

## A CONVERSÃO ENTRE DIFERENTES REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

### *THE CONVERSION BETWEEN DIFFERENT SEMIOTIC REPRESENTATION REGISTERS IN A MATHEMATICAL MODELING ACTIVITY*

LEANDRO MENESES DA COSTA\*  
LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA\*\*  
KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA\*\*\*  
MARINEZ MENEGHELLO PASSOS\*\*\*\*

#### RESUMO

Neste artigo apresentamos resultados de uma pesquisa que investiga o uso de registros de representação semiótica, em particular as conversões realizadas entre registros associados aos objetos matemáticos que emergem em atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos do Ensino Médio. Nosso aporte teórico é a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e a modelagem matemática como alternativa pedagógica. Fundamentamos nossas reflexões na análise das conversões realizadas por um grupo de alunos durante o desenvolvimento de uma atividade. Nossas análises são pautadas nos princípios da Análise de Conteúdo. A partir da análise identificamos três categorias para as conversões entre diferentes registros de representação produzidos pelos alunos durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Registros de Representação Semiótica. Conversões

#### ABSTRACT

This article presents results of a study investigating the use of semiotic representation registers, particularly conversions performed between registers associated with mathematical objects that emerge in mathematical modeling activities for high school students. Our theoretical approach is the theory of semiotics representation registers of Raymond Duval and mathematical modeling as a pedagogical alternative. We base our reflections on the analysis of conversions performed by a group of students during the development of an activity. Our analyses are based on the principles of Content Analysis. From the analysis identified three categories for conversions between different registers of representation produced by the students during the development of a mathematical modeling activity.

**Keywords:** Mathematical Modeling. Semiotic Representations Registers. Conversions.

\* Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática UEL - Londrina Paraná. lmenesescosta@hotmail.com. Com o apoio da Capes.

\*\* Professora Doutora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática UEL - Londrina - Paraná. Apoio Fundação Araucária. lourdes@uel.br

\*\*\* Professora Doutora do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática UTFPR - Londrina - Paraná. karinasilva@utfpr.edu.br

\*\*\*\* Professora Doutora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática UEL - Londrina - Paraná. Apoio da Fundação Araucária. marinezmp@sercomtel.com.br

## INTRODUÇÃO

Em Matemática, para nos referirmos a um objeto matemático<sup>1</sup> precisamos recorrer a uma representação, uma vez que “em Matemática, toda comunicação se estabelece com base em representações” (DAMM, 1999, p. 135). Além disso, é preciso também levar em consideração que a um objeto matemático podem estar associadas diferentes representações.

Neste contexto, Lins (2004), argumenta que a Matemática possui natureza simbólica, ou seja, os objetos matemáticos “são conhecidos, não no que eles são, mas apenas em suas propriedades, no que deles se pode dizer” (p. 96).

Levando em consideração esses fatos, neste trabalho, para tratar de aspectos relativos à produção e aos usos das representações de um objeto matemático recorreremos à Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Este autor defende que os usos que os estudantes fazem das representações são fundamentais para a compreensão de modo que esta compreensão repousa sobre a articulação de ao menos dois registros de representação associados a um mesmo objeto matemático. Segundo Duval, esta articulação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade com que o sujeito realiza a atividade de conversão. No entanto, colocar o aluno em contato com as diferentes representações depende, em grande medida, das atividades desenvolvidas nas aulas de Matemática.

Visando a possibilidade de fazer uso de uma variedade de representações dos objetos matemáticos, tratamos da modelagem matemática. O que a pesquisa se propõe é investigar o uso de registros de representação semiótica, em particular as conversões realizadas entre registros associados aos objetos matemáticos que emergem em atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos do Ensino Médio. Fundamentamos nossas reflexões na análise das conversões realizadas por um grupo de alunos durante o desenvolvimento de uma atividade. Nossas análises são pautadas nos princípios da Análise de Conteúdo considerando as assertivas de Bardin (2004) e Moraes (1999).

Seguindo esse encaminhamento, estruturamos nosso texto em três seções, além desta introdução. Inicialmente apresentamos o quadro teórico em que se fundamenta nossa investigação no que diz respeito à modelagem matemática e à teoria dos registros de representação semiótica. Em seguida, apresentamos a opção metodológica na qual descrevemos o contexto da pesquisa e os pressupostos que regem nossa análise - análise de conteúdo. Na seção seguinte apresentamos a descrição da atividade bem como sua análise, o que nos conduz a construção de categorias e sua interpretação em termos das características das conversões realizadas pelos alunos entre os registros de representação que emergiram com o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

## O QUADRO TEÓRICO

### Modelagem Matemática

O entendimento de modelagem matemática que usamos neste artigo é de que em atividades de modelagem, essencialmente, buscamos uma representação matemática para um fenômeno não matemático (ALMEIDA, 2010). Nesta busca, segundo a mesma autora, em geral, temos um ponto de

---

<sup>1</sup> Objeto Matemático é qualquer entidade, real ou imaginária, a qual nos referimos ou da qual falamos, na atividade matemática.

partida caracterizado por uma situação inicial (problemática) e um ponto de chegada caracterizado por uma situação final (solução para a situação inicial). Esse movimento de uma situação inicial para uma situação final requer a utilização de procedimentos que definem estratégias de ação do sujeito envolvido com a atividade em relação à situação problemática.

Para os autores Almeida, Silva e Vertuan (2012) é possível identificar elementos que, de modo geral, constituem uma atividade de modelagem e nos auxiliam no entendimento desse movimento. Segundo os autores

[...] o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

À solução, em geral, está associado um modelo matemático que, segundo Kehle e Lester (2003), é uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam. O modelo matemático na perspectiva de Lesh, Carmona e Hjalmarson (2006, p. 92) diz respeito a “um sistema conceitual expresso por meio de um suporte externo de representação e que é usado para construir, descrever ou explicar os comportamentos de outros sistemas”.

Neste sentido, podemos considerar que modelos matemáticos são ferramentas conceituais e de representação que nos permitem expressar algum entendimento do fenômeno ou do problema em estudo. Considerando a natureza simbólica da matemática a que Lins (2004) se refere, o entendimento de que o modelo matemático diz respeito a um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado (BASSANEZI, 2002) parece ainda ser uma caracterização de modelo matemático. Neste entendimento modelos matemáticos são “aqueles que empregam símbolos matemáticos, sejam tabelas, gráficos, equações, inequações, etc., ou, em outras palavras, empregam conceitos, notações e/ou procedimentos matemáticos” (BARBOSA, 2009, p. 70).

O que se precisa considerar na construção dos modelos matemáticos, entretanto é que

A utilização de modelos matemáticos depende do conhecimento dos fatos e fenômenos, do comportamento reconhecível dos objetos reais e sistemas, normalmente expressos por leis, em sua maioria derivadas empiricamente. Para lidar e tirar benefícios a partir de modelos matemáticos, ferramentas intelectuais são fornecidas pela matemática, considerada um corpo de conceitos e teorias e as regras operacionais para lidar com eles (D'AMBRÓSIO, 2009, p. 92).

Levando em consideração a diversidade da simbologia matemática associada à construção de modelos matemáticos para situações não matemáticas, é preciso ponderar que, ainda que diferentes representações possam ser associadas ao fenômeno, a sua compreensão se dá ou se complementa na medida em que estas diferentes representações se complementam ou mostram características específicas.

## **Registros de Representação Semiótica**

No âmbito da Educação Matemática diversos pesquisadores, em geral com base na teorização de Raymond Duval, têm se interessado pela investigação e análise da produção dos registros pelos alunos, bem como do modo como eles lidam com tais registros e das relações destes com a

compreensão dos objetos matemáticos (por exemplo Moretti et al (2012), Berger (2010), Colombo (2008)). O que estas pesquisas indicam é que, em certa medida, a compreensão de conceitos matemáticos está subordinada às representações dos objetos matemáticos uma vez que o acesso a eles é mediado pelas diferentes representações do objeto.

