

CÁLCULO E ANÁLISE: MAPEAMENTO DAS PESQUISAS DO GT04 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

CALCULUS AND ANALYSIS: GT04 RESEARCHES MAPPING OF MATHEMATICAL EDUCATION IN HIGHER EDUCATION

GABRIEL LOUREIRO DE LIMA*
BARBARA LUTAIF BIANCHINI**
ELOIZA GOMES***

RESUMO

Este artigo tem por objetivo apresentar o mapeamento das pesquisas realizadas no âmbito do GT04 - Ensino Superior - da SBEM. O *corpus* de análise compreendeu 139 artigos que correspondem a parte das publicações deste Grupo desde sua criação. Optamos por retratar, neste trabalho, as 61 investigações relativas às temáticas Cálculo Diferencial e Integral, Análise Matemática e intersecções desses campos de conhecimento. Os dados obtidos evidenciaram que a maior parte dos estudos refere-se a objetos matemáticos normalmente abordados em cursos iniciais de Cálculo e, em relação à Análise, há uma concentração de produções voltadas aos processos de ensino e de aprendizagem do conceito de número real. Constatamos a existência de poucas pesquisas sobre Cálculo cujos sujeitos são professores e também que há uma demanda por trabalhos que contemplem as especificidades do Cálculo e da Análise e as complementaridades entre essas duas áreas.

Palavras-chave: Educação Matemática no Ensino Superior. Mapeamento. Cálculo Diferencial e Integral. Análise Matemática.

ABSTRACT

This paper aims at presenting the mapping of the researches conducted by GT04 (Work Group 04) - Higher Education. The corpus of the analysis englobed 139 papers that correspond to the part of the publications of this group since its creation. We chose to depict, in this paper, the 61 investigations relative to the Differential and Integral Calculus, Mathematical Analysis and intersections between these knowledge fields. The data obtained showed that the biggest part of the studies refers to Mathematical objects normally approached in initial Calculus courses and, relating to the Analysis, there is a concentration of works turned to the teaching and learning of the Real number concept. We saw that there are only a handful of researches about Calculus whose subjects are teachers and there is also a demand for papers that show the specifics of Calculus and Analysis and how both areas interact.

Keywords: Mathematics Education in Higher Education. Mapping. Differential and Integral Calculus. Mathematical Analysis.

* Doutor em Educação Matemática. PUC/SP. gllima@pucsp.br

** Doutora em Psicologia da Educação. PUC/SP. barbara@pucsp.br

*** Doutora em Educação Matemática. PUC/SP. eloiza@maua.br

INTRODUÇÃO

Como salientam Silva e Lima (2015, p. 91-92), embora as pesquisas na área da Educação Matemática, “respaldadas em teorias sobre o desenvolvimento cognitivo, bem como a formação do pensamento, incluindo aí o pensamento matemático”, tenham se estabelecido há décadas na comunidade científica internacional, as teorias que, inicialmente, embasavam tais estudos referiam-se “ao desenvolvimento cognitivo e/ou formação do pensamento de jovens nas faixas etárias dos alunos da educação básica” (p. 91), sendo esta uma das razões pela qual, a princípio, a atenção dos educadores matemáticos estivesse voltada a questões relacionadas aos ensinamentos fundamental e médio e não tanto ao superior.

Além disso, Lima (2012, p. 225) destaca que “durante muito tempo acreditou-se que ao ingressar na universidade, o estudante não necessitaria mais de qualquer preocupação didática por parte do professor; bastaria que este apresentasse o conteúdo e que aquele estudasse para que se desse o aprendizado”. Tal ideia justificava-se pelo fato do próprio graduando ter escolhido aquele curso superior a partir de seus interesses, estando portanto suficientemente motivado, e por tal escolha, supunha-se, levar em consideração a área de conhecimento para a qual o estudante tivesse maior habilidade.

Com o passar do tempo, no entanto, Lima (2012, p. 226) embasado por Fischer (2009), afirma que começou-se a refletir a respeito de dois equívocos até então comumente aceitos no ensino superior: (i) a ideia de que na universidade, por ser frequentada por adultos que sabem o que querem, os professores podem abrir mão de preocupações didático-pedagógicas; (ii) a concepção de que para lecionar na universidade basta o docente dominar o conteúdo e comunicar-se bem. Para Fischer (2009), são os jovens que majoritariamente compõem o público do ensino superior e mesmo que, realmente, na universidade houvesse somente adultos, ainda assim isso não justificaria um professor não dar a devida atenção à dimensão didático-pedagógica que, para o autor, independentemente do nível em que o docente atue, é inerente a qualquer processo de ensino. Além disso, “quando alguém afirma que, para ser professor universitário basta dominar o conteúdo e saber transmiti-lo, está partindo de um pressuposto sobre conhecimento hoje inteiramente questionável, tendo em vista os resultados de investigações acerca de como se processa o ato de conhecer/aprender” (FISCHER 2009, *apud* LIMA 2012, p. 227).

Como consequência dessa mudança de paradigma, os processos de ensino e de aprendizagem nas universidades pouco a pouco também se tornaram alvos de investigações na área da Educação. Pesquisas voltadas ao que entendemos hoje como Educação Matemática no Ensino Superior começaram a florescer, em diferentes países, em meados dos anos 1980. Silva e Lima (2015, p. 92), a partir das ideias de Marcolini e Perales (2005, p. 25), ressaltam a importância de se perceber que “as dificuldades na aprendizagem de Matemática enfrentadas pelos alunos das universidades não se devem somente a aspectos pedagógicos, técnicos ou àqueles inerentes aos próprios conceitos a serem ensinados; muitas destas são oriundas da maneira como se seleciona, articula e organiza o saber matemático com fins didáticos”. Silva e Lima (2015, p. 92) também pontuam que, a partir da década de 1990, as pesquisas relacionadas ao ensino e a aprendizagem de Matemática no nível superior avançaram tanto qualitativamente, como quantitativamente. No Brasil, os autores afirmam que “um importante passo para a consolidação deste tipo de investigação, foi dado em novembro de 2000, com a criação do Grupo de Trabalho de Educação Matemática no Ensino Superior (GT04), da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)” (SILVA e LIMA, 2015, p. 93).

