VIDYA, v. 38, n. 1, p. 91-107, jan./jun., 2018 - Santa Maria, 2018. **ISSN** 2176-4603

MATEMÁTICAS, JOGOS DE LINGUAGEM E SEMELHANÇAS DE FAMÍLIA: UM ESTUDO NA PERSPECTIVA DA ETNOMATEMÁTICA

MATHEMATICS, LANGUAGE GAMES AND FAMILY RESEMBLANCES: A STUDY WITHIN ETNOMATHEMATICS

IEDA MARIA GIONGO*
MÁRCIA JUSSARA HEPP REHFELDT**
MARLI TERESINHA QUARTIERI***

RESUMO

Este artigo tem por objetivo explicitar os jogos de linguagem matemáticos, expressos por um engenheiro civil e um grupo de professores de Matemática que atuam em cursos de Engenharia e na Escola Básica, ao resolverem uma questão envolvendo a área de um quadrilátero. Metodologicamente, a investigação, qualitativa e de inspirações etnográficas, fez uso de entrevistas e material escrito e produzido pelos participantes. O referencial teórico metodológico está embasado nas ideias do campo da etnomatemática conforme descrito por Gelsa Knijnik. A análise do material de pesquisa permitiu inferir que os professores de Matemática operam com regras usualmente problematizadas nas aulas da mencionada disciplina, como a fórmula de Heron e a lei dos cossenos, e dividem a figura em, no máximo, duas partes. Embora o engenheiro parta o quadrilátero em vários triângulos, é possível evidenciar semelhanças de família entre os jogos de linguagem matemáticos evidenciados pelos participantes.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Etnomatemática. Jogos de linguagem. Semelhanças de família.

ABSTRACT

This article aims at clarifying the mathematical language games used by a civil engineer and a group of Mathematics professors/teachers who teach in engineering programs and in basic school, when solving a problem regarding the area of a quadrilateral. Methodologically, this investigation - a qualitative one with ethnographic aspects - used interviews and written material produced by the participants. The theoretical-methodological support were the ideas of the field of ethnomathematics, as described by Gelsa Knijnik. Analysis of the research material enabled us to conclude that mathematics professors/teachers use rules that are usually problematized in the classes of the said discipline, such as Heron's formula and law of the cosines, and divide the figure into, at most, two parts. Although the engineer divides the quadrilateral into several triangles, it is possible to see family resemblance among the mathematical language games used by the participants.

Keywords: *Teaching of Mathematics. Ethnomathematics. Language Games. Family Resemblances.*

* Professora da Universidade do Vale do Taquari. igiongo@univates.br
** Professora da Universidade do Vale do Taquari. mrehfeld@univates.br
*** Professora da Universidade do Vale do Taquari. mtquartieri@univates.br

A INVESTIGAÇÃO E O REFERENCIAL TEÓRICO

Estudos como os de Monte (2015) apontam para a necessidade de (re)pensarmos os processos de ensino e de aprendizagem das disciplinas de Cálculo em cursos de Engenharia, sobretudo considerando-se as altas taxas de evasão e repetência e a insatisfação dos estudantes diante da pouca "aplicabilidade" dos conteúdos em sua prática laboral. Por conta disso, a autora, amparada teoricamente no campo da etnomatemática conforme descrito por Knijnk et al (2012), enveredou por uma pesquisa que buscou examinar jogos de linguagem matemáticos expressos por engenheiros professores de um curso de Engenharia da Computação que, além de ministrarem disciplinas na Universidade, atuavam em práticas laborais vinculadas à referida Engenharia. Após esta etapa da investigação, a autora problematizou as possibilidades e limitações da inserção de tais práticas na disciplina de Cálculo II.

Monte (2015) concluiu ser produtivo problematizar os jogos de linguagem matemáticos expressos pelos profissionais da área e examinar suas semelhanças de família com aqueles gerados pelos professores das disciplinas de Cálculo. Tal ideia permite pensar na possibilidade de examinar como professores que atuam no Ensino Superior, em cursos de Engenharia, operam com aqueles que frequentemente fazem parte do cotidiano de um engenheiro. Aliado a isso, poder-se-ia problematizar como professores de Matemática da Escola Básica operam com questões usualmente presentes no cotidiano de um profissional de Engenharia.

Neste momento, cabe destacar o referencial teórico que sustenta a investigação: o campo da etnomatemática conforme descrito por Knijnik et al (2012). Ao cunhar o termo "jogos de linguagem matemáticos", está se fazendo referência às ideias da maturidade de Ludwig Wittgenstein. Em efeito, na primeira parte de sua obra, expressa por *Tractatus logico-philosophicus* (1968), o filósofo estava ocupado em compreender "o que é uma linguagem? […] Ou melhor, é possível pensar o mundo sem que este pensar se realize através de proposições da Linguagem?" (MORENO, 2000, p. 14). Porém, no que é denominado "segunda fase" de sua obra, Wittgenstein "concebe a linguagem não mais com as marcas da universalidade, perfeição e ordem, como se preexistisse às ações humanas" (KNIJNIK et al, 2012, p. 29). Entretanto, Moreno (2000, p. 54) alerta não ser possível pensar em rupturas severas entre as duas fases, pois "não estamos em presença de um salto abrupto, mas sim de um processo de elaboração e de aprofundamento das mesmas questões cruciais".

Nessa ótica, a linguagem assume um caráter essencialmente pragmático, pois "sendo a significação de uma palavra gerada pelo seu uso, a possibilidade de essências ou garantias fixas para a linguagem é posta sob suspeição" (KNIJNIK et al, 2012, p. 29). Como frisou o próprio Wittgenstein (1991, p. 38) "o significado de uma palavra é seu uso na linguagem" o que nos leva a compreender que

> […] sendo a significação de uma palavra gerada pelo seu uso, a possibilidade de essências ou garantias fixas para a linguagem é posta sob suspeição, levando-nos a questionar também a existência de uma linguagem matemática única e com significados fixos […] [Wittgenstein] rechaça a possibilidade de um significado universal que se enquadre nos diversos usos dessas palavras. Pode-se vincular essa questão com as discussões propostas pela Etnomatemática ao colocar sob suspeição a noção de uma linguagem matemática universal que seria 'desdobrada", "aplicada" em múltiplas práticas produzidas pelos diferentes grupos culturais (KNIJNIK et al, 2012, p. 29).

De fato, o campo da etnomatemática tem se constituído em uma vasta heterogeneidade de conceitos, "impossibilitando a enunciação de generalização no que diz respeito a seus propósitos investigativos ou a seus aportes teórico-metodológicos" (KNIJNIK et al, 2012, p. 23). As autoras também apontam que na perspectiva de Ubiratan D'Ambrósio - o assim chamado pai da etnomatemática - os enfoques dados a este campo são abrangentes, o que permite que sejam consideradas como etnomatemática, dentre tantas, "**A Matemática praticada por categorias profissionais específicas, em particular, pelos matemáticos**, a Matemática Escolar, a Matemática presente nas brincadeiras infantis" (Ibidem, p. 23, grifos nossos), além daquela "praticada por homens e mulheres para **atender às suas necessidades de sobrevivência** (Ibidem, p. 23, grifos nossos).

