

## MODELAGEM MATEMÁTICA CRÍTICA COM INVESTIGAÇÃO

CRITICAL MATHEMATIC MODELING WITH INVESTIGATION

GLEISON DE JESUS MARINHO SODRÉ\*  
ADILSON OLIVEIRA DO ESPÍRITO SANTO\*\*

### RESUMO

Este artigo constitui parte de nossas reflexões da pesquisa de mestrado em desenvolvimento com o objetivo de analisar contribuições da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação para a matemática escolar. A pesquisa foi desenvolvida com alunos da primeira série do ensino médio. Os dados coletados por meio de registros fotográficos e conceituais apontam encaminhamentos para além da construção do conhecimento matemático, ao mobilizar os alunos para debates e discussões a partir de uma questão com diferentes modelos matemáticos postos em concorrência, revelando o papel do sujeito na construção de realidades por meio do uso da regra de três para validação ou não do modelo, pertinente ao ensino da matemática escolar, que corrobora com a Educação Matemática Crítica. Ademais, a pesquisa não tem a pretensão de esgotar a discussão, todavia apontar possíveis caminhos que possam conduzir a outras proposições e a novos questionamentos sobre a temática.

**Palavras-chave:** Ensino. Modelagem Matemática Crítica. Investigação. Regra de Três.

### ABSTRACT

*This article constitutes a part of the considerations of the Master degree research with the objective to analyze some contributions from the critic mathematic modeling as a learning and investigation activity on mathematics. The research was developed with some high school first grade students. The data collected through photography and conceptual files show some possibilities beyond the construction of mathematic knowledge. It mobilized the students in debates and discussions from a question with different mathematic models put in competition. This reveals the role of the subject in the construction of realities with the use of the rule of three for the validation or not of the model that is relevant for the teaching of mathematics in school, which contributes for the Critical Mathematic Education. The research seeks to point some possible ways that can lead to new questionings about this theme.*

**Keywords:** Teaching. Critical Mathematical Modeling. Investigation. Rule of Three.

---

\* Aluno do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM) do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da UFPA. E-mail: gleisonsodre@ufpa.br

\*\* Professor Pesquisador do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM) do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da UFPA. E-mail: adilson@ufpa.br

## INTRODUÇÃO

O ensino da matemática escolar tem sido preocupação de muitos agentes sociais envolvidos no processo educativo, sobretudo, pesquisadores da Educação Matemática, na tentativa de propor novos direcionamentos para aprendizagem comprometida com a formação crítico-reflexiva dos alunos. Nesse sentido, a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação aponta encaminhamentos relevantes para o ensino escolar em geral, limitado ao paradigma do exercício<sup>1</sup> e a certitude matemática, fundamentada na ideologia da certeza<sup>2</sup>, passível de reprodução da cópia cultural acrítica destacada por Burgermeister (2007, 2010) apoiado em Chevallard (1989).

Ao analisar essa prática, a modelagem matemática crítica postulada por Burgermeister (2007, 2010) pode ser uma resposta significativa, ao mobilizar os alunos a investigarem uma questão (Q) produzindo diferentes respostas (R) a partir de modelos matemáticos postos em concorrência, passível de contribuir concomitantemente para o desenvolvimento da competência crítico-reflexiva, segundo o desejado pela Educação Matemática Crítica, e a tomada de consciência do papel do sujeito na tomada de decisões por meio dos modelos.

O trabalho desenvolvido com uma turma da primeira série do ensino médio, com o objetivo de **analisar contribuições da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação para a matemática escolar**, revela resultados significativos para além da construção do próprio conhecimento, emergindo debates e discussões pertinentes ao justificar a adequação ou não dos modelos, para a questão em análise. Das obras matemáticas mais investigadas, destaca-se o fazer da regra de três<sup>3</sup> predominante no processo de validação ou não das respostas obtidas, configurando embates pertinentes ao desenvolvimento da competência crítico-reflexiva.

A aplicação da regra de três mostrou-se, no processo de validação ou não das respostas obtidas, fortalecida predominantemente na fase de socialização. Além de potencializar a capacidade argumentativa do ponto de vista matemático e apontar a quebra de contrato didático<sup>4</sup> vigente que a prática de modelagem matemática crítica evidencia, bem como a tomada de consciência do papel do sujeito na construção de realidades, enquadrada segundo interesses, intenções e sensibilidade como fatores decisivos para a construção de conhecimentos baseado nos modelos, como alerta a Educação Matemática Crítica (EMC)<sup>5</sup>. Nesse sentido, este trabalho se detém à modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação, a fim de evidenciar o papel do sujeito no enfrentamento de modelos que corrobora para as expectativas desejadas pela educação matemática crítica.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

As pesquisas em Educação Matemática evidenciam a crescente preocupação com a melhoria da qualidade de ensino de Matemática e apontam, ao lado disso, alternativas para alcançar tal objetivo. Dentre elas, destaca-se a modelagem matemática crítica na perspectiva de Burgermeister (2007, 2010) em função de suas potencialidades ao enfrentamento do paradigma do exercício, bem como a certitude matemática fundamentada na ideologia da certeza.

