

## O ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA: ATIVIDADES E PROJETOS GERADOS A PARTIR DE PESQUISAS DE MESTRADO PROFISSIONAL

*THE TEACHING OF STATISTICS AND PROBABILITY IN ELEMENTARY SCHOOL: ACTIVITIES AND  
PROJECTS GENERATED MASTER DEGREE RESEARCH*

ANTONIO CARLOS DE SOUZA\*  
LEANDRO DE OLIVEIRA SOUZA\*\*  
LUZINETE DE OLIVEIRA MENDONÇA\*\*\*  
CELI ESPASANDIN LOPES\*\*\*\*

### RESUMO

A proposta deste artigo é apresentar - e promover sobre eles reflexões e discussões - atividades e projetos de Estatística e Probabilidade desenvolvidos em pesquisas que foram produto de três dissertações de Mestrado nos três níveis do ensino básico (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio). Focam-se a análise do potencial das abordagens de ensino e os processos cognitivos empregados pelos alunos ao aprenderem Estatística por meio de processos de investigação. O projeto de Educação Infantil trabalhou com crianças entre 5 e 6 anos, não leitoras, e buscou analisar a forma como elas problematizam, elaboram instrumentos, coletam, organizam e analisam dados. A atividade de Ensino Fundamental envolveu alunos de 13 anos de idade em um estudo de caso e investigou o seguinte problema: como os recursos tecnológicos podem ser úteis para a construção de novos conhecimentos envolvendo a Estocástica no Ensino Fundamental? E, no Ensino Médio, a pesquisa caracterizou-se também como um estudo de caso, em que se observou o desenvolvimento dos alunos em projetos estatísticos em um ambiente de Modelagem Matemática.

**Palavras-chave:** Atividades Estatísticas. Estocástica. Educação Básica.

### ABSTRACT

*The proposition of this paper is to promote reflections and discussions about activities and projects of statistics and probability, which were developed as products of research in three dissertations, to three levels of education (Elementary School, Junior High and High School). It was analyzed the potential of teaching approaches and cognitive process carried by the students while they were learning statistics. The elementary school project involved some children between 5 and 6 years old who did not read yet, and it aimed to analyze how they understood, drew, collected and organized charts. The activity for Junior High School involved 13 years old students in a case study which investigated the following problem: How technological resources can be helpful to build new knowledge of Stochastic? The last project, applied to High School, was characterized by a case study in which students' development was observed through statistical projects in an environment of Mathematical Modeling.*

**Keywords:** Statistical Activities. Stochastic. Elementary School.

\* Doutor em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Braz Cubas. E-mail: toncaza@gmail.com

\*\* Doutora em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Cruzeiro do Sul. E-mail: olileo@ig.com.br

\*\*\* Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Cruzeiro do Sul. E-mail: luzinete-mendonca@uol.com.br.

\*\*\*\* Doutora em Educação. Professora Titular do Programa de Mestrado e Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática - Universidade Cruzeiro do Sul. E-mail: celilopes@uol.com.br

## INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem da Probabilidade e da Estatística, desde o início da escolaridade, têm sido objeto de estudo e discussão em vários currículos de Matemática em âmbito internacional. No Brasil, em 1998, os *Parâmetros Curriculares Nacionais* - PCN - (BRASIL, 1998) recomendaram, no Ensino Fundamental, a incorporação da Estatística ao currículo de Matemática e, em 2002, o mesmo foi prescrito para o Ensino Médio, com os *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio* - PCNEM - (BRASIL, 2002). No entanto, a implementação dos conteúdos de Estatística e Probabilidade, desde o início da escolaridade, tem gerado desafios para as escolas e os professores, os quais passam por obstáculos: a falta de atenção a esses temas na formação inicial e continuada de professores (LOPES, 2003); a inadequação de abordagem desses temas nos livros didáticos (OLIVEIRA, 2006); a falta de materiais didáticos específicos e de qualidade; o distanciamento dos professores dos resultados das pesquisas; a ausência de *softwares* livres e de fácil manuseio para professores e alunos (CAMPOS; CAZORLA; KATAOKA, 2011), além da inexistência de orientações para a abordagem da Estatística na Educação Infantil (SOUZA, 2007).

A transferência, para o ensino da Estatística, de métodos de ensino utilizados na Matemática, também é considerada por Batanero (1999) outro grande obstáculo. Esse efeito profundo e contínuo da cultura formalista da Matemática é evidenciado quando os professores abordam os conceitos dessa ciência de forma fragmentada (MELETIOU,

2003). Nesse caso, as crenças importadas da Matemática para a Estatística afetam e agem como uma barreira para o aprendizado desta última, pois, no contexto desta, o que se espera é que os alunos aprendam a lidar com a incerteza e a variabilidade.

Pesquisas e documentos de orientações curriculares recentes (BRASIL, 2006; DELMAS, 2004; FRANKLIN et al., 2005; GATTUSO, 2008) têm colocado a Matemática e a Estatística como duas ciências distintas e interdependentes e têm sugerido que professores, ao ensinar Estatística e Probabilidade, devam possibilitar aos alunos a: formulação de problemas a serem investigados; realização de coleta, organização e representação de dados; utilização de medidas estatísticas adequadas para analisar dados; elaboração e avaliação de previsões; resolução de problemas que envolvam raciocínio probabilístico; compreensão da inter-relação entre Probabilidade e Estatística.

Diante disso, o propósito deste artigo é apresentar atividades de Estatística e Probabilidade que promovam reflexões e discussões sobre a abordagem desses temas nos três níveis da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio). As atividades e os processos aqui descritos resultaram de três dissertações de Mestrado Profissional, produzidas no âmbito de discussões e reflexões do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Estatística (GEPEE), que analisaram o potencial das abordagens de ensino e os processos cognitivos empregados pelos alunos, ao aprenderem Estatística e Probabilidade.