Neste sentido, assumimos a definição de Knijnik (2012, p. 22) para quem a perspectiva etnomatemática pode ser pensada como

> Uma caixa de ferramentas teóricas que possibilita analisar os jogos de linguagem matemáticos de diferentes formas de vida e suas semelhanças de família; e examinar os discursos da matemática acadêmica e da matemática escolar e seus efeitos de verdade.

De imediato, é possível visualizar que tal definição está atrelada a duas vertentes teóricas distintas, a saber ideias de Michel Foucault e da obra da maturidade de Ludwig Wittgenstein. A autora (KNIJNIK, 2016, p. 23) enfatiza que, nessa perspectiva teórica, é possível justificar, do ponto de vista epistemológico, "a existência de 'outras matemáticas' que não a matemática acadêmica e a escolar" (Ibidem, p. 23). Nesse sentido, foi possível "repensar as bases teóricas [...] para seguir pensando as coisas da Etnomatemática" (Ibidem, p. 23), o que conduziu a possibilidade de "propor uma articulação entre os estudos tardios de Wittgenstein e as teorizações de Foucault" (ibidem, p. 23) pois "com suas contundentes críticas à filosofia tradicional, ambos tiveram, sobretudo, posturas comuns" (Ibidem, p. 23). Em efeito, as ideias da maturidade de Wittgenstein podem ser produtivas para o campo da etnomatemática tendo em vista que, segundo ele,

> Caímos numa superfície escorregadia onde falta o atrito, onde as condições são, em certo sentido, ideais, mas onde por esta mesma razão não podemos mais caminhar; necessitamos então o *atrito*. Retornemos ao solo áspero! (WITTGENSTEIN, 1991, p. 53). [grifos do autor]

Assim na obra *Tractatus* (WITGENSTEIN, 1968), o filósofo procurava responder "o que é a linguagem"? Enquanto que em *Investigações Filosóficas* (1991) tal questão é abandonada pois, para ele, não é produtivo perguntar "*o que é a linguagem*, mas *de que modo ela funciona*" (CONDÉ, 2004, p. 86) [grifos do autor]. Por conta disso, não é mais possível falarmos simplesmente em linguagem, mas sim em linguagens, isto é, "uma variedade imensa de *usos*, uma pluralidade de funções ou papéis que poderíamos compreender como *jogos de linguagem*" (IBIDEM, p. 86). [grifos do autor] pois a significação de uma palavra emerge do uso feito em diversas situações. O termo "jogo de linguagem" deve aqui salientar que o falar da linguagem é parte de uma atividade ou de uma forma de vida. (WITTGENSTEIN, 1991, p. 18) "Desse modo, pode-se dizer que a noção de forma de vida passa a ser compreendida, na obra da maturidade de Wittgenstein, como uma engrenagem que possibilita a produção de jogos de linguagem" (KNIJNIK, 2016, p. 27).

Tais jogos de linguagem, entretanto, “não possuem uma essência invariável que os mantenha completamente incomunicáveis uns dos outros, nem uma propriedade comum a todos eles, mas algumas analogias ou parentescos” (KNIJNIK, 2016, p. 28). Esses parentescos são denominados por Wittgenstein (1991) de semelhanças de família. Como bem explica Condé (2004), um dos comentadores da obra da maturidade de Wittgentein:

> a gramática de uma forma de vida não é fechada e é a partir desse aspecto que ela possui, em medidas diversas, ramificações que se constituem como “semelhanças de família”, podendo interconectar-se com gramáticas de outras formas de vida. Essas semelhanças entre gramáticas distintas não são possibilitadas por nenhuma “supergramática”, nem mesmo por nenhum elemento transcendental, *mas pelas semelhanças no modo de atuar (Handlungweise) dessas formas de vida* (CONDÉ, 2004, p. 29-30). [grifos nossos]

O próprio Wittgenstein (1991, p.38) exemplifica o conceito de semelhanças de família expressando, inicialmente, seu entendimento de jogos. Ao aludir que “refiro-me a jogos de tabuleiro, de cartas, de bola, torneios esportivos, etc” E continua: “o que é comum a todos eles? Não diga: “Algo deve ser comum a eles, senão não se chamariam ‘jogos’”, - mas *veja* se algo é comum a eles todos” (Ibidem, p. 38). Nessa ótica “se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a *todos*, mas verá semelhanças, parentescos, e até toda uma série deles. Como disse: não pense, mas veja! (Ibidem, p. 38). [grifos do autor]

Por conta de tais referenciais teóricos, na próxima seção explicitaremos os aspectos metodológicos que foram centrais para a produção dos materiais de pesquisa e sua respectiva análise.

A METODOLOGIA

Metodologicamente, optamos por uma investigação de cunho qualitativo que, segundo Mascarenhas (2012, p. 46), é produtiva “quando queremos descrever nosso objeto de estudo com maior profundidade. Por isso, ela é muito comum em estudos sobre o comportamento de um indivíduo ou de um grupo social.” Ademais, a investigação também se constituiu de inspirações etnográficas tendo em vista que, nos referenciais teóricos do campo da etnomatemática, considerável parte das pesquisas fazem uso, na empiria, desta metodologia (WANDERER e SCHEFER, 2016). As autoras descrevem como os trabalhos de Malinovski - o assim chamado “pai da Antropologia Social” - e Franz Boas - “pai da Antropologia Cultural” - acabaram por influenciar o meio acadêmico tendo em vista que “um conjunto de estudos e investigações se desenvolveram na área da etnografia, abarcando relações com os campos da História, da Sociologia, da Psicologia, da Filosofia e também da Educação” (WANDERER e SCHEFER, 2016, p. 44). E completam:

> mesmo considerando a pluralidade de concepções que orientam as pesquisas do “tipo etnográfico”, pode-se dizer que elas fazem uso de técnicas, como: observação participante, coleta de documentos, registros de conversas e eventos, entrevistas semiestruturadas e abertas, além de uso de imagens fotográficas e filmagens. Entre os mais utilizados está o “Diário de Campo” […]

Em efeito, a investigação em questão produziu os seguintes materiais de pesquisa: diário de campo das pesquisadoras, entrevistas gravadas e posteriormente transcritas com um Engenheiro Civil e professores da Educação Básica, bem como materiais escritos e produzidos pelos sujeitos da pesquisa. A observação participante se efetivou por meio do acompanhamento, por mais de um ano, de um grupo de profissionais ligados às Engenharias e, no caso específico deste artigo, do Engenheiro Civil.