## MODELAGEM MATEMÁTICA CRÍTICA NA PERSPECTIVA DE BURGERMEISTER

As tarefas de modelagem matemática adquirem uma importância cada vez mais crescente em nossa sociedade. Os modelos climáticos, por exemplo, ganharam notoriedade midiática desde que o fenômeno do aquecimento climático tornou-se algo de maior importância social. Esta atividade nem sempre está intimamente relacionada ao trabalho exclusivo do matemático, embora este possa contribuir em algum momento. Tal compreensão corrobora com as expectativas de Guerra e Silva (2009) ao argumentarem que a modelagem matemática não é uma atividade restrita ao matemático, mas que pode ser desenvolvida segundo interesses e intenções pelo engenheiro, físico, químico, dentre outros, em conformidade com suas práticas.

<sup>1</sup> A expressão paradigma do exercício neste texto é evidenciada segundo a compreensão de Skovsmose (2000, p. 66).

<sup>2</sup> O termo ideologia da certeza é proferido de acordo com Borba e Skovsmose (1997).

<sup>3</sup> O fazer da regra de três refere-se, sobretudo, à técnica utilizada pelos alunos para o enfrentamento da atividade.

<sup>4</sup> A expressão contrato didático manifestada neste texto corrobora da compreensão de Guy Brousseau (1986), constituindo um conjunto de cláusulas que, de uma maneira mais ou menos implícita, reagem, em cada momento, às obrigações recíprocas dos alunos e do professor no que se refere ao conhecimento matemático ensinado.

<sup>5</sup> A sigla EMC será utilizada neste artigo para o termo Educação Matemática Crítica.

Nessa perspectiva, Chevallard (1989, p.147) expressa que

Em todos os casos, entretanto, há uma propensão para ensinar modelos – elementos de saber bem definidos e dos quais o ensino pode então fazer objeto de uma negociação social explícita – mais do que “a modelação”, atividade mais imprecisa, sobre a qual o controle social e administrativo não tem segurança. (...) embora aceitável em seu princípio, essa atividade, referindo-se necessariamente a uma atividade extra-matemática, causa problema aos matemáticos na medida em que ele introduz então *não matemática em um ensino de matemática*. De fato, existe aí uma dificuldade que não está ligada ao humor dos matemáticos (ela é ressentida tanto pelos que ensinam quanto pelos alunos), porém, mais profundamente, ao estado do campo escolar do saber e de seu recorte entre as disciplinas ensinadas.

A atividade com modelagem matemática anunciada pelo autor evidencia explicitamente a dificuldade de matemáticos quando colocados diante de situações extra-matemática. Essas dificuldades corroboradas por Grandsard (2005), em relação ao ensino com modelagem na atividade escolar, manifestam problemas tanto para professores como para alunos, pois esta prática ora apresentada como metodologia, ora como estratégia de ensino, está sujeita a limitações ao sugerir a construção de um modelo para um recorte da realidade. Primeiro, porque as construções de modelos não fogem do conhecimento matemático socialmente estabelecido; segundo, porque os modelos matemáticos mobilizados por sujeitos para construção de tais realidades são produtos de um fazer humano embebido de interesse e intenções desenvolvidos em consonância com suas experiências.


Diante dessas considerações, Burgermeister (2007, 2010), valendo-se dos estudos de Chevallard (1989), propõe o processo de modelagem matemática crítica que pode contribuir significativamente ao desenvolvimento da competência crítico-reflexivo, conforme postula Skovsmose (2001). Dessa forma, o autor sugere os seguintes elementos:

1. Define-se o sistema que se pretende estudar, precisamente seus aspectos pertinentes em relação ao estudo a fazer desse sistema, bem como o conjunto de variáveis pelas quais ele se divide no domínio de realidade em que ele aparece;
2. Pesquisam-se então modelos, propriamente ditos, estabelecendo-se certo número de relações entre as variáveis consideradas na primeira etapa, sendo o modelo do sistema a se estudar constituído pelo conjunto dessas relações;
3. Analisa-se e confronta-se a adequação desses modelos à questão estabelecida;
4. Desenvolve-se uma resposta (que poderá apoiar-se em um dos modelos examinados, ou em um sistema de diferentes modelos);
5. Defende-se a escolha do modelo proposto e a resposta obtida;

A metodologia formulada por Burgermeister (2007, 2010) configura o ambiente para o desenvolvimento da modelagem matemática crítica em sala de aula ao investigar uma questão (Q) com uso de múltiplos modelos postos em concorrência, para examinar as diferentes respostas (R) produzidas ao longo do processo. O exercício para discussão dos modelos requer, necessariamente, potencializar o caráter de investigação<sup>6</sup>, nem sempre evidente na atividade escolar, pois os alunos envolvidos no percurso de discussão dos modelos para desconstrução de respostas seladas<sup>7</sup> socialmente pelo ensino escolar evidencia o papel do sujeito na construção de realidades, interferindo segundo suas experiências, sentimentos e sensibilidade.

Considerando esse direcionamento, defende-se ser salutar a aproximação da modelagem matemática crítica com a EMC, ao se discutir no contexto escolar o papel do sujeito no enfrentamento do modelo a partir de uma questão apresentada, passível de diferentes respostas, possibilitando aos alunos a investigação na validação ou não dos modelos para construção ou desconstrução de respostas para elaborar uma resposta mais aceitável socialmente, tida como a boa resposta, segundo Burgermeister (2007, 2010).

