

## MODELAÇÃO E APLICAÇÃO MATEMÁTICA NOS CURSOS PROFISSIONAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO: UM REFERENCIAL DE AVALIAÇÃO

*MATH MODELLING AND APPLICATION AT TECHNICAL COURSES IN HIGH SCHOOL: AN EVALUATION REFERENTIAL*

SANDRA JORGE DOS SANTOS\*

TERESA BIXIRÃO NETO\*\*

MARIA JOÃO LOUREIRO\*\*\*

### RESUMO

O presente artigo está relacionado com a investigação em curso, Avaliação da Gestão Curricular da Matemática nos Cursos Profissionais de nível III do ensino secundário em Portugal, e tem como principal propósito apresentar o referencial que sustenta essa avaliação. No contexto do ensino profissional em Portugal, a Modelação Matemática surge como um eixo estruturante para o desenvolvimento das competências matemáticas e das competências contempladas no perfil profissional de cada curso técnico-profissional, justificando esse fato a incidência do referencial de avaliação na Modelação Matemática. O seu desenho alicerça-se na revisão da literatura e nos pressupostos teóricos e metodológicos do marco teórico Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática. Assim, será apresentado, ainda que de forma sucinta, o entendimento dos autores consultados acerca de Modelação Matemática e do seu processo, que sustenta o nosso posicionamento na presente investigação, considerando as especificidades do ensino profissional e o referencial explicitado por meio de uma situação-problema que servirá de referência para cada critério e respectivo indicador.

**Palavras-chave:** Gestão Curricular. Cursos Profissionais de nível III. Modelação e Aplicações Matemáticas. Referencial de Avaliação.

### ABSTRACT

*The article is part of an ongoing investigation, Evaluation of the Math Curriculum Management in Technical Courses of High School in Portugal, and its main purpose is to present the referential that underlies the aforementioned evaluation. In the Portuguese technical education, Math Modeling forms the structuring axis for the development of mathematical skills and skills that are previewed in the professional profiles of every technical and professional course, thus justifying the incidence of the evaluation referential in Math Modeling. Its design is based on theoretical precepts in the literature review and in the presuppositions assumed in the theoretical mark entitled Onto-Semiotic Approach of Math Knowledge and Instruction. It is, thus, briefly presented the views of the consulted authors concerning Math Modeling and its process, which sustains the position adopted in the present investigation bearing in mind the intrinsic specificities of technical education and the referential explained using a situation-problem that serves as a reference in each criterion and each respective indicator.*

**Keywords:** Curricular Management. Technical Course. Math Modeling and Application. Evaluation Referential.

\*Professora de Matemática do Ensino Secundário. Doutoranda em Didática Formação ramo Avaliação do Departamento de Educação, Universidade de Aveiro. *E-mail:* smjs@megamail.pt

\*\* Professora Auxiliar do Departamento de Educação - CIDTFF, Universidade de Aveiro. *E-mail:* teresaneto@ua.pt

\*\*\* Professora Auxiliar do Departamento de Educação - CIDTFF, Universidade de Aveiro. *E-mail:* mjoao@ua.pt

## INTRODUÇÃO

No sentido de dar cumprimento ao exigido pelo Conselho Europeu, ou seja, “os sistemas de educação e formação adaptarem-se às exigências da sociedade do conhecimento e da empregabilidade de qualidade”, Portugal procurou colmatar a existência de um número insuficiente de cursos profissionais, autorizando que ocorressem nas escolas secundárias nacionais (Portaria nº 550-C/2004, de 21 de Maio, alterada pela Portaria nº 707/2006, de 10 de Agosto) (UNIÃO EUROPEIA, 2002).

Alterou-se, nesse sentido, o desenho curricular e expandiu-se a oferta de formação profissional vigente no sistema de ensino regular, particularmente na vertente do ensino profissional (EP), que imperava, desde a década de 80, exclusivamente nas escolas profissionais.

Os Cursos Profissionais de nível III (CPIII) constituem uma modalidade de educação que pretende responder às necessidades educativas dos jovens que desejam aprender uma profissão, certificando-os academicamente e profissionalmente, e, nesse âmbito, prover o tecido empresarial de mão de obra qualificada - Decreto-Lei nº 74/2004, de 26 de Março. Essas medidas visam o aumento da qualificação das populações como resposta às exigências dos mercados de trabalho, em que predomina a aceleração tecnológica e a conseqüente reorganização dos processos produtivos com implicações ao nível do desempenho profissional.

Internacionalmente assiste-se a um esforço para melhorar a adequação dos programas de aprendizagem das universidades às necessidades do mercado de trabalho e dos

empregadores, porém o mesmo não se tem vislumbrado para uma proficiência matemática de nível secundário (OECD, 2008; ICMI-ICIAM, 2008). As novas diretrizes curriculares para a Gestão Curricular da Matemática (GCM), nesses cursos, ampliam responsabilidades ao professor, na medida em que lhe exige a exploração de novas abordagens didáticas e a integração de novos conhecimentos de modo a aproximar a educação matemática ao contexto real e, mais em particular, ao mundo profissional.

O exposto justifica a pertinência da avaliação da GCM nos CPIII em curso, que percorre a gestão instituída – com referência nas diretrizes curriculares expressas no programa da Matemática para esses cursos, a gestão intencional – em que o currículo de Matemática é percebido, programado e planificado, e a gestão implementada – que se traduz na prática de sala de aula (PONTE, 2005; STEIN; REMILLARD; SMITH, 2007; GODINO, 2011), tendo como questão central de investigação a seguinte: *em que medida a GCM, nos CPIII, contempla situações-problema suscetíveis de promover o desenvolvimento de competências relevantes para o desempenho profissional?*

A Modelação Matemática (MM) é considerada, em particular no EP, como tema transversal, onde as situações-problema, relacionadas com as diversas áreas profissionais, constituem tanto a metodologia de trabalho como uma competência a desenvolver nos alunos que vão enfrentar, no seu desempenho profissional, situações-problema concretas, variadas, para as quais terão que saber selecionar as ferramentas matemáticas adequadas para a sua resolução eficaz (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2004).

