

FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE: SIMULAÇÃO CONECTANDO IDEIAS ESTATÍSTICAS

TEACHERS DEVELOPING FOR PROBABILITY TEACHING: SIMULATION FOR CONNECTING STATISTICS IDEAS

LEANDRO DE OLIVEIRA SOUZA*

RESUMO

Professores tendem a padronizar abordagens no ensino de probabilidade, mantendo foco nos aspectos de cálculos e procedimentos. Este artigo aborda a seguinte questão: Como simulações poderiam auxiliar professores a ensinar probabilidade com enfoque nas concepções da Estatística? Para discussão, apresenta-se um recorte de uma pesquisa ação que envolveu 16 professores de Matemática e durou 11 meses. Coletou-se dados por meio de videogravação, relatos, seminários, questionários, e por registro das atividades docentes. O objeto de estudo resume-se a uma atividade de natureza empírica lançada como problemática durante um encontro. Sobre a atividade fez-se uma análise hermenêutica confrontando os dados com a teoria. Evidenciou-se falta de experiência docente como aprendiz no uso de simulações e nas investigações estatísticas. Por meio de uma análise interpretativa, levanta-se algumas conjecturas sobre como poder-se-ia auxiliar docentes a apreender conceitos de probabilidade em ambientes de investigação. Espera-se que as conjecturas tornem-se objeto de estudo em projetos futuros.

Palavras-chave: Ensino de Probabilidade e Estatística. Simulação. Formação de professores.

ABSTRACT

Mathematics teachers tend to standardize approaches while they teaching probability, keeping their focus on aspects of calculation and procedures. This paper, approach the following question: How simulations could help teachers to teach probability focusing on Statistics concepts? To discuss, we present part of a doctoral collaborative action research that lasted 11 month. Data were collected through video recording of meetings, reports, seminars, questionnaires and writing down of teachers training activities. The central object of analysis comes from an empirical activity released as problematic during one of the meetings that involved 16 Mathematics teachers. From this activity, we made a hermeneutic analysis confronting data and theory. It is evidenced the lack of experience of teachers as learners in the use of simulations and statistical investigations. Conjectures have been raised about how we could help teachers to learn probability concepts in research environments. These conjectures could be object of study in future.

Keywords: *Probability and Statistic Teaching. Simulation. Teacher's Development.*

* Professor dos Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Federal do Amazonas e Universidade Federal de Uberlândia. E-mail: olilean@gmail.com

INTRODUÇÃO

A segunda versão disponibilizada da Base Nacional Curricular Comum (BNCC)¹ tem sugerido que o ensino da probabilidade para alunos da educação básica seja abordado de uma maneira integrada ao ensino de estatística, de modo que os estudantes desenvolvam habilidades para conectar previsões e decisões baseando-se em dados reais.

Embora haja uma tendência nos currículos para que a Estatística se torne um conhecimento vital nas sociedades democráticas, não é isso que acontece na prática. Uma boa parte dos problemas relacionados ao ensino da Estatística está ligada à baixa performance de professores e ao processo de formação docente (MELETIOU-MAVROTHERIS; PAPANISTODEMOU; STYLIANO, 2009). Batanero e Diaz (2010) apontam que uma das razões está na formação dos professores dessa disciplina: a grande ênfase no trabalho com os conteúdos matemáticos influencia a maneira como eles futuramente abordarão os conteúdos de probabilidade e estatística. Nesse texto, abordaremos a probabilidade por duas concepções: frequencista, compreendendo-a como uma estimativa a partir da frequência relativa após uma longa série de ensaios; e clássica, tratando a probabilidade como uma fração do número de casos favoráveis a um evento particular dividido pelo número de casos possíveis (BATANETO et al., 2016). Como a análise nesse estudo foi construída a partir de uma atividade de investigação, não temos a intenção de separar conceitos de probabilidade e de estatística ao longo do texto e nem separar as abordagens clássica e frequencista. A discussão que aqui faremos visa tratar ambas, estatística e probabilidade, de maneira integrada.

