

**AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO NOS PROGRAMAS
E LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO NO BRASIL E NA FRANÇA:
ANÁLISE DOS EFEITOS DOS PROGRAMAS NOS LIVROS DIDÁTICOS**

*MEASURES OF CENTRAL TENDENCY AND DISPERSION IN HIGH SCHOOL
MATHEMATICS PROGRAMS AND TEXTBOOKS IN BRAZIL AND IN FRANCE:
ANALYSIS OF THE EFFECTS OF PROGRAMS ON TEXTBOOKS*

VLADIMIR LIRA VERAS XAVIER DE ANDRADE*
JEAN-CLAUDE RÉGNIER**
ANNA PAULA DE AVELAR BRITO LIMA***

RESUMO

Neste artigo, apresentamos parte dos resultados de uma pesquisa de doutorado sobre as medidas de tendência central e de dispersão nos programas e nos livros didáticos de Matemática do ensino médio do Brasil e da França. Procuramos comparar os programas com os livros didáticos de Matemática observando os efeitos na forma como os livros são organizados. Observamos quais medidas de tendência central e de dispersão são apresentadas nos programas do Brasil e da França, além de outros elementos dos programas que serviram de base para analisar os livros didáticos. Os resultados indicaram os efeitos dos programas nas diferenças observadas entre as coleções analisadas. Quando comparamos as coleções francesas observamos uma menor dispersão, enquanto que nas coleções brasileiras, diferenças de uma coleção para outra são maiores. Isso também tem efeitos na forma das medidas de tendência central e de dispersão serem apresentadas. Essas têm uma melhor organização nos manuais escolares franceses.

Palavras-chave: Medidas de tendência central e de dispersão. Ensino Médio. Programas. Livro didático. Transposição didática.

ABSTRACT

This article presents some of the results from a doctoral research study on measures of central tendency and dispersion in high school Mathematics programs and textbooks in Brazil and France. We seek to compare Mathematics programs with Mathematics textbooks by observing the effects on the way that the books are organized. We identified what measures of central tendency and dispersion are presented in the programs of Brazil and France, besides other elements of the programs that served as a basis for analyzing the textbooks. The results indicated the effects of the programs on the differences observed between the collections analyzed. When we compared the French collections we observed a smaller dispersion, while in the Brazilian collections, differences from one collection to another are larger. This also has effects on how the measures of central tendency and dispersion are presented. These are better organized in the French school manuals.

Keywords: Measures of central tendency and dispersion. High School. Programs. Textbook. Didactic transposition.

* Doutor em Ciências da Educação e Doutor em Ensino das Ciências e Matemática. Universidade Federal Rural de Pernambuco. E-mail: vladandrade@gmail.com

** HDR em Ciências e Teorias das Formas da Educação. UMR 5191 ICAR Universidade Lumière Lyon 2. E-mail: jean-claude.regnier@univ-lyon2.fr

*** Doutora em Educação. Universidade Federal Rural de Pernambuco. E-mail: apbrito@gmail.com

INTRODUÇÃO

Para comemorar os 10 anos do curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, RS, a revista *Vidya* lança este número especial. Ao abordar os programas e livros didáticos de Matemática do ensino médio, este artigo se insere dentro das temáticas da revista e do curso de pós-graduação. Neste artigo, fazemos uma análise dos programas brasileiro e francês para o ensino de Matemática, bem como seus efeitos em livros didáticos dessa disciplina no ensino médio do Brasil e da França, com foco no ensino das medidas de tendência central e de dispersão que se inserem dentro do quadro da educação estatística.

A estatística está dividida em duas grandes áreas: a estatística descritiva e a inferência estatística (RÉGNIER, 2000, 2003). Entre os diversos conteúdos da estatística descritiva, destacamos as medidas de tendência central e de dispersão (MTCD). Observamos diversas pesquisas que apontam para deficiências no processo de ensino e/ou aprendizagem da média aritmética. Como exemplo, temos: Pollatsek, Lima e Well (1981), Mevarech (1983), Strauss e Bichler (1988), Goodchild (1988), Zawojewsky (1988), Leon e Zawojewski (1990), Cai (1995), Gal (1995), Mokros e Russell (1995), Watson (1996), Batanero (2000), Cazorla (2002), Stella (2003), Lima (2005), Khalil (2010) e Gitirana et al. (2010). Essas pesquisas abordam desde o ensino fundamental ao ensino superior. Tomemos como exemplo a pesquisa de doutorado realizada por Cazorla (2002) sobre a média aritmética com 814 alunos da graduação. Esse estudo indicava uma série de limitações desses alunos. Também observamos pesquisas que abordaram a mediana como a realizada por Batanero, Mayén, Díaz (2009) com 518 estudantes da educação básica no México. Levantamos também pesquisas que abordam as medidas de tendência central (média, mediana e moda) a exemplo de Merino (2003), Mayén et al. (2007), Mayén (2009), Leite (2010), Mayén e Batanero (2011). Essas pesquisas não abordam as medidas de tendência central junto com as de dispersão. Ao comparar uma medida de tendência central de dois conjuntos de dados sem levar em conta a dispersão, pode-se levar a conclusões equivocadas. Também na escolha de que medida de tendência central pode-se utilizar, deve-se observar a forma como os dados estão distribuídos. Um exemplo disso é quando temos uma grande dispersão nos dados. Nesse caso, a mediana pode ser a medida de tendência central mais adequada do que a média. Assim, consideramos relevante o ensino das medidas de tendência central junto com as medidas de dispersão.

Este artigo faz parte de um estudo mais amplo (ANDRADE, 2013) no qual foram feitas diversas análises dos livros didáticos (LD) e programas do ensino médio do Brasil e da França sobre as MTCD. Nele, apresentamos alguns dados da tese de doutorado (ANDRADE, 2013) em cotutela (Brasil e França). A versão final foi depositada em janeiro de 2014 (http://theses.univ-lyon2.fr/documents/lyon2/2013/lira_v_x_de_andrade_v). Os dados apresentados neste artigo são inéditos, uma vez que os mesmos não foram ainda publicados. A escolha do Brasil e da França se deve por diversas razões, entre elas, as características dos seus programas. Na França, o programa deve ser seguido, isso pode ser visto nos LD que fixam no início dos mesmos um extrato do programa para indicar que seguem as determinações oficiais. Enquanto que no Brasil temos orientações que oferecem sugestões. Apesar disso, temos o Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2011) que tem um papel importante no controle da qualidade dos LD.

Observamos também que apesar das características de cada país, temos a influência que determinados conselhos e programas podem exercer em diversos países. Tomemos como exemplo as recomendações propostas pelo National Council of Teachers of Mathematics (NTCM), dos Estados

Unidos, no documento “agenda para ação” e as influências dessas propostas nas mudanças que ocorreram entre 1980 e 1995 em diversos países (BRASIL, 1998). Essas mudanças apresentaram pontos comuns, tais como: considerar a “importância de trabalhar com amplo aspecto de conteúdos incluindo já no ensino fundamental, por exemplo, elementos de estatística, probabilidade e combinatória para atender a demanda social, que indicava a necessidade de abordar esses assuntos” (BRASIL, 1998, p. 20). Dessa forma, é interessante na análise de livros e programas realizar uma comparação entre países observando suas diferenças e semelhanças e possíveis contribuições, guardada as devidas diferenças de um país para o outro. Um outro exemplo são as influências de pesquisadores e suas teorias. Assim, no programa atual do Brasil, nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), observamos conceitos trazidos da didática da matemática francesa como o de “contrato didático” (BROUSSEAU, 1986) e de “transposição didática”. A ideia de transposição didática foi proposta inicialmente por Michel Verret (BEITONE et al., 2004) e pode ser observada no livro “temps des études”. Nele, temos a afirmação na qual “toda a prática de ensino de um objeto pressupõe com efeito a transformação de fato, a transformação prévia deste objeto em objeto de ensino” (VERRET, 1975, p. 140, tradução nossa). Essas ideias são desenvolvidas e apresentadas na primeira escola de verão em didática da matemática por Yves Chevallard (1985, 1991). Esse pesquisador dá um corpo teórico consistente para o estudo desse fenômeno, o que faz que muitas vezes seja associado a transposição didática a Chevallard. Chevallard (1991, p. 39 tradução nossa) esclarece que “o trabalho de um objeto do saber a ensinar faz um objeto de ensino é chamado de transposição didática.” Chevallard (1991, p. 40, tradução nossa) apresenta um esquema sobre essa passagem:

