VIDYA, v. 37, n. 1, p. 109-125, jan./jun., 2017 - Santa Maria, 2017. **ISSN** 2176-4603

PERCEPÇÃO DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA*

PERCEPTION OF MATHEMATICS IN ACTIVITIES OF MATHEMATICAL MODELING

KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA**
LOURDES MARIA WERLE DE ALMEIDA***

RESUMO

Neste artigo apresentamos resultados de uma pesquisa em que inferimos sobre a percepção dos alunos com relação à Matemática quando desenvolvem atividades de modelagem matemática. Nosso aporte teórico é a Semiótica Peirceana, mais especificamente a teoria da percepção e as categorias fenomenológicas, e a modelagem matemática entendida como alternativa pedagógica. Fundamentamos nossas reflexões na análise das ações e argumentações de dois grupos de alunos em atividades desenvolvidas no âmbito de dois cursos de graduação: Tecnologia em Alimentos e Licenciatura em Química. A partir de uma análise qualitativa de cunho interpretativo concluímos que a percepção com relação à Matemática se configura na categoria fenomenológica da terceira idade e segue diferentes configurações, dependendo do contexto no qual a pessoa que desenvolve a atividade está inserida.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Semiótica Peirceana. Percepção.

ABSTRACT

In this article we present results of a research in which we infer about the students' perception regarding Mathematics when they develop activities of mathematical modeling. Our theoretical foundation is the Peircean Semiotic, more specifically the perception theory and the phenomenological categories, and the mathematical modeling understood as a pedagogical alternative. We base our reflections on the analysis of the actions and arguments of two groups of people in activities developed in the scope of two undergraduate courses: Technology in Food and Degree in Chemistry. From a qualitative analysis and interpretative, we conclude that the perception regarding Mathematics is configured in the phenomenological category of thirdness and follows different configurations, depending on the context in which the person who develops the activity is inserted.

Keywords: *Mathematics Education. Mathematical Modeling. Peircean Semiotic. Perception.*

* Artigo produzido em projeto financiado pelo CNPq - Uma interpretação semiótica de atividades de modelagem matemática.
** Professora Doutora do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Londrina - Paraná. karinasilva@utfpr.edu.br.
*** Professora Doutora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina - Londrina - Paraná. lourdes@uel.br.

INTRODUÇÃO

Integrar às aulas de Matemática atividades que requerem investigação tem mobilizado professores e pesquisadores da área de Educação Matemática. Esta integração tem sido abordada nos relatos de pesquisas sob diferentes perspectivas e utilizando diferentes tendências metodológicas (TATSCH; BISOGNIN, 2004, BEN-CHAIM; ILANY; KERET, 2008, ALMEIDA; FERRUZZI, 2009, SILVA, 2011, COSTA et al., 2015, ROSA; BISOGNIM, 2016, ALMEIDA; SILVA, 2017).

Levando em consideração que situações oriundas da realidade podem ser investigadas e representadas por meio de linguagem matemática, é que tomamos a modelagem matemática enquanto uma tendência da Educação Matemática para ser abordada em aulas de Matemática. Trata-se de criar possibilidades de enxergar situações do cotidiano através de lentes matemáticas, ou seja, de interpretar, analisar e tomar decisões acerca de situações do cotidiano por meio do ferramental matemático.

Interpretar ou investigar situações por meio de atividades de modelagem matemática é temática recorrente em pesquisas da área. Matos e Lara (2016), ao analisarem as percepções de professores quanto à Matemática, à realidade e à Modelagem Matemática evidenciaram que os participantes da pesquisa reconhecem que a modelagem "oportuniza a resolução de situações problema reais e a escolha de temas contextualizados que aproximam a Matemática à realidade dos estudantes criando condições para pesquisa em sala de aula" (MATOS; LARA, 2016, p. 107).

Entendemos que a 'aproximação com a realidade' a que se referem os autores, numa atividade de modelagem está associada com uma busca de solução para um problema decorrente de uma situação inicial mediada pela matemática. Identificar a matemática por detrás de uma situação da realidade exige uma parada para olhar para os dados e buscar em seu 'leque' de conhecimentos, ou mesmo na construção de conhecimentos novos, um aporte. Desse modo, o que nos move em nossa investigação é evidenciar *como os estudantes percebem a Matemática quando desenvolvem atividades de modelagem matemática*.

No entanto, uma questão que antecede esta investigação diz respeito ao significado de 'perceber'. De forma geral, perceber está relacionado a compreender através dos sentidos. Santaella (2012, p. 77), destaca que perceber "é estar diante de algo, no ato de estar, enquanto acontece". Os estímulos obtidos por meio dos sentidos correspondem a processos perceptivos que funcionam como signos externos que não deixam de ser mediatizados pelo nosso sistema sensório-motor e pelo potencial e limites dos nossos esquemas cognitivos, mentais. Nesse sentido, nosso interesse de estudo consiste no "processo mental que possibilita e amplia a relação do indivíduo com seu entorno" (NETTO; PERASSI; FIALHO, 2013, p. 250), caracterizado como *percepção* na semiótica.

Para Peirce (2005), a percepção integra as dimensões sensória, física e cognitiva. A parte sensória é o signo que representa, de certa forma e capacidade, uma parte "física" da percepção - o objeto. Dizer que um signo "representa seu objeto implica que ele afete uma mente, de tal modo que, de certa maneira, determine naquela mente algo que é mediatamente devido ao objeto" (SANTAELLA, 2008b, p. 58). Esse novo signo criado na mente que Peirce definiu como interpretante consiste na parte cognitiva da percepção.

No presente artigo argumentamos que a busca por evidências sobre a percepção com relação à Matemática pode se pautar na análise dos signos produzidos por meio de registros escritos, nas falas e nos gestos que emergem no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Subsidiamos nossas reflexões na análise de atividades de modelagem desenvolvidas em duas turmas em duas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral 1 ministradas pela mesma professora. Uma atividade foi desenvolvida por um grupo de estudantes do curso de Tecnologia em Alimentos e a outra por um grupo de estudantes de Licenciatura em Química.

Levando em consideração essa abordagem, inicialmente apresentamos nosso entendimento sobre modelagem matemática. Em seguida, tratamos da percepção na perspectiva da semiótica de Peirce. A seguir definimos os aspectos metodológicos que orientam nossa pesquisa e apresentamos as análises das atividades. Finalizamos com as discussões e conclusões decorrentes da investigação que realizamos.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O entendimento de modelagem matemática que adotamos diz respeito à suas potencialidades enquanto oportunidade para os envolvidos compreenderem a Matemática que permeia uma situação bem como para interpretar matematicamente essa situação. Nesse sentido, ponderamos que "a modelagem matemática é sempre sobre algo que não é propriamente do campo da Matemática, mas a compreensão deste algo é mediada pela compreensão e pelo uso da Matemática" (ALMEIDA, SILVA, VERONEZ, 2015).