Para Duval (2003), as Representações Semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos<sup>2</sup> pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento. Tais representações são externas e conscientes do ser humano, assim realizam uma função de tratamento intencional, fundamental para a aprendizagem humana. Vários são os exemplos de representações semióticas. Neste texto destacamos a escrita em língua natural, a escrita algébrica, os gráficos cartesianos e as representações tabulares.

Segundo Duval (2011) para que um sistema de representação semiótica seja considerado um Registro de Representação Semiótica é preciso que esse sistema permita três atividades cognitivas: primeira, a *formação de uma representação identificável*, ou seja, a partir de um registro de representação sabe-se qual é o objeto matemático que está sendo representado; segunda, o *tratamento* de um registro de representação, ou seja, transformações de representações dentro de um mesmo sistema de registros; terceira, a *conversão* de um registro de representação, referindo-se a transformações de um registro para outro, havendo mudanças de sistemas de registros.

Considerando esta caracterização podemos ponderar que as conversões influenciam na escolha do registro em que os tratamentos serão efetuados, e, do ponto de vista cognitivo a conversão é caracterizada como uma transformação representacional fundamental, que desencadeia os mecanismos subjacentes à compreensão do objeto de estudo.

Duval (2004) enfatiza que as conversões podem ser caracterizadas como congruentes ou não congruentes. As condições para que uma conversão seja congruente são:

- correspondência semântica entre as unidades significantes das representações, ou seja, correspondência uma a uma. Neste caso, para cada elemento simples no registro de saída, existe um elemento simples correspondente no registro de chegada.
- unicidade semântica terminal, em que cada unidade significativa no registro de saída tem uma única unidade significativa no registro de chegada.
- conservação da ordem das unidades significantes, ou seja, mesma ordem possível de apreensão destas unidades nas duas representações.

O autor esclarece que, se pelo menos uma dessas condições não for satisfeita, a conversão é denominada não-congruente.

Para Duval (2004) existem muitos fatores que influenciam no sucesso da realização de uma conversão, como o fenômeno de congruência (conversão congruente ou conversão não-congruente), a ordem da conversão, o conhecimento que o estudante possui dos registros e a natureza dos registros associados na conversão. Assim, as conversões podem ser mais complexas ou menos complexas, dependendo desses fatores. Ao tratar da natureza dos registros de representação, Duval (2003) os classifica em multifuncionais ou monofuncionais e suas representações podem apresentar caráter discursivo ou não-discursivo. No Quadro 1 apresentamos a classificação dos registros quanto sua natureza.

---

<sup>2</sup>Tomamos o signo como algo que, para alguém, toma lugar de outra coisa (o objeto), não necessariamente em todos os aspectos desta coisa. É, portanto, uma representação parcial do objeto, em termos de sua forma ou capacidade (PEIRCE, 2005).

**Quadro 1** - Classificação dos Registros de Representação Semiótica quanto à natureza

	Representação discursiva	Representação não-discursiva
Registros multifuncionais: os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural: associações verbais (conceituais). Forma de relacionar: - argumentação a partir de observações, de crenças...; - dedução válida a partir de definições ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensões 0, 1, 2 ou 3). - apresentação operatória e não somente perceptiva; - construção com instrumentos.
Registros monofuncionais: os tratamentos são, principalmente, algoritmos	Sistemas de escrita: - numéricas (binária, decimal, fracionária...); - algébricas; - simbólicas (línguas formais); - cálculos.	Gráficos cartesianos: - mudanças de sistemas de coordenadas; - interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval, 2003, p. 14.

Em atividades de modelagem matemática diferentes registros são mobilizados para partir de uma situação inicial – geralmente em língua natural –, utilizar procedimentos matemáticos – linguagem matemática – e chegar a uma situação final, solução para o problema, que pode ser descrita em língua natural. Essa mobilização permite ao aluno optar pelo registro em que os custos cognitivos são menores, em que as interpretações do problema são potencializadas ou, então, aquele em que a solução do problema parece se tornar mais evidente (VERTUAN, 2007).

Quando trabalhamos com atividades de modelagem matemática, de modo geral, não sabemos *a priori* quais objetos matemáticos irão emergir e quais as representações necessárias para se referir a tais objetos matemáticos. É neste sentido, que analisamos no desenvolvimento da atividade de modelagem as conversões entre os registros que dela emergem. Isso nos possibilita destacar algumas características a respeito das conversões, levando-nos a inferir sobre a complexidade de representação do objeto matemático no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

## A OPÇÃO METODOLÓGICA

Para analisar como os alunos lidam com as representações de objetos matemáticos em atividades de modelagem matemática olhamos para os registros dos alunos, e mais especificamente, para as conversões realizadas por eles, durante o desenvolvimento de uma atividade no 1º Ano do Ensino Médio. A atividade foi desenvolvida pelos alunos no âmbito de um projeto proposto e realizado na escola em horário de contra turno por um dos autores deste artigo e cujo objetivo era desenvolver atividades que, em certa medida, evidenciassem relações da matemática com a vida do aluno fora da escola.

As nossas inferências sobre as representações dos alunos são realizadas à luz dos procedimentos associados à análise de conteúdo como caracterizada por Moraes (1999) e Bardin (2004) e diretamente ao repertório de procedimentos para a análise das comunicações.

Segundo Moraes (1999), a análise de conteúdo é uma

[...] metodologia de pesquisa usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos. Essa análise, conduzindo a descrições sistemáticas, qualitativas ou quantitativas, ajuda a reinterpretar as mensagens e

a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum (p. 9).

Moraes (1999) destaca em suas teorizações que essa análise é uma interpretação pessoal feita pelo analista, o que possibilita que os dados sejam analisados por diversas perspectivas, dependentes da percepção do pesquisador. Com relação a esse caráter mais subjetivo que incide em características consideradas pelo próprio pesquisador, o autor salienta que essa metodologia é influenciada pelo contexto em que incide a comunicação, lembrando que esse contexto precisa ser sempre explicitado a fim de que o leitor possa se situar com relação aos elementos que dali emergem.

No que se refere aos materiais que podem ser submetidos aos procedimentos da análise, Moraes (1999) argumenta que “qualquer material oriundo de comunicação verbal ou não verbal, como cartas, cartazes, jornais, revistas, informes, livros, relatos autobiográficos, discos, gravações, entrevistas, diários pessoais, filmes, fotografias, vídeos etc. (p. 10)” podem ser considerados para subsidiar a compreensão de um determinado fenômeno.

Com relação aos procedimentos, Bardin (2004, p. 89) afirma que a análise de conteúdo é constituída por um conjunto de três fases denominadas: pré-análise; exploração do material; tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

Na pré-análise – fase inicial – o pesquisador realiza a *leitura flutuante* do material coletado, deixando-se invadir pelas primeiras impressões presentes nos dados. É também nela que ocorre a definição do *corpus* a ser analisado, isto é, a constituição do “conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos” (BARDIN, 2004, p. 900).

A segunda fase - exploração do material selecionado - está diretamente associada ao processo de codificação que:

[...] corresponde a uma transformação - efectuada segundo regras precisas - dos dados em bruto do texto, transformação esta que, por recorte, agregação e enumeração, permite atingir uma representação do conteúdo, ou da sua expressão susceptível de esclarecer o analista acerca das características do texto, que podem servir de índices [...] (BARDIN, 2004, p. 97).

Por fim, a terceira fase - tratamento dos resultados, inferência e interpretação - está relacionada à necessidade de fazer com que os dados expressem significados, ou seja, que eles se tornem *falantes*, momento em que é preciso que sejam categorizados. Essa categorização permitirá ao pesquisador agrupar os dados, levando em conta algo que eles possuam em comum e que esteja relacionado ao fenômeno em investigação e a suas percepções sobre o processo em estudo.