Quanto aos três professores da Escola Básica, estes foram entrevistados em conjunto, na sede da Instituição de Ensino Superior e os materiais por eles produzidos foram coletados com a anuência dos mesmos. Os professores da Graduação - em número de quatro e que ministravam, em 2015, a disciplina de Introdução às Ciências Exatas - foram entrevistados separadamente e, igualmente, seus materiais foram disponibilizados para a investigação. Os professores da Escola Básica são jovens - com menos de dez anos de docência - e, à época da investigação, cursavam Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Aqueles que atuavam no Ensino Superior, o faziam há cerca de sete anos. Ressalta-se, também, que por questões de ética em pesquisa, todos os participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Para ilustrar a emergência de jogos de linguagem matemáticos, problematizamos a situação mencionada que está relacionada à área de um quadrilátero.

A análise do material de pesquisa se deu via análise do discurso na perspectiva de Michel Foucault. Wanderer e Scheffer (2016, p. 38) aludem que ao se analisar discursos nessa perspectiva, "os pesquisadores buscam analisá-los por aquilo que dizem e pelas regras que os geram, não se prendendo aos significados dos signos que os compõem". Ademais, nesse registro teórico não é possível falarmos em "verdades", mas em "regimes de verdade" ou, como bem aponta o filósofo, numa "política geral" de verdade, ou seja,

> (...) os tipos de discurso que ela acolhe e faz funcionar como verdadeiros; os mecanismos e as instâncias que permitem distinguir os enunciados verdadeiros dos falsos, a maneira como se sanciona uns e outros; as técnicas e os procedimentos que são valorizados para a obtenção da verdade; o estatuto daqueles que têm o encargo de dizer o que funciona como verdadeiro FOUCAULT, 1995, p. 12).

Foucault (1995, p. 56) também assinala que os discursos são constituídos por "práticas que formam sistematicamente os objetos de que falam (...) são feitos de signos; mas o que fazem é mais que utilizar esses signos para designar coisas". E completa: "É esse *mais* que os torna irredutíveis à língua e ao ato da fala. É esse "mais" que é preciso fazer aparecer e que é preciso descrever (Ibidem, p. 56). [grifo do autor] Nessa ótica, a noção de enunciado torna-se essencial.

Por conta de tais referenciais, não se trata de verificar as relações entre o autor e o que ele disse, mas "determinar qual é a posição que pode e deve ocupar todo indivíduo para ser seu sujeito" (FOUCAULT, 1995, p. 109). Foucault também menciona que a análise de enunciados "só pode se referir a coisas ditas, a frases que foram realmente pronunciadas ou escritas" (IBIDEM, Ibidem, p. 126). Nessa ótica, não se trata de perguntar o que estaria supostamente "oculto" nas enunciações, mas sim analisar "de que modo existem, o que significa para elas o fato de se terem manifestado, de terem deixado rastros (...) o que é para elas o fato de terem aparecido - e nenhuma outra em seu lugar" (IBIDEM, p. 126). Assim, é igualmente importante aqui destacar que ao buscar analisar os enunciados, estabelecendo, entre eles, algumas relações, não se tem o propósito de […] de encontrar as causas ou consequências de sua produção, como se houvesse uma relação unilateral de causa e efeito. Ao invés disso, assume-se que há uma relação recíproca entre a causa e seu efeito […] (WANDERER e SCHEFER, 2016, p. 42).

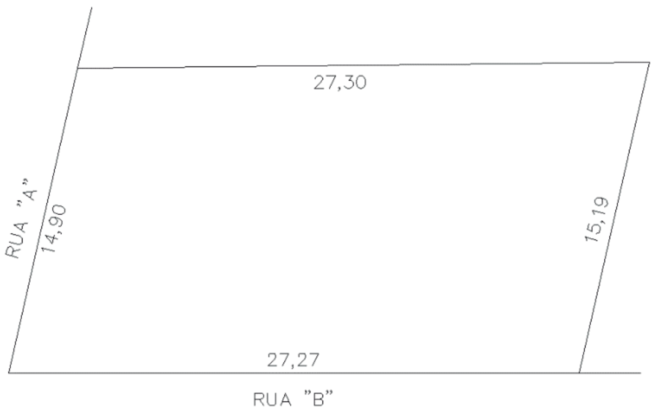
> […] de encontrar as causas ou consequências de sua produção, como se houvesse uma relação unilateral de causa e efeito. Ao invés disso, assume-se que há uma relação recíproca entre a causa e seu efeito […] (WANDERER e SCHEFER, 2016, p. 42).

Na próxima seção, analisaremos os resultados obtidos com a investigação.

O ENGENHEIRO, OS PROFESSORES E SEUS MODOS DE OPERAR COM A MATEMÁTICA

Nesta seção, descrevemos os jogos de linguagem matemáticos expressos pelos professores e engenheiro. A questão problematizada (Figura 1) ilustra um quadrilátero, cujos lados não são paralelos, do qual se necessitava conhecer a área. Este desenho foi disponibilizado pelo engenheiro, a partir de uma situação por ele resolvida e distribuída, em escala, para os demais participantes da investigação.

Figura 1 - Quadrilátero irregular.



Fonte: engenheiro entrevistado.

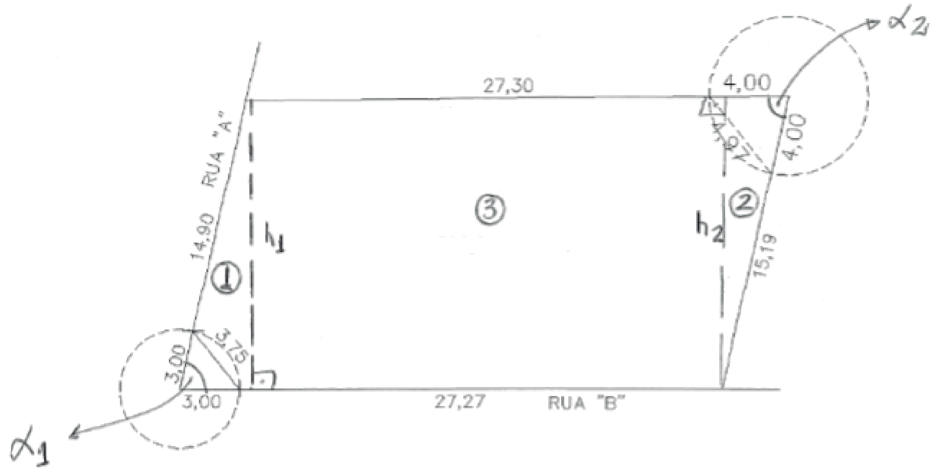
Iniciamos nossas argumentações tendo presente que a ideia que os jogos de linguagem matemáticos expressos pelos docentes e pelo engenheiro devem ser pensados como intrinsecamente ligados a sua forma de vida tendo em vista que:

> qual é, então, o significado da palavra "água", por exemplo? **Depende do jogo de linguagem na qual ela é empregada;** posso usá-la para referir-me ao elemento natural assim denominado que está à minha frente; posso usá-la para ensinar a uma criança ou a um estrangeiro sua aplicação como nome; posso usá-la sob a forma de um pedido, quando estou sedento; posso usá-la como pedido de rendição a meu adversário; posso usá-la como pedido urgente daquilo que ela denomina, para apagar um incêndio; ou ainda como uma exclamação, ante minha surpresa com a beleza cristalina da fonte inesperada; **e podemos imaginar outros tantos usos possíveis da palavra, isto é, outras tantas situações de nossa vida em que é usada na linguagem como meio de comunicação e expressão** (MORENO, 2000, p. 55-56, grifos nossos).