Segundo Almeida e Ferruzzi (2009), uma atividade de modelagem requer do aluno a formulação de um problema e a definição de metas para sua resolução, a definição de hipóteses, a formulação de previsões e a apresentação de explicações e respostas para a situação em estudo bem como a comunicação destas respostas e/ou explicações para outros. Em suma, podemos afirmar que em uma atividade de modelagem parte-se de uma situação inicial, utilizam-se procedimentos matemáticos e obtém-se uma solução para esta situação.

A situação inicial, no entanto, pode ser escolhida por aqueles que estão desenvolvendo a atividade e que, de certa forma, apresenta familiaridade com a temática. Dependendo da situação e do problema propostos para o estudo em uma atividade de modelagem, diferentes discussões podem ser elucidadas. É nesse sentido que a Matemática que subjaz a realidade pode ser considerada uma representação simplificada de um fenômeno. Nesta perspectiva, corroboramos com D'Ambrosio (2015) quando afirma que na

> representação a realidade é restrita a fatos e fenômenos selecionados e o resultado é um tipo de "realidade isolada e individualizada". Para lidar com a "realidade isolada e individualizada", os indivíduos atribuem códigos ou parâmetros aos fatos e fenômenos selecionados. Esses parâmetros podem ser de natureza matemática, como formas matemáticas e símbolos matemáticos. A realidade isolada e individualizada, com os símbolos matemáticos atribuídos aos fatos e fenômenos selecionados, é um modelo matemático (D'AMBROSIO, 2015, p. 43).

Segundo Lesh (2010), um modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática, com a finalidade de descrever o comportamento de outro sistema e permitir a realização de previsões sobre este outro sistema. Ainda de acordo com o autor, é possível que o modelo construído para representar uma situação num dado momento sirva, também, para representar outro sistema em um momento posterior.

Embora a construção de um modelo matemático seja importante em uma atividade de modelagem matemática, esta não é considerada como o fim deste tipo de atividade, mas como uma alternativa que pode permitir uma compreensão mais global sobre a situação investigada e a Matemática utilizada. Isso se deve ao fato de que atividades de modelagem matemática, visam desenvolver no aluno o que Galbraith (2012) chama de 'infraestrutura intelectual', de modo que ele possa se tornar usuário dos conhecimentos matemáticos construídos e resolver problemas de forma independente em diferentes situações dentro e fora do ambiente escolar.

Assim, consideramos que uma atividade de modelagem se origina de algo que não é propriamente do campo da matemática, mas é possível fazer uma interpretação matemática para esse algo, de modo que conhecimentos matemáticos estejam presentes.

Desenvolver uma atividade de modelagem matemática consiste em um processo interpretativo e criativo em que uma estrutura matemática é estabelecida para representar a situação em estudo. Para D'Ambrosio (2015), a prática da

> modelagem matemática é um método iterativo a partir da realidade, com a qual começamos selecionando parâmetros, construindo um modelo, procedendo à sua análise matemática, verificando resultados através de procedimentos de controle e reformulando o modelo, repetindo as análises e controlando até alcançar uma percepção satisfatória dos fatos e fenômenos selecionados (D'AMBROSIO, 2015, p. 44).

Consideramos que, ao fazer uso de atividades de modelagem matemática com os estudantes, estamos interessados na compreensão da Matemática envolvida na discussão e obtenção de um modelo matemático. Essa compreensão é permeada por signos que representam o objeto de estudo e que nos possibilitam inferir sobre a percepção da Matemática pelos estudantes que desenvolvem atividades de modelagem matemática.

PERCEPÇÃO E CATEGORIAS FENOMENOLÓGICAS NA SEMIÓTICA PEIRCEANA

A palavra semiótica tem origem no grego *semeion* que significa *signo*. O signo corresponde à linguagem. Como proposto por Santaella (2008b, p. 13), a semiótica "é a ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno como fenômeno de produção de significação e de sentido". Considerada por seus estudiosos como uma ciência universal, "a semiótica é a ciência dos signos e dos processos significativos (semiose) na natureza e na cultura" (NÖTH, 2008, p. 17).

A maneira de ver, discriminar e interpretar fenômenos por meio da experiência foi investigada pelo estudioso norte-americano Charles Sanders Peirce que desenvolveu a semiótica peirceana. Peirce concebe a semiótica como a doutrina formal dos signos. Esse estudioso organizou seus estudos por meio de uma arquitetura triádica na qual o signo estabelece mediação entre objeto e interpretante. Segundo Santaella (2007, p. 7), "o signo é um primeiro (algo que se apresenta à mente), ligando um segundo (aquilo que o signo indica, se refere ou representa) a um terceiro (o efeito que o signo irá provocar em um possível intérprete)". Para Santaella (2012, p. 8), é a mente "que constrói o mundo, de acordo com um potencial que lhe é próprio, a partir de uma matéria bruta fornecida pelos sentidos".

Segundo Fialho (2011) um estímulo sensorial particular é obtido por meio da sensação; o conjunto de mecanismos de codificação e de coordenação de diferentes sensações, visando um significado constitui a percepção. Sons, palavras, formas visuais e todos os seus híbridos são considerados por Santaella (2008a) como signos externos que não deixam de ser mediatizados pelo nosso sistema sensório-motor e pelo potencial e limites dos nossos esquemas cognitivos, mentais. Nesse sentido, Santaella (2012), afirma que

> Os órgãos sensoriais funcionam, consequentemente, como janelas abertas para o exterior. Nessa medida, esses órgãos são superfícies, passagens, capazes de explicar alguns dos fatores porque toda percepção adiciona algo ao percebido, algo que não está lá fora, no mundo fenomênico, e que não faz parte, portanto, da estimulação. Nesse ponto, é a mente que entra em cena, pois é dela a tarefa de síntese, vem dela a elaboração daquilo que chamamos de compreensão ou significado tanto do que está lá fora quanto da estimulação que é produzida como efeito. A correspondência entre o resultado perceptivo e aquilo que o provoca não é, portanto, ponto a ponto. Há uma diferença, há um descompasso, ou melhor, algo se perde e algo se acrescenta. Isso que se acrescenta, especialmente, e que ocorre na passagem dos órgãos sensoriais para o cérebro por enquanto ainda não é observável ou mensurável. Aí se localiza, exatamente, a questão da percepção (SANTAELLA, 2012, p. 6-7).

