empregadas. Os quatro alunos restantes montaram corretamente o algoritmo 6 x 4, encontrando como respostas 84, 330, 28 e

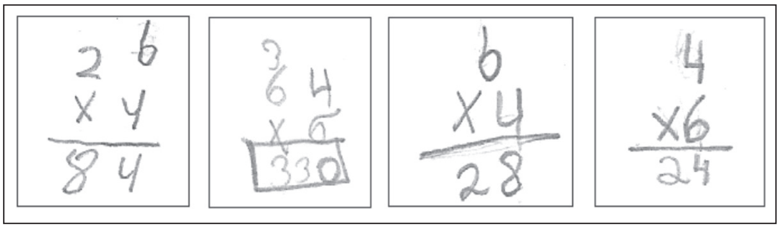

Figura 4: Algoritmos apresentados pelos alunos do 5° ano.

24 (Figura 4).

O modo como alguns desses alunos se apropriaram mnemonicamente do algoritmo da multiplicação evidencia sua dificuldade de desenvolver o senso numérico. O fato de encontrarem como resposta 84 ou 330 indica falta de senso numérico desenvolvido, consequência provável do uso excessivo de algoritmos sem prévia preparação. A esse respeito Kamii e Housman (2002) já haviam chamado a atenção em seus estudos, ao concluirem que o uso de algoritmos pode ser prejudicial. As autoras ressaltam duas razões: por desensinarem o valor posicional, fazendo com que o aluno não use seu senso numérico, e por encorajar as crianças a abandonarem seu próprio pensamento. Tais aspectos foram constatados na análise do desempenho dos alunos do 5º ano.

Nenhum dos alunos evidenciou a tentativa de buscar outra estratégia de resolução. Isso corrobora com a ideia de que o uso de algoritmos é recomendado quando o aluno já é capaz de ler e interpretar o problema corretamente, sendo desnecessário o uso de artifícios visuais, como desenhos ou fichas.

A professora dessa turma relatou trabalhar os conceitos de adição, subtração e multiplicação com seus alunos. Acreditando que para aprender multiplicação não existe um momento determinado, podendo ser desde a pré-escola, ela trabalha a multiplicação através do uso de conjuntos, materiais concretos, jogos, operações e situações-problema. Afirmou que seus alunos só diferenciam quando cada operação deve ser utilizada ao perceberem explicitamente isso na situação-problema. Embora trabalhe com jogos e situações-problema, admitiu que, mesmo depois de várias teorias estudadas e aplicadas, ainda pensa que a tabuada deve ser aprendida tradicionalmente, sendo memorizada. Ao ser questionada de que modo proporciona ao aluno diferenciar a estrutura aditiva da multiplicativa, respondeu: “através da soma de parcelas iguais e depois pela simplificação, passando então para a multiplicação”.

Isso reforça a prática do ensino da multiplicação como uma soma de parcelas iguais, simplificação que se refere ao uso do algoritmo. Ou seja, a ideia de correspondência e de proporção não chegou a ser abordada pela professora do 5º ano. Ela afirma que, para resolverem problemas de multiplicação, “alguns partem direto para a multiplicação, outros somam parcelas”. Portanto, os alunos memorizam procedimentos e, quando os esquecem, provavelmente o caso dos alunos que encontraram 84, 330 e 28 como resposta para 6 x 4, não conseguem pensar em alternativas para a busca de resposta.

Kamii e Declark (1992) desenvolveram uma pesquisa com alunos de 1ª a 5ª série, na qual procuravam diferenciar os pensadores multiplicativos e aditivos. Para essa pesquisa, utilizaram não só a ideia da correspondência de um-para-dois e um-para-três como também a correspondência de 4-para-oito e 4-para-doze, investigando, portanto, a ideia de dobro e triplo. Trata-se, na visão de Nunes e Bryant (1997), de situações que envolvem relações entre variáveis, ou seja, de problemas de covariação.

Com o mesmo intuito, foi proposto aos 50 alunos sujeitos do estudo focalizado neste artigo a seguinte situação-problema: *"Cada vez que Aninha ganha R$ 5,00 de mesada de seu pai, o seu irmão mais velho ganha R$ 10,00. Esse mês Aninha ganhou R$ 15,00 de mesada, quanto irá ganhar seu irmão? Escreva a resposta e explique como você a encontrou".*

Quadro 2: Desempenho percentual dos alunos frente à 2ª situação-problema.

TURMA	I	C	E	NR	RG	A	ESTRUTURA UTILIZADA
1º ano	6 – 7 anos	0%	70%	30%	70%	-	-
2º ano (1ª série)	6 – 12 anos	20%	80%	10%	90%	-	um utilizou a estrutura aditiva, três corresponderam a cada 5 um 10
3º ano (2ª série)	8 – 10 anos	70%	10%	20%	-	-	três utilizaram a estrutura multiplicativa
4º ano (3ª série)	8 – 10 anos	40%	60%	-	-	90%	três alunos utilizaram a estrutura aditiva
5º ano (4ª série)	10 – 13 anos	10%	90%	-	-	100%	um utilizou a estrutura multiplicativa

Fonte: Elaborado pela autora.