A investigação de Souza (2007), desenvolvida com 17 alunos de uma escola municipal da cidade de Suzano-SP, para os

quais o professor-pesquisador lecionava, teve como questão central observar e analisar a forma como essas crianças de 5 e 6 anos problematizam, elaboram instrumentos, coletam, organizam e analisam dados. As atividades de ensino utilizadas nesta pesquisa foram compostas por uma proposta didático-pedagógica na qual os alunos desenvolveram um projeto de investigação estatística em 12 encontros, com as seguintes etapas: escolha de um tema para pesquisa; elaboração de instrumentos para coleta de dados; coleta de dados; tabulação dos dados; representação dos dados; interpretação; conclusão; e comunicação dos resultados.

Souza (2009), investigou em sua pesquisa, o seguinte problema: como os recursos tecnológicos podem ser úteis para a construção de novos conhecimentos envolvendo a Estocástica no Ensino Fundamental? Seu objetivo foi investigar como a inserção de recursos tecnológicos pode auxiliar alunos a adquirirem novos conhecimentos na área de Educação Estocástica. Para responder a essa questão, foi desenvolvida uma pesquisa de natureza qualitativa, com análise interpretativa, a partir dos relatos dos alunos sobre o raciocínio empregado em atividades de: simulação, interação e resolução de problemas. A pesquisa contou com a participação de um grupo formado por quatro alunas, voluntárias, de 12 anos de idade.

Já Mendonça (2008) desenvolveu seu projeto de pesquisa qualitativa, um estudo de caso, em duas turmas de 3º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede estadual de São Paulo, em que analisou a contribuição do ambiente de Modelagem Matemática para o desenvolvimento do pensamento estatístico dos alunos.

A partir das dissertações publicadas, serão aqui explicitadas as questões desenvolvidas com os alunos por meio das atividades e dos projetos em que os três autores foram os professores-pesquisadores.

## ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Este projeto foi assim organizado e desenvolvido em seis etapas, apresentadas a seguir:

- A escolha do tema

Em qualquer nível de ensino e, em especial, na Educação Infantil, o tema para um projeto de investigação estatística deve ser algo relevante, que desperte o interesse e tenha significado para os alunos. Dessa forma, o tema foi escolhido após a visita de duas funcionárias da Prefeitura à escola, com o objetivo de recolher opiniões dos alunos sobre a merenda a eles oferecida. Elas propuseram que respondessem à pergunta “*O que você acha da merenda?*”, marcando uma das alternativas representadas por símbolos contidos em uma tira de papel, conforme mostra a figura abaixo:

**Figura 1** - O que você acha da merenda?



Fonte: Secretaria Municipal de Educação - Prefeitura Municipal de Suzano.

As “carinhas” significavam, respectivamente, merenda boa, merenda ruim, merenda ótima. A opção de “votação secreta”, proposta pelo professor-pesquisador para responder à questão,

estimulou a curiosidade dos alunos em relação às respostas dadas pelos colegas de sua turma e das outras duas turmas do mesmo período de aula.

- A elaboração de instrumentos

O objetivo para essa etapa era discutir e elaborar o instrumento para coleta de dados no projeto das crianças. Com as discussões realizadas com elas, definiu-se que seria feita uma entrevista com todos os alunos que estudavam no



















período da manhã. A ideia, então, foi elaborar um questionário para levantar dados e posteriormente discuti-los com os alunos. Rocha (2000) afirma que, logo nos primeiros anos de escolaridade, as crianças são capazes de colocar questões para investigar, organizar respostas, e criar representações dos dados. Dessa forma, por meio dos dados coletados nas suas investigações, elas podem desenvolver conceitos acerca da tomada de decisões. Assim, chegou-se ao questionário apresentado no quadro 1:

**Quadro 1** - Versão preliminar do questionário.

<p>1. Sexo: Masculino      Feminino</p> <p>2. Idade: 5    6    7</p> <p>3. Você gosta da escola? Sim      Não</p> <p>4. O que você acha da merenda da escola? Muito gostosa    Gostosa    Ruim</p> <p>5. Como você vem para a escola? De transporte escolar    De carro A pé    De bicicleta    De moto</p>	<p>6. A que horas você vai dormir? 7    8    9    10    11</p> <p>7. A que horas você se levanta para vir para a escola? Cinco    Cinco e meia    Seis    Seis e meia</p> <p>8. Você mora... Perto da escola                      Longe da escola</p> <p>9. Onde você vai estudar no ano que vem? E.E. "Zeikichi Fukuoka"    EMEIF "Vereador Antonio Martins"    Outra escola</p>
---	---

Fonte: Souza (2007, p. 100).

**Quadro 2** - Versão final do questionário.

<p>1. SEXO</p> <p> </p> <p>2. IDADE</p> <p>5    6    7</p> <p>3. VOCÊ GOSTA DA ESCOLA?</p> <p> </p> <p>4. O QUE VOCÊ ACHA DA MERENDA DA ESCOLA?</p> <p>  </p> <p>5. COMO VOCÊ VEM PARA A ESCOLA?</p> <p>    </p>	<p>6. A QUE HORAS VOCÊ VAI DORMIR?</p> <p>7    8    9    10    11</p> <p>7. A QUE HORAS VOCÊ SE LEVANTA PARA VIR PARA ESCOLA?</p> <p>5    5    6    6</p> <p>8. VOCÊ MORA...</p> <p>  </p> <p>9. ONDE VOCÊ VAI ESTUDAR NO ANO QUE VEM?</p> <p>  </p>
--	--

Fonte: Souza (2007, p. 100).

Por ser um trabalho realizado com crianças não leitoras, o professor-pesquisador construiu, em conjunto com os alunos, uma versão do questionário que permitisse a compreensão por todos, como se apresenta no quadro 2.