Em efeito, ao indagarmos como resolveu a questão proposta, o engenheiro, em suas explicações, denotou que realiza tais procedimentos fazendo uso de, em suas palavras, "muita geometria" e um "bom *software*". Cabe destacar o estudo de Azambuja e Favaretto (2015, p. 26). Ao entrevistarem um grupo de engenheiros em suas atividades laborais, constataram que, naquela forma de vida, era comum o uso de recursos tecnológicos. Em efeito, "os engenheiros fazem poucos cálculos manualmente, utilizando a tecnologia como uma forma de agilizar o processo de cálculo, bem como para obter a precisão, uma vez que assumem responsabilidades técnicas". Glock (2006, p. 174) argumenta que "uma forma de vida é uma formação cultural ou social, a totalidade das atividades comunitárias em que estão imersos nossos jogos de linguagem". O mesmo autor usa as expressões *formas de vida* ou *fatos da vida* para "mostrar que uma forma de vida é um jogo de linguagem e que, assim como há inúmeros jogos de linguagem, há também incontáveis formas de vida" (Ibidem, p. 174).

Inicialmente, o engenheiro entrevistado definiu o ângulo α, conforme expresso na figura 2.

Figura 2 - Modo de calcular utilizado pelo engenheiro.



Fonte: engenheiro entrevistado.

Para calcular essa medida, traçou, a partir do vértice, uma circunferência de raio 3 e mediu a diagonal, uma corda, por meio do *software CAD* - um dos recursos mencionados de forma recorrente pelos engenheiros - obtendo o valor de 3,75, conforme expresso na figura. A seguir, o profissional utilizou a lei dos cossenos para identificar o ângulo formado por esses lados (Figura 3).

Figura 3 - Lei dos cossenos utilizada pelo engenheiro.

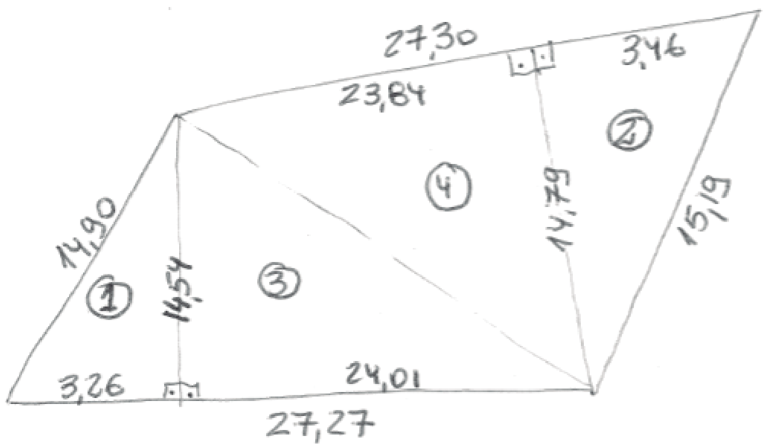
$$\cos\alpha_1 = \frac{3{,}75^2 - 3^2 - 3^2}{2 \cdot 3 \cdot 3} \therefore \cos\alpha_1 = 0{,}21875 \therefore \alpha_1 = 77^\circ 21' 51''$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{4{,}97^2 - 4^2 - 4^2}{2 \cdot 4 \cdot 4} \therefore \cos\alpha_2 = 0{,}22809 \therefore \alpha_2 = 76^\circ 48' 53''$$

Fonte: engenheiro entrevistado.

Da mesma forma calculou o ângulo α_2. Indagado acerca de o porquê operar desta forma mencionou: “Se eu tivesse que realizar na prática, faria da mesma forma. Determinaria, com uma trena, uma medida de 3 metros sobre a divisa em um sentido, 3 metros sobre a outra e mediria a diagonal[1]”. Ainda acrescentou afirmando que “depende do acesso que a gente tem no terreno, se mede 3 ou 4 metros. O tamanho não importa, mas quanto mais distante for do vértice, menos erros ocorrem”. Por fim, afirmou: “Nem sempre se consegue medir a diagonal de um terreno, pois muitas vezes nesse local há uma construção ocupando esse espaço”. O cálculo realizado pelo engenheiro para encontrar o ângulo formado por dois lados também apresenta uma racionalidade distinta, pois esse já isola a incógnita que deseja calcular, no caso os ângulos α_1 e α_2. Indagado de o porquê fazia dessa forma respondeu: “fiz assim porque é rápido de calcular, eu ganho tempo”.

Figura 4 - Divisão da figura em 4 partes.

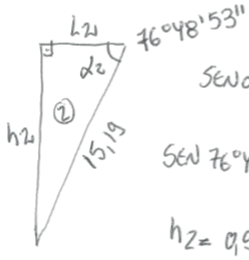


Fonte: engenheiro entrevistado.

Após o cálculo dos ângulos, o engenheiro dividiu o quadrilátero em quatro partes, conforme ilustra a Figura 4, mais especificamente em quatro triângulos. Questionado o profissional sobre de o porquê usualmente divide as figuras desta forma respondeu: “porque é mais fácil resolver assim e as fórmulas do triângulo retângulo já estão memorizadas na minha cabeça. Se fosse usar outras, teria que procurar no ‘*google*’”. Nos cálculos desenvolvidos pelo engenheiro, percebemos também o uso de fórmulas da trigonometria ($sen\alpha = \frac{catetooposto}{hipotenusa}$), teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$ e área de triângulo $A= \frac{basexaltura}{2}$, como ilustra a Figura 5.

[1] Em suas explicações, ao mencionar como calcularia o ângulo, o engenheiro usou a palavra diagonal, em vez de corda. Acredita-se que o engano se deu em função de que, em sua forma de vida, a importância é dada às regras de resolução, em detrimento de nomes dos elementos das figuras geométricas. Aliado a isso, em questões vinculadas à geometria, tarefas que em sua resolução utilizam o conceito de diagonal são mais frequentes do que aquelas que necessitam da definição de corda.