Dessa forma, a percepção desempenha o papel de ponte entre a mente e o fenômeno. Em seus estudos, Peirce (2005) chegou à conclusão de que há três elementos formais e universais em todos os fenômenos que se apresentam à percepção e à mente e dividiu os fenômenos cognitivos em três categorias fenomenológicas: Primeiridade (qualidade), Secundidade (reação) e Terceiridade (mediação).

A primeiridade refere-se ao que está relacionado ao acaso, não visto como concreto, mas como uma qualidade, um sentimento, algo que ocorre primeiro. A secundidade refere-se à experiência, às ideias de dependência, determinação. A terceiridade refere-se à generalidade, crescimento, inteligência. É a terceiridade que aproxima um primeiro (qualidade ou primeiridade) e um segundo (reação ou secundidade) numa síntese intelectual e corresponde à camada de pensamento em signos, por meio da qual representamos e interpretamos o mundo.

Considerando a classificação fenomenológica de Peirce e as assertivas de Santaella (2012) sobre percepção, podemos inferir que a percepção, em sua realidade de acontecimento, está no domínio da secundidade, categoria da dualidade, do confronto, da ação e reação. No entanto, Santaella (2012, p. 80) afirma que isso "não significa que ela [percepção] não tenha também a marca da terceiridade, pois é essa marca que lhe dá condições de generalidade para significar". Mucelin e Bellini (2013), afirmam que

> Quando um observador presencia algo, no primeiro momento, tem a sensação instantânea que o conduzirá à percepção. A percepção não ocorre, entretanto, antes que o observador experiencie a secundidade, ou seja, reaja em primeira instância ao objeto como um elemento do fenômeno. Evidentemente, para que ocorra a percepção e talvez a terceiridade, alguns fatores, conhecidos como filtros individuais e/ou culturais, ocorrerão concomitantemente no processo de gestação da ideia. Os filtros que interferem na percepção das coisas podem ser os valores, os hábitos, o interesse ou necessidade que agem nos momentos de primeiridade e secundidade influenciando o julgamento perceptivo, último momento da percepção (MUCELIN; BELLINI, 2013, p. 64).

Ao realizar uma análise perceptiva de uma obra de arte, Netto, Perassi e Fialho (2013, p. 263), afirmam que "os fenômenos acontecem na mente como produtos da percepção". Nesse sentido, a primeiridade é a qualidade da experiência, a secundidade corresponde à reflexão sobre a experiência e a terceiridade consiste na representação feita diante da reflexão sobre a experiência. Os autores concluíram, então, que "a apreensão de determinado conceito teórico (e não sua simples enunciação das mesmas ideias) envolve necessariamente a passagem por essas três categorias e, a partir do momento em que o receptor reconhece qualquer aspecto narrativo de uma imagem, ele já está agindo sob o campo da terceiridade" (p. 263). Com isso, dependendo dos interesses e conhecimentos do observador, a percepção se localiza na categoria fenomenológica da terceiridade. Além disso, como concluem Jorge, Rezende e Wartha (2013, p. 158), "os indivíduos terão pré-concepções do real para perceber e compreender o significado dos signos de maneira diferente".

No entanto, cabe destacar que existem muitas situações em que nossa percepção falha, se equivoca. Isso ocorre, pois perceber consiste em um ato espontâneo que ocorre de forma anterior à realidade consciente. Por exemplo, há casos que julgamos ter visto algo e, em seguida, nos damos conta de que havíamos nos enganado. O que vimos não era de fato o que pensávamos ter visto. Para Jorge, Rezende e Wartha (2013, p. 160), "a percepção não pode ser considerada muito confiável para o conhecimento, porque depende das condições específicas de quem percebe e está propensa a criar ilusões". Neste sentido, consideramos que se faz necessário parar e observar o fenômeno, considerando nossas experiências sobre os mesmos e apresentar considerações sobre o que e como percebemos.

Com isso, nos propomos a realizar uma análise perceptiva de como as pessoas percebem a Matemática quando desenvolvem atividades de modelagem matemática.

ANÁLISE PERCEPTIVA DAS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDAS

Para investigar como estudantes percebem a Matemática quando desenvolvem atividades de modelagem matemática, analisamos duas atividades desenvolvidas por alunos em dois cursos de graduação - Tecnologia em Alimentos e Licenciatura em Química - de uma universidade federal do estado do Paraná na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) ministrada por uma das autoras deste texto.

A carga horária das disciplinas compreende, além das aulas regulares, uma carga horária destinada às Atividades Práticas Supervisionadas (APS), que correspondem a 9 horas/aula no curso de Tecnologia em Alimentos e 6 horas/aula no curso de Licenciatura em Química. Foi nesse contexto que a professora solicitou o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em que os alunos, em grupos, teriam de investigar uma situação cujo tema fosse por eles escolhido e em que a Matemática deveria estar presente. Com o intuito de familiarizar os alunos com atividades de modelagem matemática, a professora desenvolveu durante os cursos, atividades dessa natureza.

A escolha de um grupo de cada curso se deve às especificidades das situações escolhidas, além de os grupos escolhidos terem participado de mais do que uma orientação extraclasse.

Para a investigação utilizamos signos escritos, falados e gesticulados produzidos pelos alunos em discussões em sala de aula, bem como em encontros extraclasse e que foram obtidos por meio de vídeos, gravações em áudio e relatório da atividade entregue com o consentimento dos envolvidos.

Do ponto de vista metodológico, trata-se de uma pesquisa qualitativa e de análise interpretativa. Os nomes (fictícios) de alunos usados no decorrer da nossa descrição são dos integrantes dos grupos.

Atividade desenvolvida pelo grupo de alunos da Tecnologia em Alimentos

Diante da proposta de desenvolvimento da APS, um grupo de quatro alunas - Laura, Simone, Carla e Elisa - representado por Laura reuniu-se com a professora com o intuito de delinear uma situação-problema para ser investigada. Todavia um encontro *a priori* já tinha ocorrido entre as integrantes do grupo e o fenômeno a ser estudado com relação ao preparo de um tipo de pudim de leite condensando estava previamente escolhido, conforme conversa transcrita a seguir:

> *Laura: Professora, já que é para estudar algo da nossa área, eu pensei em estudar sobre o preparo de uma sobremesa, pois eu fiz uma pesquisa para escrever uma coluna no jornal que eu trabalho e fiquei sabendo algumas coisas que comentei com as meninas e elas acharam interessante.*
> *P: E que sobremesa é essa?*
> *Laura: O pudim sem furinhos. A minha vida inteira eu preparei o pudim, pois meu pai gostava muito e me pedia todos os domingos. Quando surgiu a possibilidade de eu escrever uma coluna sobre sobremesa no jornal, não tive dúvidas, pesquisei sobre pudim.*
> *P: Que bom! E o que você está pensando?*
> *Laura: Como o pudim de leite condensado e sem furinhos, com massa homogênea, é a mais apreciada pelos brasileiros, vou focar no preparo, no tempo de cozimento e na variação da temperatura da água, por conta de algumas relações com a coagulação da gema do ovo que eu encontrei na pesquisa. O que acha? Será que dá matemática? [risos]*
> *P: Vamos investir!*
> *Laura: Ai que bom professora, vou precisar bastante de ajuda. As meninas e eu nos comprometemos a coletar dados em minha casa. Mas a parte da matemática é que é complicada. [risos] Não que seja complicado. É que tenho algumas dificuldades.*
> *P: Como vocês pensaram em produzir os dados?*
> *Laura: Nesse final de semana vamos preparar um pudim na minha casa e usar o termômetro que tenho para medir a temperatura da água do banho-maria.*
> *P: Essa temperatura influencia em algo?*
> *Laura: Sim, no preparo da massa. Professora [pausa], você me deu uma ideia! E se nós também medíssemos a temperatura da massa? Porque eu acho que aumentando a temperatura da água também aumenta a temperatura da massa. É lógico que sim. E o caso da coagulação da gema está associado à temperatura da massa. Fazer essas duas coletas. Deixa comigo.*

Nesta transcrição da conversa com a aluna, há indícios de que, inicialmente, a percepção da Matemática está no domínio da secundidade. De fato, Laura, leva em consideração sua experiência com relação ao preparo do pudim e a pesquisa que realizou para a escrita da matéria no jornal para definir uma situação em que a Matemática possa ter relevância. No entanto, ao expor suas ideias para a professora, a percepção de Laura 'ganha' caráter de terceiridade, pois ela indica reconhecer relações entre temperatura da água e tempo; temperatura da massa do pudim e tempo; temperatura da água e temperatura da massa do pudim. Nos termos do que defende Santaella (2012, p. 80), essa ação de Laura "dá condições de generalidade para significar" a situação-problema no contexto da Matemática.

Nesse sentido, a intenção de Laura em 'perceber' a Matemática para tratar da situação está associada ao fato de ela ter obtido informações em pesquisas para desenvolver sua atividade profissional e que foi, em certa medida, validada pela professora.

A situação que se configurou nessa atividade de modelagem matemática está relacionada à temperatura da água no decorrer do tempo para o preparo de pudim com textura cremosa e homogênea ('sem furinhos'), de forma que a temperatura da massa não ultrapasse 85 ^{0}C. Essa temperatura é considerada ideal para evitar que a gema, utilizada na massa, coagule comprometendo a textura homogênea do pudim.

O preparo de pudim de leite condensado com massa de 1,565 kg foi realizado em banho-maria no fogão, com água nivelada a ¾ da altura da mistura do pudim. Para a coleta de dados, foi utilizado um termômetro para medir as temperaturas da água e da massa do pudim durante todo o processo de cozimento (Figura 1), conforme disposto na Tabela 1. Quando a massa do pudim atingia 85 ^{0}C, o grupo adicionava água em temperatura ambiente (22 ^{0}C) na panela de barro utilizada para o banho-maria. Esse procedimento denota conhecimentos que as alunas do curso de Tecnologia em Alimentos têm com o preparo de um alimento.

Tabela 1 - Temperatura em função do tempo.

Tempo (min)	Temperatura da água (^{0}C)	Temperatura da massa de pudim (^{0}C)
0	28	22
10	64	61
20	92	85
30	91	82
40	92	83
50	94	84
60	94	84
70	94	85
80	96	91

Fonte: Relatório entregue pelas alunas.

Figura 1 - Medição da temperatura.

Fonte: Relatório entregue pelas alunas.

Com os dados coletados empiricamente, as alunas do grupo se propuseram a investigar o comportamento da temperatura da água e temperatura da massa do pudim no decorrer do tempo. Para isso, sentiram necessidade de construir modelos matemáticos para representar a temperatura da água em função do tempo e a temperatura da massa do pudim em função do tempo, momento em que recorrem às orientações da professora, conforme indica a conversa transcrita a seguir:

Laura: Professora, a gente fez o pudim e coletou os dados. E agora queremos escrever uma função matemática.
P: E o que vocês perceberam?
Carla: Com o tempo a temperatura da água e a do pudim aumentam!
Simone: Professora, será que tem alguma relação entre a temperatura da água e a temperatura da massa do pudim?
Laura: Sabe o que pensei e andei falando para as meninas? A função composta poderia nos ajudar aqui, o que acha?
P: Como assim?
Laura: A gente tem a temperatura da água em função do tempo que fizemos e podemos escrever a função. Temos também a temperatura da massa do pudim em função do tempo e

novamente podemos escrever a função. Que tal fazermos uma composta da temperatura da massa do pudim em função da temperatura da água? Daí teremos o que Simone está falando!
Elisa: Será que não vai ficar muito complicado isso? Função composta? Para quê?
Laura: Elisa, veja bem, a gente pode usar esse conteúdo em nossa aplicação. Não vamos deixar passar!
Elisa: Tudo bem, mas eu votaria em estudar somente a temperatura da água.
Carla: Mas daí estudar a temperatura somente da água. Parece que representa pouca coisa. Sei lá, já que a Laura está animada aqui podemos deixar mais bonito nosso trabalho.

Para as alunas, havia nos dados coletados indícios de que uma relação entre tempo e temperaturas poderia ser expressa por meio de uma função. A percepção de que a situação poderia ser estruturada por meio da matemática é relativa à categoria da terceiridade. De fato, as alunas aproximaram uma situação - fazer pudim todos os domingos - à existência de algo para ser estudado - informações da coagulação da gema - por meio de uma síntese intelectual situada em uma camada de pensamentos em signos, representados por símbolos matemáticos - uma função.

A partir da orientação da professora, as próprias alunas recorreram à possibilidade de fazer uso de um conteúdo matemático estudado na disciplina - função composta. Essa percepção da função composta foi gerada por meio do que Mucelin e Bellini (2013) caracterizam como 'filtro individual'. Esse filtro ocorre no processo de gestação da ideia proposta por Laura que tinha a intenção de usar uma função composta para estudar a situação. Podemos evidenciar que tal ideia é compartilhada por Carla quando essa interage afirmando que "*Mas daí estudar a temperatura somente da água. Parece que representa pouca coisa*".

Com isso, corroboramos a assertiva de Mucelin e Bellini (2013, p. 64) de que filtros que interferem na percepção "agem nos momentos de primeiridade e secundidade influenciando o julgamento perceptivo, último momento da percepção". O último momento da percepção para essas alunas se consolidou na categoria da terceiridade.