Embora as crianças ainda não fossem leitoras, o fato de não saberem ler ou escrever não significava que fossem incapazes de ouvir e pensar (SMOLE, 1996). Segundo essa autora, meios como o desenho e a expressão pictórica podem ser utilizados para a solução de problemas propostos. Em consonância com essa afirmação, a versão final do questionário contém figuras para a representação das respostas.

Durante essa etapa, os alunos tiveram necessidade e oportunidade de utilizar conhecimentos matemáticos construídos anteriormente, como noção de tempo e ideia de posição. Batanero (2000) afirma que a aplicação da Estatística proporciona boas oportunidades para mostrar aos alunos a utilidade da Matemática para resolver problemas reais. Além disso, eles realizaram pequenas inferências, consideradas pelo professor-pesquisador como indícios de um dos tipos de raciocínio que Garfield e Gal (1999) dizem esperar que os alunos desenvolvam, à medida que aprendem Estatística.

- Coleta de dados

A forma escolhida para os alunos coletarem os dados exigia uma preparação, pois, além de conhecer as questões, os alunos tinham que dominar os procedimentos necessários para a coleta. Durante a atividade de preparação, o professor-pesquisador decidiu que as entrevistas seriam realizadas em duplas de alunos, compostas

por um entrevistador e seu ajudante.

O aluno entrevistador iria ler e fazer as perguntas ao entrevistado, enquanto o ajudante chamaria o entrevistado em sua sala, acompanhá-lo-ia até o local da entrevista, auxiliaria o entrevistador, caso este precisasse, e depois acompanharia o entrevistado de volta até sua sala. A escolha de quem exerceria cada uma das funções deu-se por meio de manifestações dos alunos, pelo conhecimento em relação às questões e pela desenvoltura de cada um.

Após realizarem as entrevistas, os entrevistadores e seus ajudantes também responderam ao questionário.

- A organização dos dados

A tabulação dos dados foi feita em quatro fases: nas três primeiras, foram tabulados os dados de cada uma das três turmas e, na última, foi feita a tabulação geral. Em todas as fases, os alunos registraram os dados em tabelas.

Nessa etapa, utilizaram e aprimoraram seus conhecimentos relacionados às ideias de contagem e número. Entretanto, essa foi a etapa mais cansativa e talvez a mais desinteressante para os alunos - principalmente no que se refere "à transferência" dos dados contidos nos questionários para as tabelas. O trânsito entre representações não é algo natural, é uma atividade pouco espontânea e de difícil compreensão para a maioria dos alunos (DUVAL, 2004 apud BUEHRING, 2006).

Ao lidar com os procedimentos dessa etapa, os alunos vivenciaram situações que possibilitaram o raciocínio sobre os dados e sua representação (GARFIELD; GAL, 1999), pois, como afirma Lopes (2003), a Educação

na Infância deve priorizar, entre outras coisas, o acesso a diferentes linguagens e representações.

- A representação dos dados

A representação dos dados deu-se através de gráfico de colunas, por ser este mais adequado às variáveis qualitativas (MAGALHÃES; LIMA, 2005) e ao trabalho com alunos dessa faixa etária; e também pelo fato de que os alunos já conheciam esse tipo de representação.

Foi construído um gráfico para cada questão, com colunas de uma mesma altura, subdivididas em retângulos, que os alunos pintaram de acordo com as frequências verificadas na etapa de tabulação. A opção por construir as colunas subdivididas e de mesma altura objetivava que os alunos consultassem as tabelas de dados tabulados para efetuar a pintura da coluna na altura correspondente à sua frequência.

Para a representação gráfica dos dados, as crianças fizeram uso de conhecimentos que lhes possibilitaram visualizar, analisar e comparar. Além disso, ao “ler” as tabelas e representar os dados nos gráficos, tiveram a oportunidade de estabelecer algumas correspondências, como, por exemplo, entre a frequência do valor de uma determinada variável e a altura da coluna que a representava.

- A interpretação dos dados, a elaboração de conclusões e a comunicação dos resultados

Essa etapa envolveu as atividades finais: os alunos efetuaram a interpretação, chegaram a algumas conclusões por meio de pequenas inferências e também comunicaram os dados a toda comunidade escolar. A interpretação

dos dados coletados ocorreu também ao longo dos trabalhos e não somente em uma etapa específica.

Optou-se por fazer a comunicação dos resultados por meio de comunicações orais – quatro, no total: duas para os alunos entrevistados, uma para os funcionários da escola e a última para os pais dos alunos (entrevistadores e ajudantes) – e por meio de exposição dos gráficos no pátio da escola. Com esta exposição, teve-se como objetivo apresentar os resultados da pesquisa para o restante da comunidade escolar, uma vez que não foi possível realizar apresentações orais para todos.

## **PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Inicialmente cabe esclarecer que a atividade apresentada não pôde ser realizada com toda a turma e foi desenvolvida apenas com um grupo de quatro alunos, por dois motivos: primeiro, porque o professor-pesquisador possuía apenas uma licença do *software Fathom*, no qual há um grande potencial para o ensino de Estatística e Probabilidade, o que levou à sua utilização; segundo, porque se fazia necessário entender quais os recursos cognitivos que os alunos empregam para responder questões probabilísticas, quando se utilizam dessas ferramentas tecnológicas. Nesse sentido, optou-se pela metodologia de estudo de caso enunciada por Lüdke e André (1986).

O método para a coleta de dados foi a gravação da discussão em áudio; além disso, houve a intermediação do pesquisador no processo de ensino e aprendizagem. Embora o objetivo central fosse investigar as contribuições dos recursos tecnológicos à

aquisição de conhecimentos probabilísticos e estatísticos, também foi possível ressaltar considerações relacionadas à prática docente e ao processo de interação dos alunos durante a construção do conhecimento.

