

## PLANEJAMENTO DE TAREFAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA A PARTIR DE PERGUNTAS

### *PLANNING OF MATHEMATICAL MODELING TASKS FROM QUESTIONS*

MARILAINÉ DE FRAGA SANT'ANA\*

ALVINO ALVES SANT'ANA\*\*

#### RESUMO

Neste trabalho investigamos a relação entre o planejamento de tarefas para um ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática e a formulação de perguntas prévias por um grupo de professores de um curso de Mestrado em Ensino de Matemática. Tomamos por base o conceito de enquadramento da teoria de códigos de Basil Bernstein, que trata do controle das interações comunicativas, o qual é utilizado para a classificação das perguntas e tarefas. Evidenciamos, ao final, forte coerência entre as classificações de perguntas e tarefas, o que corrobora que a prática de elaboração de perguntas pode influenciar diretamente nos ambientes de Modelagem Matemática propostos pelos professores.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Enquadramento. Planejamento de tarefas. Perguntas.

#### ABSTRACT

*In this work, we investigate the relation between the task planning for a learning environment of Mathematical Modeling and the formulation of previous questions by a group of teachers of a Master's degree program in Mathematical Teaching. We take the framing concept from Basil Bernstein's code theory, which is about the control of communicative interactions, and use it to classify the tasks and questions. Finally, we show a strong coherence between the classifications of questions and tasks, which corroborates that the practice of asking questions can directly influence the Mathematical Modeling environments proposed by teachers.*

**Keywords:** *Mathematical Modeling. Framing. Planning of tasks. Questions.*

---

\* Dra. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. marilaine@mat.ufrgs.br

\*\* Dr. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. alvino@mat.ufrgs.br

## INTRODUÇÃO

Neste trabalho discorreremos sobre a elaboração de tarefas e o papel das perguntas em ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática, dando continuidade às discussões, baseadas na teoria dos códigos de Bernstein (1998), presentes em Sant’Ana e Sant’Ana (2015a, 2015b, 2009), Silva e Oliveira (2012a, 2012b) e Prado, Silva e Santana (2013). Entendemos por ambiente de aprendizagem todas as condições de aprendizagem disponibilizadas aos alunos, de acordo com Skovsmose (2000), e por Modelagem Matemática “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”(BARBOSA, 2001, p. 6).

Barbosa (2001) classificou as tarefas de Modelagem Matemática desenvolvidas em sala de aula em três casos de acordo com o desenvolvimento de etapas específicas, sintetizados no quadro 1:

**Quadro 1** - O aluno e o professor na Modelagem Matemática.

	<b>Caso 1</b>	<b>Caso 2</b>	<b>Caso 3</b>
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor / Aluno
Simplificação	Professor	Professor / Aluno	Professor / Aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor / Aluno	Professor / Aluno
Resolução	Professor / Aluno	Professor / Aluno	Professor / Aluno

Fonte: (BARBOSA, 2001, p. 9).

Observamos que nesta divisão não há uma sequência necessária das etapas, como nos esquemas de modelagem propostos por Bassanezi (2002) ou Blum (2002), ou seja, existe flexibilidade no trânsito entre as etapas.

Levando em consideração esta divisão em casos e a ideia de enquadramento de Bernstein (1998), desejamos estender os resultados obtidos em Sant’Ana e Sant’Ana (2015b) quanto à relação entre as perguntas prévias elaboradas por um professor ao planejar uma tarefa de Modelagem Matemática e a tarefa que ele efetivamente desenvolve em sala de aula.

Bernstein (1998), investigou o papel do discurso e as relações de poder nos diferentes espaços pedagógicos, introduzindo os conceitos de classificação e enquadramento.

A classificação é relacionada à distribuição de poder e, segundo o autor, regula as diferenças entre categorias, sendo considerada mais forte na medida em que estabelece maior separação entre categorias diferentes, reforçando o estabelecimento de hierarquia; é considerada mais fraca, quando a demarcação entre categorias distintas é mais sutil. No ambiente escolar identificamos as categorias “professores” e “alunos” em uma classificação bastante demarcada pelas funções exercidas.

Bernstein (1998) coloca o enquadramento como diretamente relacionado ao controle e à manutenção das relações sociais entre as categorias. O enquadramento também pode ser mais forte ou mais fraco. No primeiro caso, algumas categorias exercem mais controle que outras, o que é legitimado em casos de distribuição de poder mais hierarquizadas. No segundo caso, o controle é compartilhado entre as categorias, o que ocorre com mais frequência em relações sociais mais

equitativas. Mas existe uma graduação relativamente grande entre o enquadramento fraco e o forte, que inclui aspectos distintos e que pode modificar ao longo do tempo em um mesmo ambiente. No caso do ambiente escolar o enquadramento pode ser mais forte ou mais fraco dependendo de como o ambiente favorece ou não a divisão do controle na dinâmica da sala.

### Elaboração de perguntas em ambiente de Modelagem Matemática

A elaboração de perguntas (ou questões) em ambiente de Modelagem Matemática tem sido tema de nossas investigações desde 2009. Em Sant'Ana e Sant'Ana (2009), classificamos as questões formuladas em ambiente de Modelagem Matemática, como:

**Quadro 2** - Questões em Modelagem Matemática.

Tipo	Descrição
Aberta	A resposta da questão depende de hipóteses ou conjecturas realizadas pelos estudantes. Mudanças de estratégia permitem a obtenção de respostas distintas.
Fechada	A resposta da questão é única e os dados fornecidos são suficientes para sua obtenção. Existe uma estratégia vinculada à formulação da questão. É similar ao que Freire e Faundez (1985) denominam “pergunta burocrática”.
Semifechada	Tem formulação semelhante à questão fechada, mas permite, por meio de adição de perguntas ou investigação dos dados, reformulação de estratégias com vistas ao questionamento da exatidão da resposta.