A partir da percepção dos conteúdos matemáticos a serem utilizados na situação-problema, em nível de terceiridade, as alunas recorrem ao uso de um software computacional, o Curve Expert para construir os modelos matemáticos.

Diante das curvas apresentadas pelo software, as alunas escolheram aquelas que "melhor" representavam os dados e a situação. Para ambas as situações consideram uma função do tipo exponencial. Para a temperatura da água em função do tempo obtiveram $T_A(t) = 94{,}9e^{-e^{0{,}23-0{,}13\,t}}$, definida por $T_A : R_+ \rightarrow (21, 85{,}64)$, e para a temperatura da massa do pudim em função do tempo escolheram $T_P(t) = 85{,}64e^{-e^{0{,}327-0{,}151\,t}}$, definida por $T_P : R_+ \rightarrow (26, 94{,}9)$.

Durante apresentação dos resultados para todos os alunos na sala de aula, a professora questionou sobre a escolha dessas funções e solicitou explicações, conforme transcrição a seguir:

P: Por que vocês consideraram essas funções para representar as temperaturas?
Carla: Porque foram uma das primeiras que o software nos apresentou.
P: E vocês ficaram convencidas?
Simone: A gente fez a validação.
P: Certo. E olhando para essas funções escritas na forma algébrica, o que vocês podem afirmar com relação à temperatura da água e a temperatura da massa do pudim?
Elisa: Professora, quando a temperatura da água aumenta a da massa também aumenta...
Laura [interrompendo]: Eu acho que estou entendendo o que a professora perguntou. Não acre-

dito! Mas essa função tende a um valor, certo professora? As duas tendem a um valor. São funções, como é o mesmo o nome?
Aluno da sala: Assintótica!
Laura: Isso, assintótica. Puxa, é verdade. E a gente tem como determinar o valor que a função se aproxima.
Aluno da sala: Calcula o limite quando o tempo vai para o infinito.
Laura: Obrigada. Calculando aqui para a temperatura da água [analisa e calcula na lousa o limite de cada função com a ajuda de outros alunos da sala]. Dá noventa e quatro vírgula nove para a temperatura da água e oitenta e cinco vírgula sessenta e quatro para a temperatura da massa do pudim.
Simone: Valores próximos que encontramos na validação!
Laura: Gente, claro que é isso. Professora temos que falar que refizemos a receita mais duas vezes em diferentes fogões para validar na prática e nem nos demos conta. O que acontece é que a temperatura da água e do pudim ficam em torno desses valores dos limites. Nem tinha pensado em limite! Mas quando você sugeriu analisar agora as temperaturas, a função exponencial é assintótica! Meu pudim rendeu vários conteúdos de cálculo. Nem imaginava isso.

A partir da apresentação das alunas, fica evidente que, com o questionamento da professora, Laura compreende "o significado dos signos de maneira diferente" (JORGE; REZENDE; WARTHA, 2013, p. 158). Para além de validar os modelos matemáticos se faz necessário interpretá-los com a situação. E no caso, analisar o que acontece quando o tempo aumenta cada vez mais, determinando o valor da assíntota. O fato de afirmar que refizeram a coleta de dados para outras duas receitas de pudim em dois diferentes fogões denota o método iterativo para a prática da modelagem matemática como afirma D'Ambrosio (2015).

Como haviam proposto no início do desenvolvimento da atividade de modelagem, as alunas se dispuseram a utilizar conhecimentos matemáticos estudados na disciplina de Cálculo para obter a função composta ($T_P(T_A(t))$). Primeiramente analisaram a condição de existência da função composta: qualquer t pertencente ao domínio de ($T_P(T_A(t))$), t pertence ao domínio de T_A; e $T_A(t)$ pertence ao domínio de T_P. Assim, obtiveram a função $T_P(T_A(t)) = 85{,}64e^{-e^{0{,}327-0{,}151\,(94{,}9e^{0{,}23-0{,}13\,t})}}$.

A ação de construir o modelo considerando a função composta denota prática da modelagem matemática em que procedimentos de controle e reformulação do modelo fazem parte da análise para "alcançar uma percepção satisfatória dos fatos e fenômenos selecionados" (D`AMBROSIO, 2015, p. 44).

Por meio dessa atividade de modelagem, as alunas tornaram-se usuárias dos conhecimentos matemáticos construídos na disciplina para resolver uma situação, acionando a infraestrutura intelectual como sugerido por Galbraith (2012). A percepção está atrelada às experiências profissionais de uma das integrantes do grupo em detrimento da disciplina e do curso em que a atividade foi proposta e desenvolvida.

Para concluir a apresentação dos resultados, tecem algumas considerações que foram transcritas:

Laura: Eu não imaginava que a função composta pudesse ter alguma aplicabilidade ainda mais na minha receita de pudim. [risos]. Eu achei muito interessante a comparação estabelecida entre a coleta de dados e os resultados matemáticos, que foram bem próximos. Eu posso matematizar situações!

Simone: Professora, nunca que eu iria perceber que fazer pudim tivesse matemática!
Elisa: Foi um desafio que a Laura nos submeteu, mas que valeu a pena ver matemática fora da matemática.
Carla: Além de conhecer a história do pudim que a gente viu na pesquisa. Eu não sabia que demorava tanto tempo para fazer pudim [risos]. Nunca tinha feito e agora sou profissional dessa sobremesa [risos]. Quem diria que haveria diferença de sabor com alguns simples furinhos?
Laura: Não é atoa que esse tipo de pudim é o mais apreciado. Na prática, o preparo da sobremesa é demorado e requer paciência. Mas esse tempo é compensado com o que muitos consideram um manjar dos deuses!

Essas considerações validam nosso entendimento de que por meio de atividades de modelagem os alunos realizam uma interpretação matemática para situações oriundas da realidade mesmo que essa realidade seja isolada e individualizada como afirma D'Ambrosio (2015).