Em consonância com as recomendações postuladas por Chance e Rossman (2006), procurou-se desenvolver neste estudo atividades que contemplassem simulações manuais, de forma que a transição para as simulações virtuais não se tornasse uma caixa negra para os alunos. Com esse objetivo, foram desenvolvidas duas atividades. Neste artigo será descrita uma delas, intitulada “jogo da roleta”. O aplicativo utilizado está disponível no *site* elaborado pela National Library of Virtual Manipulatives (NLVM) e faz parte de um projeto apoiado pela US National Science Foundation (NSF), iniciado em 1999 para desenvolver uma biblioteca interativa com jogos virtuais.

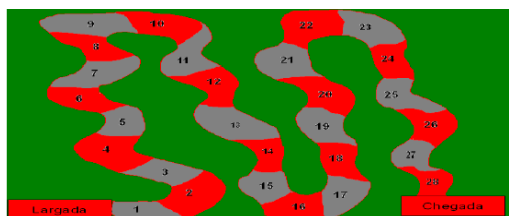
Esperava-se que as quatro alunas mencionadas fizessem comparações do jogo da roleta com outro, anteriormente desenvolvido e aplicado no grupo (SOUZA, 2009). O jogo dos dados levava os alunos a estimar a probabilidade da soma dos resultados obtidos pelo lançamento indicado nas faces superiores de dois dados. Pretendia-se, pela comparação dos jogos, que as estudantes descobrissem que, na organização destes, podem ser resolvidas injustiças que existem, desde que se conheçam as chances reais de cada jogador para ganhar.

Para iniciar o jogo da roleta, três alunas deveriam jogar, individualmente, competindo umas com as outras. Os materiais utilizados foram três carrinhos, a roleta do *site* da NLVM, o programa *Fathom* e o tabuleiro representado na figura 2. A princípio, ajustou-se a roleta, de

forma que as partes coloridas não fossem proporcionais entre si. Cada aluna deveria escolher uma cor da roleta. Quando a roleta girasse e o ponteiro parasse na cor escolhida, o carrinho pertencente a quem havia escolhido a cor avançava. Vencia o jogo aquela que chegasse primeiro ao final. A forma como foi ajustada a roleta pode ser observada na figura 3.

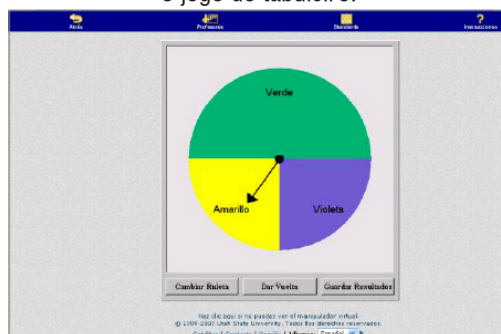
Contava-se, a princípio, com a possibilidade de que as alunas percebessem que a regra criada para o jogo não era justa; não se supunha, porém, que isso pudesse causar dificuldades para que elas entrassem em acordo, ao escolherem as cores de cada uma. Após a primeira partida e usando a mesma roleta, foi pedido às alunas que respondessem a um roteiro de perguntas, de maneira que expressassem as chances de cada jogadora, através de frações, porcentagem e decimal.

**Figura 2** - Tabuleiro para o jogo da roleta.



Fonte: Souza (2009, p. 97).

**Figura 3** - Roleta ajustada pelo pesquisador para o jogo do tabuleiro.



Fonte: Souza (2009, p. 97).

As alunas não tiveram dificuldades para expressar a probabilidade de cada cor da roleta em frações e porcentagem: violeta, 50% -  $\frac{1}{2}$ ; amarelo, 25% -  $\frac{1}{4}$ ; e verde, 25% -  $\frac{1}{4}$ . Porém houve grande dificuldade para expressar as probabilidades em números decimais. As discussões oscilaram várias vezes entre dividir o denominador pelo numerador ou dividir o denominador por 100. As alunas nem sequer cogitaram a possibilidade de multiplicar a divisão do numerador pelo denominador da fração por 100 ou dividir o numerador da fração pelo denominador.

Para as alunas, foi mais fácil transformar um gráfico de setores em frações ou porcentagem. Supõe-se que isso tenha ocorrido porque é fácil imaginar um gráfico de setores dividido em quatro partes iguais. Para representá-las, há duas cores que representam duas partes das quatro e outra que representa as outras duas partes. O mesmo acontece com as porcentagens. Diferentemente da tarefa de transformar os gráficos em números decimais, é fácil identificar que 100%, o total, pode ser dividido em quatro partes; que uma das cores representa o dobro das outras duas; e que as outras duas, somadas, têm o mesmo valor da primeira. A atividade evidenciou que as alunas não tinham o hábito de representar probabilidades por meio de números fracionários. Esse conceito, porém, requer uma abstração um pouco maior.

Depois disso, solicitou-se às alunas que tentassem criar regras justas para o jogo, sem que mudassem as cores da roleta. Após algum tempo de discussão, elas responderam que, para o verde andar uma casa, a roleta deveria cair duas vezes nessa cor. Essa estratégia foi desenvolvida com aparente facilidade: elas conseguiram criar uma regra

justa, apenas observando as probabilidades pela porcentagem de cada cor.

Para prosseguir, foi pedido que as alunas criassem uma nova regra e comparassem a cor dos carrinhos com a cor da roleta; e avançassem conforme a indicação da cor em que a roleta parasse, modificando apenas o tamanho das partes da roleta em cada cor, de forma que o jogo fosse justo para todos os participantes.

Uma das alunas respondeu que deveriam organizar  $\frac{1}{3}$  de cada parte da roleta para cada cor. Para surpresa do grupo, com o uso da calculadora, após discussão sobre como expressar probabilidade por meio de decimais, outra aluna se posicionou, dizendo que  $\frac{1}{3}$  seriam 33,33333...%. Depois disso, houve uma árdua discussão, e uma delas perguntou como deveriam fazer, pois, se somassem os três decimais, não teriam 100%; e isso faria com que o jogo não se tornasse justo. A discussão demorou algum tempo e precisou de intervenção para que o grupo chegasse à conclusão de que a diferença era tão pequena que cada cor poderia ficar com 33,333333...%, pois, mesmo assim, o jogo da roleta tornaria-se justo. Finalizada a discussão, os alunos arrumaram a roleta, conforme a figura 4.