Fonte: Arquivos dos autores.

Prado, Silva e Santana (2013), utilizando o conceito de enquadramento de Bernstein (1998), relacionaram esta classificação ao processo de formulação de tarefas de Modelagem Matemática no “caso 1” (BARBOSA, 2001). Neste trabalho propomos uma relação semelhante para ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática no “caso 2” (BARBOSA, 2001).

### Planejamento de tarefas em ambiente de Modelagem Matemática

Silva e Oliveira (2012a) definem o planejamento de uma tarefa de Modelagem Matemática como “... um processo de tomada de decisão na elaboração da atividade de modelagem e na organização das ações e estratégias do professor” (SILVA e OLIVEIRA, 2012a). Mas, desejando que este ambiente de aprendizagem seja de investigação, observamos que “pode-se sempre programar-se o modo de começar uma investigação, mas nunca se sabe como ela irá acabar” (PONTE, BROCARDI e OLIVEIRA, 2013). Esta incerteza pode gerar diversas tensões em sala de aula, como observado por Silva e Oliveira (2012a). O desenvolvimento de tarefas de investigação, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), depende do modo como o aluno entende a tarefa e de como aceita o convite do professor. Deste modo pode ocorrer um distanciamento entre o planejamento e o desenvolvimento da tarefa.

Prado, Silva e Santana (2013) propuseram uma categorização de tarefas de Modelagem Matemática, no caso 1, que leva em consideração: conteúdos matemáticos; manipulação dos

dados; estratégias de resolução; solução e enquadramento, considerando neste último as limitações e possibilidades de comunicação, no sentido de Bernstein (1998). As categorias criadas são: tarefas fechadas, tarefas abertas e tarefas semifechadas, evidenciadas no quadro 3, estendendo, para o “caso 1” (BARBOSA, 2001), a categorização, por nós proposta em Sant’Ana e Sant’Ana (2009), de perguntas em ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática.

**Quadro 3** - Classificação de tarefas em Modelagem Matemática.

<b>Tipo</b>	<b>Descrição</b>
Fechada	Tarefas em que o professor exerce maior controle tanto do conteúdo quanto da forma como são desenvolvidas. O enquadramento é forte
Semifechada	Nestas tarefas o controle das interações de comunicação varia entre professor e estudantes. Existe variação do enquadramento, sendo mais fraco que em tarefas fechadas.
Aberta	Nestas tarefas a comunicação entre professor e alunos é favorecida e o controle é dividido entre as categorias. O enquadramento é mais fraco.

Fonte: Arquivos dos autores, com base em Prado, Silva e Santana (2013).

Prado, Silva e Santana (2013) caracterizam como tarefas fechadas, dentro da zona de conforto de uma tarefa mais próxima de atividades do paradigma do exercício, de acordo com Skovsmose (2000).

Na medida em que o enquadramento enfraquece, as tarefas são caracterizadas como semifechadas, sendo esta categoria dividida em duas, em uma delas são indicados os conteúdos a serem mobilizados, mas não é indicado como os alunos devem manipular os dados, na outra não há indicação de conteúdos, mas a manipulação dos dados é induzida pelo professor.

A terceira categoria considerada é a tarefa aberta, na qual o ambiente de aprendizagem é conduzido para a zona de risco do “cenário para investigação” (SKOVSMOSE, 2000).

As categorias de tarefas definidas por Prado, Silva e Santana (2013) estão explicitadas no quadro 4, para o caso 1 de acordo com a divisão do ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática de Barbosa (2001).

### **Planejamento de tarefas de Caso 2 em Modelagem Matemática**

Ao planejar tarefas de caso 2, não é possível obter tarefas fechadas, uma vez que a coleta de dados é compartilhada entre professor e alunos. Não significa que, ao desenvolver a tarefa, esta não se torne fechada, pois a interferência do professor pode transformá-la em fechada, mas neste caso, a tarefa deixaria de pertencer ao caso 2, ou seja, uma tarefa planejada inicialmente como caso 2, seria transformada em uma tarefa de Modelagem Matemática do caso 1.

A partir do quadro proposto por Prado, Silva e Santana (2013), propomos o quadro 5, no qual explicitamos as categorias para atividades de Modelagem Matemática no caso 2 de acordo com a divisão do ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática de Barbosa (2001).

**Quadro 4 -** Categorias de tarefas no caso 1.

	<b>Fechada</b>	<b>Semifechada</b>		<b>Aberta</b>
Conteúdos matemáticos	São indicados os conteúdos a serem utilizados.	São indicados os conteúdos a serem utilizados.	Não são indicados os conteúdos a serem utilizados.	Não são indicados os conteúdos a serem utilizados.
Manipulação dos dados	É indicado como os alunos deverão manipular os dados.	Não é indicado como os alunos deverão manipular os dados	É indicado como os alunos deverão manipular os dados	Não é indicado como os alunos deverão manipular os dados
Estratégias de Resolução	Não há possibilidades de desenvolver diferentes estratégias de resolução.	Há possibilidades de desenvolver diferentes estratégias de resolução.	Não há possibilidades de desenvolver diferentes estratégias de resolução.	Há possibilidades de desenvolver diferentes estratégias de resolução.
Solução	Há uma única solução	Há possibilidades de soluções similares.	Há possibilidades de soluções similares.	Há possibilidades de diferentes soluções.
Enquadramento/ Limitações e Possibilidade de Comunicação	Enquadramento mais forte: apresenta um controle das interações comunicativas centradas no professor, bem como limita a comunicação dialógica entre professor e alunos.	Variações entre o enquadramento mais forte e mais fraco: apresenta variações no controle das interações comunicativas ora por parte do professor ora por parte dos alunos, bem como, limita e possibilita a comunicação dialógica entre professor e alunos.		Enquadramento mais fraco: não apresenta um controle das interações comunicativas centradas no professor, bem como, possibilita a comunicação dialógica entre professor e alunos.
Zona de conforto		Zona de risco		