Bardin (2004) esclarece que a categorização é:

[...] uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos. As categorias são rubricas ou classes, que reúnem um grupo de elementos (unidades de registro, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efectuado em razão dos caracteres comuns destes elementos (p. 111).

Categorizados os dados, passa-se para o próximo estágio que é a descrição do que foi realizado, indicado por Moraes (1999) como o primeiro momento da comunicação feita com base no *corpus* selecionado para estudo. Finalmente no último estágio dos procedimentos, a interpretação, o pesquisador procura atingir um adequado nível de compreensão dos sentidos que estão presentes nos dados coletados para o desenvolvimento de sua pesquisa.

## A ATIVIDADE DESENVOLVIDA E A ANÁLISE DAS CONVERSÕES REALIZADAS PELOS ALUNOS

Neste artigo, analisamos uma das atividades desenvolvidas por doze alunos do 1º ano do Ensino Médio, os quais foram organizados em três grupos. Os alunos participaram de um projeto desenvolvido na escola por um dos autores deste artigo durante o primeiro trimestre de 2013, cujo objetivo era promover um espaço de estudo matemático com foco no uso de situações oriundas da realidade dos alunos.

Intitulada *Estacionamento em shopping*, essa atividade foi sugerida pelo professor e tem relação direta com o que muitos deles vivenciam em situações de compra e lazer. O desenvolvimento da atividade ocorreu em um encontro de três horas com os alunos reunidos em grupos. O problema que emergiu da atividade proporcionou o estudo do objeto matemático função maior inteiro<sup>3</sup>.

Os dados obtidos são analisados segundo as fases da Análise de Conteúdo. Na pré-análise, surge o nosso *corpus* da pesquisa, composto pelos registros escritos que os alunos fizeram durante o desenvolvimento da atividade. Na segunda fase, a partir da análise das conversões realizadas pelos alunos, construímos três categorias interpretativas para as conversões realizadas. Na terceira fase olhamos para os resultados, mais especificamente, para as categorias construídas, procurando indícios de como a natureza dos registros entre os quais se realizam as conversões interfere na complexidade de sua realização.

Com a finalidade de preservar a identidade dos alunos que participaram da pesquisa e cujos registros tornaram-se o *corpus* analítico, denominamos os grupos por G1, G2, e G3.

A situação-problema aqui interpretada diz respeito ao valor pago pelo uso de estacionamento em dois shoppings de uma cidade.

### Descrição e desenvolvimento da atividade: *Estacionamento em shopping*

Para o desenvolvimento da atividade, o professor levou para a sala de aula um texto (Quadro 2) no qual apresentou a situação-problema.

#### Quadro 2 - Situação-problema proposta pelo professor

*Uma prática muito comum entre nós brasileiros é fazer compras em shoppings. Na cidade analisada não é diferente, a população conta com aproximadamente quatro grandes shoppings para suas compras. Dentre eles os mais populares são o shopping 1 (mais antigo e com grande variedade de lojas) e o shopping 2 (inaugurado em 2013). Ambos possuem estacionamentos amplos com áreas cobertas e não cobertas.*

*Uma prática comum entre os estacionamentos de ambos os shoppings e dos grandes centros comerciais é a terceirização desse serviço para outras empresas, o que torna a cobrança do estacionamento algo comum, porém diferente em cada estabelecimento.*

<sup>3</sup> Segundo Leithold (1994) a função maior inteiro é denotada pelo símbolo  $[[x]]$  e definida como o número inteiro menor ou igual a  $x$ , em que  $n$  é um inteiro.

*Analizamos (neste contexto) a cobrança nos shoppings 1 e 2, cuja empresa de terceirização (que é a mesma em ambos) faz a cobrança de forma fracionada: R\$ 7,00 nas primeiras quatro horas e R\$ 2,00 a cada hora adicional (para o shopping 1) e R\$ 3,00 nas primeiras duas horas e R\$ 3,00 a cada hora adicional (para o shopping 2). Essa diversidade na cobrança atende a determinação da Lei Municipal n. 10.152, permitindo ao consumidor fazer sua escolha a respeito do shopping em que o acesso ao estacionamento é mais vantajoso, ou menos abusivo, considerando que esse serviço prestado pode ser considerado essencial para as pessoas que irão consumir nas dependências desses estabelecimentos comerciais.*

Fonte: Dos autores

De posse das informações apresentadas no Quadro 2, foi solicitado aos alunos dos grupos, que definissem um problema a ser estudado. Após algumas conversas entre os membros dos grupos, cada um deles formulou o problema a ser estudado, conforme consta no Quadro 3.

**Quadro 3** - Considerações de cada grupo e problema proposto.

Grupo	Considerações	Problema
G1	<i>Os estacionamentos cobram um preço fixo até certa hora e depois, os preços aumentam de hora em hora.</i>	<i>Qual shopping é mais vantajoso em relação ao preço do estacionamento?</i>
G2	<i>O valor cobrado tem um tempo estipulado, em que cada shopping oferece um valor fixo até certo tempo de permanência. O valor a ser pago depende do tempo de permanência, sendo cobrado um valor fixo, mais a taxa adicional por hora que excede este tempo.</i>	<i>Levando em consideração que os shoppings oferecem os mesmos produtos, qual deles seria mais vantajoso para o cliente no que se refere ao pagamento do estacionamento?</i>
G3	<i>Em ambos os shoppings temos o valor pago em função do tempo. Temos que um valor fixo é cobrado para um tempo inicial e a partir desse tempo cobra-se um valor por cada hora a mais desse tempo inicial.</i>	<i>Qual shopping se torna mais vantajoso em relação ao estacionamento?</i>

Fonte: Registro dos alunos.

Embora apresentem diferentes considerações para o que interpretaram da situação, os três grupos de alunos delineiam, de certa forma, o mesmo problema a ser investigado: determinar em qual shopping o custo do estacionamento é mais vantajoso para o cliente. Com a definição do problema, os grupos desenvolveram a atividade sob a orientação do professor. Identificamos nos relatórios entregues pelos alunos os registros de representação utilizados pelos diferentes grupos, conforme Figuras 1, 2 e 3.

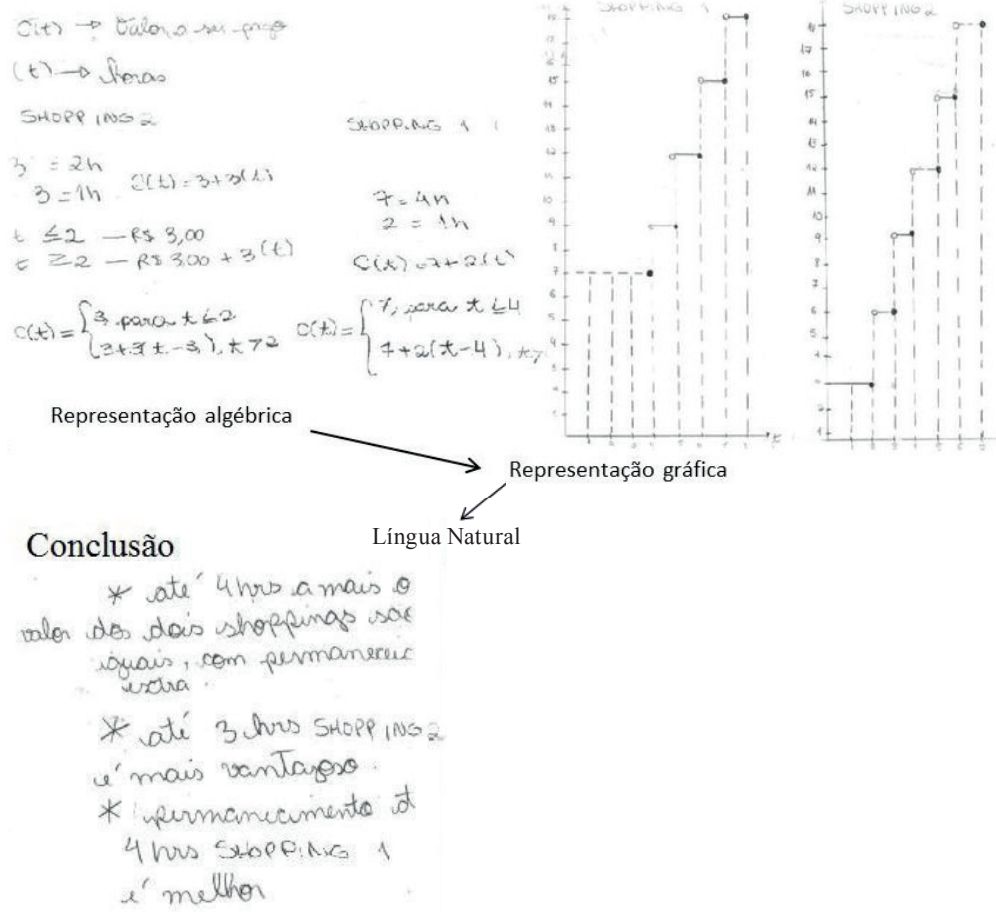
A figura 1 indica que os alunos do grupo resolveram o problema utilizando registros de diferentes sistemas (língua natural, gráficos e construções algébricas).