A grande maioria dos professores possui um conhecimento procedimental da matemática e um conhecimento frágil dos conceitos envolvidos na estatística inferencial. Por isso, o ensino limita-se à interpretação e à construção de tabelas e gráficos e ao cálculo de medidas. Nesse processo, deixa-se à parte o estudo em ambientes de investigação e pesquisa.

Embasados no pressuposto de que os professores não têm sido preparados para ensinar probabilidade com foco na análise estatística, objetivamos neste artigo discutir, analisar e conjecturar sobre uma atividade que foi desenvolvida numa formação de professores de Matemática como parte de um projeto de pesquisa de doutorado. Seguimos nesse projeto pressupostos metodológicos de pesquisa ação. O objetivo da formação foi entender como modificar a compreensão e a prática de professores sobre o ensino de probabilidade quando este está relacionado ao ensino de Estatística. Nesse recorte abordamos nossa percepção de pesquisador e a análise a partir de uma das atividades executadas. Nessa análise elencamos duas questões: 1) Como os professores compreendem e têm abordado a probabilidade em suas aulas?; 2) Como os formadores de professores poderiam auxiliar os docentes a abordar conteúdos de probabilidade e estatística por meio de simulações? Para responder essas questões, focamos analisar questionários que foram respondidos ao longo da formação paralelamente com os dados relativos a uma das tarefas, planejada e executada com auxílio do *software Fathom*. Conjecturamos a partir do confronto dos dados coletados com referenciais teóricos que discutem o ensino de estatística e probabilidade. A formação contou com 16 professores voluntários de Matemática do Ensino Fundamental.

O ensino de probabilidade e da estatística na formação

A partir do momento que as concepções sobre o ensino de estatística foram modificadas e divulgadas no Brasil por meio dos Parâmetros curriculares nacionais - PCN (BRASIL, 1998), iniciou-se

¹ Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>>.

uma divergência sobre a proposição dos currículos e a prática dos professores no que se refere ao ensino da probabilidade. Uma das razões apontadas por Stohl (2005) é que os cursos de licenciatura em Matemática geralmente oferecem uma disciplina de Estatística que poucas vezes inclui probabilidade e, quando ocorre, normalmente os conteúdos são apresentados por uma perspectiva determinista, axiomática ou baseada em cálculos desconectados de atividades pedagógicas que poderiam ser contextualizadas nos primeiros ciclos da educação básica.

Em contraste com essa visão, Batanero, Henry e Parzysz (2005) consideram que é importante auxiliar estudantes da educação básica a construir modelos intuitivos, fazendo conexões entre a probabilidade e a estatística, para que, no futuro, eles possam desenvolver um raciocínio analítico.

Uma grande parte dos cursos de licenciatura não dá suporte para que os professores compreendam as conexões existentes entre a aleatoriedade, a lei dos grandes números e as distribuições estatísticas (PRATT, 2005). Para fazer essas conexões é de extrema importância utilizar recursos tecnológicos na formação e ensinar os futuros professores a explorar dados e inferir sobre eles de maneira exploratória e empírica. Seria uma visão simplista atrelar as vantagens dos recursos tecnológicos no ensino de Estatística a uma redução no tempo de cálculos. Pretendemos neste artigo apontar vantagens que vão muito além.

Outro problema é que as conexões entre o raciocínio envolvido em análise de dados e a teoria de distribuição probabilística continua sendo um assunto obscuro nas pesquisas de ensino (PFANNKUCH, 2005). Nos livros didáticos, desde os anos finais do Ensino Fundamental, porém com mais frequência nos livros do Ensino Médio, é comum observar conteúdos de probabilidade abordados de maneira desconectada da Estatística e normalmente concentrados na resolução de problemas que envolvem conceitos de arranjo e combinatória. A inferência raramente é tocada, e isso ocorre também no Ensino Superior.