Figura 5 - Cálculo de um dos triângulos.



$$\operatorname{sen}\alpha_2 = \frac{h_2}{15{,}19}$$
$$\operatorname{sen} 76°48'53'' = \frac{h_2}{15{,}19}$$
$$h_2 = 0{,}97364 \cdot 15{,}19$$
$$h_2 = 14{,}79$$

$$h_2^2 + L_2^2 = 15{,}19^2$$
$$14{,}79^2 + L_2^2 = 15{,}19^2$$
$$L_2 = \sqrt{15{,}19^2 - 14{,}79^2}$$
$$L_2 = 3{,}46$$

$$A_2 = \frac{L_2 \cdot h_2}{2}$$
$$A_2 = \frac{3{,}46 \cdot 14{,}79}{2}$$
$$\boxed{A_2 = 25{,}61\ m^2}$$

Fonte: engenheiro entrevistado.

As mesmas regras foram utilizadas para calcular a parte 1. Para obter a área das partes 3 e 4 (Figura 6), usou novamente a fórmula A= $\frac{basexaltura}{2}$.

Figura 6 - Cálculo das partes 3 e 4.

$$A_3 = \frac{14{,}54 \cdot 24{,}01}{2}$$
$$\boxed{A_3 = 174{,}55 m^2}$$

$$A_4 = \frac{23{,}84 \cdot 14{,}79}{2}$$
$$\boxed{A_4 = 176{,}30\ m^2}$$

Fonte: engenheiro entrevistado.

Para obter a área final, o profissional somou as quatro partes, conforme ilustra a Figura 7.

Figura 7 - Soma final da área obtida pelo engenheiro.

$$A_t = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \therefore 23{,}67 + 25{,}61 + 174{,}55 + 176{,}30\ m^2 \therefore$$
$$\boxed{A_t = 400{,}13\ m^2}$$

Fonte: engenheiro entrevistado.

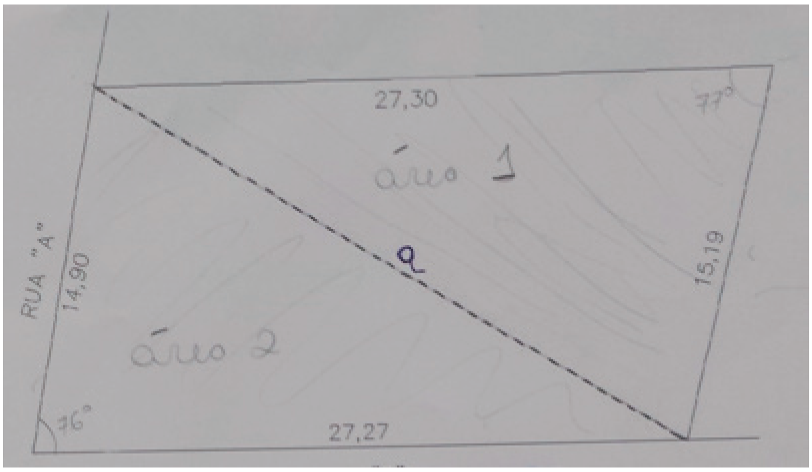
Analisando a forma de operar com a matemática expressa pelo engenheiro nessa situação-problema podemos inferir ele divide o quadrilátero em triângulos retângulos, usa o *software* CAD, lei dos cossenos, as fórmulas da trigonometria no triângulo retângulo, fórmula de Pitágoras e o cálculo da área de um triângulo $A = \frac{basexaltura}{2}$. Em adição, expressa os resultados de forma arredondada, utilizando apenas duas casas decimais. Acerca dos modos de operar afirma serem esses os mais usuais, pois eles "já estão na sua cabeça", criando assim uma racionalidade própria na forma de calcular a área.

Com relação à ideia de uma racionalidade específica, cabe destacar que, para Wittgenstein (1991, p. 38), "o significado de uma palavra é seu uso na linguagem". Nesse sentido, não é mais possível pensar em uma linguagem única e, no caso da matemática, uma única que pudesse ser utilizada em todos os contextos. O próprio filósofo, em sua obra "Investigaçãoes Filosóficas", expressou que:

> mas não pode o significado de uma palavra que eu entendo encaixar-se no sentido da proposição que eu entendo? Ou o significado de uma palavra no significado de outra? - Sem dúvida, se o significado é o uso que fazemos da palavra, então não tem sentido falar de um tal de "encaixar-se". Ora, compreendemos o significado de uma palavra quando a ouvimos ou quando a proferimos; aprendemo-la de um golpe só; e o que aprendemos desse modo é algo diferente do "uso" que se estende no tempo (WITTGENSTEIN, 1991, p. 79).

Quando o mesmo problema foi repassado aos professores do Ensino Médio, os mesmos optaram por iniciar a resolução fazendo uso do transferidor para determinar o valor dos ângulos, conforme mostra a Figura 8, distintamente do modo de operar do engenheiro, que usou recursos tecnológicos como o *software* CAD.

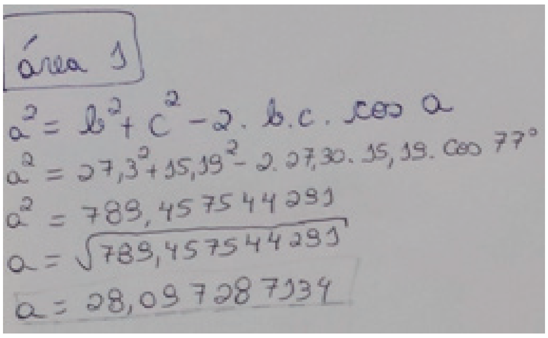
Figura 8 - Procedimento adotado pelos professores do Ensino Médio para calcular o ângulo.



Fonte: professores do Ensino Médio.

Para calcular o valor da diagonal, os professores utilizaram a lei dos cossenos, partindo da fórmula usualmente abordada em sala de aula (Figura 9). Podemos observar que o valor da diagonal foi calculado utilizando-se nove casas decimais, ou seja, de forma mais precisa. Tal procedimento nos remete às ideias de D'Ambrósio (2004, p. 48) para quem "A matemática tem sido conceituada como a ciência dos números e das formas, das relações e das medidas, das inferências, e suas características apontam para precisão, rigor, exatidão". Ainda de acordo com este autor, esse caráter de infalibilidade da Matemática fez com que ela parecesse essencial e poderosa no mundo moderno: "A Matemática se apresenta como um Deus mais sábio, mais milagroso e mais poderoso que as divindades tradicionais e outras tradições culturais" (D'AMBRÓSIO, 2004, p. 49).