A resolução do grupo G2 inclui também o registro tabular. Ou seja, este grupo mobilizou mais sistemas de registros e, em consequência realizou mais conversões. Neste grupo os alunos construíram a representação algébrica da função maior inteiro a partir da tabela (registro tabular) conforme indica a figura 2.

Já o grupo G3 conduziu o desenvolvimento da atividade com uma dinâmica mais evidente do que nos grupos G1 e G2. A partir de uma representação, na verdade incorreta (representação gráfica 1 na figura 3), os alunos de G3 necessitaram de orientação do professor para usar adequadamente as informações do problema e construir o gráfico correto da função maior inteiro.

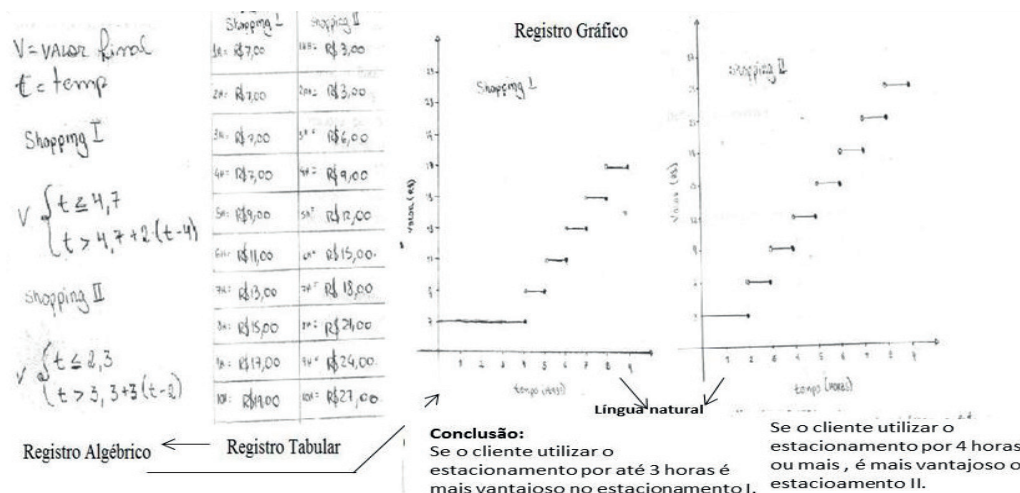


Figura 1- Registros de representação de G1



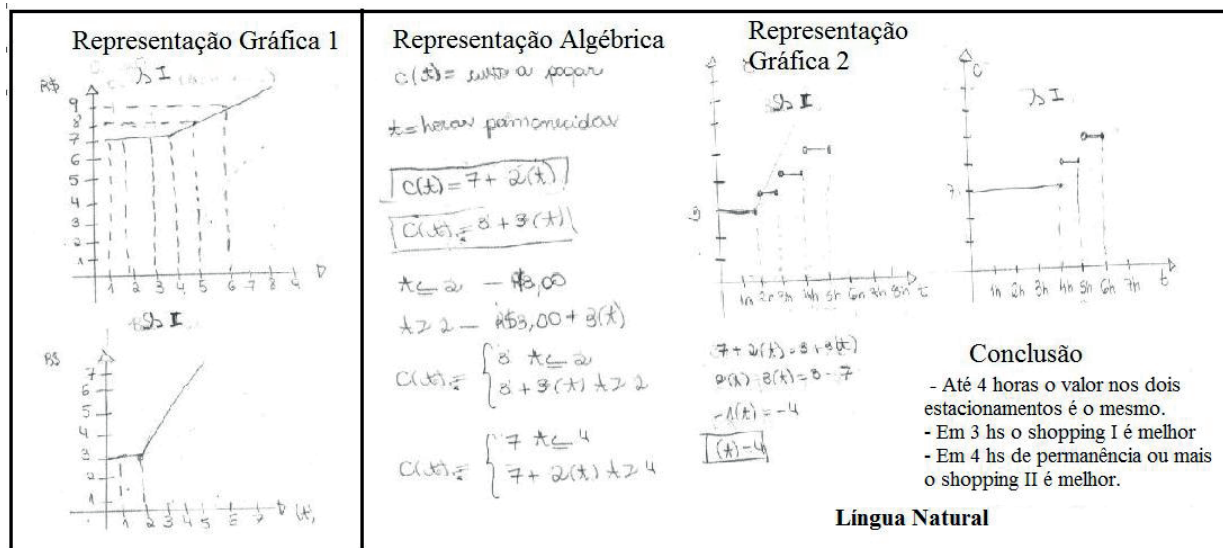
Fonte: Relatório entregue por G1

Figura 2 - Registros de representação de G2



Fonte: Relatório entregue por G2 (Conclusão digitada para melhorar qualidade da imagem)

Figura 3 - Registros de representação de G3



Fonte: Relatório entregue por G3 (Conclusão digitada para melhorar qualidade da imagem)

Levando em consideração os registros utilizados pelos alunos durante o desenvolvimento da atividade realizamos nossas inferências, à luz da teoria dos registros de representação semiótica, sobre as conversões dos registros que os alunos realizaram para representar o objeto matemático. Para isso, levamos em consideração o fenômeno de congruência ou não-congruência das conversões.

## ANÁLISE DAS CONVERSÕES REALIZADAS PELOS ALUNOS DOS TRÊS GRUPOS

A análise dos registros dos alunos para a resolução do problema revela que os grupos mobilizaram diferentes sistemas de registros de representação no decorrer do desenvolvimento da atividade. Assim, considerando esta variedade de usos, podemos considerar três categorias para as conversões realizadas pelos alunos: conversão da língua natural para a linguagem matemática; conversões realizadas entre diferentes sistemas de linguagem matemática; conversão da linguagem matemática para a língua natural.

### Conversão da língua natural para a linguagem matemática

A primeira categoria consiste na conversão do registro de representação língua natural para a linguagem matemática. Este tipo de conversão, realizada pelos três grupos, constitui, por assim dizer, a primeira ação dos alunos para a abordagem, por meio da matemática, do problema de custos de estacionamento.