Acreditamos que é essencial formar professores para compreender e identificar ideias pelas quais a realidade cultural e social dos estudantes possa ser conectada. Torna-se importante que os professores auxiliem os estudantes a dar sentido a sua realidade por meio da incerteza, da observação, da tomada de decisão e pelo raciocínio investigativo e estatístico. De acordo com Meletiou-Macrotheris, Papanastasiou e Styliano (2009), se tivermos a intenção de que as aulas de estatística sejam modelos autênticos de uma cultura de investigação, devemos promover oportunidades para exploração e experimentação em uma variedade de contextos.

Conduzimos atividades por onze meses, durante o desenvolvimento de uma formação de professores em um projeto de pesquisa de doutorado. Com base no pressuposto de que os professores não estão sendo preparados para abordar probabilidade com foco na investigação estatística, analisamos uma das atividades propostas cujo objetivo era dar subsídios para desenvolver a compreensão dos professores sobre conceitos probabilísticos por meio de simulação, utilizando o *software Fathom*. Neste artigo, além de analisar essa oficina e algumas concepções dos docentes, também discutiremos abordagens de ensino e aprendizagem projetadas a partir da reflexão que fizemos sobre a simulação que ocorreu nesse encontro.

Abordagens docentes no ensino de probabilidade

A probabilidade é um campo do ensino que costuma ser ministrado por matemáticos e estatísticos mas também é uma ferramenta importante no estudo de tópicos avançados em diversas outras ciências (GAL, 2005). Contudo, como resultado de anos de formação de professores, nos quais o

ensino da matemática foi experimentado por uma perspectiva hierárquica e cumulativa de conceitos, poucos professores tiveram a oportunidade, enquanto aprendizes, de participar de investigações empíricas com uso de simulação. De acordo com Stohl (2005), a falta de experiência enquanto aprendiz pode ser uma das razões da dificuldade de professores para ensinar estatística em ambientes de investigação e para conduzir atividades empíricas quando lecionam probabilidade. Além disso, eles também têm suas concepções enraizadas no processo cumulativo e hierárquico de conceitos que acaba por determinar quais objetivos e conceitos acham mais importante ensinar. Dessa forma, a abordagem que os estudantes recebem em níveis similares pode divergir consideravelmente, a depender da visão que o professor tem da matemática - estática, que é mais comum, ou dinâmica que é menos usual (PIERCE; CHICK, 2011).

Antes de abordar as duas questões levantadas na introdução do artigo, pensamos que é importante justificar o porquê de se ensinar estatística por meio de atividades empíricas e de simulações. A razão primeira é que saber calcular probabilidades teóricas não significa ser capaz de compreender os conceitos que interagem em ambientes de investigação estatística. Outra razão está na dificuldade dos estudantes em compreender a lei dos grandes números (IRELAND; WATSON, 2009), que tem um papel importante na estatística, principalmente quando se coletam dados por meio de atividades empíricas. Depois de uma série de ensaios, a probabilidade é requisitada para permitir a inferência sobre os dados coletados.

Diferentemente dos jogos de azar, que utilizam objetos simétricos, em atividades de investigação estatística, a probabilidade de um evento ocorrer não é tão evidente antes de fazer a coleta de dados. Por isso, a observação sobre o comportamento dos dados por meio de simulações torna-se necessária para construir modelos da situação e compreender o que os dados podem nos dizer. Normalmente essa abordagem é desprezada.

Konold et al. (2011) afirmam que, para os estudantes entenderem a essência da probabilidade, devem compreender que nunca podemos prever a verdadeira probabilidade de um evento ocorrer, mas podemos ajustar o intervalo para determinar um nível esperado de confiança. O estreitamento dessa compreensão pode ser alcançado pela comparação das expectativas teóricas com dados coletados empiricamente, e vice-versa, em diferentes situações.