Por tudo o que foi escrito, o principal propósito é apresentar o referencial de avaliação com enfoque na MM e seu processo cuja explicitação assenta em uma das sete situações-problema desenhadas (de natureza de MM) para o estudo de funções (tema estruturante do programa da Matemática nos CPIII), respeitando a área técnica do curso a que se destina e todas as etapas do processo de MM consideradas promotoras do desenvolvimento de competências de forma sistemática e coerente. Será também fundamentado o posicionamento adotado na presente investigação acerca da MM e seu processo, alicerçado no entendimento dos autores consultados.

### Referencial Teórico

Assiste-se a um crescente interesse internacional pela MM devido, essencialmente, a situações-problema reais, em particular de cariz industrial, sendo aplicada com maior intensidade nas últimas três décadas. Essa temática tem, pois, conquistado espaço nas discussões sobre o seu uso como metodologia de trabalho no ensino e aprendizagem a integrar em sala de aula para o desenvolvimento de competências (SWETZ; HARTZLER, 1991).

A revisão da literatura foca uma diversidade de interpretações acerca da conceptualização de MM, apresentando-se, seguidamente, algumas das que se afiguram mais esclarecedoras.

Segundo Niss, citado por Matos (1995, p. 18), a MM é um “processo que tem origem num fragmento da realidade e que culmina na determinação de um modelo matemático representativo do fenómeno real”, ou seja, como é entendido por Biembengut e Hein (2007) um

meio para integrar dois conjuntos disjuntos: matemática e realidade.

No entendimento de Bassanezi (1997, p. 45), “é um processo dinâmico na procura de modelos adequados, que sirvam de protótipos de alguma entidade”, isto é, o estabelecimento de um conjunto de ferramentas matemáticas que permitam fazer uma análise teórica de uma situação-problema - perspectiva também assumida na *International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA12).

As perspetivas consultadas apresentam-se concordantes quando reportam a MM para o processo de traduzir a linguagem do mundo real para uma linguagem matemática, onde as características pertinentes de um fenómeno são extraídas por meio de hipóteses e aproximações simplificadoras, representadas em termos matemáticos - *o modelo* - constituindo esta perspetiva o posicionamento adotado na presente investigação.

De acordo com Edwards e Hamsom (1990), citados por Matos (1995), um modelo matemático é o produto da transferência de um conjunto de elementos matemáticos, por exemplo, funções ou equações, com o propósito de obter uma representação matemática de uma situação do mundo real. Acrescenta Swetz e Hartzler (1991) que se trata de um conjunto de regras ou leis, de natureza matemática, que representam adequadamente o objeto ou o fenómeno na mente de quem observa.

Aludindo ao perspetivado pelo grupo ICME 10 (*Congreso Internacional de Educación Matemática*, 2004), é nosso entendimento que um modelo é uma representação da realidade, em que é transformada a variedade e a complexidade do mundo real para um nível

que permita a sua manipulação e consequente interpretação.

O processo de MM de uma parte da realidade, como é entendida por Edwards & Hamson (1990) e posteriormente Bassanezi (2002), de entre as inúmeras perspectivas apresentadas na literatura, quando utilizada em sala de aula, pode revelar-se um método de ensino multidisciplinar e integrador de conteúdos da própria Matemática.

A MM é apresentada na literatura da especialidade em termos do processo de construção do modelo, com enfoque ora no fenômeno ora no próprio modelo, sendo um “processo dinâmico que envolve diversas etapas e, por vezes, ciclos até ao aperfeiçoamento e robustez do modelo que traduza uma situação particular” (MATOS, 1995, p. 20-21). Tendo em conta o nível de ensino e as especificidades dos cursos profissionais, adotamos o ciclo das etapas ilustradas na figura 1, que resultou da análise dos ciclos propostos pelos vários autores consultados (BIEMBENGUT; HEIN, 2007; PONTE, 1992; TORRES, 2007; COMAP, 2010) com o nosso cunho pessoal, que serviu de orientação para o desenho da situação-problema que propomos como prática de referência e que acompanha a explicitação do referencial.

Para a investigação em curso, construiu-se um referencial de avaliação assente na revisão da literatura e nos preceitos teóricos presentes no marco Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (GODINO; BATANERO; FONT, 2007). Esse modelo sobre a cognição matemática, apesar da sua complexidade, tem-se revelado uma ferramenta potente e útil para descrever e explicitar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, podendo ser aplicado de maneira geral a outros campos do saber. Como principais características do modelo destaca-se a: (1) articulação de facetas institucionais e pessoais do conhecimento matemático; (2) incorporação de forma coerente de pressupostos pragmáticos e realistas sobre o significado dos objetos matemáticos; e (3) atribuição do papel-chave à resolução de situações-problemas e aos recursos expressivos.

O referido modelo considera essencial o recurso a ferramentas conceptuais e metodológicas de áreas holísticas como a Semiótica, Antropologia e Ecologia, aludindo ao carácter epistêmico da Matemática baseado em pressupostos antropológicos/socioculturais (BLOOR, 1983) e interacionais (COBB; BAUERSFELD; (Eds.), 1995), a cognição matemática de bases semióticas, a instrução