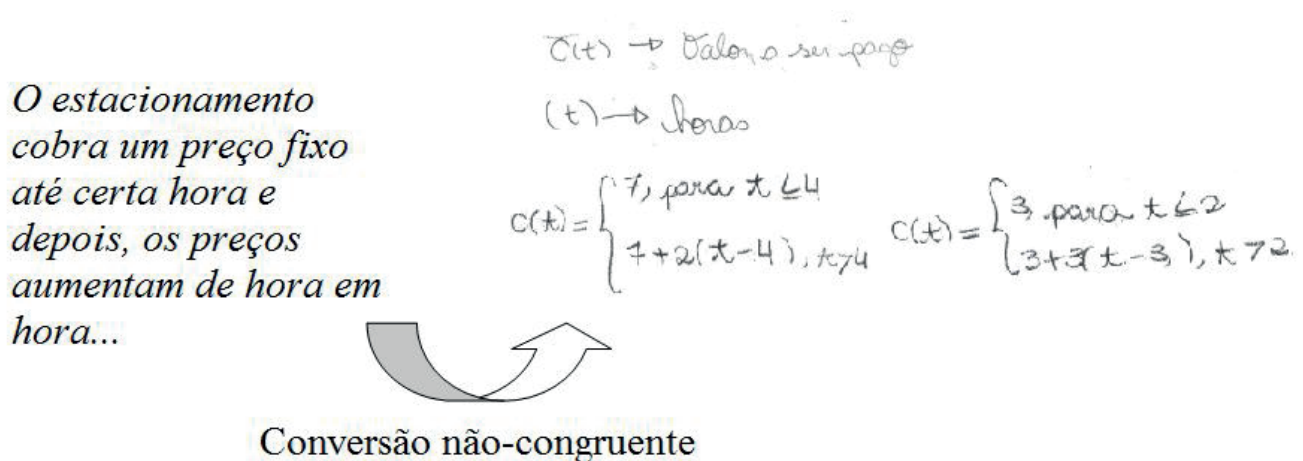
Em pesquisa realizada, Rosa (2008) inferiu que a conversão da língua natural para a linguagem matemática é, em geral, complexa, visto que os alunos têm dificuldade de interpretação de textos e de perceber como a linguagem matemática pode “substituir” o texto em língua natural. Duval (2003) enfatiza

que a passagem da língua natural para outra representação, seja qual for o registro, requer um conjunto de operações, por vezes complexas, para designar o objeto matemático. Segundo o autor isto decorre do fato de que se trata de registros de naturezas distintas, sendo a língua natural de natureza multifuncional enquanto a linguagem matemática é, de modo geral, monofuncional.

O grupo G1 (figura 4), num primeiro momento, realiza uma conversão entre um registro de natureza multifuncional (língua natural) para um registro de natureza monofuncional (algébrico), que segundo Duval (2003) é uma atividade cognitiva mais complexa do que realizar conversões com registros de mesma natureza. Nessa conversão o registro de chegada é o registro algébrico, que por sua vez não deixa transparecer o registro de saída.

Seguindo os critérios de congruência, a conversão da língua natural para o registro algébrico nesta resolução não possui unicidade terminal, uma vez que podemos encontrar outra forma de representar as variáveis, seja a variável dependente seja a variável independente. Não há também uma ordem requerida para estas variáveis de modo que se mudarmos a ordem das variáveis a representação algébrica também muda. Neste caso, a conversão é não-congruente.

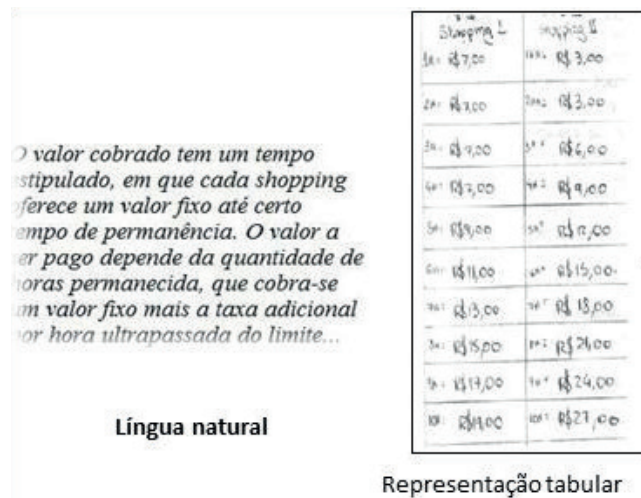
**Figura 4** - Conversão do registro língua natural para o registro algébrico de G1



Fonte: Relatório entregue por G1

O grupo G2 realiza uma conversão (figura 5) do registro em língua natural (registro de natureza multifuncional) para registro tabular (registro de natureza monofuncional). Nesta conversão não há correspondência semântica entre as unidades significantes das representações e assim a conversão é não-congruente.

**Figura 5 - Conversão do registro língua natural para o registro tabular de G2**

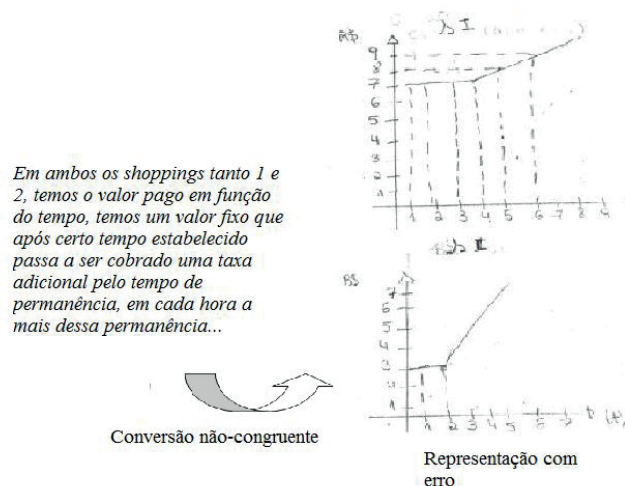


Fonte: Relatório entregue por G2

Ao analisar a conversão feita pelo grupo G3, que realiza uma conversão entre um registro de natureza multifuncional (língua natural) para um registro de natureza monofuncional (gráfico), incide novamente a questão das naturezas diferentes entre as representações e a complexidade de tais conversões como trata Duval (2003).

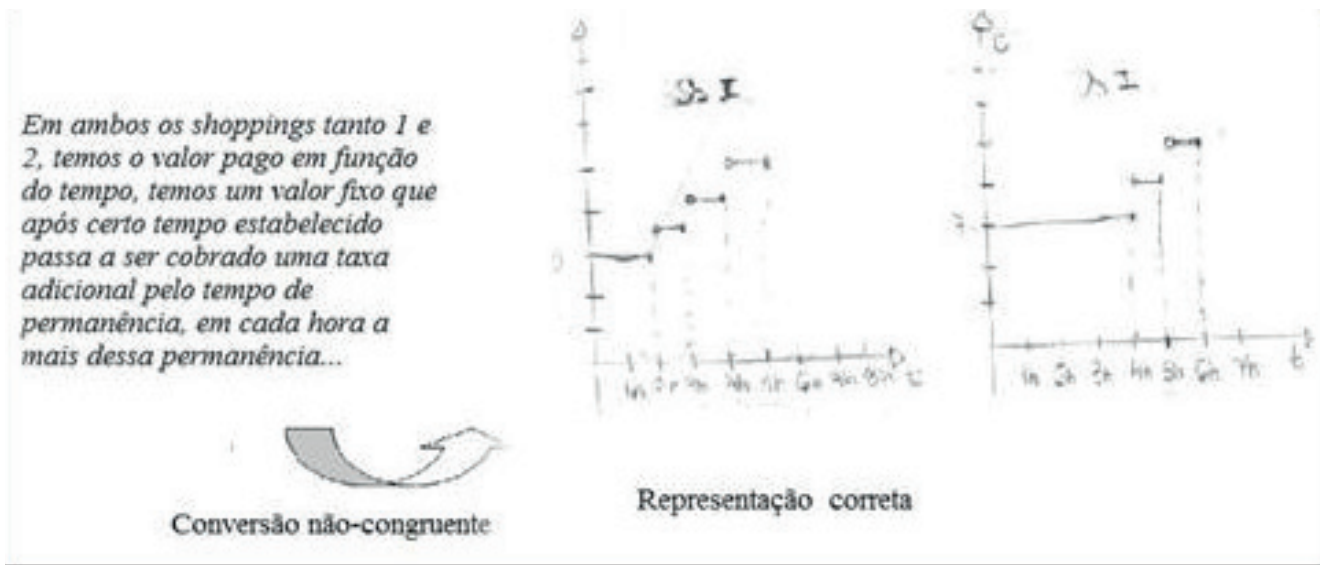
O grupo G3, entretanto, iniciou a resolução de outra forma. Neste caso os alunos fizeram uma tentativa de ir do problema (dado em língua natural) para um gráfico. Fizeram isto conforme mostra a figura 6. Todavia os alunos construíram um gráfico, na verdade, incorreto para a situação. Ou seja, o problema em si não foi suficiente para a construção de um modelo matemático (o gráfico neste caso). Um retorno às informações sobre a forma de cobrança nos estacionamentos e a interação entre os alunos do grupo e o professor conduziria à construção do gráfico correto (figura 7).