Nessa questão, ficou evidente que existe uma dificuldade muito grande dos alunos em abstrair que uma fração pode representar uma dízima periódica e ser usada para dividir partes iguais. Ao final, as alunas desprezaram a diferença que encontraram, sem estar convencidas de que as chances seriam as mesmas para as três cores, principalmente pelo fato de uma parte, mesmo que muito pequena, haver “sumido” no meio de seus cálculos. Essa situação é muito complexa para ser discutida e entendida nessa faixa etária,

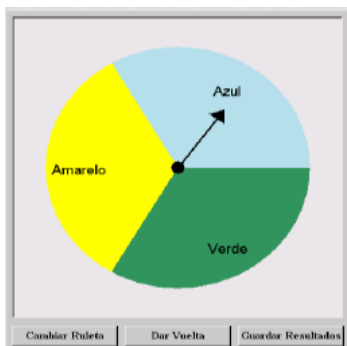


visto que, aos olhos de algumas pessoas, a Matemática é uma ciência tão exata que não permite aproximações. Essa impressão é muito intensa nessa idade, em que não existe meio termo - ou é ou não é. Parece que o fato se agrava porque, em situação de jogo, fala-se de chances e, para que jogos sejam justos, não podem existir diferenças, mesmo mínimas.

Em seguida, foi solicitado às alunas que enumerassem a roleta de 1 a 6, de forma que todas as cores tivessem o mesmo tamanho, e que comparassem os resultados da roleta girada 100 vezes com os números obtidos por um dado lançado 100 vezes no programa *Fathom*. O professor-pesquisador perguntou se os resultados foram iguais para esses dois procedimentos. Para responder a essa pergunta, as alunas fizeram a transformação dos resultados em porcentagem, conforme mostra-se na figura 5.

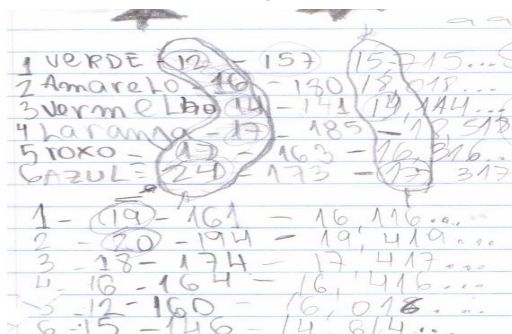
Observando suas anotações, as alunas disseram que os resultados não coincidiram. Em seus experimentos probabilísticos, Batanero, Godino e Cañizares (2005) e Coutinho (2001) notaram que as pessoas têm dificuldades em distinguir e comparar a estimativa da probabilidade dada com o valor teórico e real. Isso também foi observado na pesquisa de Souza (2009).

**Figura 4** - Roleta organizada pelas três jogadoras apontando para chances iguais.



Fonte: Souza (2009, p. 147).

**Figura 5** - Anotações dos resultados da roleta e dos resultados do lançamento de um dado.



Fonte: Souza (2009, p.149).

Logo após, foi pedido às alunas que lançassem os dados mil vezes e girassem a roleta a mesma quantidade de vezes. Em seguida, foi perguntado a elas se os resultados foram iguais para o dado lançado mil vezes e para a roleta girada a mesma quantidade de vezes. Novamente, em resposta a essa questão, elas disseram que os resultados não coincidiram.

Continuando a atividade, elas deveriam expressar a probabilidade por meio de frações ou porcentagem, para cada número do dado e cada número da roleta. As respostas foram, respectivamente:  $1/6$  e  $16,6666...%$ . O professor-pesquisador perguntou, então, se os cálculos feitos por elas traziam resultados equivalentes aos que aconteceram nas simulações, quando executaram a experiência. Se existisse diferença, deveriam explicar por que. Elas disseram que os resultados eram equivalentes, porque estavam tratando da probabilidade de uma situação acontecer. Essa comparação permitiu que observassem e entendessem que, quando se fazem cálculos probabilísticos, embora a simulação não apresente resultados idênticos ao esperado pelos cálculos esses tendem a ser próximos ao da simulação, conforme se aumenta a quantidade de dados

coletados (lei dos grandes números).

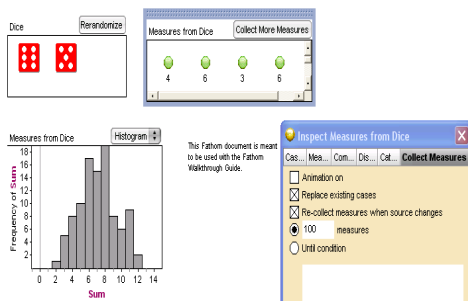
Na tarefa seguinte, cabia às alunas simular o lançamento de dois dados, somando suas faces 100 vezes no programa *Fathom* (Figura 7) e verificando os resultados. Em seguida, deveriam enumerar a roleta de 2 a 12 (Figura 6), com os segmentos coloridos todos no mesmo tamanho, e também girá-la 100 vezes, verificando os resultados.

**Figura 6** - Roleta organizada pelos alunos, simulando o resultado de onze somas possíveis, observando o lançamento de dois dados.



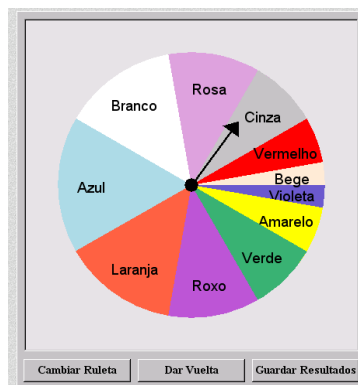
Fonte: Souza (2009, p.151).

**Figura 7** - Simulação da soma das faces superiores dos dois dados.



Fonte: Souza (2009, p.151).