Neste artigo, nos propomos então a apresentar parte do mapeamento que estamos realizando das produções apresentadas no âmbito do GT04 nos anais das seis edições do Seminário Interna-

cional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), de realização trienal, nos dois livros (FROTA e NASSER (2009), FROTA, BIANCHINI e CARVALHO (2013)) e no número temático da revista Educação Matemática Pesquisa (EMP), do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, organizados pelo Grupo.

Analisamos a temática central dos trabalhos, o conteúdo matemático focalizado e os sujeitos da pesquisa. Buscamos perceber os temas, conteúdos e sujeitos mais valorizados e aqueles até então negligenciados ou pouco explorados. Nosso objetivo foi evidenciar tendências de investigações e também caminhos ainda não percorridos ou pouco trilhados que podem inspirar novas pesquisas na área.

Antes de efetivamente apresentar os resultados do estudo realizado, trazemos, na seção seguinte algumas considerações metodológicas a respeito do mesmo.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Com o objetivo de compreender o que já foi ou tem sido investigado em relação ao ensino e a aprendizagem de Matemática na universidade por membros do GT04, nos propusemos a realizar um mapeamento das pesquisas desenvolvidas no âmbito desse Grupo. Em concordância com Fiorentini, Passos e Lima (2016, p. 18), assumimos que “o mapeamento da pesquisa diferencia-se do estado da arte da pesquisa, pois o primeiro faz referência à identificação, à localização e à descrição das pesquisas realizadas num determinado tempo, espaço e campo de conhecimento. O mapeamento se preocupa mais com os aspectos descritivos de um campo de estudo do que com seus resultados”. Desta forma:

[...] entendemos o mapeamento da pesquisa como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos (FIORENTINI, PASSOS e LIMA, 2016, p. 18).

No estudo apresentado neste artigo, não nos preocupamos em analisar os resultados obtidos por meio das produções do GT04, mas sim descrever algumas características de tais investigações, a saber: instituições e regiões geográficas em que foram produzidas, tema central, conteúdo matemático focalizado e sujeitos da pesquisa.

Assim como Palanch (2016, p. 28), compreendemos que, dentre outros aspectos, análises provenientes desse tipo de pesquisa possibilitam “a sistematização e o entendimento do que já foi pesquisado no campo, tendo em vista a própria tentativa de consolidá-lo [...]. Também possibilita o conhecimento sobre sua evolução histórica na produção acadêmica, as instituições com tradição nesse campo de estudo, a distribuição geográfica da sua produção, [...] os temas e problemáticas priorizados”, etc. Segundo Ferreira (2002) citado por Palanch (2016, p. 75), os pesquisadores que se propõem a realizar um mapeamento de pesquisas “são sustentados e movidos pelo desafio de conhecer o já construído e produzido para depois buscar o que ainda não foi feito”. Neste sentido, Brandão *et al.* (1986, *apud* Palanch, 2016, p. 76) destacam que “é a partir do levantamento do que se conhece sobre determinada área que é possível estabelecer relação com produções anteriores, identificando temáticas recorrentes e apontando novas perspectivas”.

Conforme mencionamos na introdução, o *corpus* de análise para o mapeamento realizado constituiu-se pelos artigos correspondentes ao GT04 publicados nos anais das seis edições do SIPEM, disponibilizados no *site* da SBEM, pelos dois livros (FROTA e NASSER (2009), FROTA, BIANCHINI e CARVALHO (2013)) e pelo número temático da EMP (v.15, n.3 (2013)) organizados e editados pelo Grupo. Analisamos, desta maneira, um total de 139 artigos (consideramos os capítulos de livros também como artigos), voltando nossa atenção, como já explicitado, para aspectos específicos dos mesmos.

Ressaltamos que, assim como Garnica e Pereira (1997, p. 61), “chamamos de quanti-qualitativa nossa metodologia para análise dos trabalhos. O lado quantitativo refere-se aos dados numéricos dos quais lançamos mão para direcionar nossas conclusões - ainda que estas não sejam e nem mesmo as pretendamos definitivas. A quantidade, nesse caso, manteve-se como guia, nunca como determinante”.

Estando o *corpus* da pesquisa estabelecido, iniciamos a leitura de todos os documentos. Em relação aos anais dos SIPEM, em algumas edições foram publicados apenas os resumos dos trabalhos. Nestes casos, estes foram nossa única fonte de consulta. Já quando os artigos completos puderam ser acessados, estes serviram como fonte complementar para esclarecimentos de pontos que, pelas leituras dos resumos, permaneceram obscuros. No decorrer do processo de exploração dos documentos, elaboramos categorias de análises, destacando, em um primeiro momento: autor(es), instituição(ões), título, objeto matemático e sujeitos de pesquisa. No segundo momento, criamos uma outra organização para os mesmos dados, buscando agrupar aqueles relativos à mesma temática e mais uma vez destacando objeto matemático, sujeitos, instituições e região geográfica das mesmas.

Relativamente, às temáticas, elencamos as seguintes categorias: Cálculo Diferencial e Integral, Análise Matemática, Intersecções Cálculo/Análise, Álgebra Linear, Álgebra, Geometria, Formação de Professores, Análise de Erros, Demonstrações e Temas Correlatos, Tópicos de Matemática Discreta, Questões Didáticas e Curriculares, Estado da Arte, Jogos, Pensamento Matemático, Tecnologias¹, Matemática Financeira, Transição do Ensino Médio para o Superior, Conteúdos da Educação Básica e Outros.