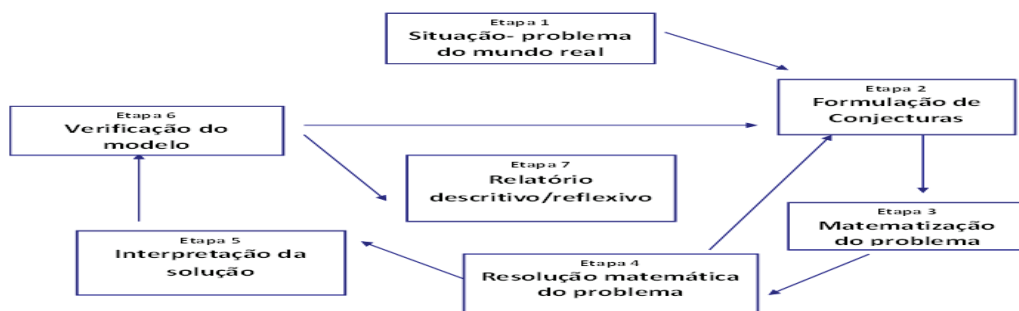
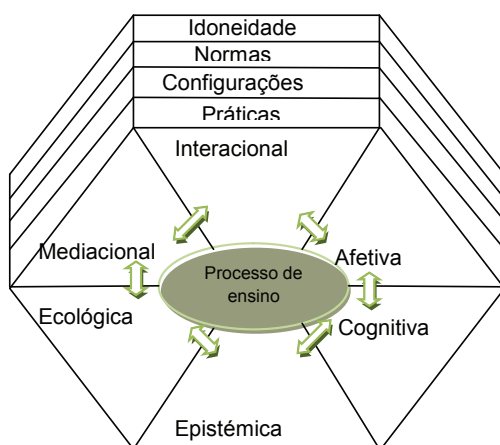


Figura 1 - Processo de MM

de bases sócio-construtivistas (VYGOTSKY, 1934) e o carácter sistémico-ecológico.

As noções teóricas que compõem o referido marco são apresentadas segundo cinco subsistemas, permitindo a cada um deles a análise dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, a saber: (1) sistema de práticas (operativas e discursivas); (2) configuração de objetos e processos matemáticos; (3) configurações didáticas; (4) dimensão normativa; e (4) idoneidade didática – ver, por exemplo, Godino, Batanero e Font (2007).

Dado o carácter central da didática no processo ensino e aprendizagem, a figura seguinte (Figura 2) sintetiza em planta as dimensões implicadas no processo de ensino e aprendizagem com as suas respetivas trajetórias e estados potenciais e no alçado os subsistemas de análise que compõem o sistema de categorização do conhecimento didático-matemático do professor (GODINO; BATANERO; FONT, 2007).



**Figura 2** - Dimensões que interferem no processo ensino e aprendizagem da Matemática. Adaptado In: (Godino, Batanero, & Font, 2007)

Ressalvamos que não é nossa pretensão a explanação de todos os subsistemas de análise, mas somente aquele que mais se enquadra no contexto da presente investigação – *sistemas de práticas* - que descreve as ações realizadas em função da natureza da situação-problema proposta para contextualizar os conteúdos, promover a aprendizagem e delinear as linhas gerais da atuação do professor, integrada na *dimensão ecológica* (sistema de relações sociais, políticas, económicas, entre outras, que suportam ou restringem o processo de ensino e aprendizagem). A dimensão ecológica parece-nos potenciadora de apresentar respostas ao nível das subdimensões: (1) *orientações curriculares* - Elementos do currículo que são concretizados mediante à realização da situação-problema matemática proposta (fins, objetivos, competências, outros); (2) *conexões intradisciplinares* - Conexões que se estabelecem com outros temas do programa de Matemática, mediante a execução da situação-problema ou variante da mesma; (3) *conexões interdisciplinares* - Conexões que se estabelecem com outras disciplinas do plano de estudo, mediante a execução da situação-problema matemática ou variante da mesma; (4) *outros fatores condicionantes* - Fatores de índole social, material, ou outros, que condicionam a realização da situação-problema e, por conseguinte, a gestão curricular intencional e implementada.

### Um referencial de avaliação

O referencial surgiu pela necessidade de tornar a avaliação “transparente, rigorosa e fundamentada” (FIGARI, 1996, p. 177),

com a consequente delimitação de um conjunto de subquestões, a partir das quais se produzirá um juízo de valor, com base no respectivo critério – “modo de interpretação da informação” - e indicador – “forma observável, tangível, manipulável e quantificável” (Idem, p. 34), sendo a sua explicitação acompanhada de uma situação-problema matemática. Os resultados obtidos nesta e noutras avaliações contribuem na perspectiva de Alves e Machado (2008) de constatar a crescente compreensão da complexidade das interações entre os órgãos políticos, ao nível local, profissional e de sala de aula.

A situação-problema de referência que se apresenta teve o apoio do *Centro Integrado de Tratamento de Resíduos Industriais, SA - CITRI*<sup>1</sup> e contempla o estudo de funções. Destina-se a cursos de Técnico de Manutenção Industrial, Técnico de Manutenção Industrial e Eletromecânica e Técnico Energias renováveis;

#### **Situação Problema:**

A empresa CITRI solicitou aos alunos de um curso profissional que providenciassem uma previsão da lotação da capacidade do aterro de resíduos industriais banais inaugurado em Setúbal, considerando a existência atual de 70 toneladas de resíduos.

**Figura 3** - Situação-problema de referência

A presente situação cumpre o primeiro critério (Quadro 1), uma vez que está implícita a determinação do modelo matemático que estabelece a relação funcional entre as variáveis (anos decorridos e a respetiva quantidade de resíduos industriais em toneladas) para o cálculo do ano aproximado em que o aterro atinge a sua capacidade máxima.

A pertinência da situação-problema a modelar concretiza o indicador que define a sua essência - consubstanciada em fenômenos extraídos do mundo real e das profissões. Nesse caso particular, o contexto reporta-se à *manutenção de resíduos industriais banais*, constituindo uma importante base para a introdução e o desenvolvimento de ideias e conceitos matemáticos, assim como para o desempenho de um papel motivador, principalmente se o contexto for do interesse do aluno (SWETZ; HARTZLER, 1991; PONTE, 1992; MATOS; BLUM; HOUSTON; CARREIRA, 2001; COMAP, 2010).