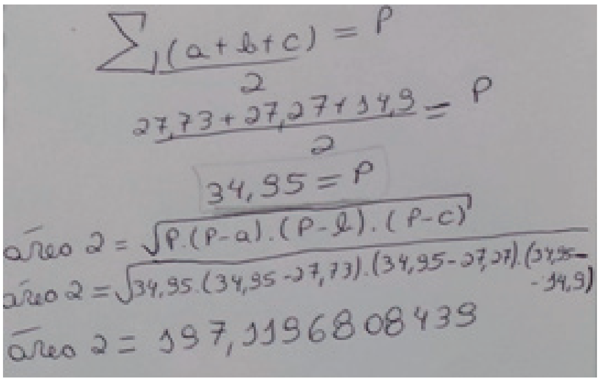
Figura 9 - Cálculo da diagonal do quadrilátero desenvolvido pelos professores do Ensino Médio



Fonte: professores do Ensino Médio

Após obter o valor da diagonal, os docentes calcularam o semiperímetro para poder usar a fórmula de Heron (Figura 10).

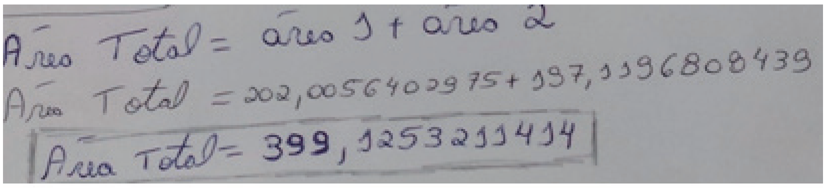
Figura 10 - Cálculo do semiperímetro calculado e da área 2



Fonte: professores do Ensino Médio

Por fim, podemos observar a precisão do resultado matemático, apresentando a resposta da área total com 10 casas decimais (Figura 11).

Figura 11 - Cálculo da área total do quadrilátero



Fonte: professores do Ensino Médio

Esses professores também apresentaram outra estratégia, a qual está descrita abaixo. Indagado de o porquê o cálculo foi desenvolvido desta forma, o professor PEM1 respondeu que

> Para resolução desta atividade utilizei como estratégia, recortar duas figuras iguais aquela na qual foi solicitado que calculássemos a área. Unindo as duas figuras, forma-se outro paralelogramo. Considerando que está figura tem medidas proporcionais, o cálculo para encontrar a área é . Como altura tem-se 14,62. O resultado final para a área desta figura é 399,04 m^2. Esta forma de raciocínio está associada à ideia que tem-se durante **a realização da faculdade**. [...] os livros só apresentam figuras com os valores dos lados do **paralelogramo paralelos iguais** (Professor EM1)

Na enunciação do professor do Ensino Médio está explícita a ideia de que essa resolução está relacionada com a forma de operar que aprendeu na graduação, reforçando a ideia da suposta existência de uma regra capaz de solucionar tais situações. Tal ideia foi problematizada por Wanderer (2004, p. 191) quando expressou que a linguagem usualmente presente na matemática acadêmica "e sua recontextualização na escola, produzindo a linguagem da matemática escolar- é identificada como um produto exclusivo de determinados grupos culturais: os gregos e, de modo ampliado, os europeus". Seguindo sua argumentação, a autora ainda argumenta que

> dessa forma, ao mesmo tempo em que esses grupos são posicionados como produtores do conhecimento, sendo suas linguagens e saberes considerados como "verdadeiros" e "corretos", outros são tomados como "falsos" ou "incorretos" (WANDERER, 2014, p. 191).

De forma similar outro professor de Escola de Ensino Médio declarou:

> A maneira com que um professor de matemática conduzirá o ensino da geometria dependerá das **vivências que o mesmo tem**, pois quando me remeto às aulas de geometria no ensino médio, só fórmulas eram apresentadas para a resolução de problemas envolvendo geometria. No entanto, durante a graduação meu olhar foi ampliado, pois sempre fui instigada a ver as diferentes figuras presentes em uma imagem geométrica não regular. Ainda cabe destacar que os professores da escola básica muitas vezes utilizam em suas aulas **o livro didático**, e este por sua vez **não traz figuras geométricas não regulares.** (Professora EM2)

O fato de o quadrilátero ser irregular foi problematizado por outro professor do Ensino Médio. Segundo ele:

> Em sala de aula eu jamais abordaria um exercício como esse, porque **não existe uma fórmula exata para calculá-lo**, além do mais, um exercício como este, levaria muito tempo em sala de aula, e possivelmente não conseguiria envolver toda a turma, dificultando a condução das aulas. Outro aspecto que aponto é a dificuldade que nós professores temos em lidar com um exercício como este, devido à formação geométrica que tivemos, não foi nada simples chegar aos resultados obtidos, o qual demandou um tempo considerável para chegarmos às conclusões finais (Professor EM3)

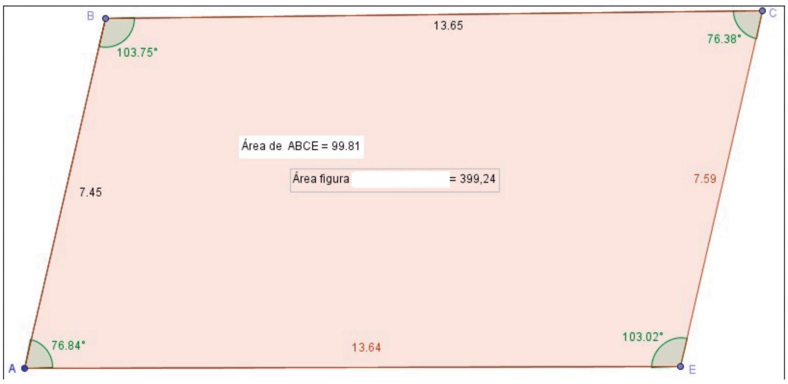
Os professores do Ensino Superior usaram formas semelhantes aos professores do Ensino Médio, como aponta o Quadro 1:

Quadro 1 - Formas de resolução dos professores da Graduação.

Professor	Primeiro cálculo desenvolvido	Modo de calcular o ângulo	Forma de divisão do quadrilátero	Como o professor calculou a área final
Professora 1	Diagonal do quadrilátero usando a ideia de escala.	Lei dos cossenos.	Em dois triângulos quaisquer.	Cálculo de duas áreas de triângulos quaisquer usando a fórmula A $= \frac{axbsenC}{2}$.
Professora 2	Aferição do ângulo por meio do transferidor.	Por meio do *software geogebra.*	Não dividiu a figura.	Utilizou o geogebra para estimar o valor (Figura 12).
Professora 3	Mensuração da diagonal do quadrilátero usando a ideia de escala.	Não calculou.	Em dois triângulos quaisquer.	Calculou a área usando a fórmula de Heron.
Professora 4	Aferição do ângulo por meio do transferidor.	Por meio do transferidor.	Em dois triângulos quaisquer.	Calculou a área usando a fórmula de Heron.

Fonte: pesquisadores.

Figura 12 - Cálculo desenvolvido por meio do *software* geogebra.