As explicações probabilísticas ditam as regras durante o raciocínio inferencial estatístico. Isso acontece porque a estatística se baseia no fato de que existem variações nos fenômenos, e por isso deve-se usar modelos de explicações não deterministas para descrevê-los (LEE; HOLLEBRANDS, 2011). A ideia de estudar variação implica que os professores devem estar mais focados no raciocínio sobre os dados agregados do que nos dados individualmente (KONOLD; HIGGINS, 2003). De acordo com Makkar, Bakker e Ben Zvi (2011), esse reconhecimento é importante para certificar que os estudantes não acreditarão em afirmações absolutas, como poderia ocorrer nas conclusões matemáticas para algumas situações.

As abordagens de ensino devem levar os estudantes a observar que a inferência estatística não é somente sobre números, mas envolve compreender como as variáveis criam padrões de comportamento quando estão empregadas em diferentes situações e contextos. Por isso, de acordo com Ireland e Watson (2009), é necessário investigar e formar estudantes e professores para compreender com profundidade conceitos de chance, causalidade, possibilidade, igualmente provável e aleatoriedade, por meio da observação de pequenos e de grandes números de ensaios em diferentes contextos.

Embora seja esperado que os professores não abordem problemas estatísticos raciocinando por um único caminho ou resposta matemática, Nicholson e Darnton (2003) argumentam que os docentes com forte formação matemática e fraca compreensão estatística têm essa tendência. Além

disso, eles com frequência não se sentem confortáveis ao ensinar estudando dados em processos aleatórios. No entanto, normalmente a aleatoriedade deve ser considerada na análise inferencial e na tomada de decisão. Muitos docentes têm apenas a formação matemática, e é por isso que a variação é deixada de lado quando estão ensinando. Stohl (2005) também acredita que as experiências matemáticas podem ser responsáveis por tornar a aleatoriedade algo difícil de estudar conseqüentemente à inferência estatística. Por último, ainda existe, entre os docentes, uma concepção de que as atividades manuais e empíricas não podem ser vistas como uma abordagem matemática teórica, o que por vezes seria um desprestígio.

Uma pesquisa publicada por Pierce e Chick (2011) sugere que os professores trazem com eles dois tipos diferentes de crenças relacionadas com a estatística. A primeira é que a estatística é uma atividade particularmente matemática e a segunda é que ela envolve meios de dar sentido ao mundo, expressando significados pessoais dos fenômenos analisados. De acordo com Begg e Edwards (1999), os professores que apresentam qualquer uma dessas concepções também acreditam que a estatística pode ser facilmente manipulada para dar suporte a projeções que atendam a interesses particulares. Essa preconcepção ou crença é suscetível de influenciar as abordagens dos professores, de forma que a estatística possa ser vista como a ciência da adivinhação, da persuasão ou da interpretação.

A manipulação dos dados pode dar suporte a controversos pontos de vista, mas isso só acontecerá se houver uma fraca compreensão sobre conceitos de amostra aleatória, variabilidade e raciocínio de causa e efeitos sobre variáveis. Muitas pessoas também têm uma concepção ingênua ou do senso comum sobre o modo como o contexto do problema pode influenciar os aspectos de generalização dos dados. Pratt et al. (2008) argumentam que estudos sobre a inferência informal podem dar suporte a interpretações ambíguas, devido ao fato de algumas pessoas focarem nos dados individuais da distribuição, em vez de respaldar-se nos padrões, para generalizar suas afirmações.

A formação poderia ajudar os professores a identificar dados baseados em valores discrepantes ou equivocados. Para isso entendemos que é importante abordar a inferência com um olhar para a identificação de padrões e tendências de uma população. Ainda, seria possível ensinar a raciocinar por meio do esclarecimento do que caracteriza uma má interpretação sobre os dados. Outro ponto a considerar é que os professores costumam ministrar o aprendizado de conteúdos de medidas, probabilidade e gráficos como se fossem conceitos isolados.