A adequação da situação-problema apoia-se no que Ponte (2005) sugere, ou seja, duas dimensões fundamentais da situação-problema; *grau de desafio matemático e o grau de estrutura*. O primeiro diz respeito à percepção da dificuldade de uma questão, variando entre *desafio reduzido e elevado*. O segundo varia entre *fechado* - é claramente dito o que é dado e o que é pedido - e *aberto* - permite aos alunos a seleção das estratégias e ferramentas matemáticas mais adequadas à resolução da situação-problema, comportando um grau de indeterminação significativo em relação ao que é dado, ao que é pedido, ou a ambos. Acrescenta o mesmo autor que as

<sup>1</sup> Neste artigo, denominamos “bibliotecárias” as profissionais de educação entrevistadas. As mesmas trabalham em bibliotecas das escolas da rede estadual de ensino, mas não são formadas em biblioteconomia.

**Quadro 1:** Natureza da situação-problema

Situação-problema	Sub-dimensão	Critérios	Indicadores
		Existência de modelação matemática	A determinação do modelo matemático está implícita. <i>que estabelece a relação funcional entre variáveis que determinam a capacidade do aterro</i>
		Pertinência do contexto da situação-problema a modelar	Alusiva a fenómenos do mundo real e das profissões. <i>manutenção de resíduos industriais banais</i>
		Adequação do grau de desafio da situação-problema ao nível de escolaridade	A situação-problema de desafio elevado comporta um grau de indeterminação significativo da questão de investigação (desafio elevado). <i>grau de dificuldade apreciável, tratando-se do 10.º ano de escolaridade, onde os alunos terão de identificar as variáveis determinantes a capacidade do aterro</i>
Adequação do grau de estrutura da situação-problema ao nível de escolaridade.	Permite aos alunos a seleção das estratégias e ferramentas matemáticas mais adequadas, não sendo explícito o que é dado e o que é pedido (estrutura aberta). <i>estrutura aberta - não invoca nenhuma orientação estratégica para a sua resolução</i>		

situações-problema, que envolvem MM, se inserem nas atividades de investigação (grau de desafio elevado e estrutura aberta).

A situação-problema de referência assume uma estrutura aberta, uma vez que não invoca nenhuma orientação estratégica para a sua resolução e tem um grau de dificuldade apreciável, considerando tratar-se de uma situação-problema enquadrada no 10.º ano de escolaridade, já que os alunos terão de identificar as variáveis determinantes para a capacidade do aterro.

A avaliação da natureza da situação-problema é suportada no referencial que segue (Quadro 1):

A existência de MM define o prosseguimento da avaliação do seu processo que, de acordo, com a situação-problema de referência deve ser concretizado do seguinte modo:

**1ª Etapa: Situação-problema do mundo real** - A leitura e a interpretação da situação-

problema informa que é solicitada a relação matemática entre variáveis para se dar resposta à situação-problema (lotação da capacidade do aterro de resíduos industriais banais inaugurado em Setúbal).

## 2ª Etapa: Formulação de Conjeturas -

A expansão dos conhecimentos dos alunos no contexto da situação-problema poderá incidir em uma investigação complementar alusiva, recorrendo, por exemplo, aos seguintes websites:

<http://www.ambienteonline.pt/noticias/detalhes.php?id=3467=9>

<http://www.citri.pt/citri/ahtm/contactos.htm>

A concreção da estruturação do problema através da formulação e validação de conjeturas, com a identificação e a tradução, por meio de objetos matemáticos, os elementos essenciais da situação-problema deverão resultar nas várias fases:

**(A) Levantando hipóteses:**

1ª hipótese: Que variáveis determinam lotação da capacidade do aterro de resíduos industriais banais?

Resíduos industriais atualmente existentes no aterro - 70 toneladas.

Capacidade do aterro - 5 toneladas/mês durante 15 anos - 900 toneladas.

2ª hipótese: Qual a interpretação intuitiva da evolução da capacidade do aterro? Linear.

**(B) Identificação das constantes envolvidas:**

Resíduos industriais atualmente existentes no aterro - 70 toneladas.

**(C) Generalização e identificação das variáveis a considerar:**

Quantidade de resíduos industriais (em toneladas) em função dos anos decorridos.

**(D) Seleção dos símbolos apropriados para as variáveis:**

n: Anos decorridos.

Ln: Quantidade de resíduos industriais (toneladas) em função dos anos.

**(E) Descrição da relação entre as variáveis:**

A lotação do aterro é determinada em função da quantidade de resíduos industriais (em toneladas) em função dos anos decorridos considerando a quantidade de resíduos existentes atualmente no aterro.

$$x_0 = 70$$

$$x_1 = 70 + 5 \times 12 = 70 + 60 = 130$$

$$x_2 = 70 + 2(5 \times 12) = 70 + 2(60) = 190$$

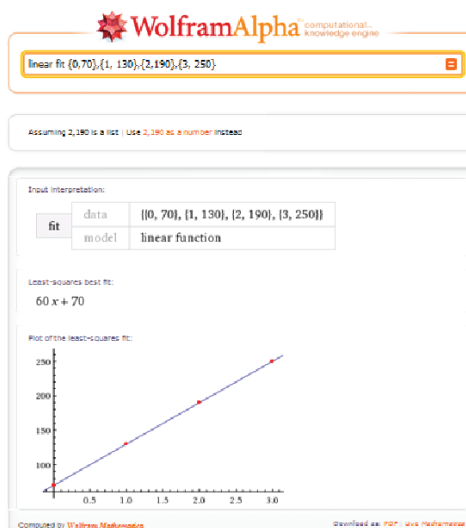
$$x_3 = 70 + 3(5 \times 12) = 70 + 3(60) = 250$$

(...)

**Tabela 1:** Quantidade de lixo residual existente em cada ano.

x: Anos decorridos	0	1	2	3
y: Quantidade de resíduos industriais (toneladas)	70	130	190	250

A interpretação intuitiva do fenômeno em causa impera ao recurso do método gráfico (Figura 5), seguindo-se o confronto do modelo determinado pelo método gráfico com o modelo determinado pelo método numérico e/ou algébrico (Figura 6).