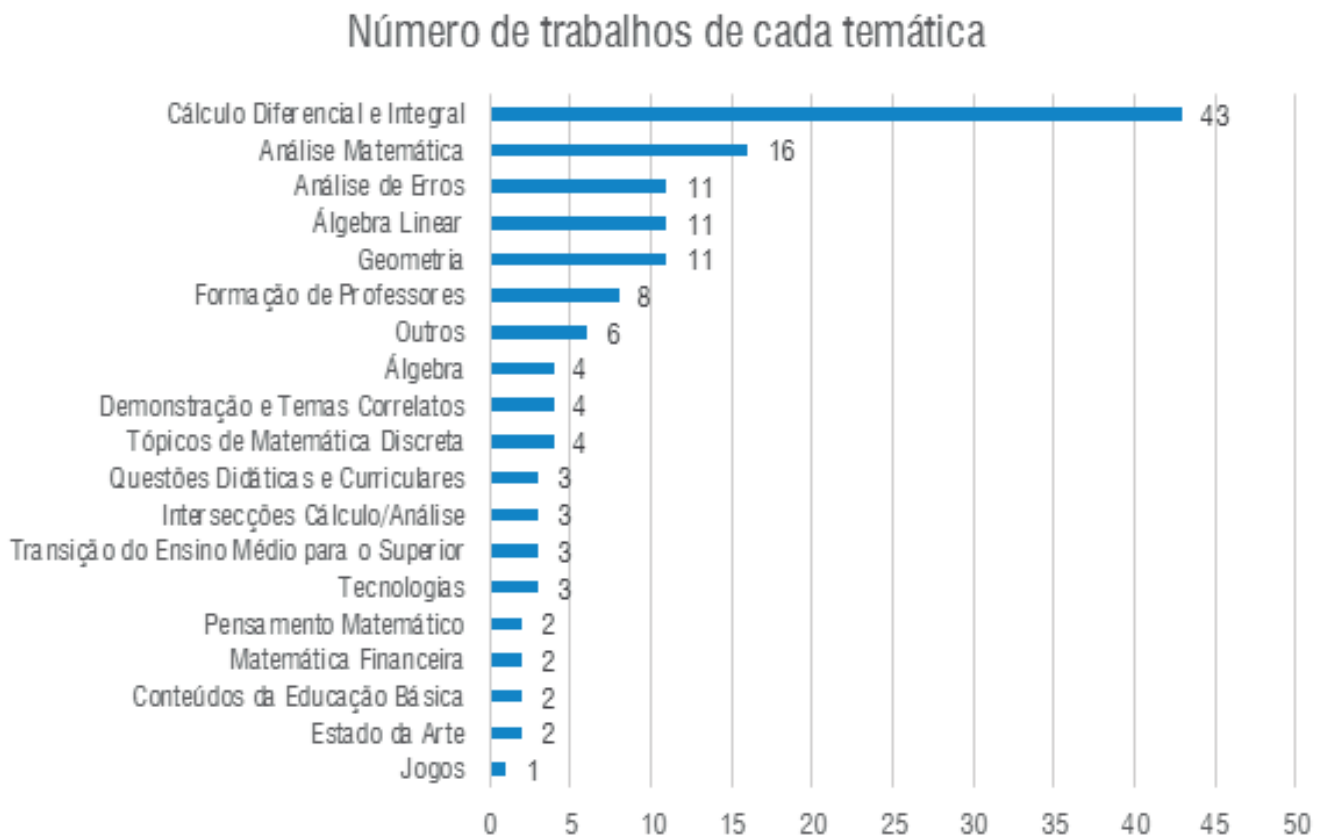
Para esse artigo, em razão da limitação do número de páginas, optamos por apresentar um recorte do mapeamento realizado, tratando apenas das categorias *Cálculo Diferencial e Integral*, *Análise Matemática* e *Intersecções Cálculo/Análise*. Primeiramente, no entanto, apresentamos algumas informações gerais a respeito do conjunto de dados obtidos considerando todas as 19 categorias.

VISÃO GLOBAL DOS DADOS

A temática que evidencia-se com maior frequência nos trabalhos analisados diz respeito a questões relacionadas ao ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, com 30,94% dos artigos. Em seguida, aparecem reflexões sobre Análise Matemática (11,51%), Geometria (7,91%), Álgebra Linear (7,91%), Análise de Erros (7,91%), Formação de Professores (5,76%), Demonstração e Temas Correlatos (2,88%), Álgebra (2,88%), Tópicos de Matemática Discreta (2,88%), Tecnologias (2,15%), Transição do Ensino Médio para o Superior (2,15%), Questões Didáticas e Curriculares (2,15%), Intersecções Cálculo/Análise (2,15%) Pensamento Matemático (1,44%), Estado da Arte (1,44%), Conteúdos da Educação Básica (1,44%), Matemática Financeira (1,44%), Jogos (0,73%) e Outros (4,33%).

No que segue, apresentamos uma representação gráfica (Gráfico 1) visando ilustrar essas tendências temáticas dos trabalhos do GT04.

¹ Os trabalhos que trazem reflexões relativas à utilização das tecnologias no ensino e na aprendizagem de um conteúdo matemático específico foram categorizados de acordo com o conteúdo. Na categoria *Tecnologias* foram agrupados aqueles artigos cujo foco é a discussão a respeito da inserção das tecnologias nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, mas sem especificar um conteúdo desta área.

Gráfico 1 - Número de trabalhos do GT04 por categoria temática.

Fonte: elaborado pelos autores.