→ **Objeto do saber** → **Objeto a ensinar** → **objeto de ensino** → **objeto de aprendizagem**

Na figura 1, apresentamos o processo de transposição didática do saber científico (que na nossa pesquisa trata-se das MTCD) para o saber a ensinar que é definido pelos programas oficiais. Esses programas passam por novas adaptações para o saber escolar. Esse último pode ser observado nos livros didáticos que organizam o programa em um ano escolar dividindo as disciplinas em capítulos e propondo atividades para serem aplicadas na sala de aula. Os livros didáticos entram na sala de aula como o saber a ser ensinado e junto com o professor e o aluno fazem parte da transposição didática interna. Consideramos que existe uma diferença entre o saber ensinado e o saber aprendido. Cada aluno se relaciona com o saber de modo particular, influenciado pela sua experiência de vida, sua relação com outros saberes e a cultura escolar.

Figura 1 – Transposição didática.



Fonte – desenho elaborado pelos autores.

Como descrevemos, diversas pesquisas apontam para deficiências no ensino das medidas de tendência central. Essas deficiências correspondem a uma etapa final de todo um processo de transposição. Trata-se do saber expresso nos instrumentos de pesquisas utilizados. Na transposição didática temos diversos agentes que influenciam esse processo, tais como: os pais, os pesquisadores, os políticos, os professores e demais pessoas que podem estar organizados em sociedades ou associações. No caso da estatística, temos sociedades organizadas que também exercem papel no processo de transposição (RÉGNIER, 2005). Chevallard (1991) utiliza o termo *noosphère* (ou *noosfera* na sua forma aportuguesada usada por pesquisadores brasileiros) para representar todos os que influenciam esse processo de transposição didática. Na figura 1, separamos os agentes da noosfera que influenciam os programas e os livros didáticos que podem ter pesos e papéis diferentes.

O ensino médio representa a última etapa da educação básica. Nele, as MTCD são apresentadas com um nível de aprofundamento maior visando dar uma formação básica ao cidadão em estatística. Por esse motivo, a nossa pesquisa envolve o ensino médio. Os programas têm um papel relevante ao definir o que deve ser ensinado. Consideramos também o papel do livro didático como um dos principais materiais de referência pelo professor. O livro organiza o programa em capítulos de forma a facilitar o trabalho do professor. Essa importância é destacada pelas OCEM (BRASIL, 2006, p. 86) “o livro didático vem assumindo, há algum tempo, o papel de única referência sobre o saber a ser ensinado, gerando, muitas vezes, a concepção de que ‘o mais importante no ensino da matemática na escola é trabalhar o livro de capa a capa’”.

As MTCD são apresentadas nos livros didáticos de Matemática do ensino médio dentro da estatística, isso é definido nos programas. Assim, investigamos como a estatística está organizada nos programas de Matemática e quais os assuntos relativos às MTCD são indicados nas instruções oficiais do Brasil e da França. Outro aspecto são as diferenças dos programas no Brasil e na França. A forma como as instruções oficiais apresentam os conteúdos, o controle que elas exercem sobre os livros didáticos e como influenciam a forma como os conteúdos são propostos. Com base nisso, apresentamos alguns resultados mais gerais dessa pesquisa que nos indicam a influência dos programas sobre os livros didáticos e suas diferenças no Brasil e na França.

Apresentamos a seguir a abordagem metodológica dessa pesquisa.

ABORDAGEM METODOLÓGICA

Apresentamos nesta seção os critérios de seleção para a delimitação da amostra e os procedimentos de análise.

Construção da amostra

É necessário definir qual ensino médio no Brasil e na França será considerado. O ensino médio no Brasil é dividido em 4 percursos, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (BRASIL, 2010):

- Ensino médio;
- Educação profissional técnica de nível médio – realizada junto com o ensino médio ou após a sua conclusão e voltada para profissões técnicas de nível médio;
- Educação de jovens e adultos (EJA) – constitui outra modalidade do ensino fundamental e médio com características próprias e duração diferenciada para aqueles que não puderam fazer o estudo na idade regular (seção 5 da LDB);

- Educação profissional e tecnológica – abrangem diversos níveis: formação inicial e continuada ou qualificação profissional; profissional de nível médio, educação profissional tecnológica de graduação e pós-graduação.

Selecionamos o ensino médio de formação mais geral no Brasil. Na França, temos uma outra organização:

- O ensino médio geral e tecnológico (lycée d'enseignement général et technologique);
- O ensino médio profissional (lycée professionnel).

O ensino médio profissional apresenta algumas dezenas de opções de formação. O ensino médio geral e tecnológico apresenta o primeiro ano do ensino médio em comum (classe chamada de seconde). Nos dois últimos anos, além da separação do ensino médio geral do tecnológico, o ensino médio geral apresenta três vias em função do percurso universitário que o estudante pretende seguir:

- Série científica (S) - Tem como especialidades: a Matemática, a Física, a Química, as Ciências da vida e da terra (SVT), a Informação e Ciência digital.
- Série econômica e social (E.S.) - Tem como especialidades: as Ciências Sociais e Políticas, a Matemática e a Economia aprofundada.
- Série literária (L) – Possui como especialidades: as Artes, as Artes do circo, a Língua e Cultura da Antiguidade (grego ou latim), linguagem viva 3, linguagem viva 1 ou 2 aprofundamento, Matemática, Direito e questões do mundo contemporâneo. A Matemática é uma das disciplinas opcionais a ser escolhida pelos alunos.

Para comparar com os programas e livros didáticos do Brasil, selecionamos na França o primeiro ano do ensino médio geral e os dois últimos anos do ensino médio da série científica. Destacamos duas razões: a série científica é mais procurada para o diploma do Baccalauréat¹ e na série literária a Matemática é opcional.

Selecionamos os programas atuais e anteriores ao atual no Brasil e na França. Para seleção dos livros, selecionamos os 7 livros aprovados no PNLD 2012 (BRASIL, 2011). Para compará-los, selecionamos 7 coleções das 11 listadas na página do Ministério da Educação Nacional da França. Das 11, temos um caso da indicação da editora sem a indicação da coleção, que por esse motivo foi excluído da análise. Dessa forma, restaram 10 para serem selecionadas (das 6 editoras). Escolhemos inicialmente os quatro livros didáticos mais utilizados nas escolas. Nas três últimas coleções, adotamos outros critérios (a mais antiga e duas editoras não contempladas das 6 editoras). Para as 7 coleções brasileiras utilizamos o código: Br_C1, Br_C2, Br_C3, Br_C4, Br_C5, Br_C6 e Br_C7. E nas francesas: Fr_C1, Fr_C2, Fr_C3, Fr_C4, Fr_C5, Fr_C6, Fr_C7.

Procedimento de análise dos dados

Para análise dos programas, foram consideradas quais as MTCD que fazem parte desses e a forma como essas medidas são apresentadas dentro da estatística. Procuramos observar a estatística e a as grandes divisões da Matemática dentro dos programas.

Na análise dos livros, fizemos um levantamento geral da distribuição dos números de páginas por ano escolar de cada coleção. Também consideramos nesse levantamento a disposição da estatística por ano escolar e o número de páginas consagrado à estatística e aos demais domínios da

¹ O Baccalauréat foi criado em 1808 na França. Ele é um diploma que tem uma dupla particularidade: documentar o final do ensino médio e abrir o acesso ao ensino superior. O baccalauréat é um diploma nacional e é o primeiro diploma de nível superior. Como diploma, o seu resultado pode ser usado em qualquer momento para concorrer a uma vaga em uma instituição de ensino superior, diferente de um exame de seleção que serve apenas para uso em um dado momento.