**Figura 4 -** Concretização da 2ª etapa do processo de MM

**3ª Etapa: Matematização da situação-problema**

A concretização da 3ª etapa consubstancia-se em uma estimativa da quantidade de lixo residual existente em cada ano.



**Método Numérico:**

$$x_0 = 70$$

$$x_1 = 70 + 5 \times 12 = 70 + 60 = 130$$

$$x_2 = 70 + 2(5 \times 12) = 70 + 2(60) = 190$$

$$x_3 = 70 + 3(5 \times 12) = 70 + 3(60) = 250$$

(...)

$$x_n = 70 + n(60)$$

**Método Algébrico: (considerando a regressão linear)**

$$y = mx + b \quad b = 70$$

Considerando dois pontos para o cálculo do declive; **(0,70), (1,130)**

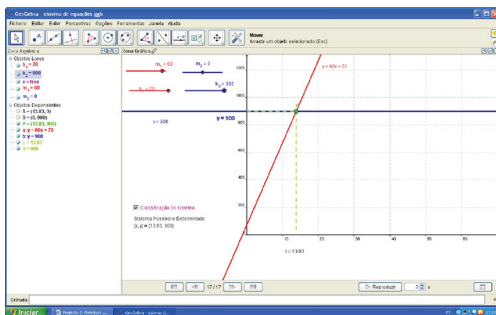
$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{130 - 70}{1 - 0} = 60$$

Logo

$$y = 60x + 70$$

**Figura 5 e 6** - Método gráfico na matemática do problema e método numérico e algébrico na matemática da situação-problema

**4ª Etapa: Resolução Matemática do problema** - Apresentam-se alguns exemplos de questões exploratórias, no contexto do problema, a trabalhar com os alunos: (1) previsão da lotação da capacidade do aterro de resíduos industriais banais; (2) tempo necessário para o aterro atingir metade da sua capacidade.



**Questão exploratória:**

Previsão da lotação da capacidade do aterro de resíduos industriais banais;

**Método Algébrico**

Considerando o modelo

$$x_n = 70 + n(60)$$

Sabe-se que o aterro tem capacidade máxima de aproximadamente 900 toneladas.

$$900 = 70 + n(60)$$

$$830/60 = n \leftrightarrow n \cong 13,83$$

**Solução:  $x \cong -n \cong 13,83$**

**Figura 7 e 8** - Resolução do problema com recurso ao método algébrico e método gráfico (GeoGebra)

**5ª Etapa: Interpretação da solução (à luz do contexto do problema)** - O aterro atingirá a sua capacidade máxima aproximadamente passados 13 anos.

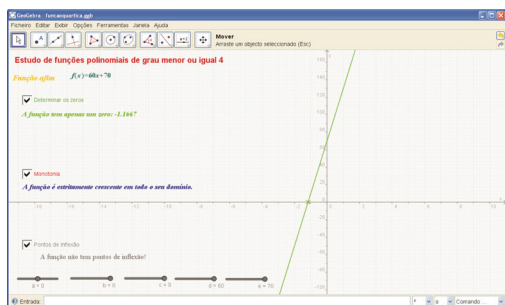
**6ª Etapa: Verificação do modelo** - Na verificação do modelo, sugere-se a determinação de outro modelo (usando outras regressões), seguido do cálculo do coeficiente de determinação (mede a quantidade de variabilidade explicada por x), para posterior análise da sua representatividade. Um bom ajuste do modelo deve refletir-se em um valor de  $r^2$  próximo de 1.

**Regressão Linear:**

Modelo  **$y = 60x + 70$**  Coeficiente de determinação:  $r^2 = 1$  (regressão perfeita)

**Regressão Quadrática** (Se o aluno tiver uma interpretação errada do fenômeno da capacidade do aterro). Observa-se que o modelo representativo da situação-problema é o resultante da regressão linear cujo modelo é  **$y = 60x + 70$** .

Para ampliação do estudo da função implícita no modelo representativo da situação-problema, recomenda-se a utilização do software de geometria dinâmica GeoGebra para exploração, por exemplo, da variação dos parâmetros m e b (Figura 9).



**Figura 9** - Aplicação do software de geometria dinâmica GeoGebra no estudo da função  $y=60x+70$

### 7ª Etapa: Elaboração de relatório –

Exposição escrita dos fatos vivenciados, mediante pesquisa ou exposição descritiva e crítica da execução do processo de MM. Esses procedimentos sustentam o grau de adequação epistêmico invocado no EOS.

Os pressupostos apresentados consubstanciam os critérios e indicadores que suportam a avaliação do processo de MM (Quadro 2).

**Quadro 2:** Referencial de avaliação das etapas do Processo de modelação matemática

Referencial de Avaliação			
Sub-dimensão	Critérios	Indicadores	
Situação-problema	1ª Etapa Problema do mundo real	Existência de simplificação da situação-problema através de um enunciado claro	Clarificação das informações (relevantes e não relevantes)
	2ª Etapa Formulação de conjecturas	Existência de estruturação da situação-problema	A estruturação da situação-problema contempla: (1) Levantamento de hipóteses; (2) Identificação das constantes envolvidas; (3) Generalização e identificação das variáveis a considerar; (4) Seleção dos símbolos apropriados para as variáveis; <u>Descrição das relações entre as variáveis</u>
	3ª Etapa Matematização da situação-problema	Existência de um plano de matemática autônomo	Permite aos alunos a seleção das estratégias e ferramentas matemáticas mais adequadas, não sendo explícito o que é dado e o que é pedido (estrutura aberta). estrutura aberta - não invoca nenhuma orientação estratégica para a sua resolução
	4ª Etapa Resolução Matemática do problema	Adequação do plano de matemática	O plano de matemática da situação-problema delibera total autonomia ao aluno
		Existência de resolução de um problema	O plano de matemática adotado contempla o confronto dos modelos determinados, através do recurso a pelo menos dois dos seguintes métodos (numérico, algébrico e gráfico)
5ª Etapa Interpretação da solução	Adequação dos procedimentos de resolução do problema	Os procedimentos adotados consubstanciados no modelo matemático, para resolução do problema, são adequadamente justificados	
	Existência de interpretação da solução	A interpretação da solução é feita à luz do contexto da situação-problema e torna explícitas as hipóteses e condições iniciais, previamente definidas na 2ª etapa	