Fonte: PRADO, SILVA e SANTANA, 2013, p. 10.

**Quadro 5 -** Categorias de tarefas no caso 2.

	<b>Semifechada</b>			<b>Aberta</b>
Conteúdos matemáticos	Não são indicados previamente	Conteúdos indicados pelo professor	Família de Conteúdos indicada pelo professor	Não são indicados previamente
Manipulação dos dados	Professor indica como será feita	Não é indicado como será feita	Não é indicado como será feita	Não é indicado como será feita
Estratégias de Resolução	Não há a possibilidade de diferentes estratégias	Possibilidade de diferentes estratégias	Possibilidade de diferentes estratégias	Possibilidade de diferentes estratégias
Solução	Possibilidade de soluções similares	Possibilidade de soluções similares	Possibilidade de soluções similares ou diferentes	Possibilidade de soluções diferentes
Enquadramento/ Limitações e Possibilidade de Comunicação	Variações no enquadramento, do mais forte ao mais fraco. Controle das interações comunicativas é centrado ora no professor, ora nos alunos. Pode limitar ou possibilitar a comunicação dialógica entre professor e alunos			Enquadramento mais fraco. Controle das interações comunicativas não é centrado no professor. Favorece a comunicação dialógica entre professor e alunos.
Zona de risco				

Fonte: Arquivos dos autores.



As tarefas são divididas em duas categorias, as semifechadas e as abertas. Nas abertas, não há indicação pelo professor de conteúdos matemáticos ou de como deve ser feita a manipulação dos dados, possibilitando diferentes estratégias de resolução e, conseqüentemente, a existência de soluções diferentes. Neste caso, o controle das interações comunicativas não é centrado no professor e é favorecida a comunicação dialógica entre professor e alunos, sendo o enquadramento fraco.

As tarefas semifechadas estão divididas em três subcategorias. Na primeira, o professor não indica os conteúdos a serem mobilizados explicitamente, mas indica previamente como devem ser manipulados os dados, o que delimita a estratégia a ser usada para a abordagem da situação-problema, mas, devido à não indicação prévia de conteúdos, existe uma margem de diferenciação entre as soluções obtidas, contudo a variação é pequena, não sendo possível a ocorrência de soluções diferentes, uma vez que a estratégia de abordagem é única, ou seja, há apenas a possibilidade de ocorrência de soluções similares.

Na segunda subcategoria, o professor indica os conteúdos a serem mobilizados, mas a forma de manipulação dos dados é decidida pelos estudantes, de modo que as estratégias de resolução das situações-problema podem ser diferentes, mas, devido à limitação do conteúdo, as soluções obtidas têm pouca variação, se limitando a soluções similares.

Já na terceira subcategoria, o professor não indica explicitamente os conteúdos, em vez disso indica uma família de conteúdos. Em nossa experiência com licenciandos em Matemática esta categoria de tarefas é frequente, pois trabalhamos com Modelagem Matemática em disciplinas específicas, como Análise Combinatória ou Geometria. Nestas situações, mesmo que não indiquemos diretamente os conteúdos a serem mobilizados, o estudante lança mão dos conteúdos pertinentes à disciplina que está cursando, ou seja, dentro de uma família composta pelos conteúdos de uma área ou subárea da Matemática. Nesta subcategoria, assim como na segunda, não há indicação de como os estudantes devem manipular os dados e as estratégias de resolução podem ser diversas. Como a “família” de conteúdos é ampla, existe a possibilidade de ocorrência de soluções bem diversas.

Na categoria de tarefas semifechadas o enquadramento é variável desde mais forte até mais fraco, sendo que na terceira subcategoria é quase tão fraco quanto em tarefas abertas. O controle das interações comunicativas é centrado tanto no professor quanto nos estudantes e a comunicação dialógica entre estes tem sua limitação variável, sendo na terceira subcategoria mais favorecida. Consideramos que, em ambiente de aprendizagem de caso 2, sempre existe alguma imprevisibilidade, ou seja, a zona de conforto não faz parte deste ambiente, o professor sempre está em algum grau da zona de risco, que é acentuado quando a tarefa é aberta.

## **Planejando tarefas de Modelagem Matemática**

Analisaremos agora uma situação de sala de aula com professores em uma disciplina de curso de Mestrado em Ensino de Matemática, na qual os professores, reunidos em grupos, foram convidados a escolherem temas e planejarem tarefas de Modelagem Matemática a serem realizadas em suas salas de aula nas escolas em que lecionam.