Nesse sentido, como atividade de ensino e investigação, a modelagem matemática crítica é uma das razões de ser do caráter investigativo, ao permitir a discussão de modelos matemáticos postos em concorrência para construção de uma resposta mais aceitável e, sobretudo, o desenvolvimento da competência crítico-reflexiva, fortalecendo a tomada de consciência do papel do sujeito na construção de realidades governadas por modelos conforme aponta a EMC. Desse modo,

por exemplo, torna-se difícil manter a premissa de que uma-e-somente-uma-resposta-está-certa à medida que se torna relevante questionar as informações contidas no exercício. A metafísica que impera no ensino tradicional de Matemática começa a ruir (ALR ; SKOVSMOSE, 2006, p. 55).

O aluno, orientado a analisar e a confrontar os modelos pertinentes a um sistema de estudo, pode ser conduzido ao desafio no enfrentamento do paradigma do exercício, e, assim, investigar, por meio de modelos matemáticos, uma questão (Q) em busca de se discutir as respostas produzidas e, por fim, eleger a mais aceitável. Isto é, o sistema de estudo não se limita à produção de uma única resposta.

<sup>6</sup> A atividade de investigação divulgada neste texto não está empregada segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009). Investigação aqui empregada decorre do processo de estudos por parte dos alunos, de obras matemáticas para justificar ou explicar os modelos em debate.

<sup>7</sup> A expressão respostas “seladas” é utilizada neste texto segundo a compreensão do Professor Pesquisador Dr. Renato Borges Guerra, integrante do corpo Docente do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA).

À luz dessas considerações e na perspectiva da modelagem matemática crítica enquanto atividade de ensino e investigação, este trabalho oportuniza espaço “[...] não para visitar os saberes considerados como desejável em si mesmo [...]” segundo Chevallard (2009, p.15), mas para debate e reflexões de realidades construídas por modelos regulados segundo interferências de sujeitos na situação. Nestes termos, corroboramos com Pais (2010, p. 31) ao enunciar “aprender a valorizar sempre o espírito de investigação. Esse é um dos objetivos maiores da Educação Matemática”.

## ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

A organização do estudo, baseado no Esquema Herbartiano<sup>8</sup>, simboliza o trabalho praxeológico efetuado por uma comunidade de estudo X, regulada por um grupo de ajuda no estudo Y (reduzido a um professor no quadro escolar), haja vista responder a uma questão Q:

$$(S(X, Y, Q) \rightarrow R_1, R_2, R_3, \dots, R_n, O_{n+1}, \dots, O_m) \rightarrow R^*$$

O sistema didático S (X, Y, Q) necessita de ferramentas, de recursos, em resumo, de um meio didático M (sendo  $M = \{R_1, R_2, R_3, \dots, R_n, O_{n+1}, \dots, O_m\}$ ) específico, que deve identificar, reunir, aprender a usar a fim de produzir R. As respostas  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  são respostas carimbadas, perfuradas pelas instituições e  $O_{n+1}, \dots, O_m$  são teorias das montagens experimentais, das praxeologias que se acham úteis para desconstruir qualquer resposta R, extrair qualquer outro material adicional e construí-los com ou sem a resposta esperada R que deve satisfazer certas restrições. O processo assim descrito supõe a comparação das respostas, sem dispor à comunidade as respostas tidas como boas respostas.

Logo, na perspectiva assumida neste trabalho como atividade de ensino e investigação, a modelagem matemática crítica evidencia os próprios modelos concorrentes como obras humanas a serem estudadas, confrontadas e investigadas, redefinindo ao sujeito, parte integrante da realidade, os papéis específicos na tomada de decisões que envolvem a escolha de modelos segundo suas experiências. Reiteramos que esta prática na atividade de ensino, embora necessária, nem sempre se mostra presente no fazer escolar, pois configura espaço para conhecimentos padronizados e rotulados como verdades indiscutíveis e cristaliza um ensino acríptico reduzido a uma única resposta.

A pesquisa se fundamenta na abordagem qualitativa ao corroborar do pensar de Garnica (2010, p.88) ao reconhecer as seguintes características da pesquisa qualitativa:

- (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será de comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

Considerando as características mencionadas pelo autor, a atividade desenvolvida constituindo-se como processo, pois o ensino da matemática escolar deve enfatizar um ensino significativo, crítico e reflexivo, imprescindível na formação de cidadãos.

A pesquisa contou além do professor pesquisador, com 43 (quarenta e três) alunos da primeira série do ensino médio. Os dados foram coletados por meio da observação e de registros fotográficos e conceituais. Os registros conceituais são concebidos como as ideias matemáticas mobilizadas pelos alunos nas decisões para a validação ou não dos modelos em debate, evidenciando, por meio de elementos simbólicos, objetos matemáticos que justifique ou explique o fazer dos sujeitos envolvidos na atividade. Para tanto, este trabalho elencou os seguintes momentos:

### I. Momento

O primeiro momento foi marcado com a formação dos grupos (totalizando sete grupos), seguido de orientações sobre a proposta, destacando a relevância da atividade, tal como possíveis tópicos de matemática que poderiam ganhar mais significado se articulados, a exemplo do estudo de função. Ademais, a tomada de consciência do papel da matemática na sociedade, por meio de modelos matemáticos, nem sempre explícito no fazer escolar, como aponta a EMC.