<b>Situação-problema</b>	<b>Processo de modelação matemática</b>	<b>6ª Etapa Avaliação do modelo</b>	<p><b>Existência</b> de análise do nível de representatividade do modelo</p> <p>A avaliação do modelo segue os seguintes procedimentos:</p> <p>(1) Simulação da situação-problema (inclusão ou não de novas variáveis);</p> <p>(2) Adoção de um novo modelo;</p> <p>(3) Cálculo do erro de aproximação entre as variáveis;</p> <p>(4) Análise dos conceitos matemáticos utilizados</p>
		<b>7ª Etapa Elaboração do relatório</b>	<p><b>Existência</b> de um relatório descritivo e reflexivo</p> <p>O processo de modelação matemática é apresentado descritivamente e reflexivamente sob a forma de um relatório</p>

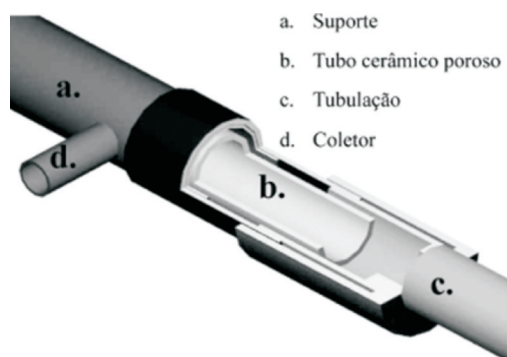
Apresenta-se alguns exemplos de conexões intradisciplinares, considerando a situação-problema de referência: (1) resolução de sistemas de duas equações do 1º grau, abordada no 3º ciclo (Figura 7); (2) determinação do declive da reta pelo método algébrico abordado no 3º ciclo (Figura 6) – estudo da função afim e de conexões interdisciplinares possíveis, considerando a situação-problema de referência: (1) Língua Portuguesa (Componente de formação sociocultural) - Elaboração do relatório final; (2) Inglês e Francês (Componente de formação sociocultural) – Tradução e retroversão do relatório; (3) Física e Química (Componente de formação científica) Q2- Soluções – *relevância na preparação de soluções e sua diluição e destilação e ao respetivo trabalho laboratorial com tudo aquilo que implica a nível de destreza e eficiência no manuseamento dos vários equipamentos a utilizarem. Será de salientar a preocupação continuada com a segurança e com o impacto ambiental dos resíduos laboratoriais, bem como a sua reutilização ou destruição/eliminação* (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2007), Q3 - Reações Químicas. Equilíbrio Químico Homogêneo – com

relevância especial nas reações químicas que ocorrem no tratamento de resíduos; (4) Tecnologia e Processos (Componente de formação técnica) – Módulo 25 – Ambiente e Controle da Poluição - Estudo dos processos de tratamento de resíduos industriais. No âmbito dos conteúdos, essa temática deverá ser abordada no ponto 3 Poluição respeitante ao tratamento de resíduos (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2005, p. 63); (5) Desenho Técnico (Componente de formação técnica) – Desenho esquemático de um detalhe de um tubo cerâmico de microfiltragem, utilizado no tratamento de resíduos; (6) Organização industrial (Componente de formação técnica) - Módulo 1 Higiene, Segurança e Ambiente - abordagem objetiva à Organização Industrial, com ênfase para a *organização da manutenção, a higiene e segurança, o ambiente e a qualidade, ligada aos objetivos globais das Empresas* (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2005, p. 2); (6) Área de Integração – Unidade temática 3: o sujeito bioecológico (Tema-problema 3.3 – Homem-Natureza: uma relação sustentável?

Em particular na disciplina de Português, a elaboração do relatório com a sua posterior leitura é contemplada como um

conteúdo declarativo, transversal ao módulo 1, 2, 3 e 4, sendo as competências nucleares da disciplina a compreensão oral, expressão oral, expressão escrita, leitura e funcionamento da língua (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2007).

De acordo com as orientações curriculares proferidas por exemplo no programa de Física e Química para os cursos profissionais, propõe-se como atividade prática (Extensão E.Q3: Equilíbrio Químico Heterogéneo) a organização, realização de uma visita de estudo à indústria de tratamento de resíduos banais de Setúbal, para a exploração da importância da indústria química no tratamento de resíduos industriais ao nível económico, social e ambiental, tendo como principal objetivo de ensino o tratamento de resíduos e objetivo de aprendizagem a compreensão das etapas principais do processo (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2007, p. 118). Ou o desenvolvimento do seguinte desenho esquemático:



**Figura 10** - Desenho esquemático de um detalhe de um tubo cerâmico de micro-filtragem

As propostas supracitadas espelham o recomendado por Ponte (1992) e Lowe (1989)

- as situações-problema devem privilegiar conexões com outros temas do programa de Matemática e outras disciplinas que integrem, em particular no ensino profissional, a componente de *formação sociocultural*, de *formação científica* e de *formação técnica*. A consecução de situações-problema, adequadas a cada curso profissional, constitui procedimento crucial para a tomada de consciência, por parte dos alunos, da necessidade da educação e formação ao longo da vida e que os diversos temas são aspectos complementares de uma mesma realidade, possibilitando, simultaneamente, a ampliação e consolidação de um conteúdo, sempre que ele é reencontrado.

O recurso à Modelação e Aplicações Matemáticas permite que ocorram aprendizagens significativas, ao trazer as vivências dos alunos para dentro da sala de aula em que os organizadores prévios (de Ausubel) assumem um papel primordial, permitindo ao professor integrar as especificidades dos alunos a conteúdos matemáticos de forma intra e interdisciplinar. Essa metodologia de ensino potencia uma aprendizagem mais interativa e autónoma por parte do aluno, na construção de conhecimentos com significados reais, uma vez que, segundo o EOS, determinam um maior grau de adequação cognitiva e emocional (GODINO; BATANERO; FONT, 2007).