**Figura 8** - Comparação da roleta com o resultado das faces superiores do lançamento de dois dados.



Fonte: Souza(2009, p.153).

Após as simulações, foi perguntado às alunas se os resultados foram iguais, próximos ou muito diferentes nas duas situações e por que. A resposta foi que os resultados foram diferentes, porque as chances haviam sido diferentes. Essa última constatação foi possibilitada pelo fato de as alunas já conhecerem a quantidade de chances que cada número teria na soma de duas faces, assim como no jogo “Corrida dos Dados”, que foi publicado em Souza (2009).

Continuando, o professor-pesquisador pediu ao grupo que organizasse as cores da roleta, de forma que cada cor correspondesse às chances de um número da soma dos dados e que todas tivessem chances idênticas. Na figura 8, a roleta organizada pelas alunas indica a probabilidade de cada cor correspondente a um número da soma das faces superiores do lançamento de dois dados. As estudantes conseguiram organizar a roleta, a fim de que houvesse chances iguais para cada cor correspondente a um número resultante da soma das faces superiores dos dados. Após essa organização da roleta, ficou evidenciado que os recursos tecnológicos auxiliaram as

alunas a adquirir conhecimento probabilístico para comparar e expressar probabilidades por meio de gráficos e números.

### Educação Estatística no Ensino Médio

A atividade a ser discutida nesse subitem se refere a um trabalho com projetos de investigação estatística desenvolvido com duas turmas de 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de São Paulo. Esses projetos foram desenvolvidos em cinco etapas, tendo sido propostas, em cada uma delas, algumas ações que foram complementares e objetivaram o desenvolvimento de várias

competências no que se refere à Educação Estatística e à formação geral dos alunos.

Tal proposta fundamenta-se na interface entre o processo de Modelagem Matemática (MM) e de Investigação Estatística, construído em Mendonça (2008). Nesse caso, tomou-se como referência a perspectiva de modelagem de Barbosa, (2001, p. 6), que considera a MM como

um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.

As etapas do trabalho estão apresentadas no quadro 3, a seguir:

**Quadro 3** - Etapas dos processos de modelagem matemática e de investigação estatística em um ambiente de modelagem matemática.

<b>Etapas do processo de investigação estatística em um ambiente de Modelagem Matemática</b>	
<b>1 - Escolha do tema</b>	Formação dos grupos por tema de interesse ou escolha de um tema pelos grupos previamente formados. Para o desenvolvimento dessa etapa, buscou-se provocar os alunos a pensar em assuntos, temas ou fenômenos que pudessem ser considerados à luz dos conceitos da Estatística. Além disso, estimulou-se a interação dos alunos com os colegas para escolha dos temas, promovendo um ambiente de discussão no qual os educandos tivessem as condições propícias para expor seus interesses e suas crenças e posicionar-se nas discussões.
<b>2 - Interação</b>	Interação com o tema ou estudo do fenômeno e período de interação nos grupos, possibilitando as negociações dos interesses envolvidos e discussões sobre o tema. A etapa previa que os alunos, embasados na interação praticada na fase anterior, estabelecessem hipóteses sobre o tema escolhido e elaborassem questões de pesquisa, capazes de guiar o processo investigativo na busca de dados necessários para a compreensão do assunto. Além disso, deveriam encontrar estratégias, ferramentas e meios de obter os dados necessários para o aprofundamento do tema.
<b>3 - Definição da questão ou problema</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Escolha do(s) aspecto(s) do tema;</li> <li>- estabelecimento de hipóteses; e</li> <li>- elaboração da(s) questão(ões) para a verificação da(s) hipótese(s).</li> </ul> <p>A intervenção se deu por meio de questionamentos, os quais objetivavam levar os alunos a utilizar os conceitos estatísticos. Por exemplo, para estimulá-los a organizar os dados, foram feitas perguntas deste tipo: <i>Como organizar os dados de forma a observar seu comportamento?</i> Para levá-los a fazer relações entre variáveis: <i>Vocês consideram que o comportamento das pessoas tem ligação com a idade?</i> A fim de instigar os alunos a refletir sobre os resultados encontrados: <i>Suas hipóteses foram confirmadas?</i></p>

#### 4 - Compreensão do problema

- Coleta de dados;
- análise exploratória de dados.

Nesta fase, os alunos foram convidados a utilizar conceitos e modelos matemáticos e conceitos estatísticos para calcular índices e medidas estatísticas, que poderiam servir para estabelecer relações e tirar conclusões, além de construir os modelos representativos dos resultados encontrados.

#### 5 - Deduções, conclusões, inferência e comunicação de resultados.

As relações verificadas no processo investigativo deveriam ser analisadas e comparadas às hipóteses estabelecidas. Essas análises deveriam possibilitar conclusões e fazer previsões para a população, com base nos resultados observados na amostra consultada. Além disso, as análises deveriam ser feitas de forma crítica, observando a validade e a capacidade de generalização dos modelos construídos, para fazer inferência na população em estudo. Para concluir a investigação, era necessário comunicar a outros os resultados encontrados e as atitudes que estes indicam.

Buscou-se levar os alunos a analisar criticamente os dados coletados, os modelos construídos e o processo empreendido; a fazer relações entre variáveis e inferências com base numa amostra; a construir argumentos, com base nos resultados, para explicitar opiniões; e a usar a linguagem estatística para comunicar resultados.

Cada uma dessas etapas contribuiu para o desenvolvimento do raciocínio estatístico, pois, segundo Wild e Pfannkuch (1999), isso requer:

- O reconhecimento da necessidade dos dados – Este componente consiste em perceber que a base da investigação estatística é a hipótese de que muitas situações da vida real só podem ser compreendidas a partir da análise de dados, e estes devem ser coletados de forma adequada, compreendendo que as experiências pessoais e a intuição às vezes são insuficientes para a tomada de decisão.
- A “transnumeração” – Este componente do raciocínio estatístico diz respeito à

importância da escolha adequada da forma de representação, pois um grupo de dados pode ter uma tendência ou regularidade mais bem evidenciada com um determinado tipo de gráfico do que em uma tabela, e outro grupo pode ter nesta um recurso suficientemente esclarecedor de seu comportamento, por exemplo.