Fonte: professora P2.

O transferidor e a régua foram recursos recorrentes no cálculo do ângulo, haja vista que a figura representando a área de terra estava em escala. Somente a professora 1 utilizou a lei dos cossenos e, com exceção do professor 2, os demais dividiram a figura em dois triângulos quaisquer. A fórmula de Heron também foi usada pela maioria dos professores. A partir do escrutínio do material obtido junto aos professores do Ensino Superior, podemos observar a mesma precisão, exatidão e rigor que foram visualizados nos cálculos dos professores do Ensino Médio.

Cabe salientar, no entanto, que essas matemáticas geradas nos grupos culturais embora tenham critérios de racionalidade específicos apresentam algumas propriedades comuns, o que caracteriza semelhanças de família. Nessa ótica não haveria possibilidade de demarcar, epistemologicamente, a supremacia de uma matemática em relação a outras. Em oposição a essa ideia, neste campo teórico, como bem aponta Wanderer (2014, p. 191), é potente "problematizar a linguagem que constitui a matemática acadêmica e a matemática escolar, assim como essa hierarquização estabelecida entre as diferentes linguagens matemáticas". Condé (2004, p. 53) mostra que a expressão "semelhanças de família são assim, as semelhanças entre aspectos pertencentes aos diversos elementos que estão sendo comparados, mas de tal forma que os aspectos semelhantes se distribuem ao acaso por esses elementos" e que "não se está de forma alguma postulando a identidade entre ambas, mas apenas a identidade entre alguns aspectos de ambas" (Ibidem, p. 54).

No caso específico do cálculo da área dessa situação-problema, pode-se inferir que há diferenças nas regras que fazem alusão aos arredondamentos. O engenheiro, por exemplo, opera com no máximo, duas casas decimais enquanto o professor, primando pela matemática precisa e infalível, opera com várias, nesse exemplo com aproximadamente dez casas. Mas também há semelhanças no modo de encontrar a diagonal do quadrilátero pelo uso de *softwares* (CAD e *geogebra*) e no cálculo do ângulo pela lei dos cossenos. Nessa ótica, "sendo a significação de uma palavra dada por seu uso, a possibilidade de essências ou garantias fixas é posta sob suspeição, levando-nos a questionar também a existência de uma linguagem única e com significados fixos" (KNIJNIK, 2016, p. 26). A autora exemplifica com dois modos distintos de arredondar números. O primeiro se refere ao arredondamento praticado frequentemente na escola, ou seja, quando um número de dois algarismos tiver a unidade com um valor acima de cinco, faz-se o arredondamento para a dezena imediatamente superior. Em caso deste ser menor do que cinco, aconselha-se que seja arredondado para a dezena imediatamente inferior. No segundo modo, entretanto, tais regras diferem, como apontado a seguir:

> como um camponês Sem terra me explicou ao longo de uma entrevista, ao estimar o valor total do que seria gasto por ele na compra de insumos para a produção, fazia arredondamentos "para cima" nos valores inteiros, ignorando os centavos, uma vez que não desejava "faltar dinheiro e passar vergonha na hora de pagar". No entanto, se a situação envolvesse a compra de algum produto, a estratégia utilizada era precisamente oposta. Neste caso, os arredondamentos realizados eram "para baixo", pois "não queria me iludir e pensar que iria ter mais do que tinha" (KNIJNIK, 2016, p. 29-30).

Em consonância com essa perspectiva, os jogos de linguagem estão fortemente amalgamados às formas de vida e às contingências da situação e "a racionalidade é, pelo menos em parte, produto das interações dos jogos de linguagem. A partir dessa perspectiva, já se pode vislumbrar que a racionalidade não é algo estanque com limites 'precisos'" (CONDÉ, 2004, p. 58). Condé também mostra que, ao utilizar-se do conceito de semelhanças de família, Wittgenstein "propõe o fim da busca pela essência, isto é, de alguma coisa como uma propriedade comum a toda linguagem" (Ibidem, p. 53).

Na última seção, abordaremos algumas "lições" que os resultados da investigação suscitaram.

SOBRE ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse artigo problematizamos a emergência de jogos de linguagem matemáticos envolvendo um problema relacionado à área de um quadrilátero irregular tendo interesse especial em examinar, como apontam Knijnik et al (2012, p. 18), "as práticas fora da escola, associadas a racionalidades que não são idênticas à racionalidade que impera na Matemática Escolar". Nesse referencial, "nós reconduzimos as palavras do seu emprego metafísico para seu emprego cotidiano, ao atrito do 'solo áspero'" (WITTGENSTEIN, 1991, p. 55).Ademais, o intento também apontou para a potência de "pensar outras possibilidades para a Educação Matemática praticada na escola" (Ibidem, p. 18). Entende-se, nesse referencial teórico, a potência de igualmente pensar noutras matemáticas possíveis de serem praticadas na Universidade.

Em efeito, a análise do material de pesquisa permitiu inferir que os professores de matemática da Escola Básica e do Ensino Superior operam com regras usualmente problematizadas nas aulas da mencionada disciplina, como a fórmula de Heron e a lei dos cossenos, e dividem a figura em, no máximo, duas partes. O engenheiro, por sua vez, parte o quadrilátero em vários triângulos, fazendo uso recorrente de fórmulas vinculadas à trigonometria. Wittgenstein nos ensinou que os jogos de linguagem são múltiplos e variados, não possuindo uma propriedade comum a todos, mas sim semelhanças, em maior ou menor grau. Além disso, estas podem variar de um jogo para outro, ou ainda, dentro de um mesmo jogo. Segundo ele:

não posso caracterizar melhor essas semelhanças do que com a expressão "semelhanças de família"; pois assim se envolvem e se cruzam as diferentes semelhanças que existem entre os membros de uma família: estatura, traços fisionômicos, cor dos olhos, o andar, o temperamento, etc., etc. - E digo: os "jogos" formam uma família (WITTGENSTEIN, 1991, p. 39).