Em relação à distribuição geográfica das instituições às quais são filiados os autores das pesquisas produzidas no âmbito do GT04, destacamos que 76 (54,68%) trabalhos estão vinculados apenas a instituições da região Sudeste, 35 (25,18%) somente a instituições da região Sul, 16 (11,51%) apenas a instituições da região Nordeste, 4 (2,88%) somente a instituições da região Centro-Oeste. Há também 4 pesquisas vinculadas simultaneamente às regiões Sudeste e Nordeste (2,88%), 1 às regiões Sudeste e Centro-Oeste (0,71%) e, finalmente, 3 às regiões Sudeste e Sul (2,16%). Não há investigações cujos autores estejam vinculados a universidades da região Norte do país. Estas informações são apresentadas no Gráfico 2.

Responsáveis pela autoria dos 139 trabalhos analisados, há pesquisadores vinculados à 73 instituições de ensino superior, ao Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), à Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro (SME/RJ) e à Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC/RJ). O Quadro 1 apresenta as instituições que estão representadas no *corpus* de análise 5 ou mais trabalhos.

Gráfico 2 - Distribuição geográfica das instituições as quais os autores das pesquisas do GT04 estão vinculados.



Fonte: elaborado pelos autores.

Quadro 1 - Instituições com 5 ou mais trabalhos.

Instituição	Nº de trabalhos
PUC/SP - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	28
UNESP/RC - Universidade Estadual de São Paulo/ Rio Claro	12
UNIFRA - Centro Universitário Franciscano	12
UEL - Universidade Estadual de Londrina	10
UFRJ - Universidade Federal do Rio de Janeiro	10
PUC/MG - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	8
UESB - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia	5
UFMG - Universidade Federal de Minas Gerais	5

Fonte: elaborado pelos autores.

Por meio dos dados presentes no Quadro 1, percebemos que duas das instituições com os maiores números de trabalhos, no *corpus* analisado, sobre a temática Educação Matemática no Ensino Superior são aquelas responsáveis pelos dois Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática mais antigos do país (o da UNESP/RC foi criado em 1984 e o da PUC/SP em 1994). Destacamos também a participação da UNIFRA nas pesquisas referentes ao tema em questão.

Passaremos então a expor e analisar os dados referentes ao recorte adotado, ou seja, às investigações categorizadas como *Cálculo Diferencial e Integral*, *Análise Matemática* e *Intersecções Cálculo/Análise*.

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Dos 43 trabalhos categorizados como referentes aos processos de ensino e de aprendizagem de *Cálculo Diferencial e Integral*, 28 (65,12%) são provenientes de instituições da região Sudeste, 8 (18,6%) da região Sul e 7 (16,28%) da região Nordeste. Vinculadas aos autores destas pesquisas (observando que há artigos que são escritos em parceria por pesquisadores de diferentes afiliações institucionais) estão 29 instituições de ensino superior, sendo 20 (60,97%) públicas e 9 (31,03%) privadas, conforme ilustra o Gráfico 3.

A maioria das instituições (22) está representada por apenas um trabalho e, a respeito do número de publicações nesta temática, cabe destacar as participações da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (9 trabalhos), da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (8 trabalhos), da Universidade Federal de Uberlândia, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, do Centro Universitário Franciscano, da Universidade Federal do Ceará e do Instituto Federal do Ceará, cada uma delas com 2 trabalhos.

Gráfico 3 - Distribuição de pesquisas do GT04 sobre Cálculo Diferencial e Integral nas regiões brasileiras.

Distribuição nas regiões brasileiras de pesquisas sobre Cálculo



Fonte: elaborado pelos autores.

Nesta categoria, há duas modalidades de trabalhos: aqueles que dizem respeito a um conteúdo específico do Cálculo Diferencial e Integral e outros referentes a discussões gerais sobre a temática. Os conteúdos contemplados na primeira modalidade, bem como o número de investigações que direcionam sua atenção aos mesmos, são explicitados no Quadro 2.

Os dados apresentados no Quadro 2 evidenciam que praticamente todos os conteúdos usualmente presentes naqueles cursos destinados ao estudo de funções reais de uma variável real já foram objetos, de pelo menos, uma pesquisa, sendo a maior atenção voltada à derivada. Nota-se, por outro lado, um número reduzido de investigações referentes aos conceitos de Cálculo associados às funções reais de duas ou mais variáveis reais. Observa-se ainda, a ausência de estudos contemplando os processos de ensino e de aprendizagem de alguns tópicos importantes para a área de Cálculo Diferencial e Integral e suas aplicações, como, por exemplo, equações diferenciais, funções vetoriais, integrais duplas e triplas, derivada direcional e vetor gradiente, mudança de variável para integrais duplas ou triplas, integrais de linha, sequências, séries, etc.

Quadro 2 - Conteúdos específicos do Cálculo e quantidade de pesquisas a eles relacionadas.

	Conteúdo Matemático	Número de Pesquisas
1	Noções fundamentais do Cálculo	1
2	Conceito de número real	1
3	Conceito de função	2
4	Definição de limite	1
5	Variações de funções	1
6	Taxas de variação	1
7	Taxas de variações relacionadas em fenômenos físicos	1
8	Derivada a partir de taxas de variações médias	1
9	Compreensão conceitual da noção de derivada	1
10	Reta tangente	1
11	Interpretação geométrica da derivada	1
12	Regra de L'Hospital	1
13	Construção de gráficos, com o auxílio do GeoGebra a partir da noção de diferenciabilidade	1
14	Análise do comportamento de funções, em ambientes informatizados, por meio de suas derivadas	1
15	Otimização de funções reais de uma variável real	1
16	Integral de funções reais de uma variável real	1
17	Teorema Fundamental do Cálculo	1
18	Cálculo da medida de volumes de sólidos por seções transversais e materiais manipuláveis	1
19	Traçados de gráficos de funções reais de uma e de duas variáveis reais	1
20	Curvas de nível de funções reais de duas variáveis reais	2
21	Extremos de funções reais de várias variáveis reais	1
	TOTAL	23

Fonte: elaborado pelos autores.