### II. Momento

<sup>8</sup> O uso do termo Esquema Herbartiano é destacado segundo o filósofo e educador alemão Johann Friedrich Herbart (1776-1841). Dessa forma, este Esquema representa o ambiente para construção ou desconstrução de uma resposta para uma questão posta em debate no ambiente escolar, a partir das obras matemáticas.

No segundo momento, apresentou-se a tarefa com seguinte enunciado: Em uma fotografia tia Sara mede 4 cm de altura e tio Robert 5 cm. Após aumentar a foto Sara mede 10 cm. Quanto Robert mede então na foto expandida? Sequencialmente a esses dados, foram apresentados os seguintes modelos a serem investigados:  $R = 1,25.S$  (modelo linear) e  $R = S + 1$  (modelo aditivo), sendo R e S usados para designar o tamanho de Robert e Sara, respectivamente na fotografia. Quatro dos grupos ficaram com a tarefa de investigar a “adequação” ou não do modelo aditivo, e os demais, com o modelo linear.

Portanto, isso implicou a mobilização dos grupos, pois, coletivamente, compartilharam informações, oportunizaram igualmente o confronto de respostas geradas com o uso de suas estratégias sujeitas à avaliação para eleger a resposta mais aceitável. Esse momento fortaleceu as expectativas da fase de socialização.

### III. Momento

O terceiro momento configurou-se na fase de socialização. Estimulou-se, além da produção de conhecimento, o embate de posicionamentos em relação aos modelos investigados, a partir das argumentações dos grupos, situação nem sempre evidente no ensino da matemática escolar, pois a abordagem tradicional embaça essas relações e obstrui, sobretudo, a própria valorização pessoal.

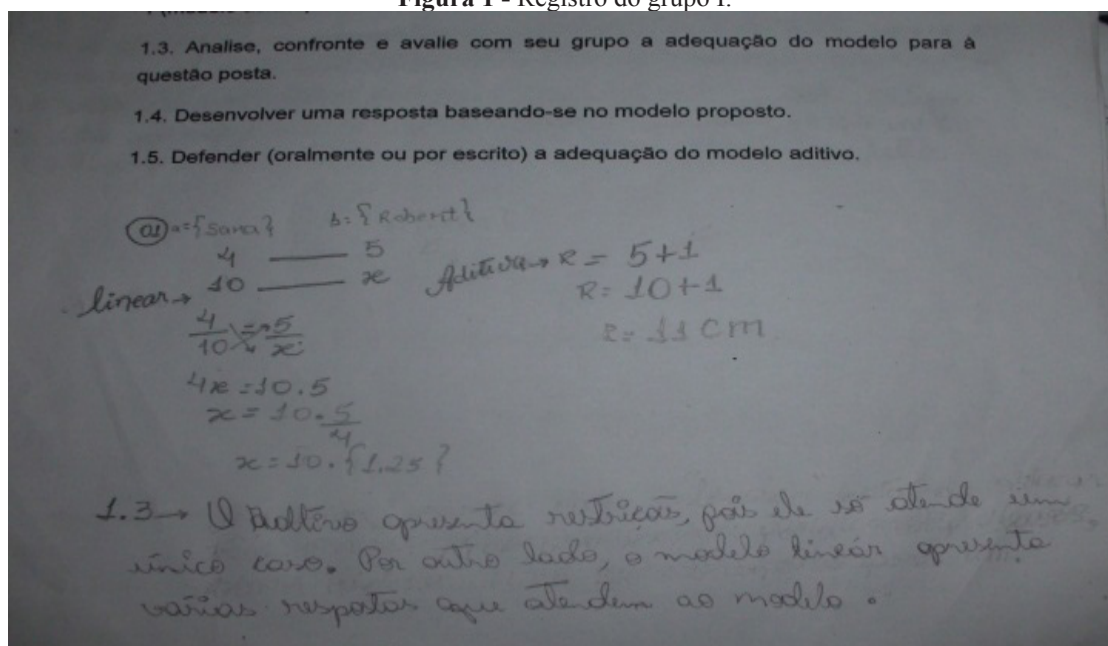
### ANÁLISE DOS RESULTADOS DA PESQUISA

Ao considerar as potencialidades da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação, a pesquisa evidencia resultados significativos para formação do professor pesquisador e, sobretudo, dos alunos, ao fomentar a competência crítico-reflexiva, conforme acentua Skovsmose (1992, 2001, 2007).

### ANÁLISE DOS GRUPOS

Os grupos I, V, VI e VII, ao tratarem do modelo aditivo ( $R = S + 1$ ) para a questão, investigaram, especialmente, a regra de três como principal obra matemática para justificar a validade ou não dos modelos para a questão em debate. Diante dos modelos postos em concorrência, os grupos I, VI e VII teceram considerações e elegeram, a partir da regra de três, a impossibilidade do modelo aditivo para atender aos interesses da questão, por conta das restrições evidenciadas pelos alunos enquanto sujeitos, ao atender um único caso, e isto fragilizou, de certo modo, a validade da relação para outros casos, conforme sugere o registro do grupo I.