Matemática². Também consideramos a participação das MTCD dentro da estatística. Comparando a proporção de páginas destinadas às MTCD e os outros assuntos da estatística, observando-se mudanças de coleção para coleção e de país para país. Buscamos observar quais MTCD são apresentadas em uma coleção da França e uma coleção do Brasil, comparando com o programa, para observar se cumprem ou não o programa.

RESULTADOS

Para analisar os programas, selecionamos o programa atual e o anterior. No Brasil, o programa nacional mais recente são as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) e o anterior são os Parâmetros Curriculares Nacionais + Ensino Médio (BRASIL, 2002).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais + Ensino Médio (PCN+EM)

Nos PCN+EM temos a Matemática dividida em 3 temas (ou domínios): 1) Álgebra: números e funções; 2) Geometria e medidas; 3) Análise de dados. O tema 3 é dividido em três unidades: 1) Estatística; 2) Contagem; 3) Probabilidade. Esse programa apresenta como medidas de tendência central: a média, a mediana e a moda. Como medidas de dispersão são apresentadas: a variância e o desvio padrão, deixando de se apresentar outras medidas de dispersão importantes, tais como: a amplitude, o desvio interquartil e o coeficiente de variação. Ao contrário do programa atual, os PCN+EM apresentam os conteúdos por ano, em que reproduzimos no quadro 1, o que trata da terceira unidade temática, a estatística.

Quadro 1 - Distribuição dos assuntos por ano.

1º ano	2º ano	3º ano
3. Estatística: descrição de dados; representações gráficas.	3. Estatística: análise de dados. 3. Contagem.	3. Probabilidade.

Fonte: Brasil (2002, p. 128).

Trata-se de uma descrição bastante limitada do quadro 1, não deixando definida as informações sobre as medidas de tendência central e de dispersão. Podemos pensar que essas podiam ser vistas nos dois primeiros anos (nas atividades de descrição e análise dos dados), contudo isso não fica claro. Este programa destaca que os conteúdos não devem ser vistos de forma fragmentada. Entretanto, consideramos que isso não implica em deixar em aberto o ano que deve ser ensinado as medidas de tendência central e de dispersão (MTCD).

As Organizações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM)

Nas OCEM (BRASIL, 2006), a Matemática é dividida em 4 blocos: 1) Números e operações; 2) Funções; 3) Geometria; 4) Análise de dados e probabilidade. As OCEM não apresentam uma divisão por ano,

² Em todos os programas atuais e imediatamente anteriores ao atual do Brasil e da França, a estatística é uma das grandes divisões da Matemática, ou adotando o termo utilizado por Chevallard (2002), um dos “domínios” dessa disciplina escolar. Dependendo do programa, temos a divisão da Matemática em três ou quatro domínios. Logo, na análise realizada na pesquisa com os livros didáticos, consideramos o número de páginas destinado à estatística e aos demais domínios da Matemática.

deixando assim em aberto para os autores dos livros didáticos. São apresentadas como medida de posição (termo mais amplo do que de tendência central): média, moda e mediana. Como medida de dispersão, as OCEM indicam o desvio médio, variância e o desvio padrão. Deixando-se de indicar outras medidas de dispersão importantes, tais como: a amplitude, o desvio interquartil e o coeficiente de variação.

Ao contrário do programa brasileiro para o ensino médio que é organizado para todo o ensino médio, o programa francês é organizado por ano. Cada ano possui um programa próprio definido em um Boletim Oficial (B.O.) com data para entrar em vigor e ser incorporado nos livros didáticos. Selecionamos para nossa análise o programa atual e o programa anterior que apresentam uma diferença de aproximadamente 10 anos entre eles.

Programa francês de Matemática – 1º ano do Ensino Médio

O programa anterior de Matemática entrou em vigor no ano escolar de 2000-2001 e vigorou até 2008-2009 e é apresentado no B.O. nº 6 de 12 de agosto de 1999 (FRANCE, 1999). Neste programa, a Matemática no primeiro ano é dividida em três grandes capítulos: 1) estatística; 2) cálculo e função; 3) geometria. No início desse programa, apresenta-se um quadro do ensino da estatística nos quatro últimos anos do equivalente ao ensino fundamental na França. No quatrième (equivalente ao oitavo ano), é apresentado a média ponderada e o cálculo aproximado da média de uma série estatística reagrupada em classes de intervalos. No troisième (equivalente ao nono ano), é indicado entre os assuntos de estatística, as características da posição de uma série estatística e a abordagem da dispersão de uma série estatística. Assim, no ensino médio, temos uma continuação das MTCD com aprofundamento das mesmas.

Entre os assuntos do primeiro ano do ensino médio temos: a média, a mediana, a classe modal, a média aparada e a amplitude. Também destaca-se que se deve utilizar a propriedade da linearidade da média, calcular a média de uma série tomando por base subgrupos e o cálculo da média a partir da distribuição de frequência. Entre os comentários apresentados neste programa, destaca-se que deve-se indicar diferenças entre a média e a mediana que devem ser exploradas pelo professor. Entre essas diferenças indicadas neste documento, temos a sensibilidade da média a valores extremos, as limitações algorítmicas da mediana, entre outros aspectos.

O programa atual para o primeiro ano do ensino médio na França é indicado no B.O. n.30 de 23 de julho de 2009 (FRANCE, 2009) e foi implantado no ano escolar 2009-2010. Ele divide a Matemática em três partes: funções, geometria e estatística e probabilidade. Na parte relativa à estatística, temos entre os conteúdos: determinar e interpretar os resumos de uma série estatística e realizar uma comparação de duas séries com indicadores de posição e de dispersão. Em relação ao programa anterior, observamos uma simplificação da descrição dessas medidas. O programa apresenta apenas a mediana e a média. Apesar de indicar as medidas de dispersão, não cita-se nenhuma.

Programa francês de Matemática da série científica (1er) – 2º ano do Ensino Médio

No programa de Matemática do segundo ano do ensino médio na França (série científica), temos a implantação da estatística como uma das grandes divisões da Matemática (no programa de 1991, tínhamos apenas a probabilidade que era abordada junto com a álgebra). O programa anterior ao atual (FRANCE, 2000) entrou em vigor no ano escolar 2001-2002 e permaneceu até 2009-2010. Esse documento divide a Matemática em três partes: 1) Geometria; 2) Análise e Probabilidade; 3)

Estatística. Em estatística são apresentados como MTCD: a média, a mediana, a variância, o desvio padrão e o intervalo interquartil. Indica-se a importância de se explorar as duplas: média/desvio padrão e mediana/intervalo interquartil.

O programa atual (FRANCE, 2010) divide a Matemática em três partes: 1) Análise; 2) Geometria e 3) Estatística e probabilidade. Este programa entrou em vigor para o ano escolar 2011-2012 e descreve a Matemática no B.O. nº 9 de 30 de setembro de 2010, próximo de um ano antes do início do ano escolar para as editoras lançarem as versões atualizadas dos livros. Neste programa temos como MTCD: a variância, o desvio padrão, o desvio interquartil, a média e a mediana. Dessa forma, dá-se a importância do trabalho com as duplas: média/desvio padrão e mediana/desvio interquartil.

No quadro 2, temos uma comparação de que medidas de tendência central e de dispersão são apresentadas nos programas do Brasil e da França. Não indicamos na tabela o último ano da série científica (equivalente ao terceiro ano do ensino médio), pois as MTCD não fazem parte desse programa. No programa anterior do primeiro ano do ensino médio na França, as médias aritméticas aparada e combinada, assim como a moda e amplitude são indicadas, sendo suprimida do programa atual. O desvio interquartil/intervalo interquartil está presente apenas no programa da França. Por outro lado, a moda está presente no programa atual apenas do Brasil. Assim, temos diferenças entre os dois programas e limitações nestes.

Quadro 2 - Comparando como as MTCD se apresentam nos programas do Brasil e da França.