Em relação aos trabalhos sobre Cálculo que não tratam de um conteúdo matemático específico, as direções de pesquisa consideradas, bem como o número de artigos que o fazem são apresentados no Quadro 3.

Em relação às direções de pesquisas que congregam o maior número de trabalhos, observamos que: no que se refere às reflexões a respeito da identidade da disciplina em diferentes cursos de graduação, há um estudo que traz discussões gerais referentes ao tema, outro corroborando a necessária integração entre a Matemática e a área específica em uma graduação em Arquitetura e finalmente um que propõe o uso da Modelagem e de aplicações da Matemática no ensino do Cálculo em um curso superior de Tecnologia.

Quadro 3 - Direções de pesquisas e quantidade de trabalhos referentes a elas.

	Direção de pesquisa	Número de trabalhos
1	Reflexões a respeito das identidades da disciplina de Cálculo em diferentes cursos de graduação	3
2	Trabalho coletivo no ensino e na aprendizagem de Cálculo	3
3	A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo	1
4	Dificuldades de natureza epistemológica no ensino de Cálculo	1
5	Conhecimento matemático reflexivo no ensino de Cálculo	1
6	Auto-regulação do processo de aprendizagem	1
7	As componentes do processo de ensino e aprendizagem do Cálculo: saber, aluno e professor	1
8	Planejamento e gestão de aula por professores que usam as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no ensino de Cálculo	1
9	A implantação e o desenvolvimento da disciplina Cálculo na primeira graduação em Matemática do Brasil	1
10	Recepção e produção do texto matemático na Educação Superior	1
11	Delineamento de uma sequência de tarefas para um ambiente educacional de Cálculo	1
12	Desenvolvimento de material para o ensino de conceitos do Cálculo Diferencial	1
13	Impacto de programas auxiliares na disciplina de Cálculo	1
14	Estilos de aprendizagem matemática e autocontrole do processo de aprendizagem	1
15	Ambientes que favorecem a visualização e a comunicação em Cálculo	1
16	Abordagens de David Tall sobre o ensino e a aprendizagem do Cálculo	1
	TOTAL	20

Fonte: elaborado pelos autores.

Sobre o trabalho coletivo no ensino e na aprendizagem de Cálculo, há uma pesquisa cujo objetivo é analisar a trajetória de um grupo, constituído por professores de diferentes áreas da Matemática e estudantes de diversos cursos de graduação e de pós-graduação, no processo de ensinar e aprender Cálculo, outra voltando sua atenção à constituição de grupos de ensino e/ou pesquisa no interior das universidades e, finalmente, uma investigação a respeito do processo de produção coletiva de saberes docentes.

Das 43 pesquisas sobre Cálculo, 30 são empíricas, 7 de caráter teórico, 3 baseiam-se em análises de livros didáticos, 2 cujos autores relatam e analisam resultados de investigações anteriormente realizadas e 1 não pôde ter seu caráter identificado em razão de apenas o resumo da mesma estar disponível para consulta e este não ser claro em relação a isso.

As investigações de caráter empírico envolveram sujeitos de pesquisa que, neste trabalho, foram categorizados em relação aos professores, aos estudantes - e neste caso recorreremos a uma nova categorização, a saber, de cursos de Engenharia, da licenciatura em Matemática, englobando mais do que um curso e de cursos não especificados. E, finalmente, a última categoria, que contempla pesquisas cujos sujeitos são tanto estudantes quanto professores.

Quadro 4 - Pesquisas cujos sujeitos são professores.

Sujeitos	Detalhamento	Nº
Professores	Professores universitários com experiência docente com o uso da TIC na disciplina de Cálculo	4
	Professores em formação continuada, participantes de um curso de Mestrado em Ensino de Matemática	2
	TOTAL	6

Fonte: elaborado pelos autores.

O Quadro 4 evidencia que é relativamente pequeno o número de investigações referentes ao Cálculo Diferencial e Integral abarcando professores como sujeitos.

Quadro 5 - Pesquisas cujos sujeitos são estudantes de Engenharia

Sujeitos	Curso	Modalidade	Detalhamento	Nº
Estudantes	Engenharia	-----	Estudantes de Cálculo	1
		-----	-----	1
		Engenharia de Produção e Engenharia Mecânica (com ênfase em Mecatrônica)	-----	1
		Engenharia Ambiental e Engenharia de Materiais	-----	1
		Engenharia Civil	-----	1
		Engenharia Têxtil	Alunos do 3º período acompanhados ao longo de três períodos de disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral	1
		Engenharia Elétrica e Engenharia Mecânica	Alunos de Cálculo	1
		Engenharia de Teleinformática	Alunos do primeiro ano	2
		TOTAL		9

Fonte: elaborado pelos autores.

Pela análise dos dados contida no Quadro 5, notamos que foram realizadas pesquisas abrangendo 8 diferentes modalidades de Engenharia. Ressaltamos que a análise destas investigações poderia ser pormenorizada com o objetivo de observar se nas mesmas levou-se em consideração as especificidades de cada uma das Engenharias em relação à articulação entre o ensino e a aprendizagem de Cálculo e as necessidades do futuro profissional daquela modalidade em questão.

Quadro 6 - Pesquisas cujos sujeitos são estudantes de Licenciatura em Matemática.