A partir das resoluções apresentadas, constatou-se que nenhum dos alunos do 1º ano obteve a resposta correta. Os sete alunos que fizeram algum tipo de registro utilizaram numerais aleatórios, alguns dos quais não apareciam sequer no enunciado do problema. Um dos alunos escreveu 15 como resposta, outros dois escreveram 18, mas não evidenciaram alguma estrutura de pensamento.

No 2º ano, tornou-se mais explícita a busca por estratégias para resolver o problema. Apenas um dos alunos não o resolveu e os demais utilizaram-se de representações gráficas para tentar solucioná-lo. Desses, quatro registraram valores bem distintos do esperado: 5, 6, 31 e 21. Outro representou a ideia de 5 para 10, mas não concluiu a questão; e outro desenhou as três notas de R$ 5,00, mas apenas uma nota de R$ 10,00. O uso do pensamento aditivo ficou explícito na resolução de um dos alunos ao registrar que se Aninha ganhar R$ 15,00 seu irmão ganhará R$ 25,00 (Figura 5).

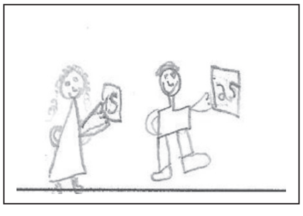

Figura 5: Desenho de um aluno do 2º ano que indica o pensamento aditivo.

Outros três alunos demonstraram a capacidade de pensar multiplicativamente colocando para cada nota de R$ 5,00 de Aninha uma nota de R$ 10,00 para seu irmão (Figura 6), com exceção de um aluno que colocou uma nota de R$ 10,00 a mais, mas a tentativa de correspondência ficou evidenciada.

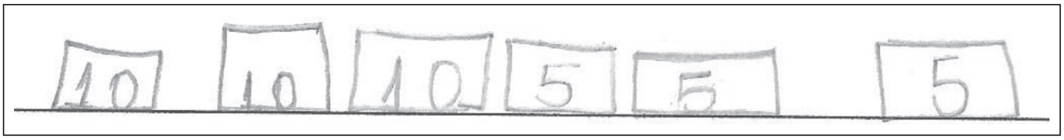

Figura 6: Desenho de um aluno do 2º ano que indica o pensamento multiplicativo.

No 3º ano, sete alunos chegaram à resposta correta do problema por meio dos procedimentos que utilizaram. Desses, três colocaram apenas a resposta 30 e dois escreveram: “se ela ganhou 15 ele ganhou 30”, outro escreveu “30 ele ganhou” e um escreveu: “se ela ganhou 3 vezes de cinco ele ganhou 3 notas de dez: 30”. Dois alunos não entregaram e outro escreveu apenas 35.

Manifesta-se novamente a capacidade desses alunos de lidar com problemas de multiplicação, agora não apenas com a ideia de replicação, mas também de proporção. No entanto, a escrita de uma resposta sem indicar o esquema utilizado não garante a consolidação da estrutura multiplicativa. Porém, as respostas: “se ela ganhou 15 ele ganhou 30” e “se ela ganhou 3 vezes de cinco ele ganhou 3 notas de dez: 30” indicam o reconhecimento de que o que acontece com a mesada de Aninha acontece proporcionalmente com a mesada de seu irmão, que ganha o dobro do que ela ganha. Ou seja, se triplicar a mesada de Aninha, triplicará também a mesada de seu irmão.

O número de acertos dos alunos do 4º ano também diminuiu nessa situação. Apenas um dos alunos colocou a resposta correta, sem justificá-la, e os demais utilizaram algoritmo. Dos seis alunos que erraram, três apresentaram algoritmos com valores e respostas equivocadas:

500 - 15 = 495; 10 + 5 = 50; 515 + 1030 = 6180. Isso é preocupante, pois parece que o uso de algoritmos pode fazer com que alguns alunos abandonem seu próprio modo de pensar e desistam de buscar suas próprias estratégias para resolver um problema. No caso de 500 - 15, o aluno considerou 5,00 como 500, o que mostra sua dificuldade em relação ao sistema monetário. Já o algoritmo 515 + 1030 leva a pensar que o aluno foi escrevendo alguns numerais na ordem em que estavam descritos no enunciado do problema, sem refletir sobre eles. Vale ressaltar