FRANÇA (anterior)		FRANÇA (atual)		BRASIL	
Primeiro ano 2000-2001.	Segundo ano. 2001-2002.	Primeiro ano. 2009-2010.	Segundo ano. 2010-2011.	PCN+EM (2002)	OCEM (2006)
Média aritmética	Média aritmética	Média aritmética	Média	Médias	Médias
Média aritmética aparada	-----	-----	-----	-----	-----
Média aritmética combinada.	-----	-----	-----	-----	-----
Mediana	Mediana	Mediana	Mediana	Mediana	Mediana
Classe modal	-----	-----	-----	Moda	Moda
Amplitude	-----	-----	-----	-----	-----
-----	Variância	-----	Variância	Variância	Variância
-----	Desvio padrão	-----	Desvio padrão	Desvio padrão	Desvio padrão
-----	Intervalo interquartil	-----	Desvio interquartil	-----	-----
-----	-----	-----	-----	-----	Desvio médio

Fonte : adaptado de Andrade (2013).

Quais os efeitos desses programas sobre a forma como as MTCD são apresentadas nos livros didáticos? Antes de observar a participação das MTCD nos livros didáticos, procuramos inicialmente comparar os LD de matemática do ensino médio no Brasil e na França selecionados em número de páginas. Pretendemos com isso observar diferenças na forma de organizá-los de uma coleção para outra. Na tabela 1, apresentamos os resultados das 7 coleções no Brasil. Nessa tabela, pode-se observar uma grande variação no total de páginas consagradas à Matemática. Considerando o total de páginas, temos uma

amplitude de 384 páginas. O máximo do total de páginas é 1152 e o mínimo é 768. Os dados indicam uma boa dispersão. Essa é maior se considerarmos os livros do primeiro ano que apresentam um coeficiente de variação de 21 com uma amplitude de 248, muito próxima do número de páginas da coleção Br_C3, com 256 páginas. O número máximo de páginas por ano muda de coleção em cada ano escolar. Já o número mínimo se mantém na mesma coleção. A dispersão de um ano para o outro muda muito de coleção para coleção. Assim, temos uma coleção com um CV de 2% e outra com um CV de 26%.

Tabela 1 - Número de páginas nas 7 coleções de Matemática do ensino médio selecionadas no Brasil.

L.D.	1º ano	2º ano	3º ano	Total	$[x_1; x_p]$	m	CV (%)
Br_C1	408	440	280	1128	160	376	18
Br_C2	504	384	264	1152	240	384	26
Br_C3	256	312	200	768	112	256	18
Br_C4	304	320	272	896	48	299	7
Br_C5	384	328	376	1088	56	363	7
Br_C6	320	448	352	1120	128	373	15
Br_C7	336	320	320	976	16	325	2
Total	2512	2552	2064	7128			
$[x_1; x_p]$	248	136	176	384			
m	359	365	295	1018			
CV (%)	21	15	19	13			

Fonte: Andrade (2013).

Na coleção Br_C2 temos 504 páginas no livro do primeiro ano e no livro do terceiro ano 264 páginas. Essa grande diferença poderia indicar diferenças programáticas do Brasil. Contudo, na coleção Br_C6, o livro do terceiro ano possui 352 páginas, enquanto o do primeiro ano tem 320 páginas, um número menor de páginas. Observamos ainda que o número de páginas do segundo ano é o maior dos três anos na coleção Br_C5. Procuramos observar nas outras coleções uma tendência. Contudo, os dados não indicam isso. Na coleção Br_C2, observamos o número de páginas por ano (n.p.) assim organizado : n. p. 1º ano > n. p. 2º ano > n. p. 3º ano. Já nas coleções Br_C1, Br_C3 e Br_C4 temos: n. p. 2º ano > n. p. 1º ano > n. p. 3º ano (que acompanha a tendência da média das páginas de todas as coleções). Na coleção Br_C5, temos: n. p. 1º ano > n. p. 3º ano > n. p. 2º ano. Observamos na coleção Br_C6 que: n. p. 2º ano > n. p. 3º ano > n. p. 1º ano. E na coleção Br_C7 temos: n. p. 1º ano > n. p. 2º ano = n. p. 3º ano. Assim, consideramos que em função do programa brasileiro se configurar como orientações, fica em aberto para cada autor organizar o seu livro como achar melhor, priorizando assim os conteúdos e a organização que achar mais interessante.

O programa francês, ao contrário do brasileiro, tem força de lei, no sentido que deve ser seguido. Na tabela 2, apresentamos os resultados das 7 coleções francesas, visando assim observar os efeitos do programa francês sobre os livros. Embora o número médio de páginas (1351) seja maior do que nas coleções brasileiras (1018 páginas), a amplitude de 158 páginas, relativa ao total de páginas é

bem menor do que na coleção brasileira (com 384 páginas). Também a amplitude é menor por ano no ensino médio e a dispersão também é bem menor na França do que no Brasil. No primeiro ano, temos na coleção francesa o coeficiente de variação de 9 contra 21 nas coleções brasileiras selecionadas. Nos demais anos, temos um coeficiente de variação menor. Em relação ao total de páginas, temos um coeficiente de variação de 4 contra 13 no Brasil, enquanto que nas coleções brasileiras não temos uma tendência em relação ao número de páginas por ano. Nas coleções francesas fica bem definido em 6 coleções a organização: n. p. 3º ano > n. p. 2º ano > n. p. 1º ano. Apenas na coleção Fr_C7 temos: n. p. 3º ano > n. p. 2º ano = n. p. 1º ano.

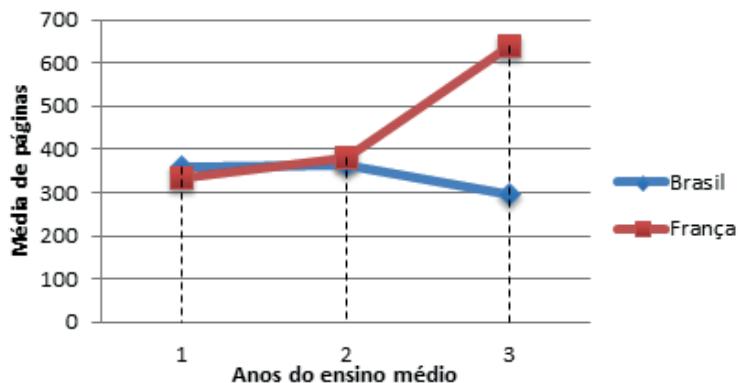
Tabela 2 - Número de páginas nas 7 coleções de Matemática do ensino médio selecionadas na França.

L.D.	1º ano	2º ano	3º ano	Total	$[x_1; x_p]$	m	CV (%)
Fr_C1	304	367	577	1248	273	416	28
Fr_C2	357	405	614	1376	257	459	24
Fr_C3	374	422	582	1378	208	459	19
Fr_C4	325	353	650	1328	325	443	33
Fr_C5	294	390	664	1348	370	449	35
Fr_C6	316	357	698	1371	382	457	37
Fr_C7	360	360	686	1406	326	469	33
Total	2330	2654	4471	9455			
$[x_1; x_p]$	80	69	121	158			
m	333	379	639	1351			
CV (%)	9	7	7	4			

Fonte: Andrade (2013).

Considerando a média de páginas, observamos na coleção francesa um crescimento constante do número médio por ano, se acentuando no último ano do ensino médio, ao contrário da coleção brasileira. O gráfico 1, ilustra esse comportamento.

Gráfico 1 – Média de páginas por ano das coleções selecionadas no Brasil e na França.



Fonte: Andrade (2013).

Outro item analisado foi a participação da estatística nos livros didáticos. Procuramos observar se existia diferença da participação da estatística nas coleções do Brasil e da França. Na tabela 3, apresentamos os resultados nas 7 coleções do Brasil. No primeiro ano do ensino médio, observamos uma participação da estatística em apenas 2 coleções (Tabela 3). Quando comparamos o total de páginas do livro de Matemática destinada à estatística e aos demais domínios, temos apenas 3% destinado à estatística. O ano com uma maior participação da estatística é o segundo ano com 24% de participação, sendo seguido pelo terceiro ano com a participação de 15% em relação aos outros domínios. Considerando o total de páginas nos três anos do ensino médio nas coleções brasileiras selecionadas, a estatística tem uma participação de 14%, enquanto temos 86% dividido entre os outros domínios. Das 7 coleções, a menor participação é na coleção Br_02 com 10% de participação da estatística e a maior participação é da coleção Br_06 com 19%.