Figura 1 - Registro do grupo I.



Fonte: Construção dos alunos em classe (março/2012).

**Figura 2 -** Transcrição do Registro do grupo I.

|        |   |          |                     |
|--------|---|----------|---------------------|
|        | {sara}  | {Robert} |                     |
| linear | 4   | 5        | aditivo $R = 5 + 1$ |
|        | 10  | x        | $R = 10 + 1$        |
|        | $4/(10) =$  | $5/(x)$  | $R = 11 \text{ cm}$ |
|        | $4x = 10.5$   |          |                     |
|        | $X = 10.5/4$  |          |                     |
|        | $X = 10. \{1,25\}$  |          |                     |
|        | O aditivo apresenta restrições, pois ele só atende um único caso. Por outro lado, o modelo linear apresenta várias respostas que atendem ao modelo. |          |                     |

**Fonte:** Autor (2013).

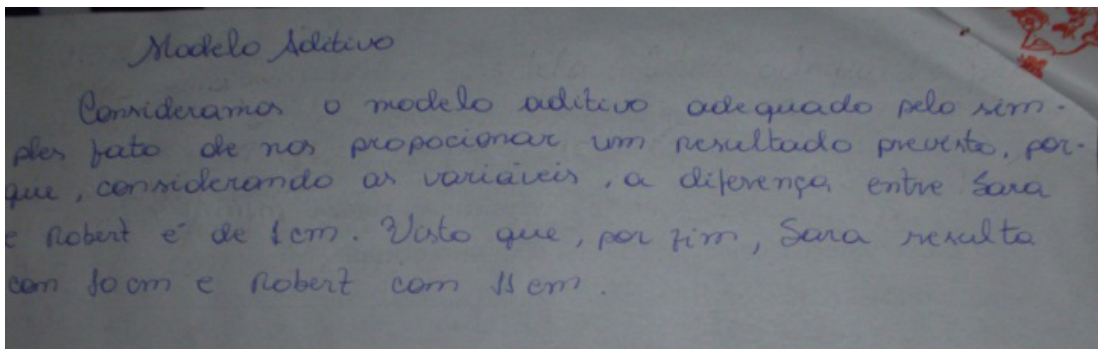
O momento de discussão do grupo pode representar, do ponto de vista do pensamento matemático, conjecturas vinculadas à relação de funcionalidade. Por outro lado, é oportuno para o tratamento da ideia do objeto matemático função presente com mais ênfase no currículo da primeira série do ensino médio. Essa consideração revela, concomitantemente, a possibilidade de articulação de diferentes objetos matemáticos, tratados, em geral, de forma isolada em termos no currículo escolar, o que não deixa de ser se não “um problema da profissão do professor” como sujeito institucionalizado, segundo destaca Andrade (2012, p. 31).

A regra de três mostrou-se determinante no levantamento dos dados a serem questionados diante das diferentes respostas produzidas, a partir da investigação dos modelos imbricados na relação, culminando na invalidação do modelo aditivo no enfrentamento da questão. O registro do grupo I evidencia as respostas produzidas com base na regra de três como principal obra matemática, similar ao fazer cultural, histórico e socialmente estabelecido no contexto didático do ensino escolar com o uso do esquema de cruz, para o enquadramento da situação. Por isso, retoma-se a compreensão de Silva e Guerra (2011, p. 7) “dada a facilidade e simplicidade da utilização da regra de três”.

Essa atitude em relação à questão proposta evidencia os sentimentos dos sujeitos (os alunos), envolvidos ao evocar a regra de três, sobretudo, pela segurança e praticidade que esta regra sustenta histórica, social e culturalmente desde as atividades comerciais até sua aplicação no contexto escolar, segundo declaram Silva e Guerra (2011), fortalecendo assim o papel dos alunos como sujeito da situação, diante do modelo para validação ou não da questão em debate.

Embora o grupo V tenha mobilizado elementos da regra de três para justificar a validade do modelo, sua estratégia vincula-se à comparação da diferença entre Sara e Robert de 1 cm. Tal atitude pode ser justificada pela sensibilidade do grupo, pois os sentimentos envolvidos podem ser fatores determinantes nas decisões diante da situação ao interpretar a questão, no processo de escolha da validade do modelo, em particular, por ser mais rápido e seguro, para ao final, produzir a resposta mais aceitável e de acordo com suas inferências, conforme registro do grupo a seguir.

**Figura 3 -** Registro dos alunos do grupo V.



**Fonte:** Construção dos alunos em classe (março/2012).

**Figura 4** - Transcrição do Registro do grupo V.

Modelo aditivo

Consideramos o modelo adequado pelo simples fato de nos proporcionar um resultado previsto, porque, considerando as variáveis, a diferença entre Sara e Robert é de 1 cm. Visto que por fim Sara resulta com 10 cm e Robert com 11 cm.