Na primeira etapa, convidamos os professores para elaborarem perguntas sobre os temas escolhidos, que mais tarde serviriam como ponto de partida para a tarefa a ser planejada e aplicada. Analisamos as perguntas formuladas com base na classificação do quadro 3 e as tarefas, planejadas e aplicadas, com base nos quadros 4 e 5, de acordo com os casos de Modelagem Matemática, ou seja, tarefas de caso 1 são analisadas de acordo com o quadro 4 e tarefas de caso 2 de acordo com o quadro 5. Desejamos detectar se um professor que formule perguntas abertas, planeja, a partir destas

perguntas, tarefas também abertas ou se ao planejar uma tarefa o enquadramento se torna mais forte devido ao desejo de evitar a zona de risco.

A distribuição de professores por grupo e os temas escolhidos estão no quadro 6.

**Quadro 6** - Temas para a Modelagem Matemática.

Grupo	Número de membros	Tema
1	3	Consumo de uma casa (sustentabilidade).
2	3	Aproveitamento da água da chuva: como, porque e em que situação aproveitar.
3	2	Meia vida de medicamentos no organismo.
4	3	Presença do ferro nos alimentos X anemia.
5	2	Horta na escola.
6	3	Confecção de mandalas.

Fonte: Arquivos dos autores.

A seguir colocamos sucintamente a dinâmica da disciplina do Mestrado em Ensino de Matemática, já descrita em um relato de experiência na IX CNMEM, em Sant'Ana e Sant'Ana (2015). Estabelecemos as seguintes etapas: formulação de perguntas, manifestação de expectativas e objetivos, prática e socialização.

Na primeira etapa, foi solicitado que cada membro do grupo formulasse até cinco perguntas, orientando-os para que expressassem sua curiosidade sobre o tema escolhido. Após uma semana, foi dada a oportunidade dos grupos opinarem sobre as perguntas dos colegas e fazerem sugestões de novas perguntas ou de reformulações. Ao final desta etapa, se obteve o total de perguntas de cada grupo, as quais expressaremos mais adiante para os três grupos analisados.

Após esta primeira etapa, os grupos passaram ao planejamento das tarefas, o que foi realizado ao longo das aulas da disciplina, ocupando uma parte de cada aula. Após duas semanas os grupos expressaram seus objetivos e expectativas acerca do desenvolvimento da tarefa de Modelagem matemática sob a forma de relatórios parciais e manifestações orais. Um recorte desta etapa está expresso no quadro 7.

**Quadro 7** - Objetivos e/ou expectativas dos grupos.

Grupo	Expectativas
1	Desenvolver capacidade de reflexão e postura crítica; desenvolver atitude de pesquisa...
2	Planejar meios de captar e depositar o maior volume de água possível, bem como estruturar meios para aproveitamento da água reservada.
3	Utilizar a modelagem matemática para dar significado aos conteúdos teóricos já estudados pelos alunos em sala de aula.
4	...que eles (os alunos) conheçam a quantidade e importância do ferro presente em sua alimentação, como forma de também constituir hábitos saudáveis.
5	...envolver os alunos na construção de uma horta na escola...envolvimento de vários conceitos matemáticos e interação de várias disciplinas.
6	Proporcionar aos alunos novas maneiras de aprender a matemática auxiliando no processo de ensino-aprendizagem dos mesmos, com a modelagem matemática e a prática da confecção de mandalas como alternativa ao ensino da geometria plana.

Fonte: Arquivos dos autores e relatórios dos professores.

Nos dois meses seguintes, os professores desenvolveram as tarefas em suas salas de aula, simultaneamente discutiam com os colegas na disciplina de Mestrado. Não havia exigência de tempo mínimo para aplicação das atividades, assim os grupos utilizaram desde 4 períodos de aula (grupos 2 e 3) até 12 períodos de aula (grupo 1).

Ao final, todos os grupos consideraram positiva sua proposta e afirmaram que seus objetivos foram atingidos, socializaram suas práticas com os demais colegas e entregaram relatório final escrito.

### **Categorizando as perguntas formuladas**

Analisamos os grupos 1, 2 e 3, expondo inicialmente, as perguntas formuladas por cada grupo e a categorização de acordo com o quadro 2.

**Quadro 8 - Perguntas do grupo 1.**

<b>Grupo 1 - Tema: Consumo de uma casa (sustentabilidade).</b>	
<b>Perguntas</b>	<b>Classificação</b>
1) Você já parou para refletir no consumo da sua casa durante um mês? Você faz ideia de quanto seria esse valor?	Aberta
2) Quais são os gastos fixos de sua residência durante um mês?	Semifechada
3) Como você estipula o valor dos gastos variáveis? Que gastos seriam esses?	Aberta
4) Os integrantes da família participam do orçamento da casa? Como é essa participação?	Aberta
5) A família economiza algum valor mensal para despesas de emergência ou investimento? Como isso é feito?	Aberta
6) Em momentos de crise a família evita algum tipo de gasto (economizando) ou recorre a ajuda financeira de alguma instituição (empréstimo)? Como isso é discutido na família?	Aberta
7) Qual o consumo de uma casa com gastos fixos?	Aberta
8) Qual o percentual desses gastos relativo aos impostos?	Fechada
9) Como é calculado o valor pago pela energia elétrica na conta de luz?	Semifechada
10) Seguindo o viés do consumo sustentável, que melhorias podem ser realizadas em uma casa? Isso representa, em dinheiro, ganho ou perda? De que forma?	Aberta
11) Como organizar as tarefas de uma casa para controlar o consumo?	Aberta
12) Por que o consumo está aumentando com o passar do tempo?	Aberta

Fonte: Arquivos dos autores e relatórios dos professores.