Atividade desenvolvida pelo grupo de alunos da Licenciatura em Química

O grupo de três estudantes - Luiz, André e Jorge - do curso de Licenciatura em Química, cuja atividade analisamos, foi um dos últimos da turma a definir uma situação cuja investigação pudesse ser mediada pela matemática. Para essa definição um dos integrantes procurou a professora em horário extraclasse e apresentou algumas ideias que estava interessado em desenvolver, conforme transcrição da conversa:

Luiz: Eu queria fazer algo útil que eu pudesse estudar os conceitos das aulas de Cálculo um, ao mesmo tempo que fosse interessante pelo menos para mim, para meu grupo. Sei lá.
P: E o que você pensou?
Luiz: Ah professora, eu gosto muito de mexer com carro e talvez [pausa] fiquei pensando nos gastos que tenho, no desgaste do motor. Sabe, venho de Rolândia todos os dias... e se eu estudasse algo sobre o consumo de combustível?
P: Se essa situação é interessante para você!
Luiz: Interessante é.
P: E como faria para coletar os dados.
Luiz: Bom eu levo uns quarenta minutos para percorrer da minha casa até a universidade, que dá uns trinta e dois quilômetros. Ah, também podia estudar as velocidades nesse trajeto.
P: Faria a divisão do espaço pelo tempo?
Luiz: Não a velocidade média, e sim a oscilação de velocidades em função do tempo. Por exemplo, eu posso marcar de três em três minutos a velocidade no espaço percorrido. Isso posso ir olhando no painel de meu carro. O que acha professora? Posso fazer essa abordagem?
P: Você gostaria de fazer esse estudo?
Luiz: Como eu disse professora, gostaria de fazer algo útil no sentido de eu utilizar mesmo [risos], não sei se os outros do grupo querem, mas acho que se eu coletar os dados eles não vão achar ruim! Anoto em uma das minhas vindas para cá. Deixo o alarme do meu celular despertando de três em três minutos e olho a velocidade que estou naquele trecho. Porque tem trechos que são rápidos, trechos que são lentos, parada em sinaleiros.

P: Muito bom, mas cuidado na hora de coletar os dados. Não faça a viagem sozinho.
Luiz: Pode deixar!

O que evidenciamos é que a percepção de Luiz no início da orientação refere-se à primeiridade uma vez que ele apresenta um sentimento com relação ao que pretende estudar, mas não sabe ao certo o que é, somente sente que "*queria fazer algo útil*". Em conversa com a professora, afirma que gosta de mexer com carro e, com isso, delineia situações atreladas ao veículo, progredindo para um estado de determinação das ideias que pretende abarcar e identifica nas suas experiências uma situação que deseja investigar: a velocidade, em determinado instante, durante sua viagem da residência até a universidade. Nesse momento, aspectos característicos da secundidade se evidenciam com a existência de algo a ser estudado. A percepção ampliou a relação de Luiz com seu entorno por meio de um processo mental.

Ao definir o que seria estudado, visando determinar a velocidade do carro em um instante qualquer no trajeto da residência à universidade, o aluno aproxima um desejo pessoal (gostar de problemas relativos a carros) com elementos da disciplina em que a atividade estava sendo desenvolvida. Neste sentido, o aluno passa à terceiridade uma vez que, a partir de uma situação particular, deseja estabelecer uma lei, ou seja, busca uma generalidade. Para Santaella (2012, p. 6), "toda percepção adiciona algo ao percebido, algo que não está lá fora, no mundo fenomênico". Esse algo está relacionado à busca de uma representação matemática para a situação.

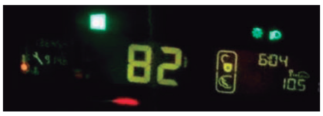
A coleta de dados foi realizada desde o momento em que o estudante saiu de sua casa até a chegada à universidade em uma quarta-feira entre 18h00 e 19h00, observando o painel do carro (Figura 2) e anotando a velocidade em períodos de 3 em 3 minutos. Em seguida, ele organiza os dados coletados em uma tabela (Tabela 2) e, com uso do software GeoGebra, representa no plano cartesiano os dados relativos à velocidade de acordo com o tempo (Figura 3).

Tabela 2 - Velocidades no deslocamento de Rolândia a Londrina.

Tempo (min)	Tempo (hora)	Velocidade (km/h)
0	0	0
3	0,05	50
6	0,10	80
9	0,15	100
12	0,20	82
15	0,25	80
18	0,30	80
21	0,35	35
24	0,40	40
27	0,45	25
30	0,50	40
33	0,55	40
36	0,60	45

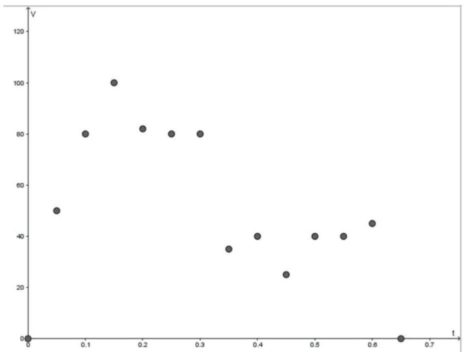
Fonte: Relatório entregue pelos alunos.

Figura 2 - Velocidade apresentada no painel do carro.



Fonte: Relatório entregue pelos alunos.

Figura 3 - Tendência dos dados.



Fonte: Relatório entregue pelos alunos.

Já com os dados coletados e representados no plano cartesiano, Luiz e os outros integrantes do grupo se reúnem com a professora para dar encaminhamento à atividade, conforme trecho da conversa transcrito:

Luiz: Olha só professora como ficaram nossos dados coletados já no gráfico!
André: Estamos com dúvidas... O que a gente pode fazer com eles?
P: Deixem eu ver o que fizeram!
[Luiz explica como realizou a coleta de dados e como plotou os pontos no plano cartesiano]
P: Entendi, então vocês coletaram dados da velocidade no trajeto da sua casa até aqui e daí?
Luiz: Eu quero... nós pensamos em estudar coisas do cálculo. Pensamos em fazer um gráfico com esses pontos. Só que eles não são... como posso falar? É... não parece uma exponencial, uma quadrática, a gente queria fazer uma função.
P: E ver o que com ela?
Luiz: Aplicar conteúdo de derivada, integral, limite. Se a gente tiver a função, professora eu sei que conseguimos fazer outras coisas e relacionar com isso.
Jorge: O Luiz disse que o computador pode fazer essa função, mas não passou por todos os pontos.
Luiz: É professora! Sei que temos a opção de ir fazendo uma função por sentenças, mas fica muito picado.

Ao se deparar com a representação dos pontos no plano cartesiano, o grupo tem a intenção de ajustar aos dados uma função. A princípio, os alunos não demonstram conhecer opções para esse ajuste, mesmo que algumas ações de generalidade já sejam apresentadas, como por exemplo, quando Luiz afirma que "*temos a opção de ir fazendo uma função por sentenças, mas fica muito picado*". Com essa afirmação, Luiz percebe que o comportamento da velocidade de acordo com o tempo, pode ser representada, em termos matemáticos, por uma função definida por várias sentenças, todavia parece não estar completamente certo de que esta seria uma boa opção.

Os filtros individuais de Luiz para desenvolver a atividade interferem na sua percepção por meio de seu interesse em fazer um tratamento matemático para os dados de forma que conceitos estudados na disciplina possam ser aplicados. Os filtros individuais influenciam no julgamento perceptivo que é o último momento da percepção, como afirmam Mucelin e Bellini (2013). Essa influência exige que Luiz e os outros membros do grupo, sob a orientação da professora e auxílio do software GeoGebra, realizem um ajuste de curvas para os pontos representados, considerando uma função polinomial de quarto grau para representar a velocidade em função do tempo no trajeto da casa de Luiz até a universidade.