**Fonte:** Autor (2013).

Assim sendo, evidencia-se o papel dos sujeitos nas decisões tomadas de acordo com o modelo passível de caracterizar que modelos matemáticos são construções decididas pelo sujeito envolvido na situação e, que para tal relação, se vale de suas experiências vivenciais ao investigar obras matemáticas para construção ou desconstrução da resposta mais aceita socialmente. A investigação dos alunos oportuniza ao ensino da matemática escolar uma postura para além do ensino da resposta pela resposta, imprescindível ao desafio do paradigma do exercício e à certitude matemática vigentes no ambiente escolar, bem como à ação dos alunos segundo o modelo, passível diante do desenvolvimento da competência crítico-reflexiva, como sugere a EMC e conforme aponta Burgermeister (2007, 2010).

A atividade mobilizou os grupos para o desenvolvimento do espírito investigativo na discussão dos modelos matemáticos, salutar a uma resposta mais aceitável, sem se limitar ao ensino da resposta pela resposta, segundo advogam Alrø e Skovsmose (2006).

Os grupos II, III e IV, envolvidos na defesa do modelo linear ( $R = 1,25.S$ ), evidenciaram a regra de três em suas estratégias, e, especialmente, intencionaram justificar a aplicação do modelo linear, como se depreende no registro do grupo IV.

**Figura 5** - Registro dos alunos do grupo IV.

1.3. Analise, confronte e avalie com seu grupo a adequação do modelo para a questão posta.

1.4. Desenvolver uma resposta baseando-se no modelo proposto.

1.5. Defender (oralmente ou por escrito) a adequação do modelo linear.

**Conclusão:** O Modelo linear serve para procurar as seguintes relações  $R = 1,25.S$  como no modelo linear sempre chegava ao mesmo resultado de  $(R) = 12,5$  tanto para  $(S)$  quanto para  $(R)$  para o mesmo resultado usa o modelo linear. Caso não for usado o modelo linear e sim o modelo aditivo o resultado será diferente. Pois este modelo serve ao para um caso.

**Fonte:** Construção dos alunos em classe (março/2012).

**Figura 6** - Transcrição do Registro do grupo IV.

O modelo linear serve para procurar as seguintes relações  $R = 1,25.S$ . Com o modelo linear sempre chegará ao mesmo resultado ( $R = 12,5$ ). Tanto para (S) quanto para (R) será o mesmo o resultado usa o modelo linear. Caso não for usado o modelo linear e sim o modelo aditivo, o resultado será diferente. Pois este modelo serve só para um caso.

**Fonte:** Autor (2013).

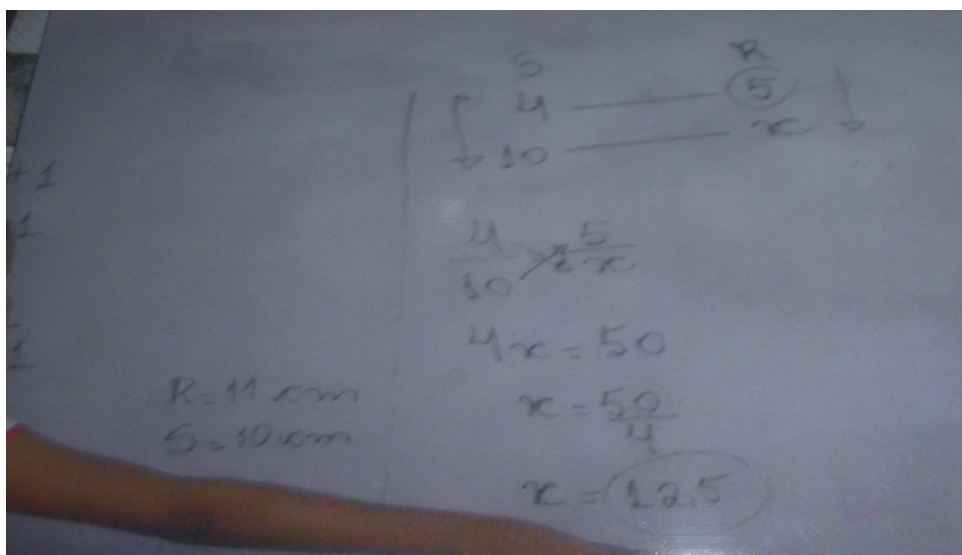
De acordo com o registro, a regra de três é assumida com mais intensidade, exercendo o papel imprescindível na análise dos modelos, ao sugerir, igualmente, a aproximação com o princípio multiplicativo vivo em seu repertório, bem como a ideia de funcionalidade. O registro desse grupo, similarmente aos demais, evidencia o papel do sujeito ao interferir diretamente no uso de modelos passíveis de apontar que modelos são produtos de decisão do fazer do sujeito imbricado nos seus interesses, nas suas intencionalidades e na sua sensibilidade.

Ainda que pese a complexidade da atividade, aponta-se o uso da obra matemática regra de três no contexto escolar, como um fazer, haja vista a praticidade e a segurança para justificar a adequação ou não dos modelos investigados por parte dos grupos, cujo emprego revela-se determinante às análises, argumentações e refutações, além de ser enfaticamente marcado durante a fase de socialização, pois apresenta dúvidas e perguntas direcionadas ao professor pesquisador, a fim de saber “qual dos modelos afinal era o certo?”<sup>9</sup>. Além disso, apesar de parcialmente, revela a formação do professor em desenvolvimento em práticas com modelagem matemática e o caráter crítico-reflexivo do ensino da matemática escolar desejado pela EMC.