**Figura 6 - Conversão usando registro equivocado**



Fonte: Relatório entregue por G3

**Figura 7 - Conversão da língua natural para o gráfico**



Fonte: Relatório entregue por G3

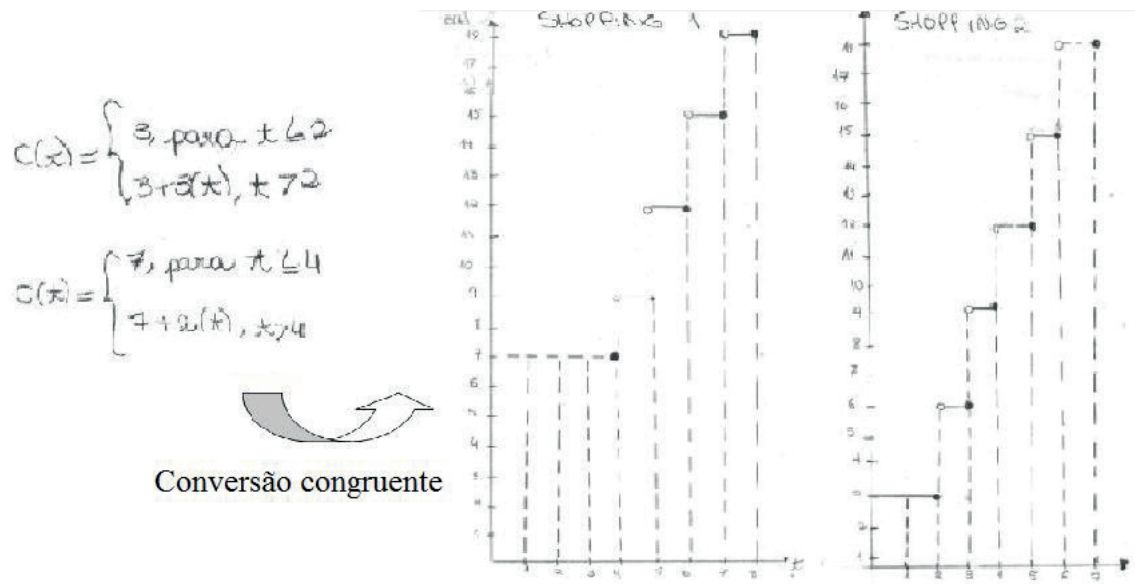
Assim, na categoria que considera as conversões de língua natural para a linguagem matemática os três grupos de alunos usaram diferentes registros, podendo-se identificar três tipos de conversões não-congruentes: conversão do registro língua natural para o algébrico (A1); conversão do registro língua natural para o tabular (A2); conversão do registro língua natural para o gráfico (A3).

### Conversão de registros na linguagem matemática

Para a dedução do modelo matemático da atividade de modelagem *Estacionamento em shopping*, os alunos fizeram uso de diferentes registros de representação usando linguagem matemática. Por isso ocorreram conversões entre diferentes registros em linguagem matemática. Nessa categoria evidenciamos o fenômeno de congruência e não-congruência.

O grupo G1 realiza uma conversão – do registro algébrico para o gráfico –, em que ambos os registros são de natureza monofuncional. No entanto, o registro de saída (algébrico) consiste em uma representação discursiva e o registro de chegada (gráfico) é uma representação não-discursiva. Esta é uma conversão congruente, pois existe correspondência semântica entre as unidades significantes das representações, ou seja, correspondência um a um, possui unicidade semântica terminal, uma vez que a representação gráfica da função é única, também mantém-se a ordem entre as unidades, pois se mudarmos as variáveis, tanto no registro algébrico quanto no gráfico a ordem se mantém (Figura 8).

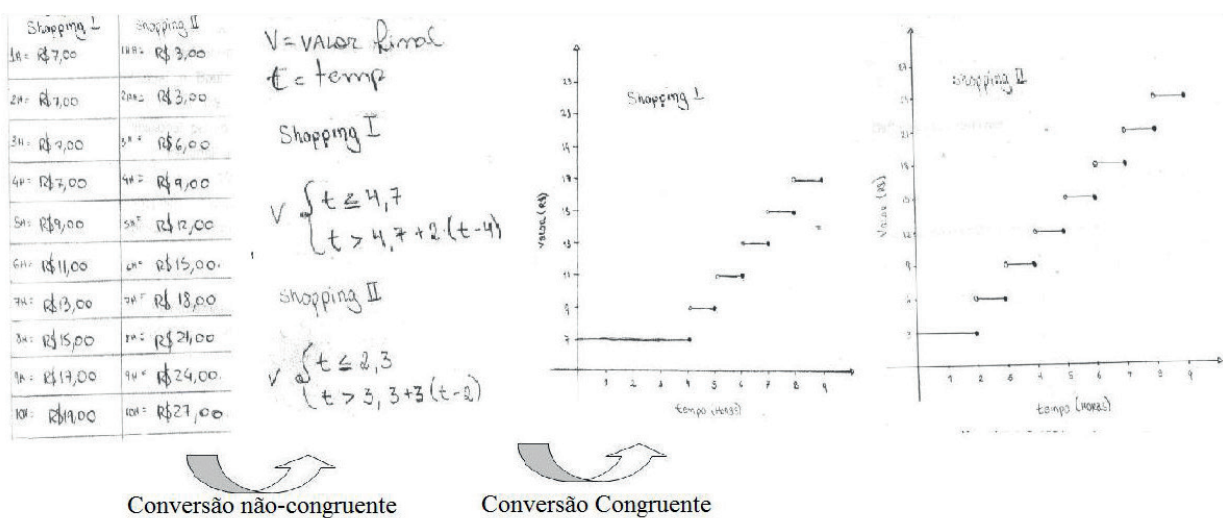
**Figura 8 - Conversão do registro algébrico para o gráfico de G1**



Fonte: Relatório entregue por G1

O grupo G2 realiza duas conversões na linguagem matemática – do registro tabular para o algébrico e do registro algébrico para o gráfico –, essas conversões são, respectivamente, não-congruente e congruente (Figura 9). A conversão do registro tabular para o algébrico é não-congruente pois não apresenta unicidade semântica terminal, uma vez que a representação algébrica utilizada não é a única que pode representar os dados apresentados na tabela. A conversão do registro algébrico para o gráfico é congruente, pois satisfaz os três critérios de congruência estabelecidos por Duval.