É preciso formar professores com habilidades para fazer relações entre os conteúdos envolvidos no raciocínio estatístico. É necessário que eles saibam: como selecionar gráficos; como utilizar métodos numéricos para analisar dados; como apresentá-los de forma resumida; como fazer conjecturas e projetar conclusões, fazendo generalizações por meio da observação e da identificação de padrões em nível global e não local. Além disso, é importante saber levantar boas questões que possam ser respondidas de maneira quantitativa.

Nesse artigo a análise foi desenvolvida, a partir de uma formação de professores de matemática. Centramos os estudos na reflexão sobre abordagens pedagógicas que possibilitassem ao docente fazer conexões cognitivas entre probabilidade e inferência estatística. As conjecturas postas estão focadas em compreender como formadores poderiam auxiliar professores a utilizar conceitos de probabilidade, em atividades de investigação. Pautamos a discussão na nossa concepção sobre como seria possível integrar esses conceitos durante a interação nas aulas em atividades de simulação e investigação.

METODOLOGIA

A pesquisa relatada neste artigo foi definida no contexto de um projeto maior de doutorado. Trata-se de um projeto de formação de professores que tinha por objetivo a construção do conhecimento coletivo embasada em um processo cognitivo emergente das experiências individuais. A metodologia escolhida foi a pesquisa ação colaborativa, que, de acordo com Tripp (2005), é caracterizada também por ser uma estratégia de formação de professores e pesquisadores em que a investigação é utilizada com o objetivo principal de aprimorar as práticas pedagógicas e também a aprendizagem dos estudantes. Nesse processo, a melhoria ocorre pela oscilação entre agir sobre a prática e investigar os atos. A pesquisa-ação de ordem dialética agrega diversas técnicas de coleta e análise da pesquisa social. É estabelecida por uma estrutura coletiva, participativa e ativa no nível da captação da informação. Requer, portanto, a coparticipação e a ação das pessoas envolvidas na solução do problema investigado.

Os métodos pressupõem ênfase à análise das diferentes formas de ação, seja do sujeito ou daquele que conduz a pesquisa como copartícipe. Os temas e a problemática em questão são limitados ao contexto do projeto com base empírica. A pesquisa volta-se para a descrição de situações concretas e para intervenção orientada em função da resolução dos problemas efetivamente detectados na coletividade considerada. É conduzida por meio de uma ampla e explícita interação entre o pesquisador e as pessoas envolvidas na situação investigada e dessa interação resultam a priorização dos problemas a serem pesquisados e as soluções a serem encaminhadas em ações que serão colocadas em prática (THIOLLENT, 1986).

O contexto da problemática dessa pesquisa foi determinado pelo fato de professores se sentirem despreparados para ministrar aulas de Estatística tendo como ponto de partida para elas uma investigação. Levamos em consideração elementos de incerteza e variabilidade, fazendo uso de conceitos de probabilidade e de ferramentas de simulação.

Procuramos conduzir uma pesquisa em que os professores pudessem participar de um processo de investigação com foco no aprimoramento da prática e do conhecimento pedagógico sobre o conteúdo. Convidamos para participar da pesquisa 80 professores de Matemática, 16 dos quais aceitaram participar voluntariamente. Os docentes lecionavam na rede municipal de São José dos Campos - SP. Classificamos 12 professores como experientes (mais de 5 anos de profissão); os outros 4 professores classificamos como novatos. O projeto de formação foi distribuído em 11 encontros, cada um com 2 horas e meia, agendados para os horários de HTC². Os dados foram coletados por meio de 6 questionários e de videogravação dos encontros.