#### FASE DE SOCIALIZAÇÃO DA ATIVIDADE

A fase de socialização da atividade caracterizada pela apresentação dos grupos, mostrou-se relevante ao debate e às discussões suscitadas ao longo do processo. Isso permitiu o confronto de ideias com os seus pares e fortaleceu a tomada de consciência sobre o papel dos modelos na construção de realidades segundo as intenções que o sujeito estabelece na situação, a valorização pessoal, haja vista as apresentações culminarem em exposição pública, conforme apresentado na figura 7.

**Figura 7** - Alunos do grupo VII durante a fase de socialização.



**Fonte:** Construção dos alunos na fase socialização em classe (março/2012).

<sup>9</sup>A pergunta foi suscitada por alunos do grupo V, por conta das diferentes respostas produzidas por outros grupos com base nos modelos em debate.



Figura 8 - Transcrição do Registro do grupo VII na fase de socialização.

|  |   |
|--|---|
| <p><b>S</b>      <b>R</b></p> <p><math>R = 11 \text{ cm}</math></p> <p><math>S = 10 \text{ cm}</math></p><br><p><math>4 X = 50/</math></p> <p><math>X = \frac{50}{4}</math></p> <p><math>X = 12,5</math></p> | <p style="text-align: center;"> <math>\begin{array}{ccc} \downarrow &amp; 4 &amp; \text{---} &amp; 5 &amp; \downarrow \\ &amp; 10 &amp; \text{---} &amp; X &amp; \\ &amp; 4 &amp; \nearrow &amp; 5 &amp; \\ \hline &amp; 10 &amp; &amp; x &amp; \end{array}</math> </p> |
|--|---|

Fonte: Autor (2013).

Nesse sentido, acatamos o postulado de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) ao alertarem que a importância da fase de discussão, sobretudo, para o desenvolvimento da capacidade de comunicar matematicamente ao refletir sobre seu trabalho.

Os demais grupos, a exemplo do grupo VII, ao evidenciarem a regra de três como argumento para justificar a pertinência ou não do modelo à questão, revelaram explicitamente o papel do sujeito na construção de realidades com uma preocupação adicional: impor a proporcionalidade como sinônimo de regra de três com uso de setas no mesmo sentido, indicando o fazer como decisão do sujeito, segundo destaca a EMC e Silva e Guerra (2011). A abordagem dos autores, à luz da história da matemática, evidencia a criação do procedimento de regra de três independente do fazer da proporcionalidade, portanto, por necessidade do fazer matemático justificado, a relação é então imposta pelo sujeito frente à problemática.

Embora esta fase revele potencialidades pertinentes ao processo, o grupo II se omitiu ao sugerir que o conteúdo escolar deve ser exposto pelo professor. A esse respeito, Alrø e Skovsmose (2006, p.74), ao expressarem “Eles não querem as responsabilidades de ter de fazer contribuições”, convergem com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.41) ao inferirem “[...] a aula de Matemática, habitualmente, não é um lugar em que os alunos estejam habituados a comunicar as suas ideias nem argumentar com seus pares.

Acrescente-se também o contrato didático que “[...] mantém estável a atribuição exclusiva ao professor de toda responsabilidade matemática, em vez de evoluir no sentido de repassar progressivamente para os alunos uma parte dessa responsabilidade, conforme destaca Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 79).

A compreensão dos autores evidencia a atribuição exclusiva do professor para possibilitar condições de aprendizagem aos alunos, alijando-os de assumir responsabilidades na construção dos conhecimentos matemáticos. Nessa perspectiva, é possível inferir um dos efeitos do contrato didático vigente nos sistemas atuais de ensino imbricado no comportamento do grupo mostra similar ao efeito topaze<sup>10</sup>.

Os autores ratificam a relação de dependência dos alunos em relação ao professor: “[...] é muito difícil que o contrato didático evolua na direção de transferir para o aluno uma parte da responsabilidade matemática atribuída exclusivamente ao professor” (ibid. p. 82). A modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação aponta para uma ruptura, embora parcialmente, de contrato didático tradicionalmente estabelecido, centrado exclusivamente na figura do professor.

Portanto, a regra de três revelou-se determinante para justificar a adequação ou não dos modelos, principalmente pelos motivos apresentados: por estar presente em seu repertório de ideias matemáticas; pelo caráter de procedimento socialmente estabelecido e reconhecido a partir das práticas sociais de referência, especificamente as atividades comerciais, sendo paulatinamente difundida nos espaços institucionais como a escola. Por fim, pelo tratamento dado como relação entre grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, neste caso, segundo o fazer evidenciado notadamente pelo grupo VII, ao assumir por meio de setas no mesmo sentido a relação entre grandezas diretamente proporcionais, mostrando-se como decisão explícita do sujeito ao impor a proporcionalidade e construir, dessa forma, realidades controladas segundo modelos, como nos alerta a EMC.

Este trabalho registra aspectos essenciais da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação, passível de responder, ainda que parcialmente, ao propósito da pesquisa sobre as contribuições no ensino da matemática escolar, pois, de maneira geral, a atividade de ensino tem se limitado arraigada ao paradigma do exercício, vital à certitude matemática, alijando o desenvolvimento da competência crítico-reflexiva almejado pela EMC.