Sujeitos	Curso	Detalhamento	Nº
Estudantes	Licenciatura em Matemática	Estudantes de Cálculo	1
		-----	3
		Estudantes que cursavam, no segundo semestre da graduação, uma disciplina tratando de funções reais de uma variável real	1
		TOTAL	5

Fonte: elaborado pelos autores.

Apenas 5 investigações tiveram como sujeitos somente estudantes da Licenciatura em Matemática, conforme mostra o Quadro 6.

Quadro 7 - Pesquisas englobando sujeitos de diferentes cursos.

Sujeitos	Curso	Detalhamento	Nº
Estudantes	Pesquisa englobando mais do que um curso	Estudantes de 1º ano dos cursos de Matemática, Informática e Engenharia, ao final de uma disciplina inicial de Cálculo	1
		Alunos de um curso inicial de Cálculo, sendo um graduando em Física, outro em Matemática e outro em Geologia	1
		Alunos de Cálculo dos cursos de licenciatura em Matemática e Engenharia que já haviam cursado a disciplina de Cálculo com o conteúdo de tópicos relacionados	1
		TOTAL	3

Fonte: elaborado pelos autores.

A partir dos Quadros 5, 6 e 7, constata-se que as investigações empíricas sobre Cálculo envolvem estudantes de pelos menos 8 diferentes modalidades de Engenharia, da Matemática (Licenciatura e, possivelmente Bacharelado, visto que algumas pesquisas não são explícitas a esse respeito), além de graduandos de Informática, Física e Geologia. Chama-nos atenção o fato de não haver pesquisas cujos sujeitos sejam alunos de outros cursos para os quais a Matemática está à serviço, especialmente o Cálculo, como, por exemplo, Administração de Empresas, Economia, Química, Ciência da Computação, etc.

Quadro 8 - Pesquisas englobando sujeitos de cursos não especificados.

Sujeitos	Curso	Detalhamento	Nº
Estudantes	Não especificado	-----	1
		Estudantes de um curso inicial de Cálculo	1
		Estudantes cursando disciplinas de Cálculo não necessariamente se restringindo à inicial	1
		Estudantes universitários que participaram de programas auxiliares oferecidos na disciplina Cálculo I	1
		Estudantes que haviam cursado a disciplina de Cálculo II e que, antes disso, haviam frequentado turmas especiais de Cálculo I, e estudantes que haviam sido bem sucedidos na disciplina de Cálculo I e que estavam cursando Cálculo II	1
		TOTAL	5

Fonte: elaborado pelos autores.

Fica evidente a partir da leitura e análise dos Quadros 5, 6, 7 e 8, que das 22 pesquisas empíricas cujos sujeitos são exclusivamente estudantes, apenas 3 não se voltam somente à disciplina inicial de Cálculo, o que ratifica a afirmação que fizemos anteriormente, a partir do Quadro 2, de que poucas pesquisas abordam objetos matemáticos relacionados às funções reais de duas ou mais variáveis reais.

Quadro 9 - Pesquisas cujos sujeitos são tanto estudantes quanto professores.

Sujeitos	Detalhamento	Nº
Estudantes e Professores	Professores de diferentes áreas da Matemática, estudantes de diferentes cursos de graduação e pós-graduação	1
	Grupos de alunos e professores universitários, sem maiores detalhes	1
	TOTAL	2

Fonte: elaborado pelos autores.

O Quadro 9 nos permite destacar que, de um universo de 30 pesquisas empíricas referentes à temática Cálculo, apenas 2 destinam sua atenção, concomitantemente, a estudantes e professores. Percebe-se neste tipo de abordagem possibilidades de mais estudos.

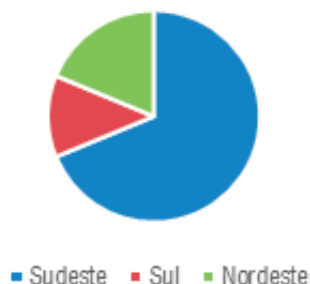
A seguir, apresentamos os dados referentes aos trabalhos categorizados como *Análise Matemática*.

ANÁLISE MATEMÁTICA

Relativamente aos 16 trabalhos que elencamos na categoria *Análise Matemática*, 11 (68,75%) são provenientes de instituições da região Sudeste, 2 (12,50%) da região Sul e 3 (18,75%) da região Nordeste.

Gráfico 4 - Distribuição de pesquisas do GT04 sobre Análise Matemática nas regiões brasileiras.

Distribuição nas regiões brasileiras de pesquisas sobre Análise Matemática



Fonte: elaborado pelos autores.

Onze Instituições de Ensino Superior estão presentes nas filiações dos autores destas pesquisas, sendo 9 (81,82%) públicas e 2 (18,18%) privadas. 6 instituições estão representadas por meio de apenas um trabalho cada uma. A Universidade Estadual Paulista (campus Rio Claro) e Pontifícia Universidade Católica de São Paulo comparecem com, respectivamente, 4 e 3 pesquisas. A Universidade Federal de Minas Gerais, a Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia e a Universidade Federal de Ouro Preto estão representadas, cada uma, por 2 trabalhos.

Destes 16 artigos sobre Análise Matemática, 9 voltam sua atenção para conteúdos específicos desta área. Os objetos matemáticos contemplados, bem como o número de investigações dedicadas a cada um deles, são retratados no Quadro 10.

Quadro 10 - Conteúdos específicos da Análise e quantidade de pesquisas a eles relacionadas.

	Conteúdo Matemático	Número de Pesquisas
1	Número real	4
2	Conceito de número real e o modelo matemático da reta real	1
3	Conceito de limite	3
4	Conceito de sequência de Cauchy	1
	TOTAL	9

Fonte: elaborado pelos autores.