A pesquisa esteve focada em refletir, compreender e analisar qualitativamente a forma como um grupo colaborativo poderia desenvolver estratégias para superar suas limitações de abordagens de conteúdos estatísticos no processo de ensino. Também estávamos interessados em analisar como ocorriam mudanças na prática dos professores. Para isso, logo após o final de cada encontro, analisávamos as videogravações, as discussões durante as atividades e os questionários, para, em seguida, elaborar as atividades do encontro seguinte e também novos questionários. Tal sistemática nos habilitava a planejar o próximo encontro de acordo com nossa proposta de auxiliar mudanças na concepção dos professores sobre a prática docente no momento em que a formação ocorria.

²No município de São José dos Campos o Horário de Trabalho Coletivo (HTC) é um período de trabalho não obrigatório aos professores, mas remunerado. Os professores em grupos discutem abordagens de ensino, projetos e assuntos que estejam conectados com o processo educacional. Frequentemente o HTC é usado pelos coordenadores pedagógicos para formação e desenvolvimento de conceitos pedagógicos. Algumas vezes consultores são contratados para desenvolver formações que tratam da especificidade da disciplina que os professores lecionam.

Ao todo a pesquisa contou com seis questionários (Q), com perguntas abertas que tiveram, respectivamente, por objetivo: Q₁) Buscar dados para compreender a experiência profissional dos professores ao aprender e ensinar estatística; Q₂) Identificar as concepções que os professores tinham sobre como ensinar e aprender Matemática e ensinar e aprender Estatística; Q₃) Identificar as dificuldades e os problemas que os professores estavam enfrentando para modificar e melhorar a prática pedagógica no ensino de Estatística; Q₄) Identificar as percepções dos professores sobre o processo de formação; Q₅) Compreender qual tipo de modificação era necessário nos HTC's para aprimorar o processo de formação docente; e Q₆) Fazer uma autoavaliação docente para obter informações sobre as abordagens pós-formação utilizadas pelos professores nas aulas de Estatística.

Devido ao nosso objetivo de discutir neste artigo algumas iniciativas que poderiam auxiliar os professores a ensinar probabilidade, focados na análise estatística, concentraremos nossa discussão nos três primeiros questionários e em uma atividade que ocorreu no quarto encontro. Além dos questionários, as atividades escritas foram recolhidas após cada encontro, esse também foi um objeto de análise.

Não tivemos por objetivo verificar as aprendizagens docentes, mas levantar questionamentos sobre como diferentes abordagens poderiam influenciar as respostas das pessoas quando estão aprendendo em um ambiente contextualizado de incerteza. Ao finalizarmos o encontro e refletirmos sobre os resultados, percebemos que várias oportunidades de ensino e aprendizagem poderiam ter sido mais bem aproveitadas ao longo do processo. Nossa análise tem um foco maior nas reflexões pós-encontro. Identificamos que trabalhar por meio de simulações para ensinar probabilidade com enfoque nas concepções da Estatística exige um processo de reflexão pós-atividade para que ações pedagógicas futuras sejam planejadas. Ações efetivas no processo de investigação estatística devem estar pautadas na flexibilidade das abordagens e em uma compreensão profunda dos conceitos envolvidos na solução da problemática. Entendemos que os registros, as conjecturas e as interpretações poderão ser importantes para auxiliar no delineamento de novas pesquisas e no aprimoramento das abordagens pedagógicas de ensino em Estatística. Usamos nomes fictícios para identificar falas dos professores que foram analisadas. Nossas concepções sobre a atividade serão discutidas a seguir.

A atividade de previsão do tempo e a formação dos docentes

A atividade “Previsão de tempo” foi adaptada de Rubin (2010). A pesquisa original considera que representações gráficas inicialmente desenvolvidas com o foco na aprendizagem dos alunos poderiam dar suporte para novas possibilidades de aprendizagem para os professores. Embora os relatos sobre o projeto estivessem embasados no propósito de manipular uma representação virtual elaborada a partir do *software TinkerPlots*, essa atividade não havia sido experimentada com os docentes em formação profissional.