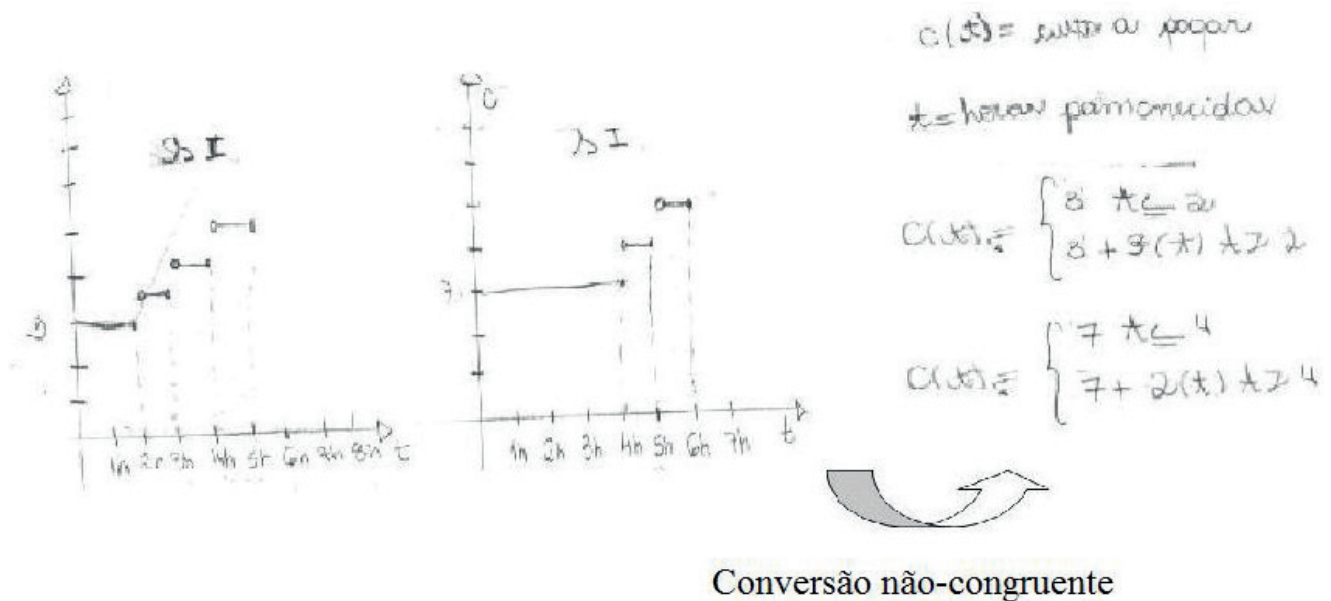
**Figura 9 - Conversões de registro na linguagem matemática de G2**



Fonte: Relatório entregue por G2

Em relação à conversão de G3, ambos os registros usados são de naturezas monofuncional, porém o registro gráfico (registro de saída) é uma representação não-discursiva e o registro algébrico (registro de chegada) é uma representação discursiva. A conversão realizada pelo grupo de alunos é não-congruente, pois não apresenta unicidade semântica terminal, uma vez que a representação algébrica utilizada não é a única que pode representar o gráfico da função (Figura 10).

**Figura 10** - Conversão do registro gráfico para o algébrico de G3



Fonte: Relatório entregue por G3

Nesta categoria pudemos identificar três tipos de conversões entre diferentes registros em linguagem matemática: conversão do registro tabular para o algébrico (A4); conversão do registro algébrico para o gráfico (A5); conversão do registro gráfico para o algébrico (A6).

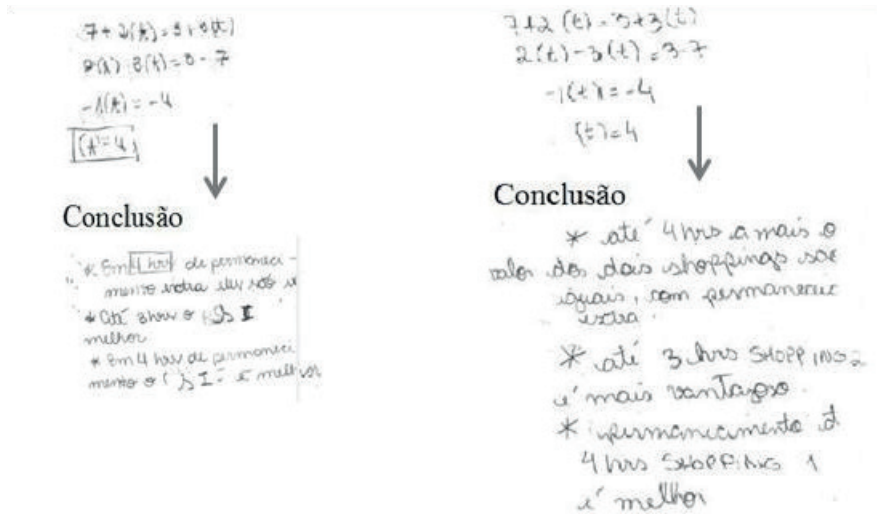
### Conversão da linguagem matemática para a língua natural

Com o modelo matemático deduzido, os alunos explicitaram uma solução para o problema que se propuseram a investigar. Nesta etapa eles fazem o uso da conversão de registros em linguagem matemática para língua natural. Essas conversões acontecem com registros de natureza diferente – monofuncional para multifuncional.

Por meio dos registros de G1 e G3 podemos inferir que estes utilizam tratamentos no registro algébrico, pois para determinarem em que período de tempo ambos os shoppings cobram o mesmo valor igualam as funções e obtêm uma solução para o problema que é apresentada em língua natural.

A conversão do registro algébrico para o registro em língua natural, nesta situação, é não-congruente, pois não há unicidade terminal entre os registros de saída e de chegada, uma vez que os estudantes poderiam escrever de diferentes maneiras a solução do problema em língua natural, não estabelecendo ordem entre as representações (Figura 11).

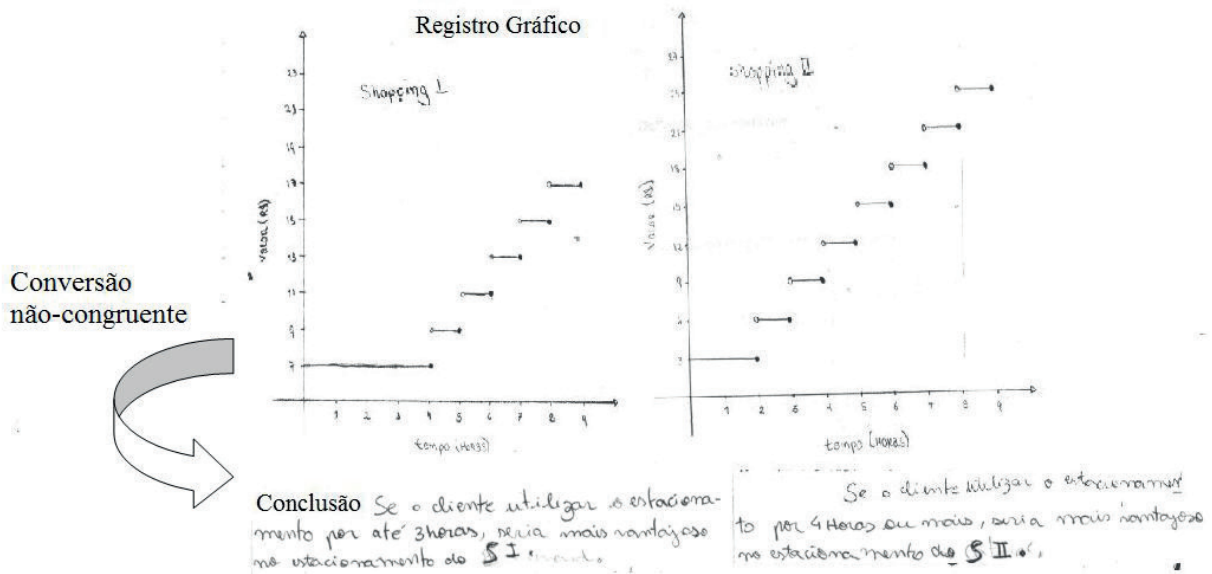
**Figura 11** - Conversões não congruentes realizadas por G1 e G3



Fonte: Registro dos alunos

Na conversão do registro em linguagem matemática para a língua natural, G2 realiza a conversão do registro gráfico (monofuncional), para o registro em língua natural (multifuncional). Tal conversão é complexa pois envolve registros de naturezas distintas. Essa conversão é não-congruente, pois não há correspondência semântica entre as unidades e faz-se necessária uma interpretação no registro gráfico para escrever o registro em língua natural. Não ocorre a unicidade terminal entre os registros de saída e de chegada, uma vez que os estudantes teriam inúmeras maneiras de colocar a resposta para a questão inicial em língua natural, não estabelecendo ordem entre as representações (Figura 12).