<sup>10</sup>O termo efeito “topaze”, segundo Almouloud (2007, p. 94), é caracterizado “[...] nas situações didáticas em que o professor se encarrega de uma parte substantiva, essencial do trabalho, que deveria ser de responsabilidade do aluno”.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A obra matemática regra de três articulada para justificar a adequação ou não dos modelos, revela-se, sobretudo, em função da presença no repertório matemático dos alunos e pela segurança e praticidade histórica, cultural e socialmente estabelecidas nas atividades práticas de grupos sociais específicos, a exemplo das atividades comerciais apontadas por Silva e Guerra (2011). Ademais, evidencia subsídios pertinentes, ainda que parcialmente, dentre as contribuições da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação à prática docente.

Durante o processo de análise, depreendemos que o paradigma acatado e evidenciado na conduta dos alunos em função do contrato didático vigente, condicionando-os à ideia de que em matemática só existe uma resposta certa, foi quebrado com a prática de modelagem matemática crítica; a resistência dos alunos diante da regra quebrada, haja vista o preceito de que a exposição do conteúdo é responsabilidade exclusiva do professor, enquanto o aluno, por sua vez, só precisa se comportar segundo o modelo de educação bancária, conforme relatou Freire (1979).

A tomada de consciência da responsabilidade do aluno na busca de compreensão do conteúdo, uma vez que a aprendizagem matemática é fruto de um trabalho matemático dos alunos, passível de valorização pelo professor ao mediar a interação social e promover o salutar hábito de aprendizagem colaborativa. Portanto, a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação mostrou-se, particularmente, promotora da tomada de consciência do papel do sujeito na construção de realidades, segundo seus interesses e intencionalidades, bem como a sensibilidade na construção de respostas baseadas em modelos salutares à atitude crítico-reflexiva transformadora, na arguição de Freire (1979), que corrobora para a EMC de Skovsmose (1992), o que reforça a ideia de os modelos serem frutos de uma construção social.

Aponta-se, ainda, “o resgate da valorização pessoal” dos alunos, como destaca Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 29), ao atingir o caráter público, fortalecendo a capacidade argumentativa, pois nem sempre a sala de aula contempla esta dimensão da aprendizagem. Desse modo, também, contribuiu para formação do professor pesquisador em desenvolvimento, ao elencar uma atividade diferenciada da prática pedagógica tradicional e ao fomentar espaço reflexivo contínuo para compreender o fazer discente.

Por conta disso, não se tem a intenção de esgotar a temática, todavia fomentar novos encaminhamentos no campo da Educação Matemática que contemplem a competência crítico-reflexiva, do modo pleiteado pela EMC. Torna-se imperioso enfatizar ao ensino da matemática escolar a tomada de consciência do papel do sujeito frente aos modelos na construção de realidades, imprescindível para formação de cidadãos críticos à compreensão de mundo, incluindo o dos saberes, segundo enfatiza Chevallard (2009).

## REFERÊNCIAS

- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- ANDRADE, R. C. D. **A noção de tarefa fundamental como dispositivo didático para um percurso de formação de professores: o caso da geometria analítica**. 2012. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Pará/ Instituto de Educação Matemática e Científica IEMCI.
- BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. The ideology of certainty in mathematics education. **For the learning of mathematics**, v. 17, n. 3, p. 17-23, 1997. Tradução: Jussara de Loiola Araujo.
- BURGERMEISTER, P. F. **La didactique de la modélisation mathématique dans l'enseignement secondaire d'heir et d'aujourd'hui**. Communication au 2<sup>ème</sup> Colloque International sur la Théorie Antropologique du Didactique, Uzès 31 oct-2 nov 2007.
- BURGERMEISTER, P. F. **Modélisation mathématique de problèmes extramathématiques au lycée – vers une praxeologie consistante de la modélisation**. In A. Kuzniak A. et M. Sokhna (Eds.). Enseignement des mathématiques et développement: enjeux de société et de formation. Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF 2009. (Numéro spécial de la Revue Internationale Francophone), <http://fasted.ucad.sn/EMF2009/colloque.htm> GT5, pp.638-646. 2010.
- CHEVALLARD, Y. **La TAD face au professeur de mathématiques**. UMR ADEF, Toulouse, 2009.
- CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre, Artmed, 2001.

FREIRE, Paulo. **Conscientização: teoria e prática da libertação uma introdução ao pensamento de Paulo Freire**. São Paulo: Cortez e Moraes, 1979.

GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação matemática**. 3. ed. - Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

PAIS, L. C. Transposição Didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3 ed. São Paulo: EDUC, 2010.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SILVA, D. P.; GUERRA, R. B. **Para que ensinar regra de Três?** In XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

SKOVSMOSE, O. Democratic competence and reflective knowing in mathematics. **The Learning of Mathematics**, v. 12, n. 2, jun. 1992.

\_\_\_\_\_. Cenários para Investigação. **Boletim da Educação Matemática**, n. 14, p. 66-91, 2000.

\_\_\_\_\_. **Educação Matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus. 2001.

\_\_\_\_\_. **Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade**. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

---

RECEBIDO EM: 07.07.2013.

CONCLUÍDO EM: 24.10.2013.