Percebemos nas questões do grupo 1 um viés reflexivo, embora já se utilizem de termos com significados matemáticos prévios, tais como, “gastos fixos” e “gastos variáveis”, o que poderia induzir a forma de abordar o tema.

Classificamos a maioria de suas perguntas como questões abertas, pois as respostas dependem de escolhas e de hipóteses a serem realizadas pelos estudantes, o que permite a variação das estratégias de resolução.

Classificamos a pergunta 8, colocada como subsequente à pergunta 7, como fechada, pois ela tem uma resposta única caso a pergunta 7 já tenha sido respondida.

As perguntas 2 e 9 foram classificadas como semifechadas pois, no caso da pergunta 2, embora os gastos fixos de uma residência sejam determinados, existe uma margem de escolha de quais



gastos serão considerados como mais relevantes e a pergunta 9 permite uma margem de abertura pois poderia tanto se tratar da conta de luz de uma família específica, quanto de uma média das contas das famílias dos estudantes de um grupo ou ainda contas de famílias atendidas por diferentes fornecedoras de energia elétrica.

No quadro 9, classificamos as perguntas do grupo 2.

**Quadro 9 - Perguntas do grupo 2.**

<b>Grupo 2 - Tema: Aproveitamento da água da chuva: como, porque e em que situação aproveitar.</b>	
<b>Perguntas</b>	<b>Classificação</b>
1) Que razões podemos citar que tornem relevante um projeto para o aproveitamento das águas da chuva?	Aberta
2) Supondo o sucesso do projeto quais seriam os beneficiados com o produto?	Aberta
3) Seria possível reservar água para beber?	Aberta
4) Há etapa, ou etapas onde poderíamos utilizar material reciclado?	Aberta
5) Que áreas do conhecimento podem ser úteis na construção deste projeto?	Aberta
6) É possível que possamos fazer uso de conhecimentos aprendidos nas aulas das diversas áreas?	Aberta
7) Quais os custos para a instalação de “equipamentos” para a coleta da água da chuva?	Aberta
8) Quais “equipamentos” são necessários?	Aberta
9) É possível utilizar a água da chuva para consumo humano? Nesse caso, o que seria necessário em termos de “equipamentos”?	Aberta
10) Haverá economia na conta de água a curto/médio prazo?	Aberta
11) O sistema instalado para coleta exige manutenção constante? Em caso afirmativo, quais os custos dessa manutenção?	Aberta
12) Será necessária alguma modificação nas estruturas existentes na escola para a instalação do sistema de coleta da água da chuva?	Aberta
13) Caso haja um longo período de estiagem, existe alguma alternativa para o abastecimento de água?	Aberta
14) Quais as dificuldades para armazenar água da chuva? Onde? Como?	Aberta
15) Uma vez que o volume de chuvas não é constante, como prever o volume a ser trabalhado?	Aberta
16) Quais custos diretos estariam envolvidos?	Aberta
17) Quais mudanças estruturais precisam ser feitas?	Aberta
18) Quais destinos (usos) poderemos dar à água armazenada?	Aberta
19) Para quais usos a água da chuva não se aplicaria?	Aberta
20) Qual a diferença, em termos de impactos ambientais, entre o uso ou não das águas da chuva?	Aberta
21) Qual a diferença, em termos financeiros deste reaproveitamento?	Aberta
22) Quais possíveis problemas encontraremos, em termos de vontade de mudança?	Aberta

Fonte: Arquivos dos autores e relatórios dos professores.

Este grupo teve todas as perguntas classificadas como abertas e, assim como o grupo 1, manifestou um forte viés reflexivo. As perguntas revelam curiosidade acerca dos possíveis usos da água da chuva, das necessidades técnicas para a implantação de um sistema de reaproveitamento desta água, bem como dos custos demandados e do impacto gerado a partir deste sistema. Percebe-se nas

perguntas a necessidade de aprofundamento em mais de uma área para obtenção de respostas, bem como a diversificação de respostas de acordo com hipóteses formuladas, o que está em consonância com a caracterização de perguntas abertas.

No quadro 10, classificamos as perguntas do grupo 3.

**Quadro 10 - Perguntas do grupo 3.**

<b>Grupo 3 - Tema: Meia vida de medicamentos no organismo</b>	
<b>Perguntas</b>	<b>Classificação</b>
1) Uma pessoa que ingere um comprimido de Dorflex às 8:00 possui menos 1% do remédio no organismo após quantas horas?	Semifechada
2) Uma pessoa que fez um procedimento cirúrgico ingere Dorflex de 4 em 4 horas. Se ela ingerir o primeiro comprimido às 8:00, e seguir a rigor o processo de ingestão de Dorflex de 4 em 4 horas, ao final de 2 dias quanto tempo o organismo levará para reduzir a quantidade de remédio a menos de 1%?	Semifechada
3) Duas pessoas, uma com peso entre 50 e 60; outra com peso entre 80 e 90, ingerem, cada uma delas, um comprimido de Dorflex. Quanto tempo demoraria para a quantidade do remédio no organismo reduzir a menos de 1%?	Fechada
4) Se as mesmas pessoas da pergunta 3 ingerirem Dorflex de 4 em 4 horas, quanto tempo, após 2 dias de ingestão frequente cada um deles demorará para reduzir a quantidade do remédio a menos de 1% no organismo?	Fechada
5) Uma pessoa ingere Dorflex de 2 em 2 horas, após 2 dias, ela interrompe o procedimento. Quanto tempo demorará para ela reduzir a quantidade a menos de 1% no organismo?	Semifechada
6) Digamos que um medicamento escolhido seja para dor de cabeça. Ao sentir dor de cabeça um indivíduo toma esse medicamento apenas uma vez. Considerando a meia-vida de tal medicamento, qual será a “quantidade” encontrada no nosso organismo após 9 horas?	Semifechada
7) Construa um gráfico que ilustre a “quantidade” do medicamento no nosso organismo ao passar das horas.	Fechada
8) Digamos que um indivíduo toma o remédio a primeira vez as 12h, a segunda vez as 15h e a terceira vez as 18h. Qual será a “quantidade” no nosso organismo as 21h?	Semifechada
9) Considerando o exercício anterior, qual seria a “quantidade” após um dia do primeiro medicamento que foi tomado? (12h do dia seguinte) E após 2 dias?	Fechada
10) Após uma cirurgia é aconselhável que o indivíduo tome 2 remédios às 15h, 2 medicamentos as 18h, 2 medicamentos as 21h. Após 1 dia dos primeiros medicamentos a serem ingeridos, qual a quantidade presente no nosso organismo?	Semifechada