Na tabela 3, observamos que todos os livros do segundo ano possuem um maior número de páginas do que o do terceiro ano e uma tendência comum a todas as coleções em relação à estatística: n. p. 2º ano > n. p. 3º ano > n. p. 1º ano (apenas 2 coleções com páginas no 1º ano). Apesar dessa tendência, observamos uma dispersão alta em todos os anos. No segundo ano, temos no máximo 124 páginas (Br_C5) e no mínimo 51 páginas (Br_C3), uma diferença de mais de duas vezes. Essa diferença não é proporcional, uma vez que a coleção Br_C5 passa de 124 páginas no segundo ano para 30 páginas, enquanto que a coleção Br_C3 passa de 51 páginas para 22. Essas diferenças podem ser resultantes do programa brasileiro que é flexível.

Tabela 3 – Participação no domínio da estatística (D. estat) e nos outros domínios (D. outros.) nas 7 coleções do ensino médio de Matemática selecionadas no Brasil.

Coleção	Domínio	1º ano		2º ano		3º ano		Total		$[x_1; x_p]$	m	CV (%)
		N	%	N	%	N	%	N	%			
Br_C1	D. outros	300	91	290	82	162	76	752	84	138	251	25
	D. estat.	28	9	64	18	52	24	144	16	36	48	31
	Total	328	100	354	100	214	100	896	100	140	299	20
Br_C2	D. outros	435	100	266	80	186	85	887	90	249	296	35
	D. estat.	0	0	67	20	34	15	101	10	67	34	81
	Total	435	100	333	100	220	100	988	100	215	329	27
Br_C3	D. outros	234	100	225	82	155	88	614	89	79	205	17
	D. estat.	0	0	51	18	22	12	73	11	29	24	86
	Total	234	100	276	100	177	100	687	100	99	229	18
Br_C4	D. outros	271	100	241	80	191	84	703	88	80	234	14
	D. estat.	0	0	60	20	37	16	97	12	60	32	76
	Total	271	100	301	100	228	100	800	100	73	267	11
Br_C5	D. outros	358	100	180	59	322	91	860	85	178	287	27
	D. estat.	0	0	124	41	30	9	154	15	124	51	103
	Total	358	100	304	100	352	100	1014	100	54	338	7

Br_C6	D. outros	231	89	287	76	243	82	761	81	56	254	9
	D. estat.	30	11	93	24	53	18	176	19	63	59	44
	Total	261	100	380	100	296	100	937	100	119	312	16
Br_C7	D. outros	292	100	206	75	242	88	740	88	86	247	14
	D. estat.	0	0	68	25	34	12	102	12	68	34	82
	Total	292	100	274	100	276	100	842	100	18	281	3
Total	D. outros	2121	97	1695	76	1501	85	5317	86	620	1772	15
	D. estat.	58	3	527	24	262	15	847	14	469	282	68
	Total	2179	100	2222	100	1763	100	6164	100	459	2055	10
[x₁: x_p]	D. outros	143		110		167		273				
	D. estat.	58		73		30		103				
	Total	201		106		175		327				
m	D. outros	303	97	242	76	214	85	760	86			
	D. estat.	8	3	75	24	37	15	121	14			
	Total	311	100	317	100	252	100	881	100			
CV (%)	D. outros	22		16		25		11				
	D. estat.	158		31		28		28				
	Total	20		12		22		12				

Fonte: adaptado de Andrade (2013).

Na tabela 4, temos uma distribuição de páginas entre a estatística e os outros domínios nas 7 coleções francesas selecionadas. Considerando o total de páginas das 7 coleções, temos uma participação de 23% da estatística contra 77% em relação aos outros domínios. Apesar de ser menor a participação da estatística do que nos outros domínios, ela é bem maior nas coleções da França do que nas do Brasil, com 23% contra 14%. Essa participação também é maior por ano, em que temos 21% de participação da estatística nas coleções selecionadas da França contra 3% do Brasil, no primeiro ano. No segundo ano, temos 25% nas coleções pesquisadas na França contra 24% no Brasil. E no último ano temos 23% da França contra 15% do Brasil. Tanto nas coleções selecionadas da França quanto nas do Brasil, a participação no total das coleções da estatística é maior no segundo ano.

Tabela 4 – Participação do domínio da estatística (D. estatística) e dos outros domínios (D. outros) nas 7 coleções do ensino médio de Matemática selecionadas na França.

Coleção	Domínio	1º ano		2º ano		3º ano		Total		[x₁: x_p]	m	CV
		N	%	N	%	N	%	N	%			
Fr_C1	D. outros	198	81	234	75	284	76	716	77	86	239	15
	D. estatística	46	19	76	25	90	24	212	23	44	71	26
	Total	244	100	310	100	374	100	928	100	130	309	17
Fr_C2	D. outros	250	82	268	77	314	74	832	77	64	277	10
	D. estatística	54	18	80	23	111	26	245	23	57	82	29
	Total	304	100	348	100	425	100	1077	100	121	359	14

Fr_C3	D. outros	242	75	270	69	320	77	832	74	78	277	12
	D. estatística	82	25	120	31	94	23	296	26	38	99	16
	Total	324	100	390	100	414	100	1128	100	90	376	10
Fr_C4	D. outros	242	82	248	77	334	77	824	78	92	275	15
	D. estatística	54	18	76	23	98	23	228	22	44	76	24
	Total	296	100	324	100	432	100	1052	100	136	351	17
Fr_C5	D. outros	180	76	244	75	328	74	752	75	148	251	24
	D. estatística	56	24	81	25	114	26	251	25	58	84	28
	Total	236	100	325	100	442	100	1003	100	678	334	25
Fr_C6	D. outros	216	81	220	74	348	79	784	78	132	261	23
	D. estatística	52	19	78	26	92	21	222	22	40	74	22
	Total	268	100	298	100	440	100	1006	100	172	335	22
Fr_C7	D. outros	240	76	244	76	350	81	834	78	110	278	18
	D. estatística	76	24	78	24	84	19	238	22	8	79	4
	Total	316	100	322	100	434	100	1072	100	118	357	15
Total	D. outros	1568	79	1728	75	2278	77	5574	77	710	1858	16
	D. estatística	420	21	589	25	683	23	1692	23	263	564	19
	Total	1988	100	2317	100	2961	100	7266	100	973	2422	17
[x ₁ ; x _p]	D. outros	70		50		66		376				
	D. estatística	36		44		30		84				
	Total	88		92		68		200				
m	D. outros	224	79	247	75	325	77	796	77			
	D. estatística	60	21	84	25	98	23	242	23			
	Total	284	100	331	100	423	100	1038	100			
CV (%)	D. outros	11		7		6		5				
	D. estatística	21		18		11		11				
	Total	11		8		5		6				

Fonte: adaptado de Andrade (2013).

Comparando por ano, observamos que o número de páginas aumenta a cada ano em 6 coleções: n. p. 3º ano > n. p. 2º ano > n. p. 1º ano. Apenas na coleção Fr_C3, temos os LD do segundo ano com mais páginas destinadas à estatística do que do primeiro ano. Apesar de todos os LD seguirem o programa, os livros podem aprofundar ou acrescentar temas não indicados no programa atual, levando a uma maior ou menor variação do número de páginas. Apesar disso, a dispersão por ano da participação da estatística é menor nas coleções da França do que no Brasil, como pode-se observar nos coeficientes de variações indicados nas tabelas 3 e 4.

Procuramos também observar qual o número de páginas destinadas às medidas de tendência central e de dispersão aos demais temas da estatística. Procuramos observar se existe uma distribuição constante, como também identificar as diferenças entre a França e o Brasil. Na tabela 5, temos a comparação das coleções do Brasil.