O Quadro 10 evidencia a reduzida quantidade de objetos matemáticos da Análise (somente números reais, limites e sequências de Cauchy) sobre os quais são direcionadas pesquisas. Questões fundamentais, tais como, continuidade de funções, séries numéricas, noções topológicas (por exemplo, conjuntos abertos, fechados, compactos, pontos de acumulação), derivadas e integrais de Riemann possivelmente também são tópicos, cujos processos de ensino e aprendizagem, mereceriam atenção por parte dos pesquisadores da Educação Matemática do Ensino Superior.

Já as investigações que não tratam especificamente de um objeto matemático da Análise, contemplam as direções de pesquisas, nos seguintes números de trabalhos, conforme explicitado no Quadro 11.

Quadro 11 - Direções de pesquisas e quantidade de trabalhos referentes a elas.

	Direção de pesquisa	Número de trabalhos
1	As estratégias usadas por diferentes indivíduos para compreender teorias axiomáticas formais adotando o ponto de vista de que um curso de Análise Real é uma tentativa de iniciar o estudante na cultura do matemático profissional	1
2	O comportamento emocional e a avaliação da disciplina Análise Real	1
3	Relações entre a história e o ensino da Análise Matemática: da aritmetização da Análise para a sala de aula do ensino superior	1
4	Análise documental da trajetória da disciplina de Análise em cursos de licenciatura em Matemática e reflexões a respeito do papel da mesma na formação do professor	2
5	O desenvolvimento matemático dos estudantes em um primeiro curso de Análise Real	1
6	Afeto e cognição no contexto da disciplina Análise Real	1
	TOTAL	7

Fonte: elaborado pelos autores.

Por meio do Quadro 11, podemos notar certas convergências, em três classes, em relação às direções de pesquisas: uma voltada ao desenvolvimento matemático dos estudantes (2 pesquisas), outra relativa a aspectos não diretamente relacionados à Matemática e à Análise, mas que podem influenciar a aprendizagem dos estudantes em relação a esses conteúdos (2 pesquisas) e, finalmente, uma ligada ao desenvolvimento histórico da Análise Matemática como campo de conhecimento e como disciplina acadêmica (3 pesquisas).

Das 16 pesquisas sobre Análise Matemática, 10 são empíricas, 4 de caráter teórico e 2 não puderam ter o caráter detectado por meio de seus resumos (únicos materiais disponibilizados sobre as mesmas e que não trazem evidências a respeito deste aspecto).

Relativamente às investigações de caráter empírico, o Quadro 12 indica os sujeitos de pesquisa, bem como o número de investigações que os consideram.

Pelos dados apresentados no Quadro 12, observamos que das 10 pesquisas empíricas, apenas 1 tem como sujeitos professores de Análise. Os dados revelados por meio do referido Quadro também ressaltam a preocupação dos pesquisadores com o ensino e a aprendizagem de Análise nos cursos de formação de professores, uma vez que 4 investigações tem como foco, explicitamente, estes sujeitos.

Quadro 12 - Sujeitos e quantidade de pesquisas que os consideraram.

Sujeitos	Número de trabalhos
Alunos ingressantes e concluintes de um curso de graduação da área de Ciências Exatas	1
Estudantes de licenciatura em Matemática de uma universidade inglesa	1
Alunos de bacharelado e licenciatura em Matemática matriculados na disciplina de Análise Real	2
Alunos universitários	1
Coordenadores de cursos de Licenciatura em Matemática e professores de Análise	1
Futuros matemáticos em seu primeiro curso de Análise Real	1
Professores de Matemática que cursavam uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral em um curso de especialização	1
Alunos da disciplina de Análise Real de um curso de licenciatura em Matemática	2
TOTAL	10

Fonte: elaborado pelos autores.

A seguir, dissertamos sobre os dados referentes à categoria *Intersecções Cálculo/Análise*.

INTERSECÇÃO CÁLCULO/ANÁLISE

Há, dentre os 139 artigos analisados, 3 que classificamos como pertencentes à intersecção do Cálculo Diferencial e Integral com a Análise Matemática. O Quadro 13 explicita conteúdos, sujeitos de pesquisa, universidades e regiões do país referentes a estas investigações.

Quadro 13 - Pesquisas na categoria Intersecção Cálculo/Análise.

Conteúdo	Sujeitos	Universidade	Região do país
Estudos relacionados aos conceitos fundamentais de Cálculo e Análise	Não há (pesquisa bibliográfica).	UFRN	Nordeste
Rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise	Não há sujeitos. É realizado um estudo histórico-epistemológico, de caráter teórico-bibliográfico.	UFOP	Sudeste
Questões do Cálculo que são essenciais para a Análise	Alunos da licenciatura em Matemática que já haviam cursado Cálculo I.	UEL	Sul

Fonte: elaborado pelos autores.

Nesta categoria, as pesquisas estão igualmente divididas em três regiões do país. Há três universidades as quais os autores das mesmas estão vinculados, sendo que cada instituição está representada por um único trabalho. Apenas uma pesquisa é empírica (na qual os sujeitos são alunos de licenciatura em Matemática), sendo as demais de caráter teórico-bibliográfico. Duas das pesquisas estão vinculadas a aspectos que os autores consideram fundamentais tanto para a construção de conhecimentos do Cálculo, quanto da Análise. Finalmente, uma investigação trata de dois elementos que, embora devessem relacionar-se, tanto no Cálculo, quanto na Análise, de maneira dialética, são,

na maioria das vezes, erroneamente contrapostos, por meio da associação da intuição ao Cálculo e do rigor à Análise.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Notamos que os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática em cursos superiores se tornaram focos de pesquisas, em diferentes países, em meados dos anos 1980. Neste artigo, propusemo-nos a apresentar parte do mapeamento que estamos realizando das produções elaboradas no âmbito do GT04, a partir da análise dos trabalhos que constam nos anais das seis edições do SIPEM, nos dois livros e no número temático da EMP, todos organizados pelo Grupo, o que constituiu um *corpus* de análise de 139 artigos.