Na tabela 1, abaixo, mostram-se os dados referentes à questão 3 (variável quantitativa “nota para educação pública”) do grupo que tratou do tema “educação”. É fácil perceber a eficiência da representação gráfica decorrente dela, mostrada no componente “raciocínio com modelos”, discutido logo a seguir.

**Tabela 1** - Grupo “Educação”- Questão 3

<i>Questão 3</i>			
<i>Notas</i>	<i>Freq. Absoluta</i>	<i>Freq. Relativa</i>	<i>Freq. Percentual</i>
1	0	0	0
2	0	0	0
3	1	0,022222222	2,22222222
4	6	0,133333333	13,33333333
5	8	0,177777778	17,77777778
6	13	0,288888889	28,88888889

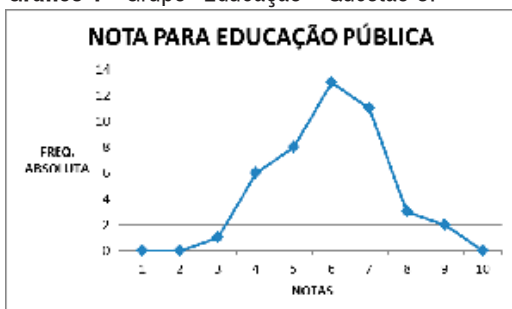
7	11	0,244444444	24,44444444
8	3	0,066666667	6,666666667
9	2	0,044444444	4,444444444
10	0	0	0

Fonte: Mendonça, (2008, p. 162).

- A percepção da variabilidade – O raciocínio estatístico requer a compreensão da variabilidade que existe e se transmite nos dados e o entendimento de que essa variabilidade gera incerteza, o que permite adotar estratégias em cada passo da investigação.
- O raciocínio com modelos - O ato de pensar requer o uso de modelos. Qualquer representação de dados, como um gráfico, uma tabela, uma reta de regressão ou um resumo, é um modelo representativo da realidade e permite observar o comportamento da variável em estudo, o que possibilita buscar a aproximação desse com um modelo estatístico.

O gráfico elaborado pelo grupo que trabalhou com o tema Educação, por exemplo, mostra o comportamento da variável “nota”, na amostra pesquisada de 44 pessoas.

**Gráfico 1** - Grupo “Educação”- Questão 3.



Fonte: Mendonça, (2008, p. 162).

- A integração da Estatística com o contexto - Os dados que serão observados sob a perspectiva dos conceitos

estatísticos pertencem a um contexto, sendo fundamental conhecê-lo para a compreensão dos significados impressos nos dados. Pensar sobre os dados e relacioná-los com o contexto que os gerou possibilitará construir conclusões, fundamentadas nas tendências e nos comportamentos mostrados nos modelos construídos. A análise e a conclusão do grupo “Educação” sobre os resultados obtidos em sua pesquisa para a variável qualitativa “qualidade da educação pública” revelam esse movimento:

Com a comparação podemos perceber que em relação a qualidade da educação brasileira, a opinião das pessoas varia, pois cerca de 42% das pessoas entrevistadas acredita que para mudar esse quadro se é necessário a valorização dos profissionais da educação, já 33% vê essa situação exclusivamente como culpa do governo, ainda há 22% que acredita que incentivo há alunos é o mais importante e cerca de 2% acha que não falta nada para o Brasil em relação a educação, assim concluímos que nossa hipótese esta mais uma vez confirmada, pois para muitos, o quadro da educação pública brasileira esta cada vez mais desanimador, e falta da parte do governo uma atitude para mudar essa situação, buscando melhorias na capacitação dos profissionais e inovações no plano educacional. (grupo Educação)

A análise e a conclusão do grupo “Educação” mostram o estabelecimento de relações dos resultados encontrados na sua pesquisa com o contexto em que seus dados foram gerados. Essa relação legitima o grupo a confirmar sua hipótese inicial e a propor ações governamentais.

Sendo assim, a vivência em uma investigação estatística, em um ambiente no qual a ação e a reflexão são fortemente estimuladas, se revela uma estratégia pedagógica frutífera para a construção de uma forma de raciocínio particularmente complexa: o raciocínio estatístico, o qual, apesar de exigir o conhecimento de conceitos matemáticos, tem na incerteza seu principal elemento.

É necessário ponderar, no entanto, que a construção dessa forma de raciocinar dificilmente pode acontecer quando a Estatística é apresentada por meio de resolução de exercícios pré-elaborados, com dados fictícios, e a problematização não é feita pelos alunos. Nesse caso, a investigação estatística em um ambiente de modelagem se apresenta como um cenário propício ao desenvolvimento dessa percepção, por partir de situações reais que são problematizadas, demandando busca, análise e representação de dados, a fim de compreender especificidades de um tema.

O processo empreendido, os modelos construídos e as relações estabelecidas dão indícios de que os objetivos de proporcionar um ambiente motivador e rico em possibilidades de desenvolvimento de conceitos, procedimentos e atitude foram atingidos. Não obstante, esses resultados indicaram, além do imediatismo de muitos alunos, dificuldades de alguns

deles em trabalhar de forma cooperativa e de coletar informações relevantes sobre o tema. A terceira etapa do projeto - escolha de variáveis do tema para a coleta de dados - foi a mais difícil para os alunos. No entanto, a apropriação das técnicas de cálculos e conceitos estatísticos se deu de forma natural no desenvolvimento do projeto. Os relatórios e a análise dos grupos e as observações do professor no decorrer do processo mostraram que o envolvimento do professor com o projeto foi determinante para o desenvolvimento dos alunos, no que se refere à aquisição de conceitos, procedimentos e atitudes diante dos resultados encontrados. Portanto, salienta-se a necessidade de proporcionar ambientes dessa natureza com maior frequência, para que os alunos se adaptem a situações em que sejam autores na construção do próprio conhecimento.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Retomando o objetivo do artigo de promover reflexões e discussões sobre processo de ensino e aprendizagem da Probabilidade e da Estatística na Educação Básica, decorrentes dos resultados das três pesquisas discutidas neste artigo, destacam-se alguns indícios: um deles se refere à pertinência de tratar tais temas a partir do interesse dos alunos, desde a infância, por meio de atividades investigativas.