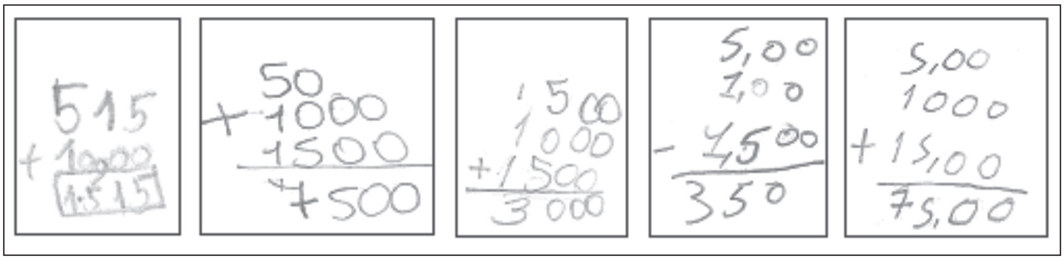

Figura 7: Algoritmos realizados por alunos do 5º ano.

que dois desses alunos não tinham conseguido solucionar adequadamente o problema anterior. Os seis alunos que justificaram sua resposta por meio do algoritmo, usaram o algoritmo da adição, e apenas três demonstraram compreender que se Aninha ganhasse o dobro seu irmão também ganharia, registrando, aditivamente, 15 + 15 = 30. Os outros três parecem ter chegado ao resultado 30 por coincidência, pois não realizaram a proporção e adicionaram os três números que apareciam no enunciado: 5 + 10 + 15 = 30.

No 5º ano, apenas um aluno demonstrou ter compreendido o enunciado da situação-problema, encontrando a resposta por meio da estrutura multiplicativa, registrando 15 x 2 = 30. Os outros três alunos que responderam 30, apenas adicionaram os três números do enunciado do problema, chegando, portanto, coincidentemente à resposta desejada, assim como alguns alunos do 4º ano. Dos seis alunos que encontraram uma resposta diferente da esperada, quatro realizaram algoritmos com os dados do problema, mas não encontraram a resposta correta, e vale salientar que confundiram-se na execução do próprio algoritmo (Figura 7).

Os outros dois alunos demonstraram a utilização da estrutura aditiva para esse tipo de problema, pois ao lerem que, a cada R$ 5,00 que Aninha ganhava, seu irmão ganhava R$ 10,00, não compreenderam que A = 2B e ao ler que Aninha havia ganhado R$ 15,00 adicionaram R$ 10,00 à mesada de seu irmão, encontrando R$ 20,00 como resposta.

Após analisar esse tipo de problema que evidencia a relação de A = 2B, era esperado que os alunos fossem capazes de criar estratégias para manter essa relação, entendendo que quando houvesse uma transformação em A o mesmo ocorreria em B.

Contudo, entre os alunos pesquisados isso não se confirmou, embora suas idades variassem entre 6 e 13 anos. Entender que a cada quantia corresponde o seu dobro foi possível apenas a 17 dos 50 alunos, ou seja, 34% dos alunos que participaram da pesquisa, enquanto no primeiro problema, onde aparecia a correspondência de 1 para 4, o percentual de acertos foi 54%. Vale ressaltar novamente o emprego inadequado do algoritmo pelos alunos de 4º e 5º anos participantes dessa pesquisa e o sucesso alcançado pelos alunos que utilizaram-se do pictórico para solucionar o problema.

Tradicionalmente, os conceitos de multiplicação e de divisão são trabalhados com maior ênfase a partir do final do 3º ano. Assim, esperava-se que os alunos do 4º e do 5º ano tivessem um desempenho bem superior em relação ao desempenho dos alunos dos anos anteriores, principalmente porque os alunos do 5º ano já aprenderam multiplicação e divisão até por dois algarismos.

Portanto, surpreende o fato de alunos do 2º e do 3º ano apresentarem um desempenho superior a alunos do 5º ano, não só quantitativo, mas também qualitativo, pois embora não dominassem o algoritmo evidenciaram um pensamento mais flexível, mostrando-se capazes de utilizar tanto a estrutura aditiva quanto a multiplicativa para resolverem problemas de multiplicação.

Houve, de modo previsível, alguma disparidade entre alunos de uma mesma turma. Nesse sentido, Vergnaud (2003) ressalta a complexidade didática quando menciona que o desenvolvimento dos alunos não se dá da mesma maneira e que alguns alunos podem compreender muito bem algumas coisas, mas nem tanto outras. Entretanto, nessa pesquisa, a maioria dos alunos que acertou a resposta à segunda situação-problema já havia acertado a primeira.

Considerações finais

Ao finalizar este artigo é possível não somente apresentar algumas considerações como também algumas indagações.