Tabela 5 – Participação das MTCD dentro do domínio da estatística nos LD do Brasil.

Coleção	MTCD/ Domínio	1º ano		2º ano		3º ano		Total		$[x_1; x_p]$	m	CV
		N	%	N	%	N	%	N	%			
Br_C1	MTCD	0	0	0	0	24	32	24	14	24	8	141
	D. estatística	28	100	64	100	52	68	144	86	36	48	31
	Total	28	100	64	100	76	100	168	100	48	56	36
Br_C2	MTCD	0	0	0	0	9	21	9	8	9	3	141
	D. estatística	0	0	67	100	34	79	101	92	67	34	81
	Total	0	0	67	100	43	100	110	100	67	37	76
Br_C3	MTCD	0	0	0	0	12	35	12	14	12	4	141
	D. estatística	0	0	51	100	22	65	73	86	51	24	86
	Total	0	0	51	100	34	100	85	100	51	28	75
Br_C4	MTCD	0	0	0	0	21	36	21	18	21	7	141
	D. estatística	0	0	60	100	37	64	97	82	60	32	76
	Total	0	0	60	100	58	100	118	100	60	39	71
Br_C5	MTCD	0	0	0	0	30	50	30	16	30	10	141
	D. estatística	0	0	124	100	30	50	154	84	124	51	103
	Total	0	0	124	100	60	100	184	100	124	61	83
Br_C6	MTCD	0	0	16	15	12	18	28	14	16	9	73
	D. estatística	30	100	93	85	53	82	176	86	63	59	44
	Total	30	100	109	100	65	100	204	100	79	68	48
Br_C7	MTCD	0	0	15	18	15	31	30	23	15	10	71
	D. estatística	0	0	68	82	34	69	102	77	68	34	82
	Total	0	0	83	100	49	100	132	100	83	44	77
Total	MTCD	0	0	31	6	123	32	154	15	123	51	102
	D. estatística	58	100	527	94	262	68	847	85	469	282	68
	Total	58	100	552	100	385	100	1001	100	500	334	62
$[x_1; x_p]$	MTCD	0		16		21		21				
	D. estatística	30		73		31		103				
	Total	30		73		42		119				
m	MTCD	0	0	4	6	18	32	22	15			
	D. estatística	8	100	75	94	37	68	121	85			
	Total	8	100	80	100	55	100	143	100			
CV	MTCD	0		158		40		36				
	D. estatística	158		31		28		28				
	Total	158		32		24		28				

Fonte: adaptado de Andrade (2013).

No primeiro ano do ensino médio, a estatística está presente em apenas duas coleções: Br_C1 e Br_C2. Na coleção Br_C1, a estatística se limita a um capítulo que aborda a organização dos dados. As medidas de tendência central não são apresentadas neste capítulo. Apesar disso, observamos de forma muito limitada o uso de termos: em média, linha média, médias, médios. Contudo, o uso desses termos limitou-se a informações sobre a forma como os dados estavam organizados em gráfico ou tabela, pressupondo o conhecimento de média. Na coleção Br_06, a estatística limita-se à coleta, organização dos dados e apresentação desses em tabelas e gráficos e as MTCD não são abordadas. No segundo ano, ao contrário do primeiro, a estatística é abordada em todas as coleções. Apesar disso, as MTCD aparecem em apenas 2 das 7 coleções. Na coleção Br_06, as MTCD têm uma participação de 15% e na coleção Br_07 temos 18%. Essa pequena participação faz com que as MTCD, dentro dos temas da estatística neste ano, seja apenas de 6% (considerando a média por coleção).

No último ano do ensino médio, temos a participação das MTCD em todas as coleções selecionadas do Brasil. Nesse ano, o máximo de páginas que envolvem as MTCD é da coleção Br_C5 com 30 páginas e o mínimo é a coleção Br_C2 com 9 páginas, o que dá uma amplitude de 21. Temos assim uma amplitude alta. No segundo ano, temos uma grande dispersão, uma vez que as MTCD aparecem em apenas duas coleções ($CV = 158\%$). A dispersão no terceiro ano é considerável, pois apresenta um coeficiente de variação de 40%.

Na tabela 6, apresentamos os resultados referentes à participação das MTCD em relação aos outros temas da estatística nos livros didáticos das coleções selecionadas na França. Como pode-se observar na tabela 6, apenas no equivalente ao terceiro ano do ensino médio, as medidas de tendência central e/ou de dispersão não estão incluídas nos livros didáticos. Nos dois primeiros anos do ensino médio das coleções selecionadas, as MTCD são vistas em todos os livros didáticos. No primeiro ano do ensino médio, a coleção com o maior número de páginas é a Fr_C7 com 25 páginas e o mínimo é a coleção Fr_C1 com 14 páginas. Comparando com a participação de outros temas da estatística, a coleção Fr_C6 é a que possui a maior participação das MTCD, neste ano, com 29%.

No segundo ano do ensino médio, a coleção com maior número de páginas é a coleção Fr_C3 com 30 páginas e o mínimo é fornecido pela coleção Fr_C4 com 18 páginas. A maior participação das MTCD em relação a outros temas é nas coleções Fr_C1 e Fr_C5 que possuem 24% de participação. Considerando o total de páginas por ano, observamos uma redução da participação dessas medidas quando comparado aos outros temas de 24% para 22%. Apesar disso, como o número de páginas destinada à estatística é maior no segundo ano, o número de páginas destinada às MTCD aumenta no segundo ano em relação ao primeiro ano. Assim, a média de páginas por coleção passa de 19 para 23 do primeiro ano para o segundo ano. Quanto à dispersão nas coleções do segundo ano ($CV=15\%$), observamos uma redução em relação às coleções do primeiro ano ($CV=20\%$).

Ao compararmos as coleções do Brasil com as da França, observamos que nas coleções de livros didáticos selecionadas, a França possui quase o dobro de páginas destinada à estatística do que nas coleções do Brasil. São 1988 páginas nas 7 coleções da França contra 995 páginas nas coleções do Brasil. Em relação às MTCD, temos um total de 296 páginas nas 7 coleções da França contra 154 páginas no Brasil. Considerando a participação das MTCD em relação a outros temas, temos aproximadamente a mesma proporção no Brasil e na França, com 15% para as MTCD e 85% para os outros temas da estatística. Apesar disso, como a estatística tem uma maior participação nas coleções da França, essa proporção resulta em uma maior participação das MTCD nas coleções da França. A dispersão nos anos em que as medidas de tendência central e de dispersão aparecem nos livros didáticos no Brasil é muito maior do que observamos na França. Enquanto que no Brasil

o coeficiente de variação no segundo ano é de 158% e no terceiro é de 40%. Na França, temos um coeficiente de variação de 20% para o primeiro ano e de 15% para o segundo ano.

Tabela 6 – Comparação da participação das MTCD com os demais assuntos dentro do domínio da estatística nos livros didáticos selecionados na França.