No quadro 3, estão patentes os critérios e indicadores que definem a existência e a abrangência de conexões estabelecidas no desenvolvimento das situações-problema.

O critério de abrangência suporta a avaliação da teia de conexões que será tão mais rica quanto a diversidade de disciplinas e componentes de formação que integra.

**Quadro 3 - Conexões intra e interdisciplinares**

		<b>Referencial de Avaliação</b>	
		<b>Sub-dimensão</b>	<b>Indicadores</b>
<b>Situação-problema</b>	<b>Conexões intradisciplinares</b>	<b>Temas do currículo de Matemática</b>	<b>Existência</b> de conexão com outro tema do currículo de Matemática É estabelecida, na resolução da situação-problema, uma conexão com outro tema do currículo de Matemática.
	<b>Conexões interdisciplinares</b>	<b>Componente de formação sociocultural</b>	<b>Existência</b> de conexões com disciplinas de uma componente de formação São estabelecidas, na resolução da situação-problema, conexões com, pelo menos, dois temas do currículo de Matemática.
		<b>Componente de formação científica</b> <b>Componente de formação técnica</b>	<b>Abrangência</b> de conexões com disciplinas de várias componentes de formação. São estabelecidas, na exploração da situação-problema, conexões com disciplinas que integram, pelo menos, duas componentes de formação do curso.

Os critérios e indicadores explicitados no quadro que segue (Quadro 4) aferem a existência de fatores condicionantes de

índole material que adjuvam ou restringem a implementação da situação-problema

**Quadro 4 - Fatores condicionantes de índole material.**

		<b>Referencial de Avaliação</b>	
		<b>Sub-dimensão</b>	<b>Indicadores</b>
<b>Situação-problema</b>	<b>Fatores condicionantes</b>	<b>Recursos Materiais</b>	<b>Existência</b> de recursos materiais na escola São disponibilizados, na escola, recursos materiais adequados à Gestão Curricular da Matemática no estudo de funções.
			<b>Existência</b> de recursos materiais na sala São disponibilizados, na sala de aula, recursos materiais adequados à Gestão Curricular da Matemática no estudo de funções.
			<b>Adequação</b> mediacional seleção dos recursos materiais Na resolução da situação-problema, são utilizados os recursos materiais pertinentes e adequados.
			<b>Regularidade</b> no uso das novas tecnologias de informação e comunicação É promovido, com regularidade, o uso da calculadora gráfica e do computador.

Para complementar a avaliação de fatores condicionantes, definiram-se critérios e indicadores explicitados no quadro seguinte (Quadro 5) que aferem a existência de factores de índole social e

outros que influenciam o processo de ensino e de aprendizagem (GODINO; BATANERO; FONT, 2007).

As três subdimensões, formação contínua de professores, dinâmicas da

escola e fatores de índole social ou outros, que aludem a condicionalismos que determinam e justificam as metodologias adotadas, constituíram objeto de interesse no âmbito dos fatores condicionantes da Gestão Curricular da Matemática na presente avaliação. Relembre-se que saber reconhecer o sistema de normas sociais e

disciplinares, que restringem e condicionam o desenvolvimento de processos de estudo matemático e fornecem explicações plausíveis para os fenômenos didáticos constituem uma das competências didáticas do professor de Matemática apontada por Godino, Batanero e Font (2007).

**Quadro 5** - Fatores condicionantes de índole social ou outros.

Referencial de Avaliação			
	Sub-dimensão	Crítérios	Indicadores
Gestão Curricular da Matemática	Fatores condicionantes	<b>Dinâmica da escola</b>	<p><b>Existência</b> de dinâmica de trabalho</p> <p>A Gestão Curricular é de:                      (1) carácter individual (significado pessoal)                      (2) compartilhada no seio de uma instituição escolar significado institucional).</p>
		<b>Formação contínua do professor</b>	<p><b>Existência</b> de formação contínua</p> <p>O grupo disciplinar de Matemática tem conhecimento de formação dirigida a professores e técnicos no âmbito do ensino profissional</p>
			<p><b>Participação</b> em formação contínua</p> <p>Na formação do professor consta a participação dirigida a professores e técnicos no âmbito do ensino profissional.</p>
<b>Índole Social</b>	<p><b>Existência</b> de imagem estigmatizada das vias profissionalizantes</p> <p>São apresentadas como explicações plausíveis para as opções metodológicas:                      (1) a proficiência cognitiva dos alunos;                      (2) as características comportamentais e atitudinais dos alunos;                      (3) outros fatores.</p>		

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na sociedade atual, estreitou-se a relação entre o ensino e o contexto profissional pois, vivendo-se na era do conhecimento, o acesso a um nível crescente de informação contribui significativamente para maximizar a produtividade.

Em particular, a discussão de modelos e métodos matemáticos de resolução de situações-problema são procedimentos determinantes para o desenvolvimento de

competências de qualquer profissional que use o conhecimento científico em contexto de trabalho, fato que justifica a pertinência da avaliação em curso.

No seguimento dessa pretensão, considera-se que a avaliação dos aspectos e momentos distintos da GCM deve realizar-se mediante o suporte de um sistema de critérios e respectivos indicadores que sirvam de referência. Ressalva-se no entanto que o referencial apresentado não se assume permanente com vocação estável, tendo em

conta os factores emergentes do contexto, por correr o risco “de se tornar uma norma ou bitola e restringir a avaliação a uma medida de conformidade” [...] “ou ser mal compreendido pelos utilizadores que não tenham participado na sua elaboração” (FIGARI, 1996, p. 181).

Foi no sentido de minimizar essas limitações que procedemos à explicitação do referencial de avaliação, recorrendo a uma das sete situações-problema que desenhamos, atendendo à preponderância da modelação matemática como tema transversal no ensino profissional.