Fonte: Arquivos dos autores e relatórios dos professores.

Observamos que o grupo 3, cujo tema era meia-vida de medicamentos, formulou perguntas fechadas ou semifechadas, que tinham aspecto muito parecido com exercícios de livros didáticos, como por exemplo, a pergunta 1, “Uma pessoa que ingere um comprimido de Dorflex às 8:00 possui menos 1% do remédio no organismo após quantas horas?”. Apesar da similaridade com a formulação de exercícios de livros didáticos, defendemos que mesmo esta pergunta ainda pode ser considerada como semiaberta por duas razões: a primeira razão é a omissão dos dados acerca do medicamento utilizado, ou seja, seria necessário pesquisar o valor da meia-vida do medicamento para respondê-la; a segunda razão é a possibilidade de modificação da pergunta a fim de torná-la aberta, por exemplo, trocando a pessoa hipotética por pessoas reais de pesos diferentes que utilizam regularmente o medicamento. Argumentos similares nos levaram a classificar as perguntas 2, 5, 6, 8 e 10 também como semifechadas. Já as perguntas 3 e 4 foram classificadas como fechadas por serem subsequentes às

perguntas 1 e 2, ou seja, as possibilidades de pesquisa e variação de dados já teriam sido exploradas e suas resoluções estariam no “paradigma do exercício” (SKOVSMOSE, 2000), o mesmo podemos dizer sobre a pergunta 9 como subseqüente à pergunta 8. Também a questão 7 “Construa um gráfico que ilustre a “quantidade” do medicamento no nosso organismo ao passar das horas” se parece muito com um típico exercício de livros didáticos subseqüente a uma questão que envolva a obtenção da expressão de uma função.

Salientamos ainda que o caráter fechado de boa parte das perguntas está associado também à aproximação com a semi-realidade e não com a realidade, no sentido da classificação de Skovsmose (2000).

Em Sant’Ana e Sant’Ana (2009) já constatamos a dificuldade para criar perguntas que manifestem uma curiosidade genuína, das quais não se tem encaminhamentos prévios de resolução definidos, o que pode estar ligado à insegurança, neste caso, recorrer a exemplos próximos aos dos livros, mantém o professor em sua “zona de conforto”.

### Tarefa do grupo 1: Descrição e categorização

Para a elaboração das tarefas a serem aplicadas em sala de aula, o grupo 1 escolheu perguntas a serem privilegiadas. A tarefa foi dividida em três etapas, na ordem a serem entregues aos alunos. Para a primeira etapa, estava previsto que, na aula anterior os alunos seriam divididos em 5 grupos e seria combinado previamente que trariam para a sala de aula a conta de luz de um representante de cada grupo. A etapa 1 da tarefa consistia em responder uma pergunta semelhante à pergunta 9 do quadro 8, com manipulação de dados indicada pelo professor, uma vez que, cada grupo se responsabilizaria por uma parte da conta de luz, como está evidenciado no quadro 11. Podemos caracterizar este como um caso 2 de Modelagem Matemática, de acordo com o quadro 1, uma vez que o professor propôs a situação-problema, mas as demais etapas seriam compartilhadas com os alunos, desde a obtenção do material para a coleta de dados. Desta forma, categorizamos a tarefa de acordo com o quadro 5.

#### Quadro 11 - Etapa 1 da tarefa do Grupo 1.

“Como são realizados os cálculos da conta de luz de nossa casa?”  
 Hipóteses iniciais:  
 GRUPO 1: energia + CIP  
 GRUPO 2: impostos + energia usada  
 GRUPO 3: base de cálculo + ICMS + encargos  
 GRUPO 4: energia + impostos  
 GRUPO 5: energia + impostos + transmissão/distribuição + CIP  
 Pergunta final: Como é então calculado o valor final a ser cobrado? O valor final é composto por quais elementos?

Fonte: Relatório do grupo 1.

A indução da forma como os dados deveriam ser manipulados fortaleceu o enquadramento da tarefa, centrando o controle das interações comunicativas no professor, embora ele não tenha indicado os conteúdos a serem mobilizados, mas as possíveis estratégias de resolução são limitadas, o que dá pouca variação para as soluções obtidas, indicando uma possível categorização como tarefa semifechada com tendência ao enquadramento forte.