Coleção	MTCD/ D. estatística	1º ano		2º ano		3º ano		Total		$[x_1; x_p]$ m CV		
		N	%	N	%	N	%	N	%			
Fr_C1	MTCD	14	23	24	24	0	0	38	15	24	13	78
	D. estatística	46	77	76	76	90	100	212	85	44	71	26
	Total	60	100	100	100	90	100	250	100	40	83	20
Fr_C2	MTCD	15	22	23	22	0	0	38	13	23	13	75
	D. estatística	54	78	80	78	111	100	245	87	57	82	29
	Total	69	100	103	100	111	100	283	100	42	94	19
Fr_C3	MTCD	22	21	30	20	0	0	52	15	30	17	73
	D. estatística	82	79	120	80	94	100	296	85	38	99	16
	Total	104	100	150	100	94	100	348	100	56	116	21
Fr_C4	MTCD	18	25	18	19	0	0	36	14	18	12	71
	D. estatística	54	75	76	81	98	100	228	86	44	76	24
	Total	72	100	94	100	98	100	264	100	26	88	13
Fr_C5	MTCD	17	23	26	24	0	0	43	15	26	14	75
	D. estatística	56	77	81	76	114	100	251	85	58	84	28
	Total	73	100	107	100	114	100	294	100	41	98	18
Fr_C6	MTCD	21	29	20	20	0	0	41	16	21	14	71
	D. estatística	52	71	78	80	92	100	222	84	40	74	22
	Total	73	100	98	100	92	100	263	100	25	88	12
Fr_C7	MTCD	25	25	23	23	0	0	48	17	25	16	71
	D. estatística	76	75	78	77	84	100	238	83	8	79	4
	Total	101	100	101	100	84	100	286	100	17	95	8
Total	MTCD	132	24	164	22	0	0	296	15	164	99	72
	D. estatística	420	76	589	78	683	100	1692	85	263	564	19
	Total	552	100	753	100	683	100	1988	100	201	663	13
$[x_1; x_p]$	MTCD	11		12		0		16				
	D. estatística	36		44		30		84				
	Total	44		56		30		98				
m	MTCD	19	24	23	22	0	0	42	15			
	D. estatística	60	76	84	78	98	100	242	85			
	Total	79	100	108	100	98	100	284	100			

CV	MTCD	20	15	0	0
(%)	D. estatística	21	18	11	11
	Total	20	16	11	10

Fonte: Andrade (2013).

No gráfico 2, apresentamos uma comparação da média de páginas por ano destinada às MTCD nos livros didáticos do Brasil e da França. Na França, temos um crescimento do primeiro ano para o segundo ano, quando o ensino dessas medidas é ampliado com um estudo mais aprofundado da dispersão. Enquanto no Brasil, temos uma concentração do ensino das MTCD no último ano e uma participação no segundo ano limitada a duas coleções. Consideramos que essas diferenças são resultantes das diferenças dos programas no Brasil e na França. Enquanto que na França o programa tem força de lei e organiza de forma coerente uma continuidade do que foi visto no ensino fundamental das medidas de tendência central, no primeiro ano do ensino médio, com um aprofundamento das mesmas junto com as medidas de dispersão no segundo ano. No Brasil, o programa deixa em aberto essa participação, levando muitos autores a deixarem o seu ensino para o último ano do ensino médio, o que normalmente é visto no início dos livros de estatística.

Gráfico 2 – Comparando a participação média das MTCD no Brasil e na França por ano.



Selecionamos uma coleção francesa (Fr_C1) e uma coleção brasileira (Br_C1) e levantamos os assuntos abordados. Em seguida, comparamos com os programas (Quadro 3). No Brasil, apesar da não obrigatoriedade, todos os assuntos indicados no programa (OCM) aparecem na coleção Br_C1. A média ponderada e a média combinada, apesar de não indicadas nos programas brasileiro e francês atuais, fazem parte do assunto média. A média aritmética combinada, a moda e a amplitude fazem parte do programa francês anterior e foi mantida na coleção FR_C1. Na França, temos um programa mínimo obrigatório. Contudo, isso não impede que sejam acrescentados assuntos aos temas apresentados nos programas. Alguns assuntos não estão presentes nos programas brasileiro e francês e nas duas coleções selecionadas. São eles: média geométrica, média quadrática, média harmônica, amplitude semi-interquartil e coeficiente de variação.

Quadro 3 – Comparando o programa atual com duas coleções de livros didáticos.

Assunto	França		Brasil	
	Programa atual	Coleção – Fr_C1	Programa atual	Coleção – Br_C1
	1º e 2º anos	1º e 2º anos	Ensino Médio	3º ano
Média aritmética	Sim	Sim	Sim	Sim
Média ponderada	-----	Sim	-----	Sim
Média combinada	-----	Sim	-----	Sim
Mediana	Sim	Sim	Sim	Sim
Moda	-----	Sim	Sim	Sim
Amplitude	-----	Sim	-----	-----
Variância	Sim	Sim	Sim	Sim
Desvio padrão	Sim	Sim	Sim	Sim
Dévio interquartil	Sim	Sim	-----	-----
Desvio médio	-----	-----	Sim	Sim

Fonte - Construção dos autores.

CONCLUSÕES

A análise dos programas e dos livros didáticos selecionados indicam a força dos programas no processo de transposição didática. As diferenças entre os programas do Brasil e da França possibilitaram observar diferenças no processo de transposição que têm efeitos nos livros didáticos. Os resultados nos levam às considerações:

- As características distintas dos programas conduzem às diferenças na organização dos livros de Matemática do Brasil e da França, considerando o elemento número de páginas;
- A influência do programa também pode ser vista na forma como a estatística é apresentada nos livros do Brasil e da França. Enquanto que no Brasil a estatística é vista em apenas duas das sete coleções do primeiro ano do ensino médio e apresenta uma variação grande do número de páginas destinada a esse domínio nos outros dois anos. Na França, a estatística é vista em todos os anos e em todas as coleções selecionadas, o que contribui para um trabalho constante e contínuo ao longo do ensino médio do ensino da estatística. Apesar disso, o programa do ensino médio geral na França apresenta três vertentes e não analisamos os livros da série econômica e social e da série literária; na qual a matemática não é obrigatória;
- Em relação às medidas de tendência central e de dispersão nas coleções francesas analisadas, temos uma sequência organizada de modo que sejam vistas como continuidade e aprofundamento do que foi visto no ensino fundamental. Consideramos também mais adequada a sua apresentação nos dois primeiros anos do que no terceiro ano, pois, no último ano, consideramos que devem ser abordados temas mais avançados de estatística;
- A apresentação, na maioria das coleções brasileiras das MTCD no último ano do ensino médio, não corresponde a nenhuma indicação dos programas brasileiros. Contudo, como esses deixam em aberto, podem ser definidos como escolhas dos autores dos livros didáticos. Isso pode levar aos professores que não têm uma aproximação com a estatística abordarem de forma superficial ou até deixarem de

explorar essas medidas. Esse problema foi identificado no ensino de geometria, como destacado por Andrade (2005). No caso da estatística, faz-se necessário a realização de novas pesquisas para investigar essa hipótese.

Observamos que ambos os programas deixam de indicar algumas MTCD como o coeficiente de variação, a média geométrica, a média harmônica, entre outros. Algumas MTCD são apresentadas em alguns programas. Assim, no programa atual francês não se aborda a moda e o desvio médio indicados no brasileiro. Por outro lado, o programa atual do Brasil não aborda o desvio interquartil (que faz parte do programa francês). Observamos que em relação aos assuntos dados, nas duas coleções selecionadas, tanto a brasileira como a francesa, cumprem-se os programas acrescentando assuntos não indicados.

A comparação dos programas e dos livros didáticos nos fazem refletir sobre a importância dos programas nacionais. Consideramos que diante dos resultados apresentados deveria-se tal como na França se definir um programa nacional mínimo e obrigatório explicitando o que deveria ser ensinado em cada ano. A forma como as medidas de tendência central e de dispersão são apresentadas nos livros da França, de forma a dar continuidade ao que foi visto no ensino médio, considerando um aprofundamento gradual dos conteúdos, pode melhorar o ensino das MTCD. Consideramos a necessidade de ampliar este estudo para a sala de aula.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, V. L. V. X. **Avaliação dos efeitos de uma sequência didática na concepção de ensino-aprendizagem e na construção do conceito de homotetia em licenciandos de Matemática**. Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2005. 149 f. (Dissertação de Mestrado em Ensino das Ciências, área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática), 2005.

ANDRADE, V. L. V. X. de. **Os conceitos de medidas de tendência central e de dispersão na formação estatística no ensino médio no Brasil e na França**. Abordagem exploratória no quadro da teoria antropológica do didático e da teoria dos campos conceituais. 2013. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática e Doutorado em Ciências da Educação – cotutela) - Universidade Federal Rural de Pernambuco/Universidade Lumière Lyon2, Recife, 2013.

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. **UNO**, v. 25, p. 41-58, 2000.