A essência de cada situação-problema que desenhamos reside nas conexões da matemática com a indústria (diversas áreas profissionais). Essa aplicabilidade só foi possível por meio de parcerias que estabelecemos com os vários setores industriais (como recomenda o Programa de Matemática dos Cursos Profissionais), permitindo-nos ampliar os conhecimentos sobre as especificidades de cada setor industrial.

Se, por um lado, as situações-problema, que se apresentam como práticas de referência, serviram para ampliação da concretização do referencial de avaliação, também, por outro lado, em uma dinâmica recíproca, foram um meio para detectar possíveis incongruências no referencial que eventualmente tivessem *sobrevivido*.

O referencial de avaliação, apresentado neste artigo, pretende servir, além do propósito para o qual foi elaborado, de instrumento de avaliação e orientação da

gestão curricular de cada professor ou de guia para o desenho de novas situações-problema.

A operacionalização do referencial na avaliação da Gestão Curricular da Matemática está em curso, tendo-se já obtido alguns resultados no sentido de proporcionar resposta à questão de investigação, que se apresentarão em um próximo artigo.

## REFERÊNCIAS

ALVES, M.; MACHADO, E. **Avaliação com sentidos(s). Contributos e Questionamentos**. Santo Tirso: De facto Editores, 2008.

BASSANEZI, R. **Modelagem Matemática**. Blumenau: Dynamis, 1997.

BASSANEZI, R. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo : Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelling in Engineering: Advantages and Difficulties. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICAL MODELLING AND APPLICATION, 12. Londres: Horwood Publishing, p. 415-423, 2007.

BLOOR, D. **Wittgenstein. A social theory of knowledge**. London: The Macmillan Press, 1983.

COBB, P, BAUERSFELD, H., & (Eds.). **The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures**. Hillsdale, N.Y.: Lawrence Erlbaum A. P. Hillsdale, N.Y.: Lawrence Erlbaum A. P. 1995.

COMAP. **Mathematics: Modeling Our World (MMOW)**, 2010. Disponível em: <<http://www.comap.com/>>. Acesso em: 10 jan. 2011.

EDWARDS, D.; HAMSON, M. **Guide to Mathematical Modeling**. Boca Raton: CRC Press, 1990.

FIGARI, G. **Avaliar: que referencial?** Porto: Porto Editora, 1996.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. **The International Journal on Mathematics Education**, v. 39, n. 1-2, p. 127-135, 2007.

\_\_\_\_\_. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. In: XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (pp. 1-20). Granada: Universidade Granada, 2011.

HILL, H. C.; BALL, D. L.; SCHILLING, S. G. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 39, p. 372-400, 2008.

ICMI-ICIAM. **Education Interfaces between Mathematics and Industry. Discussion Document**, 2008. Disponível em: <[http://eimi.glocos.org/wp-content/uploads/2009/09/EIMI\\_DD\\_FFF-09Rev.pdf](http://eimi.glocos.org/wp-content/uploads/2009/09/EIMI_DD_FFF-09Rev.pdf)>. Acesso em: 2 maio 2009.

LOWE, I. **Mathematics at Work: Modelling Your World**, v. 1 e 2. Canberra: Australian Academy of Science, 1989.

MATOS, J. F. **Modelação Matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 1995.

MATOS, J. F. et al. **Modelling and mathematics education: ICTMA 9**. Chichester: Hoe-wood Publishing, 2001.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Modelo Curricular e Estrutura dos Programas**. Revisão Curricular dos Cursos Profissionais. Lisboa: Ministério da Educação, 2004.

\_\_\_\_\_. **PROGRAMA – Cursos Profissionais de Nível Secundário – Componente de Formação Científica, Disciplina de Matemática**. Lisboa: Direcção Geral de Formação Vocacional, 2004.

\_\_\_\_\_. **Educação e Formação em Portugal**. Lisboa: Ministério da Educação, 2005.

\_\_\_\_\_. **Educação e Formação em Portugal**. Lisboa: Ministério da Educação, 2007.

OECD, G. S. **Report on Mathematics in Industry**. 2008. Disponível em: <<http://www.oecd.org/dataoecd/47/1/41019441.pdf>>. Acesso em: 18 fev. 2009.

PONTE, J. P. da. **A modelação no processo de aprendizagem**. Revista Educação e Matemática, n. 23, terceiro trimestre. Lisboa, Pt. 15-19, 1992.

\_\_\_\_\_. **Gestão curricular em Matemática**. In: O professor e o desenvolvimento curricular. Grupo de Trabalho de Investigação (GTI). Lisboa: APM, p. 11-34, 2005.

ROLDÃO, M. D. **Gestão curricular e avaliação de competências: as questões dos professores**. Lisboa: Editorial Presença, 2003.



SCHOENFELD, A. H.; KILPATRICK, J. Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. In: TIROSH, D.; WOOD, T. (Eds.). **Tools and Processes in Mathematics Teacher Education**. Rotterdam: Sense Publishers, p. 321-354, 2008.

STEIN, M. K.; REMILLARD, J.; SMITH, M. S. How curriculum influences student learning. In: LESTER, F. K (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Charlotte, NC: Information Age, p. 319-369, 2007.

SWETZ, F.; HARTZLER, J. S. **Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum: A Resource Guide of Classroom Exercises**. Reston Virginia: NCTM, 1991.

TORRES, T. **Aplicações e modelação matemática com recurso à calculadora gráfica e sensores: um estudo com alunos do 12.º ano de escolaridade**. Dissertação de Mestrado não publicada. Braga: Universidade do Minho, 2007.

UNIÃO EUROPEIA. **Educação e Formação na Europa: Sistemas Diferentes, Objectivos Comuns para 2010**. Luxemburgo: Serviço das Publicações Oficiais das Comunidades Europeias, 2002.

VYGOTSKY, L. S. **El desarrollo de los procesos psicológicos superiores**, 2º edición. Barcelona, ESP: Crítica-Grijalbo, 1934.

---

RECEBIDO EM: 19.02.2012.

APROVADO EM: 19.03.2012.