Na segunda etapa da tarefa foi colocada aos alunos a seguinte pergunta: “Como é calculado o consumo de energia elétrica?” Para responder esta pergunta, os alunos deveriam realizar uma pesquisa na internet, nas tabelas do Procel<sup>1</sup>, para determinar a potência média (watts) dos eletrodomésticos. Em seguida, os alunos calculariam o consumo dos aparelhos da casa de um dos membros do grupo.

Nesta etapa as interações comunicativas foram mais favorecidas, abrindo a possibilidade dos estudantes atuarem de forma mais autônoma, de modo que o controle não ficou centrado nos professores. A tarefa dá margem a respostas distintas, dependendo dos dados considerados, uma vez que em cada grupo seriam analisadas contas de famílias distintas.

Na terceira etapa da tarefa, os professores/alunos colocaram quatro itens a serem realizados, como vemos no quadro 12.

### Quadro 12 - Etapa 3 da tarefa do Grupo 1.

Desenvolver no caderno um gráfico para visualizar os aparelhos que mais consomem energia na casa do membro do grupo.

Qual dos eletrodomésticos indicados gera maiores gastos durante um mês em kWh? Qual o custo em reais?  
O que pode ser feito para reduzir o consumo de energia destes aparelhos?

*Produção de um material que identifique os aparelhos com maior consumo, bem como as possibilidades para economizar no consumo de energia.*

Fonte: Relatório do grupo 1.

Nesta etapa vemos que algumas propostas são bastante dirigidas, como desenvolver o gráfico no item 1 ou responder à pergunta do item 2, mas tais procedimentos parecem ter o sentido de estabelecer uma organização das etapas já realizadas com vistas à realização dos dois últimos itens que apresentam um caráter bastante aberto, os quais não apresentam sinalização nem sobre os conteúdos a serem mobilizados nem sobre as estratégias de resolução. Ainda, o item 4 acrescenta um novo elemento que é a criatividade para a apresentação das conclusões da tarefa. Nesta etapa o enquadramento se tornou fraco.

Finalizando a análise da tarefa do grupo 1, podemos categorizá-la como limítrofe entre semifechada, na qual não há indicação dos conteúdos a serem mobilizados e há pouca indicação de como deve ser feita a manipulação dos dados, e aberta, havendo de qualquer modo possibilidade de diferentes estratégias de resolução e de soluções distintas.

### Tarefa do grupo 2: Descrição e categorização

O grupo 2 optou por conversar com seus alunos abordando situações em que poderia ocorrer escassez de água como convite para a Modelagem Matemática. A partir desta conversa inicial, apesar de ter formulado perguntas previamente, solicitou que os alunos elaborassem suas próprias perguntas, que foram registradas no quadro. Deste modo a situação se inclui no caso 2, de acordo com a classificação de Barbosa (2001) apresentada no quadro 1, iniciando a tarefa com enquadramento bastante fraco, uma vez que a comunicação foi dividida com os estudantes.

<sup>1</sup> O Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica é um programa de governo, coordenado pelo Ministério de Minas e Energia e executado pela Eletrobras. Disponível em <<http://www.procelinfo.com.br>>.

O segundo momento foi de observação coletiva das dependências da escola e seu entorno, com especial atenção para: telhados, reservatórios e valetas. A partir da observação os estudantes escolheram questões a serem respondidas. Finalmente, em sala de aula os estudantes, utilizando matemática passaram à resolução de suas próprias questões. Mais uma vez foi priorizado o diálogo e o compartilhamento das interações comunicativas, tornando o enquadramento fraco, tanto no sentido de não indicar previamente conteúdos ou forma de manipulação dos dados, quanto sobre a possibilidade de diferentes estratégias e soluções, uma vez que os estudantes tiveram a liberdade de escolher dentre suas próprias perguntas, quais fomentariam a investigação. Sendo assim, de acordo com o quadro 5, classificamos a tarefa como aberta.

### Tarefa do grupo 3: Descrição e categorização

O grupo 3 apresentou aos estudantes dados sobre o medicamento Plasil<sup>2</sup>, que estão expressos no quadro 13, como uma primeira etapa da tarefa.

#### Quadro 13 - Dados sobre o medicamento Plasil - tarefa do grupo 3.

A caixa do medicamento utilizado contém 20 comprimidos.  
Cada comprimido possui 10 mg de substância ativa (cloridato de metoclopramida anidro).  
Medicamento indicado para náuseas, vômitos e distúrbios estomacais.  
A meia-vida da substância é de 3 horas.

Fonte: Relatório do grupo 3.

Como segunda etapa o grupo propôs a situação problema exposta no quadro 14.

#### Quadro 14 - Situação problema - tarefa do grupo 3.

##### *Situação Problema*

É recomendado a um indivíduo que ao sentir-se mal ingira 3 comprimidos de *Plasil* ao dia, sendo 1 comprimido antes de cada refeição. Dessa forma ele se depara com duas possíveis perguntas:

- 1) Se ele ingerir um único comprimido de *Plasil* às 7 horas (antes do café da manhã) e não ingerir mais nenhum comprimido durante o dia, em quanto tempo ele eliminará ao menos 5% da quantidade inicial desta substância em seu organismo?
- 2) Se ele ingerir 3 comprimidos diários como é proposto na situação problema acima, sendo que o primeiro comprimido ele ingere às 10 horas (antes do café da manhã), o segundo às 13 horas (antes do almoço) e o último às 19 horas (antes da janta). Após 24 horas (1 dia) da ingestão do primeiro comprimido, quanto haverá desta substância no organismo do indivíduo?

Fonte: Relatório do grupo 3.