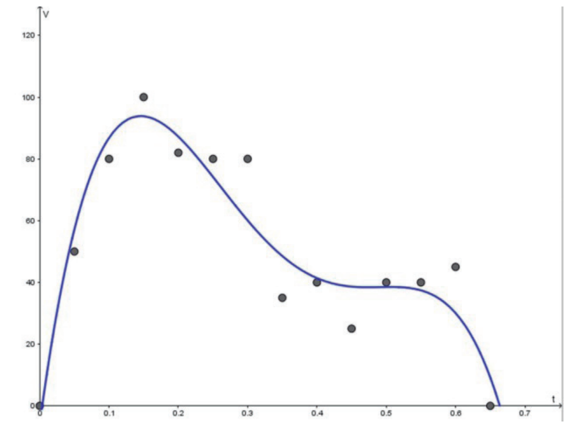
O modelo matemático obtido para descrever o fenômeno foi $V(t) = -5971{,}48t^4 + 11349{,}92t^3 - 6907{,}12t^2 + 1431{,}33t - 2{,}23$, definido por $V : (0,\ 0{,}67) \rightarrow (0,\ 94)$. Diante da representação gráfica (Figura 4) apresentada pelo software, o grupo apresenta alguns questionamentos e argumentos, conforme transcrição:

Luiz: Aí, eu fiz esse gráfico em casa, mas como não passou por todos os pontos.
P: Mas você não quis utilizar uma função, como você disse?
André: Picada [risos].
P: Aqui é um ajuste que o software faz.
Jorge: E agora?

Luiz: Se a gente considerar essa função, dá para calcular a derivada e a integral indefinida!
P: Para que?
André: Se a gente calcular a derivada da velocidade em função do tempo, obtemos o modelo que descreve a aceleração em função do tempo.
P: E com relação à integral indefinida.
Luiz: A integral indefinida nesse caso é um conjunto de funções que quando derivadas obtemos a função original.
P: E o que esse conjunto de funções representa na situação?
Luiz: Representa o deslocamento em função do tempo. Podemos determinar o valor de k igualando a função a 32,3 quilômetros que é o percurso total de minha casa até aqui na universidade. Também, com o modelo matemático da velocidade, também podemos determinar o valor de máximo e mínimo absolutos e relativos para saber em que momento a velocidade foi máxima e foi mínima no trajeto. E a gente calcula a derivada primeira de V(t) e igualar a zero e depois faz o teste da derivada segunda.
[aplausos dos colegas para as explicações de Luiz]
André: Mas por que integral indefinida? A gente pode calcular a definida e já ver qual é esse valor do trajeto. Se ficar próximo, validamos! Pode ser?
Luiz: É mesmo, vamos fazer isso.
[alunos realizam os procedimentos de cálculo de derivada e integral definida no software]
André: Professora [com empolgação] olha só o valor que encontramos para a integral! Trinta e cinco ponto trinta e um!
P: E qual é a distância de sua casa...
Luiz: [interrompendo] uns trinta e dois quilômetros.
Jorge: Uma boa aproximação, não é? Diz que é profe!

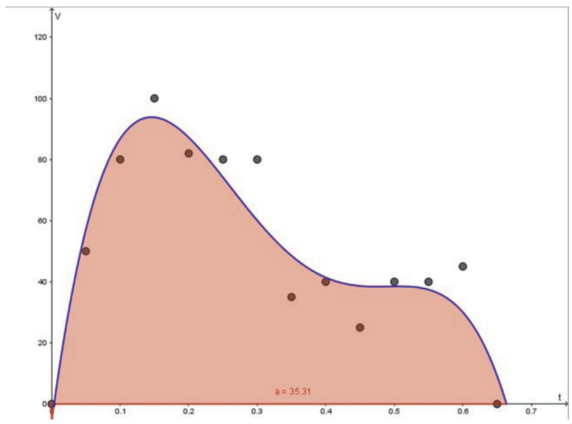
Ao definirem que a função polinomial de quarto grau poderia representar a situação em estudo, os alunos realizam alguns procedimentos utilizando o software GeoGebra e determinam a derivada e a integral, associando-as ao significado para a situação. No entanto, o cálculo da integral definida (Figura 5) os surpreende pela aproximação com o valor real da distância entre a casa de Luiz e a universidade.

Figura 4 - Gráfico da velocidade.



Fonte: Relatório entregue pelos alunos.

Figura 5 - Cálculo da integral definida.



Fonte: Relatório entregue pelos alunos.

Embora a princípio os alunos tenham demonstrado certa resistência ao modelo matemático apresentado pelo software, pois existiam pontos distantes da curva, parece haver um convencimento dos mesmos quando retornam à situação original e confirmam a proximidade entre o valor obtido com o modelo matemático e a distância da casa do estudante até a universidade.

O que podemos inferir é que a percepção, a princípio, do modelo matemático para a situação foi falha, pois consistiu em um ato espontâneo que ocorreu de forma anterior à realidade consciente. No entanto, ao pararem e analisarem tal modelo no contexto matemático e retornando para a situação inicial, a estimulação anterior foi abandonada, pois conceitos matemáticos estudados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1 foram acionados pelos alunos para desenvolver a atividade de modelagem matemática.

Na atividade desenvolvida pelo grupo de estudantes do curso de Licenciatura em Química, uma situação do dia a dia de um dos integrantes foi percebida e interpretada matematicamente. Nessa situação identificaram algo que gostariam de estudar e perceberam que a matemática estudada na disciplina poderia ser útil. Esse algo foi sendo aprimorado a partir da representação algébrica dos dados que proporcionou o uso da derivada e da integral da função construída. A percepção desempenhou o papel de ponte entre a mente e o fenômeno e a Matemática foi percebida no contexto da terceiridade.

DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

Diante dos diálogos dos envolvidos com as atividades de modelagem matemática, seja para a definição da situação-problema, seja nas argumentações para explicitar as abordagens matemáticas realizadas, pudemos inferir que a escolha do que pretendiam investigar foi feita de maneira intencional, procurando matematizar situações que, de certa forma, consistem em fenômenos que estão diretamente relacionados àquele que propõe/escolhe a situação.

O desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática está associado a uma situação-problema (Temperatura da água e da massa de um pudim, Velocidades em um trajeto), em que há coleta de dados, representados por meio de um modelo matemático que representa um objeto matemático (função do tipo exponencial e função polinomial) que pode ser trabalhado matematicamente (cálculo de derivadas, integrais e função composta), ou seja, fazendo uso da Matemática.