A partir de um primeiro tratamento dos dados, percebemos que a temática mais frequente refere-se a questões relacionadas ao ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. Na sequência, em número de ocorrências, estão reflexões sobre Análise Matemática. Optamos então por, neste artigo, direcionar nossa atenção para essas categorias, incluindo ainda, aqueles trabalhos que classificamos como referentes à intersecção das mesmas.

Por meio das análises dos dados, observamos que o estudo de funções reais de uma variável real é temática frequente nas investigações, com maior incidência do objeto matemático derivada. Por outro lado, há um número reduzido de investigações ligadas à noções de Cálculo associados às funções reais de duas ou mais variáveis reais, fato ratificado pelo inexpressivo número de pesquisas cujos sujeitos, quando alunos, não são apenas aqueles ingressantes. Além disso, percebemos uma possível demanda por estudos abrangendo os processos de ensino e de aprendizagem de tópicos relevantes para a área de Cálculo Diferencial e Integral e suas aplicações, como, por exemplo, equações diferenciais, funções vetoriais, integrais duplas e triplas, derivada direcional e vetor gradiente, mudança de variável para integrais duplas ou triplas, integrais de linha, sequências, séries, etc.

Ainda em relação aos trabalhos versando sobre Cálculo, outra lacuna identificada refere-se a investigações tendo como sujeitos professores. Além disso, detectamos demanda para pesquisas cujos sujeitos sejam alunos de outros cursos de graduação, que não as Engenharias, para os quais a Matemática está presente como disciplina de serviço.

Em relação à Análise Matemática, os dados indicam uma carência por investigações que não se limitem ao conceito de número real, visando reflexões mais amplas a respeito da temática, uma vez que a mesma é causa de conhecidas dificuldades por parte dos estudantes universitários.

Quanto aos estudos tratando das intersecções entre Cálculo e Análise, embora tais áreas sejam profundamente relacionadas, há apenas três investigações nesta categoria. Notamos, portanto, uma demanda por pesquisas nesta linha, uma vez que, é essencial refletir a respeito do que é específico do Cálculo, o que é próprio da Análise e que relações devem haver entre as disciplinas universitárias tratando desses conteúdos.

Este mapeamento permitiu-nos adquirir clareza em relação ao que já foi investigado a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral e de Análise Matemática no âmbito do GT04 e também nos apontou caminhos ainda não percorridos e que podem ser trilhados em estudos futuros. Esperamos, portanto, ter suscitado o interesse de pesquisadores por enveredarem-se por temáticas ainda não contempladas visando uma ampliação nas perspectivas com que é tratada a Educação Matemática no Ensino Superior.

REFERÊNCIAS

- BRANDÃO, Z. et al. **Evasão e repetência no Brasil**: a escola em questão. 2. ed. Rio de Janeiro: Dois Pontos, 1986.
- EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA. São Paulo: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, v. 15, n. 3, 2013.
- FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas “Estado da Arte”. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 23, n. 79, p. 257-272, ago. 2002.
- FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B; LIMA, R. C. R. (Orgs.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período 2001 - 2012. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016.
- FISCHER, B. T. D. Docência no ensino superior: questões e alternativas. **Educação**, v. 32, n. 3, p. 311 - 315, 2009.
- FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.). **Educação Matemática no Ensino Superior**: pesquisas e debates. Brasília: SBEM, 2009.
- FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, B. L.; CARVALHO, A. M. T. (Org.). **Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior**, Campinas, SP: SBEM, Papyrus, 2013.
- GARNICA, A. V. M.; PEREIRA, M. E. F. A pesquisa em Educação Matemática no Estado de São Paulo: um possível perfil. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, v. 11, n. 12, p. 59-74, 1997.
- LIMA, G. L. **A Disciplina de Cálculo I do Curso de Matemática da Universidade de São Paulo**: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994. 2012. 445 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.
- MARCOLINI, M.; PERALES, J. La noción de predicción: Análisis y propuesta didáctica para La educación universitaria. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)**, v. 8, n. 1, p. 25-68, 2005.
- PALANCH, W. B. L. **Mapeamento de pesquisas sobre currículos de Matemática na Educação Básica Brasileira (1987 a 2012)**. 2016. 297 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.
- SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2000, Serra Negra, SP. **Anais...** SBEM. Disponível em: <<https://goo.gl/biPh4x>>. Acesso em: 19 abr. 2017.
- _____, 2, 2003, Santos, SP. **Anais...** SBEM. Disponível em: <<https://goo.gl/WC2aAd>>. Acesso em: 19 abr. 2017.
- _____, 3, 2006, Curitiba, PR. **Anais...** SBEM. Disponível em: <<https://goo.gl/BAoU74>>. Acesso em: 19 abr. 2017.
- _____, 4, 2009, Taguatinga, DF. **Anais...** SBEM. Disponível em: <<https://goo.gl/c2qoGr>>. Acesso em: 19 abr. 2017.
- _____, 5, 2012, Petrópolis, RJ. **Anais...** SBEM. Disponível em: <<https://goo.gl/MMik7y>>. Acesso em: 19 abr. 2017.

_____, 6, 2015, Pirenópolis, GO. **Anais...** SBEM. Disponível em: <<https://goo.gl/Hd6TjN>> . Acesso em: 19 abr. 2017.

SILVA, B. A.; LIMA, G. L. Os cursos de Cálculo difundidos pela USP e as preocupações didáticas presentes em livros adotados e em práticas docentes. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática (UNIÓN)**, n. 43, p. 88-111, dez. 2015.

RECEBIDO EM: 01 jun. 2017

CONCLUÍDO EM: 21 ago. 2017