BATANERO, C.; MAYÉN, S.; DÍAZ, C. Student's semiotic conflicts in the concept of median. **Statistics Education Research Journal**, 8(2), 74-93. IASE/ISI, Nov. 2009.

BEITONE, A. et al. **Les sciences économiques et sociales: Enseignement et apprentissages**. Bruxelles: De Boeck, 2004. Acesso em: 23 de set. 2011.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 16 de outubro de 2011.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Básica, 2006. 2. v. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 24 maio 2011.

BRASIL, Congresso Nacional. **LDB**: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional: lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996 que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. 5. ed. Brasília : Câmara dos Deputados, Coordenação Edições Câmara, 2010. Disponível em: <http://bd.camara.gov.br/bd/bitstream/handle/bdcamara/2762/ldb_5ed.pdf>. Acesso em: 24 de maio de 2011.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos**: PNLD 2012: Matemática. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Básica, 2011.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

CAI, J. Exploring students' conceptual understanding of the averaging algorithm. **School Science and Mathematics**, Stillwater, v. 98, n. 2. p. 93-98, 1995.

CAZORLA, I. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos**. 2002. 335 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

CHEVALLARD, Y. **Les Programmes et la Transposition Didactique Illusion, contraintes et possibles**. Texto disponível na página pessoal do autor e apresentado em uma conferência em 24 de outubro de 1985, publicado com outra paginação no Jornal da APMEP, n.352, p.32-50 em fevereiro de 1986. Disponível em: <<http://bit.ly/1GPD8pF>>. Acesso em: 31 ago. 2011.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigner**. 240 p. Incluído: CHEVALLARD, Y.; JOHSUA M. A. Un exemple d'analyse de la transposition didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991.

CHEVALLARD, Y. **Organiser l'étude**. 3. Ecologie & régulation. Curso ministrado na école d'été de didactique des mathématiques, 11. p. 41-56, ago. 2002b.

FRANCE, Ministère de l'Éducation Nationale de la Recherche et de la Technologie. **Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale**: Programmes des Lycées: Programmes de la classe de seconde générale et technologiques. v. 2, n. 6, 12 ago. Paris: Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie, 1999.

FRANCE, Ministère de l'Éducation Nationale et de la Recherche. **Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale**: Classe de première : Mathématiques série scientifique. n. 7, 31 ago. Paris: Ministère de l'Éducation Nationale et du ministère de la Recherche, 2000. Disponível em: <www.education.gouv.fr/bo/2000/hs7/vol5mathsc.htm>. Acesso em: 11 jun. 2012.

FRANCE, Ministère de l'Éducation Nationale. **Bulletin Officiel du Ministère de l'Éducation Nationale**: Mathématiques: classe de seconde. n. 30, 23 juil. Paris: Ministère de l'Éducation Nationale, 2009. Disponível em: <http://media.education.gouv.fr/file/30/52/3/programme_mathematiques_seconde_65523.pdf>. Acesso em: 22 ago. 2010.

FRANCE, Ministère de l'Éducation Nationale. **Bulletin Officiel Spécial**: annexe Mathématiques Cycle Terminal de la Série Scientifique: Classe de Première. n. 9, 30 set. Paris: Ministère de l'Éducation Nationale, 2010. Disponível em: <http://media.education.gouv.fr/file/special_9/21/1/mathsS_155211.pdf>. Acesso em: 26 set. 2011.

GAL, I. Statistical tools and statistical literacy: the case of the average. **Teaching Statistics**, Rapid City, v. 17, n. 3, p. 97-99. Set. 1995.

GITIRANA, V. et al. Média aritmética no ensino fundamental. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A. (Org.) **Estudos e reflexões em educação estatística**. Campinas: Mercado de Letras, 2010. p. 105-131.

GOODCHILD, S. School pupil's understanding of average. **Teaching Statistics**, Rapid City, v. 10, n. 3, p. 77-81, 1988.

KHALIL, N. Teaching Average to Secondary School students. **Journal of Kufa for Mathematics and Computer**. v. 1, n. 2, p. 123-131, out. 2010.

LEITE, A. P. F. **Estimativa de medidas de tendência central**: uma intervenção de ensino. 2010. 161 f. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de matemática) – PUCSP, São Paulo, 2010.

LEON, M. R.; ZAWOJEWSKI, J. S. Use of the arithmetic mean: an investigation of four properties issues and preliminary results. In: International Conference on Teaching Statistics (ICOTS), 3. , 1990, Dunedin (Nova Zelândia). **Proceedings...** Dunedin: IASE, 1990, p. 302-306.

LIMA, R. C. R. **Introduzindo o Conceito de Média aritmética na 4ª série do Ensino Fundamental Usando o Ambiente Computacional**. 2005. 272f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MAYÉN, S. A. G. **Comprension de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos de educación secundaria y bachillerato**. 2009. 396 f. Tese (Programa de Doutorado de la Didáctica de la Matemática) - Universidade de Granada, Granada (Espanha), 2009.

MAYÉN, S. A. G. et al. **Comprensión de las medidas de posición central em estudiantes mexicanos de bachillerato**. Revista Iberoamericana de Educación Matemática - UNIÓN, n. 9, p. 187-201. marzo de 2007. ISSN: 1815-0640.

MAYÉN, S. A. G.; BATANERO, C. Validez y fiabilidad de un cuestionario sobre medidas de tendencia central para estudiantes de secundaria y bachillerato. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM), 13., 2011, Recife. **Anais...** Recife: EDUMATEC, 2011. p. 74-93.

MERINO, B. C.. **Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de Secundaria**. 2003. 301f. Tese (Departamento de Didáctica de la Matemática). Granada: Universidade de Granada, 2003.

MEVARECH, Z. R. A Deep Structure Model of Students' Statistical Misconceptions. **Educational Studies in Mathematics**. v.14, n.4, p. 415-429. 1983. ISSN: 0013-1954. ISSN (on-line): 1573-0816.

MOKROS, J.; RUSSELL, S. J. Children's Concepts of Average and representativeness. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 26, n. 1, p. 20-39, 1995.

POLLATSEK, A.; LIMA, S.; WELL, A. D. Concept or computation: students' understanding of the mean. **Educational Studies in Mathematics**, v. 12, n. 2, maio, p. 191-204, 1981.

RÉGNIER, J.-C. **Auto-évaluation et autocorrection dans l'enseignement des mathématiques et de la statistique.** Entre praxéologie et épistémologie scolaire. Tese em HDR em Ciências da Educação. Universidade Marc Bloch Strasbourg: France, 2000. Disponível em : <http://theses.univ-lyon2.fr/documents/lyon2/2000/regnier_jc>. Acesso em: 11 jan. 2014.

RÉGNIER, J.-C. A propos de la formation en statistique. Approches praxéologiques et épistémologiques de questions du champ de la didactique de la statistique. *Revue du Centre de Recherche en Education* 22/23 (2003) 157-201. Disponível em: <<http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00363427>>. Acesso em: 11 jan. 2014.

RÉGNIER, J.-C. Formation de l'esprit statistique et raisonnement statistique. Que peut-on attendre de la didactique de la statistique? In: Séminaire National de Didactique des Mathématiques. 2005, Paris. **Anais...** Paris: IREM Paris, 2005. Disponível em: <<http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00391741>>. Acesso em 11 de jan. 2014.

STELLA, C. A. **Um estudo sobre o conceito de média com alunos do Ensino Médio.** 2003. 181 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

STRAUSS, S.; BICHLER, E. The development of children's concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston. v.19. n.1. p. 64-80, 1988.

VERRET, M. **Le Temps des Études.** (Tese) Universidade de Paris V. 837f. Paris: Honoré Champion, 1975.

WATSON, J. What's the point? **The Australian Mathematics Teacher**, Stepney, v. 52, n.2, p.40-43, 1996.

ZAWOJEWSKI, J. S. Teaching Statistics: mean, median and mode: research into practice. **Arithmetic Teacher**, p. 25-26, 1988.

RECEBIDO: 01.03.2014.

CONCLUÍDO: 01.04.2014.