Um aspecto que se evidenciou na maioria das resoluções apresentadas pelos alunos participantes da pesquisa é que, na medida em que eles avançam na vida escolar, tendem a abstrair o seu pensamento de modo a optar cada vez mais pelo uso dos algoritmos. Em relação a isso, quando tais problemas são realizados em sala de aula, a conduta de alguns professores parece ser a exigência do uso de um algoritmo e a memorização da "tabuada", abrindo mão de qualquer outro tipo de estratégia que o aluno possa vir a criar.

Problemas de multiplicação estão presentes no cotidiano dos alunos desde cedo, pois estão inseridos em situações reais vividas no seu dia-a-dia, envolvendo variáveis que podem ser facilmente representadas por materiais concretos. Assim, na medida em que cada aluno for criando determinados esquemas mentais ele irá consolidando estruturas de pensamento que o auxiliarão a descartar gradativamente a manipulação de materiais concretos, avançando para uma representação gráfica e, posteriormente, atingindo a abstração reflexionante (PIAGET , 1995) por meio da notação matemática dos algoritmos.

Evidenciou-se que a maioria dos professores envolvidos na pesquisa apresentada neste artigo não diferencia o pensamento aditivo do multiplicativo. Portanto, não reconhece os esquemas necessários para a construção de uma ou de outra estrutura, reduzindo a multiplicação à soma de parcelas iguais e supervalorizando a memorização desses resultados apresentados para os alunos na forma de "tabuadas". Talvez por isso alguns professores trabalhem com esses conceitos só a partir do 3º ano. No entanto, essa pesquisa mostra que, mesmo sem o uso do material concreto, alguns alunos do 1º ano já são capazes de lidar com situações-problema de multiplicação. Portanto, o uso do material concreto só viria a qualificar e antecipar esse aprendizado.

Outro aspecto a ressaltar é que o tratamento desses problemas sem o uso do material concreto, precocemente substituído pelos algoritmos, pode vir a prejudicar o rendimento dos alunos, por interferir no desenvolvimento do seu modo de pensar.

Nesse sentido, existem muitos estudos, principalmente os relacionados à proposta da Etnomatemática, mostrando que os alunos antes de chegarem à escola possuem um tipo de conhecimento matemático informal, trazendo consigo uma bagagem muito rica de conhecimentos prévios. No entanto, a formalização prematura de certos conceitos, sem a valorização desses conhecimentos prévios, faz com que o aluno diminua aos poucos a flexibilidade de seu pensamento, a sua criatividade para criar estratégias novas e a sua autonomia para tomada de decisão.

Cabe aos professores proporcionar em condições que possibilitem ao aluno abstrair os conceitos de multiplicação e de divisão construtivamente, tornando-se capaz de optar por estratégias diferentes para resolver situações que envolvam esses conceitos, ainda que para isso precise iniciar por uma abstração empírica utilizando-se de materiais concretos ou representações gráficas. O importante é que o aluno sinta-se envolvido em problemas de sua realidade e vá aos poucos se numeralizando, apropriando-se cada vez mais de ferramentas matemáticas úteis para a resolução de situações-problema e tornando-se capaz de pensar matematicamente sobre essas situações, elaborando suas próprias estratégias para solucioná-las.

REFERÊNCIAS

BICUDO, M. A. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C; ARAUJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

CÂNDIDO, P. Comunicação em Matemática. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CORREA, J.; SPINILLO, A. G. O desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em crianças. In: PAVANELLO, R. M. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental:** a pesquisa e a sala de aula. Coleção SBEM, SP, v. 2, 2004.

GROSSI, E. P. Dificuldades com dias contatos. In: **Seminário Internacional sobre Didática da Matemática.** Gérard Vergnaud: O campo conceitual da multiplicação. São Paulo e Porto Alegre, 2001.

______. **Por que ainda há quem não aprende?** A teoria. Petrópolis: Vozes, 2003.
KAMII, C.; HOUSMAN, L. B. **Crianças pequenas reinventam a aritmética**: implicações da teoria de Piaget. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2002.

______.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. 6. ed. Campinas, São Paulo: Papirus, 1992.

MINAYO, M. C. S. **Pesquisa social**: Teoria, Método e Criatividade. 16. ed. Petrópolis: Vozes, 2000.

MONTEIRO, R. C. A pesquisa Qualitativa como Opção Metodológica. **Pró-Posições.** São

Paulo, n. 5, p. 27-35, 1991.

NUNES, T. É hora de ensinar proporção. **Revista Nova Escola**, abril, 2003.

_____. **Educação Matemática:** números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

______; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PIAGET, J. **Abstração reflexionante**: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

______. **A equilibração das estruturas cognitivas**: problema central do desenvolvimento. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: Grossi, E. P. **Por que ainda há quem não aprende?** A teoria. Petrópolis: Vozes, 2003.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

YIN, R. K. **Estudo de caso:** planejamento e métodos. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

RECEBIDO EM: 02.09.2011.
APROVADO EM: 16.11.2011.