Nas duas primeiras etapas percebemos que a tarefa planejada forneceu perguntas muito semelhantes àquelas apresentadas como prévias na disciplina de Mestrado, a serem respondidas de acordo com os dados fornecidos, o que caracteriza, conforme o quadro 1, o ambiente de Modelagem Matemática como “caso 1” (BARBOSA, 2001). Ainda, a indicação da forma como a manipulação dos

<sup>2</sup> Plasil é um medicamento produzido por Sanofi-Aventis Farmacêutica Ltda. Sua bula pode encontrada em <<https://goo.gl/szxWN2>>.



dados deveria ser feita, bem como a linguagem utilizada na formulação da tarefa, sugerem enquadramento forte no ambiente.

Como terceira etapa, os estudantes foram para o laboratório de informática e responderam as perguntas com o auxílio de planilha eletrônica, o que permitiu um enfraquecimento do enquadramento.

Na etapa final, foi colocada a questão: “de que forma podemos relacionar o decaimento da concentração do remédio no organismo com as funções exponenciais?”. Para responderem este questionamento, os estudantes geraram um gráfico a partir das tabelas construídas, usando a ferramenta gráfica da planilha eletrônica a fim de obterem a expressão da função exponencial que representaria seus dados, a saber,  $y$ .

Lembramos que as expectativas do grupo, de acordo com o quadro 7, estavam centradas na significação de conteúdos teóricos previamente estudados e observamos na etapa final a existência de resposta única para o questionamento colocado, uma vez que os dados foram todos fornecidos inicialmente, sem possibilidades de hipóteses adicionais ou questionamentos por parte dos estudantes. Estas são evidências de controle das interações comunicativas centrado no professor, caracterizando enquadramento forte também quanto à estratégia e à solução, o que nos permite classificar esta tarefa como fechada de acordo com o quadro 4.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho procuramos detectar a relação entre planejamento e aplicação de tarefas de Modelagem Matemática e perguntas prévias formuladas por um grupo de professores.

No primeiro caso (grupo 1) as perguntas prévias foram predominantemente abertas e a tarefa planejada foi classificada como limítrofe entre semifechada e aberta, uma vez que não houve indicação de conteúdo e apenas uma fraca indicação de manipulação de dados, o que permitiu certo grau de variação das estratégias utilizadas e das soluções, o que resultou em um enquadramento relativamente fraco.

No caso do grupo 2, todas as perguntas foram classificadas como abertas e a tarefa planejada também, uma vez que os estudantes não receberam indicação de conteúdos, nem de estratégias de resolução, puderam formular suas perguntas e ainda escolher as que pautariam o ambiente de aprendizagem de acordo com as observações feitas na escola e arredores. Deste modo, percebemos o compartilhamento do controle das interações comunicativas entre professor e alunos, o que caracteriza um enquadramento fraco e a tarefa foi classificada como aberta.

O grupo 3 manteve-se coerente com as perguntas prévias formuladas, que variaram entre fechadas e semifechadas, planejando e aplicando uma tarefa com enquadramento forte, uma vez que o controle da comunicação foi centrado no professor.

Ao final da análise das três situações, percebemos alto grau de coerência entre as perguntas prévias e as tarefas planejadas, o que corrobora com o que já havíamos conjecturado anteriormente, ou seja, que a prática de elaboração de perguntas pode influenciar diretamente nos ambientes de Modelagem Matemática propostos pelos professores.

## REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate Teórico. In: Reunião Anual da ANPED, 24. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPED, 2001, 1 CD-ROM.

- BASSANEZI, R. C.; **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BERNSTEIN, B. **Pedagogia, control simbólico e identidad**. Fundacion Paidea. Morata. Madrid: 1998.
- BLUM, W. et. al. ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education - Discussion Document, **Educational Studies in Mathematics**. n. 51, p. 149-171, Netherlands: 2002.
- FREIRE, P.; FAUNDEZ, A. **Por uma pedagogia da pergunta**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.
- PONTE, P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**, 3. ed., Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.
- PRADO, A. S.; SILVA, L. A.; SANTANA, T. S. Uma Análise Bernsteiniana de Tarefas de Modelagem Matemática no Caso 1. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 7. **Anais...**Santa Maria: 2013. 1 CD ROM.
- SANT'ANA, A. A.; SANT'ANA, M. F. Uma experiência com a elaboração de perguntas em Modelagem Matemática. In: Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 6., 2009, Londrina. **Anais...** Londrina: SBEM, 2009. p. 1-13. 1 CD-ROM.
- SANT'ANA, A. A.; SANT'ANA, M. F. Modelagem Matemática em Curso de formação continuada. In: Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 9., 2015, São Carlos. **Anais...** São Carlos: SBEM, 2015a. p. 1-12. 1 CD-ROM.
- SANT'ANA, A. A.; SANT'ANA, M. F. Modelagem Matemática: relação entre formulação de perguntas e elaboração de tarefas. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais...** Pirenópolis: SBEM, 2015a. p. 1-13. 1 CD-ROM.
- SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. A Tensão na Elaboração da Situação-Problema no Planejamento do Ambiente de Modelagem Matemática. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 5. **Anais...**Petrópolis: 2012<sup>a</sup>.
- SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. As discussões entre formador e professores no planejamento do ambiente de modelagem matemática. In: **Bolema**. V. 26, n. 43, p. 1071-1101, Rio Claro: 2012b.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**. n. 14, p. 66-91. Rio Claro: 2000.

---

**RECEBIDO EM:** 28 maio 2017.

**CONCLUÍDO EM:** 20 ago. 2017.