É essencial propiciar aos estudantes de todos os níveis de ensino vivências em métodos de coleta e análise de dados para que desenvolvam os raciocínios probabilístico e estatístico. Percebe-se que, além dos conteúdos estatísticos, os alunos aprendem a

investigar e a tirar conclusões próprias, e isso, futuramente, irá auxiliá-los a não se deixar influenciar por informações tendenciosas.

Além disso, por meio das atividades de Probabilidade, o uso dos simuladores digitais, articulados com as atividades manuais, contribui para uma mudança do pensamento dos alunos sobre aleatoriedade.

Cabe destacar, ainda, a necessidade - que emerge do desenvolvimento dessas atividades e projetos - do redimensionamento das práticas docentes, pois é preciso estar preparado para compreender e identificar as ideias que são fundamentais em Probabilidade e Estatística, bem como a forma de abordagem desses temas nas aulas de Matemática da Educação Básica. Importa, ainda, buscar ações pedagógicas pautadas na análise do mundo cultural e social dos alunos, proporcionando a eles maiores possibilidades de leitura crítica de sua realidade.

## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001.
- BATANERO, C. **Didáctica de la probabilidad y estadística**. Granada: Universidade da Espanha, Departamento de Didáctica de la Matemática, 1999. Mimeografado.
- \_\_\_\_\_. ¿Hacia dónde va la educación estadística? **Blaix**, n.15, p. 2-13, 2000 (En prensa). Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/BLAIX.htm>>. Acesso em: 10 nov. 2006.
- BATANERO, C.; GODINO, J.; CAÑIZARES, M. J. Simulation as a tool to train pre-service school teachers. In: ICMI AFRICAN REGIONAL CONFERENCE, 1., 2005, Johannesburg. **Proceedings...** Johannesburg: ICMI, 2005. p.1-8. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/CMIRCr.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria Fundamental de Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria Fundamental de Educação. **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: MEC/SEF, 2002.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/SEMTEC, 2006.
- BUEHRING, R. S. **Análise de dados no início da escolaridade: uma realização de ensino por meio dos registros de representação semiótica**. 2006. 133 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- CAMPOS, T.; CAZORLA; I. M.; KATAOKA, V. Statistics school curricula in Brazil. In: BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. (Ed.). **Teaching statistics in school mathematics - Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study** (p. 5-8). New York, NY: Springer, 2011.

CHANCE, B.; ROSSMAN, A. Using simulation to teach and learn Statistics. In: ICOTS - INTERNATIONAL CONFERENCE IN TEACHING STATISTICS, 7., 2006, Salvador. **Anais...** Salvador: ICOTS, 2006, p. 1-6.1

COUTINHO, C. Q. S. **Introduction aux situations aléatoires dès le collège:** de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre-II. 2001. 330 f. Tese (Doutorado em em Didática da Matemática) - Universidade de Grénoble, França, 2001.

DELMAS, R. A Comparison of Mathematical and Statistical reasoning. In: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. **The challenge of development Statistical Literacy, reasoning and thinking.** Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 2004. p. 79-95.

FRANKLIN, C. et al. **Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report:** A pre-k-12 curriculum framework. Alexandria, VA: American Statistical Association, 2005. [Online: [www.amstat.org/Education/gaise/](http://www.amstat.org/Education/gaise/)].

GARFIELD, J.; GAL, I. Teaching and assessing statistical reasoning. In: STIFF, L. (Ed.). **Developing mathematical reasoning in grades K-12.** Reston (VA): National Council Teachers of Mathematics, 1999.

GATTUSO, L. Mathematics in a statistical context. In: BATANERO, C. et al. (Ed.). **Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education.** Proceedings of the Joint ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Monterrey, Mexico, 2008. [Online: [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/rt08/T6P1\\_Gattuso.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/rt08/T6P1_Gattuso.pdf)]

LOPES, C. E.. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil.** 2003. 290 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisas em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P. **Noções de probabilidade e estatística.** 6. ed. rev. Sao Paulo: Edusp, 2005.

MELETIOU, M. On the formalist view of mathematics: Impact on statistics instruction and learning. In: MARIOTTI, A. (Ed.). **Proceedings of the Third European Conference in Mathematics Education.** Bellaria, Italy, 2003. [Online: [http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG5/TG5\\_meletiou\\_cerme3.pdf](http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG5/TG5_meletiou_cerme3.pdf)].

MENDONÇA, L. O. **A Educação estatística em um ambiente de modelagem matemática no ensino médio.** 2008. 233 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

OLIVEIRA, P.I. F. **A Estatística e a Probabilidade nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio.** 2006. 100 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

ROCHA, I. A. A competência matemática no domínio da estatística no 1º ciclo. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 57, p. 29-30, mar./abr. 2000.



SMOLE, K. C. S. **A matemática na educação infantil**: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SOUZA, A. C. **A educação estatística na infância**. 2007. 209f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2007.

SOUZA, L. O. **A educação estatística e os recursos tecnológicos**. 2009. 180 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, n.67, p. 223-65, 1999. Disponível em: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/isr/99.wild.pfannkuch.pdf>>. Acesso em: abr. 2013.

---

RECEBIDO EM: 20.12.12

APROVADO EM: 20.04.2013