Assim, é possível evidenciar semelhanças de família entre os jogos de linguagem matemáticos evidenciados pelos participantes, tais como o uso recorrente de fórmulas usualmente presentes na disciplina Matemática na Escola Básica e no Ensino Superior. Entretanto, os professores da Escola Básica não fizeram uso de *softwares,* ao contrário do engenheiro e de um professor do Ensino Superior. Provavelmente, nas aulas de matemática nos cursos de formação de engenheiros, tais recursos são utilizados, e nas escolas onde dos docentes atuam, raramente estes fazem parte da docência. O engenheiro entrevistado, embora não tenha feito uso de *softwares* em sua graduação, expressou que sentou necessidade de fazer cursos de aperfeiçoamento no decorrer de sua carreira. Nessa ótica, é possível compreender que a forma de vida do engenheiro, é importante o uso de softwares, tendo em vista dua praticidade e rapidez para a resolução de cálculos. Na forma de vida dos professores do Ensino Superior, também há evidências do uso de recursos computacionais nas disciplinas vinculadas ao Cálculo. Em efeito, os jogos de linguagem matemáticos estão amalgamados a forma de vida que os engendrou pois:

> A expressão 'jogo de linguagem' deve salientar aqui que falar uma língua é parte de uma atividade ou de uma forma de vida. Tenha presente a variedade de jogos de linguagem nos seguintes exemplos, e em outros: Ordenas, e agir segundo ordens - Descrever um objeto pela aparência ou pelas suas medidas - **Produzir um objeto de acordo com uma descrição (desenho)** - Relatar um acontecimento - Fazer suposições sobre o acontecimento - Levantar uma hipótese e examiná-la - **Apresentar os resultados de um experimento por meio de tabelas e diagramas** - Inventar uma história; e ler - Representar teatro - Cantar cantiga de roda - Adivinhar

> enigmas - Fazer uma anedota; contar - **Resolver uma tarefa de cálculo aplicado** - Traduzir de uma língua para outra - Pedir, agradecer, praquejar, cumprimentar, rezar (WITTGENSTEIN, 1991, p. 26-27, grifos nossos).

O exposto até aqui permite a emergência de três "lições" que podem ser produtivas para os processos de ensino e de aprendizagem nas disciplinas de Cálculo em cursos de Engenharia. A primeira remete para a ideia de, no campo da etnomatemática, não é possível pensar em uma "linguagem matemática universal" que pode ser "aplicada" nos mais variados contextos. De fato, "em oposição a essa concepção, o pensamento de Wittgenstein é produtivo para nos fazer pensar em diferentes jogos de linguagem matemáticos" (KNIJNIK, 2016, p. 26). Tais jogos, ainda segundo a autora, são gerados por diferentes formas de vida "como as associadas a grupos de crianças, jovens, adultos, **trabalhadores de setores específicos**, **acadêmicos**, estudantes, etc, que ganham sentido em seus usos" (Ibidem, p. 26). [grifos nossos] São precisamente essas semelhanças que podem ser problematizadas junto aos estudantes. Condé (2006, p. 28-29) expressa que a racionalidade não é um sistema que prime pela ordenação e hierarquia, pois:

> a idéia de racionalidade em Wittgenstein se estabelece a partir da constatação de que, em *uma forma de vida*, a linguagem (gramática, pragmática, etc.) configura-se como uma "teia", isto é, um tipo de rede multidirecional flexível que se estende através de "semelhanças de família" (CONDÉ, 2004, p. 28). [grifos do autor]

A problematização citada anteriormente pode ser pensada como integrante da segunda lição, na medida em que é produtivo, para os processos de ensino de disciplinas vinculadas ao Cálculo, operar, em determinadas situações, com problemas ditos "reais", ou seja, aqueles gerados na forma de vida a qual o estudante estará vinculado como profissional. Como apontado por Marisa Costa (DO Ó e COSTA, 2007, p.116) o que podemos pensar "seria que a escola se abrisse um pouco mais, se tornasse mais permeável a esses modos de ser contemporâneos, experimentasse mais essas novas formas de viver, poderia, quem sabe, inventar outras formas de educar". Nesse contexto, poder-se-ia pensar a universidade mais aberta para outros modos de produzir conhecimentos e, em especial, inventar outras formas de operar com saberes gerados nas distintas culturas. Contudo, não se espera excluir os jogos de linguagem matemáticos emergentes de matemática acadêmica na medida em que estes apresentam semelhanças de família com os expressos, por exemplo, pelo engenheiro entrevistado.

A terceira lição evidencia o papel do professor neste cenário. Do Ó menciona que "temos que valorizar menos aquilo que o aluno consegue reproduzir e mais aquilo que ele consegue construir" (DO Ó e COSTA, 2007, p.116). Ademais, ainda para ele, "importa, sim, dominar as técnicas e os processos que permitem construir as várias formas de conhecimento" (Ibidem, p. 8). Nessa ótica,

O papel do professor teria de passar a definir-se cada vez menos como reprodutor de uma verdade estabelecida, quase sempre expressa no manual escolar, da verdade que está no programa. Acho que o professor deveria saber transformar-se num ator social, capaz de escutar como escuta as necessidades dos alunos, e basear todo o seu trabalho na troca dessa prática da escrita na sala de aula. Que seja alguém que facilite a comunicação do aluno com seu texto. [...] Já não será o mensageiro da verdade, como costumo dizer, mas um construtor de representações do mundo, das intermináveis apreensões do mundo (DO Ó e COSTA, 2007, p. 115-116).

REFERÊNCIAS

AZAMBUJA, Karina Corbellini Brito de; FAVARETTO, Lucas. Resolvendo derivadas e integrais utilizando a calculadora HP 50G. In: REHFELDT, Márcia Jussara Hepp; QUARTIERI, Marli Teresinha (orgs). **Atividades matemáticas para os cursos de engenharia.** Lajeado: Editora da Univates, 2015, p. 26-55.

CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **As teias da razão***:* Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2004.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática e Educação. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Claudio José de. **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004.

DO Ó, Jorge e COSTA, MARISA Vorraber. Dessfios à escola contemporânea: um diálogo. **Educação e Realidade**. Porto Alegre: 32(2), p. 109-116.

FOUCAULT, Michel. **A arqueologia do saber**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.

GLOCK, Hans Johann. **Dicionário de Wittgenstein**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2006.

KNIJNIK, Gelsa et al. **Etnomatemática em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

KNIJNIK, Gelsa. Um modo de teorizar no campo da pesquisa em educação matemática. In: WANDERER, Fernanda e KNIJNIK, Gelsa (orgs). **Educação matemática e sociedade**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016, p. 21-35.

MASCARENHAS, Sidnei A. **Metodologia científica**. São Paulo: Pearson, 2012.

MONTE, Mariana Torreão. **Nas velas da Etnomatemática: Rotas e Aventuras de uma prática pedagógica**. Dissertação. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Lajeado: Universidade do Vale do Taquari, 2015.

MORENO, Arley*.* **Wittgenstein:** os labirintos da linguagem: ensaio introdutório. São Paulo: Moderna, 2000.

WANDERER, Fernanda. **Educação matemática, jogos de linguagem e regulação.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

WANDERER, Fernanda; SCHEFER, Maria Cristina. Metodologias de pesquisa na área da educação (matemática). In: WANDERER, Fernanda e KNIJNIK, Gelsa (orgs). **Educação matemática e sociedade**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016, p. 37-53.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Tractatus lógico-philosophicus***.* São Paulo: Nacional, 1968.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas.** Petrópolis: Vozes, 1991.

RECEBIDO EM: 01 out. 2017.
CONCLUÍDO EM: 26 mar. 2018.