A aluna Laura escolhe uma situação-problema do âmbito de sua atividade profissional para poder "ver" a Matemática que está por detrás do preparo de uma sobremesa - o pudim. Essa ação se aproxima da afirmação de Santaella (2012, p. 8), de que é a mente "que constrói o mundo, de acordo com um potencial que lhe é próprio, a partir de uma matéria bruta fornecida pelos sentidos". Observar o preparo da receita de pudim por vários anos foi um estímulo que levou a aluna a escolher essa temática quando solicitado o desenvolvimento de uma atividade. A percepção de uma matemática estava implícita na escolha da situação, todavia é a partir da análise e tratamento dos dados que se configura a Matemática a ser explorada.

Ao estabelecer relações entre a categorização da semiótica de Peirce e o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática Almeida, Silva e Vertuan (2011, p. 16), destacam que "há ações que são 'primeiras', ações que são 'segundas' e ações que são 'terceiras'". A ação de perceber, de "se dar conta de algo externo a nós" (SANTAELLA, 2008a, p. 97) com relação à Matemática corresponde a ações que são terceiras e, que por conseguinte, ocorrem na categoria da terceiridade, pois conforme afirmam Almeida, Silva e Vertuan (2011),

> a atividade possibilita a organização e elaboração de signos, isto é, a generalização do conhecimento em sistemas semióticos de representações (algoritmos, esquemas, gráficos, etc) e sua interpretação e não apenas o 'manuseio' passivo do objeto matemático com a conotação simplista de 'conhecer' (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2011, p. 16).

A interpretação dos signos produzidos pelo grupo do curso de Licenciatura em Química está associada à escolha do aluno Luiz, diante dos conteúdos matemáticos abordados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1. Nesse sentido, busca uma situação-problema de seu dia a dia para representar matematicamente e aplicar cálculos matemáticos já conhecidos em nível de terceiridade.

Levando em consideração as ações e as argumentações dos envolvidos com atividades de modelagem matemática, podemos inferir que a percepção da Matemática segue diferentes configurações, dependendo do contexto no qual aquele que desenvolve a atividade está inserido, corroborando com Jorge, Rezende e Wartha (2013, p. 158), de que "os indivíduos terão pré-concepções do real para perceber e compreender o significado dos signos de maneira diferente".

Ponderamos que a cognição, desde a estimulação por meio dos órgãos dos sentidos até a percepção em nível de terceiridade na qual se alocam o raciocínio matemático, é mediada por signos. Com isso, defendemos que a percepção é fundamental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática por considerarmos que diante da escolha de uma situação-problema com a qual têm familiaridade, os alunos coletam dados e trabalham matematicamente com estes por meio de signos que se situam na categoria da terceiridade e que possibilitam significar tanto a situação quanto a Matemática nela envolvida.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. ; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. **Alexandria**. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 117-134, 2009.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, v. 31, n. 57, p. 202-219, abr., 2017.

______. VERONEZ, M. R. D. Sobre a geração e interpretação de signos em atividades de modelagem matemática. In: VI SIPEM, VI, 2015, Pirenópolis. **Anais**... Rio de Janeiro: SBEM, 2015. v. 1. p. 1-12.

______. VERTUAN, R. E. Sobre a categorização dos signos na Semiótica Peirceana em atividades de modelagem matemática. **REIEC**, v. 6, n. 1, p. 8-17, jul., 2011.

BEN-CHAIM, D.; ILANY, B. S.; KERET, Y. "Atividades Investigativas Autênticas" para o Ensino de Razão e Proporção na Formação de Professores de Matemática para os Níveis Elementar e Médio. **Bolema**, v. 21, n. 31, p. 129-159, 2008.

COSTA, L. M.; ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A P.; PASSOS, M. M. A conversão entre diferentes registros de representação semiótica em uma atividade de modelagem matemática. **Vidya**, v. 35, n. 1, p. 71-90, jan./jun., 2015.

D'AMBROSIO, U. Mathematical Modelling as a strategy for building-up systems of knowledge in different cultural environments. In STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.). **Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences**. Cham, Switzerland: Springer, 2015, p. 173-183, 2015.

FIALHO, F. A. P. **Psicologia das atividades mentais: introdução às ciências da cognição**. Florianópolis: Insular, 2011.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: Genres, Purposes or Perspectives. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 5, n. 1, p. 3-16, 2012.

JORGE, A. M. G.; REZENDE, D. B.; WARTHA, E. J. Visualização, semiótica e teoria da percepção. **Tríade**, v. 1, n. 1, p. 149-166, jun., 2013.

LESH, R. Tools, Researchable Issues & Conjectures for investigating what it means to Understand Statistics (or Other Topics) Meaningfully. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 2, n. 1, p. , 16-48, 2010.

MATOS, D. V.; LARA, I. C. M. Aproximando matemática e realidade: percepções de professores de matemática acerca da modelagem matemática no ensino. **Vidya**, v. 36, n.1, p. 93-109, jan./jun., 2016.

MUCELIN, C. A.; BELLINI, L. M. Semiótica, semiose e signo: análise sígnica de uma imagem fotográfica com base em tricotomias de C. S. Peirce. **Koan**: Revista de Educação e Complexidade, n. 1, jan., 2013.

NETTO, M.; PERASSI, R.; FIALHO, F. A. P. Estudos semióticos: análise perceptiva e a terceiridade peirceana na obra “Jogos Infantis” de Pieter Bruegel. **Projética**, v. 4, n. 1, p. 249-266, jan./jun., 2013.

NÖTH, W. **Panorama da semiótica: de Platão a Peirce**, 4. ed. São Paulo: Annablume, 2008.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 3. ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

ROSA, C. P.; BISOGNIM, E. Atividades investigativas de matemática: explorando sequências e regularidades. **Educação Matemática em Revista - RS**, ano 17, v. 2, n. 17, p. 62-73, 2016.

SANTAELLA, L. Epistemologia semiótica. **Cognitio**, v. 9, n. 1, p. 93-110, jan./jun., 2008a.

______. **O que é semiótica**. 27. reimp. da 1.ed. São Paulo: Brasiliense, 2008b.

______. **Percepção: fenomenologia, ecologia, semiótica**. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

______. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

SILVA, G. H. G., Atividades investigativas em um ambiente de geometria dinâmica. **REnCiMa**, v. 2, n. 1, p. 9-29, jan./jun., 2011.

TATSCH, K. J. S.; BISOGNIN, V. Modelagem matemática no ensino médio: Alimentação, obesidade e desnutrição. **Vidya**, v. 24, n. 42, p. 163-180, jul/dez., 2007.

RECEBIDO EM: 17 abr. 2017.
CONCLUÍDO EM: 14 jun. 2017.