**Figura 12** - Conversão do registro gráfico para o registro língua natural de G2



Fonte: Relatório entregue por G2



Na categoria conversão da linguagem matemática para língua natural caracterizamos dois tipos de conversões: registro algébrico para o registro língua natural (A7); registro gráfico para o registro língua natural (A8).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo apresenta resultados, ainda que parciais, de uma pesquisa que se propõe a investigar o uso dos registros de representação semiótica, em particular as conversões realizadas entre registros associados aos objetos matemáticos que emergem em atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos do Ensino Médio.

Neste contexto, mesmo que tenhamos apresentado apenas uma das atividades desenvolvidas com os alunos, é possível constatar que os grupos investigaram a situação-problema por meio da Matemática com a finalidade de conhecer, analisar e explicitar como se comporta o custo de estacionamento em shoppings de uma cidade do interior do Paraná.

A metodologia usada neste artigo, Análise de Conteúdo, se mostrou adequada neste sentido, considerando que possibilitou dar aos dados coletados um tratamento que permite fazer inferências e conjecturas em relação ao papel de atividades de modelagem matemática para a produção de diferentes registros de representação bem como para a realização de sucessivas conversões entre eles. As categorias construídas a partir da análise inicial dos dados revela esta diversidade de representações bem como indica os tipos de conversões realizadas por estes grupos de alunos.

Ao desenvolver a atividade, os alunos foram inseridos em contextos que ativaram a produção e o uso constante de diferentes registros do objeto matemático como condições necessárias para a investigação do problema. Por outro lado, enquanto realizavam a atividade de modelagem, os alunos tiveram a oportunidade de conhecer a função maior inteiro em suas diferentes representações.

Considerando esta diversidade de representações, podemos nos remeter à Duval (2003), quando afirma que:

Na medida em que a matemática tende a diversificar os registros de representação, sua aprendizagem específica pode contribuir fortemente para o desenvolvimento das capacidades cognitivas dos indivíduos. Visar esse desenvolvimento sem se fixar de forma míope sobre a aquisição de uma ou outra noção particular é, provavelmente, o aporte maior que se pode esperar da aprendizagem matemática (p. 30).

Parece, portanto, que Duval centra sua hipótese de aprendizagem não apenas no conhecimento de registros de um mesmo objeto, mas, sobretudo, nas transformações entre esses registros. Neste artigo olhamos, particularmente, sobre as conversões realizadas pelos alunos. Assim, ainda que não tenhamos investigado diretamente a aprendizagem dos alunos com relação ao objeto matemático usado para descrever o modelo matemático, com base nessa assertiva de Duval, podemos inferir que este uso diversificado de representações é fundamental para a compreensão do objeto matemático (função maior inteiro).

Podemos perceber que na variedade de representações produzidas pelos alunos as diferentes naturezas a que se refere Duval aconteceram. Desse modo conversões congruentes e conversões não-congruentes foram realizadas pelos alunos.

O que as nossas análises indicam é o que Duval (2003) já afirmava: existe uma relação entre o fenômeno de congruência nas conversões e o sucesso dos estudantes na realização de uma atividade matemática. De fato, a complexidade da conversão parece ser maior quando ela é não-congruente. Um caso particular em que essa dificuldade parece ter se evidenciado diz respeito às conversões que envolvem a língua natural. Produzir uma representação matemática a partir de um texto em língua natural representa uma dificuldade, especialmente no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Neste sentido, a nossa pesquisa vem, em certa medida, corroborar o que Rosa (2008) observou em seu trabalho com modelagem matemática e registros de representação semiótica.

Os registros dos grupos fornecem indícios dessa dificuldade. O grupo G3, chega a produzir uma representação gráfica equivocada a partir do problema em língua natural (figura 6). A intervenção do professor viria para que a produção do registro adequado se fizesse. Porém quando os alunos já estão trabalhando com a linguagem matemática, percebemos que as conversões se tornam menos complexas. Isto pode ser decorrência do fato de que, em geral estes registros são de mesma natureza (monofuncional) e as conversões são congruentes.

Por outro lado, podemos perceber que os alunos também buscaram caminhos alternativos para a construção de uma solução para o problema. Isto é o que podemos inferir com relação à ação do grupo G2 que, usando as informações sobre o problema constrói uma tabela para, a partir dessa representação, construir os registros algébrico e gráfico (figura 9).

O que as análises realizadas nos permitem conjecturar é que o uso da modelagem matemática proporciona a produção e articulação de diferentes tipos de registros de representação semiótica. A aprendizagem na aula de Matemática está associada, essencialmente à coordenação entre estas diferentes representações de um mesmo objeto matemático. Neste artigo, em particular, tratamos da coordenação entre apenas dois registros, a conversão. Pesquisas futuras poderão olhar para a ação e a compreensão dos alunos quando usam vários registros ao mesmo tempo.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetiké**. Unicamp, v. 18, Número Temático, p. 387-414, 2010.

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C.. Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, v. 2, n. 2, p. 69-85, jul. 2009.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977, 3 ed., 2004. 223p.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BERGER, M. A semiotic view of mathematical activity with a computer algebra system. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**. 13 (2): 159-186, 2010.

- COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. Registros de representações semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. **Zetetiké** – CEMPEM – FE – Unicamp – v. 16, n. 29, p. 41-72, 2008.
- D'AMBRÓSIO, U. Mathematical Modelling: Cognitive, Pedagogical, Historical and Political Dimensions. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 89-98, 2009.
- DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A. et al. **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: Educ, p.135-154, 1999.
- DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papirus, p. 11-34, 2003.
- DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Tradução de Myriam Vegas Restrepo. Colômbia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, 2004.
- DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. 1. Ed. São Paulo: PROEM, 2011.
- KEHLE, P.; LESTER, F. K, Jr. A semiotic look at modeling behavior. In: Lesh, D. & Doerr, H., **Beyond constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching**. Hillsdale, N. J.: Erlbaum, p. 97-122, 2003.
- LESH, R.; CARMONA, G.; HJALMARSON, M. Models and Modeling. (Orgs). In: ALATORRE, S.; CORTINA, J. L.; SÁIZ, M.; MÉNDEZ, A. (Eds). **Proceedings of the 28Th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional, p. 92-95, 2006.
- MORAES, R. Análise de Conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.
- MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F.; FRANCO, P. L. Estudo das formas de negação no processo de ensino da matemática: ponto de encontro com os registros de representação semiótica. **Ciência & Educação**, v. 18, n. 2, p. 469-486, 2012.
- LEITHOLD, L. **O cálculo com geometria analítica**. vol. 1. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994.
- LINS, R. C. Matemática, Monstros, Significados e Educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. BORBA, M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004, p. 92-120.
- PEIRCE, C. S. **Semiótica**. Tradução de José Teixeira Coelho Neto. 2. reimpr. da 3. ed. de 2000. v. 46. São Paulo: Perspectiva (Estudos), 2005.
- ROSA, C. C. da. **Um estudo do fenômeno de congruência em conversões que emergem em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

VERTUAN, R. E. **Um olhar sobre a modelagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. 2007. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, Ensino de Ciências e Educação Matemática, Londrina, 2007.

---

RECEBIDO EM: 18 mar 2015

CONCLUÍDO EM: 14 mai 2015