Nessa seção nos propomos a analisar em paralelo as duas questões propostas no artigo: a forma como os professores compreendem e têm abordado a probabilidade em suas aulas; depois, embasados na atividade de previsão do tempo, iremos levantar conjecturas sobre como acreditamos que formadores poderiam auxiliar docentes a abordar conteúdos de probabilidade e estatística por meio de simulações.

Com o propósito de dar suporte aos professores no ensino por meio de simulação e a fim de refletir sobre como poderiam aprender a projetar inferências estatísticas apoiando-se no raciocínio probabilístico, elaboramos e apresentamos aos docentes o seguinte problema fictício: “A probabilidade de chover em qualquer dia na região norte do Brasil é 75%. Qual é a probabilidade de agendarmos

uma viagem de quatro dias consecutivos e não chover em nenhum desses dias?”. Assumimos nessa questão a ideia de independência em relação ao que ocorreu no dia anterior, chuva ou não.

Com esse problema, focamos proporcionar aos professores uma formação que lhes propiciasse conhecimento para auxiliar os estudantes a interpretar, compreender e tomar decisões com base na construção de modelos para explorar a problemática por meio da simulação.

Depois de introduzido o problema, propusemos aos docentes resolvê-lo por meio do cálculo. Para isso, eles trabalharam em pares e tiveram cerca de 30 minutos para discutir soluções. Finalizado o tempo, dos 16 professores do grupo, apenas 6 demonstraram uma solução coerente para o problema, mas estavam incertos sobre suas afirmações. Os outros 10 assumiram que não conseguiam resolvê-lo. Essa dificuldade em resolver o problema nos impediu de captar falas durante a resolução, não houve muita troca entre os professores. Alguns, durante a discussão, revelaram que nunca haviam tido contato com probabilidade, nem mesmo no curso de graduação.

No questionário Q₁, a professora Leila respondeu: “Durante o ensino médio estudei apenas disciplinas profissionais voltadas para o mercado de trabalho é por isso que não me sinto preparada para ensinar probabilidade”. Ela não mencionou o curso de graduação, por isso entendemos que, na sua concepção, a probabilidade deve ser ensinada no Ensino Médio. Além dela, alguns professores revelaram que se sentiram constrangidos pelo fato de não saber como resolver o problema, pois inicialmente consideraram o problema simples. Uma resposta comum é que não haviam estudado probabilidade na graduação. Para alguns, a dificuldade poderia ser atribuída ao fato de estarem lecionando para estudantes com idade entre 10 e 15 anos desde que finalizaram a graduação. Por último, alguns apontaram que é provável que a abordagem tradicional pela qual tiveram experiência e também a abordagem adotada nos livros didáticos tenham sido responsáveis por bloqueá-los.

Analisando ainda as respostas no questionário Q₁, evidenciamos que os livros didáticos têm uma grande influência na prática dos professores. O professor Luís assim afirmou sobre suas abordagens para ensinar probabilidade: “Ensino probabilidade para alunos de todas as idades, sem aprofundar no assunto, para ensinar costumo utilizar o quadro negro e livros didáticos”. A resposta da professora Simone à mesma questão foi: “Nunca ensinei probabilidade e não tenho nenhum material para abordar esse conteúdo, somente livros didáticos, é por isso que teria que estudar bastante para ensinar”.

No primeiro encontro, quando executamos uma atividade que requeria utilizar moedas, percebemos que a maioria dos professores nunca tinha participado de atividades empíricas de probabilidade. Por essa razão, sabiam prever resultados previstos para o lançamento de dados e moedas por meio de cálculos, porém, por causa da experiência clássica, acabaram não tendo experiência sobre a lei dos grandes números.

Raciocinar sobre porcentagem a partir do problema pode ter sido outro obstáculo para alguns dos professores, pois, normalmente, observa-se a notação de frações para representar a probabilidade de um evento ocorrer. Acreditamos que isso ocorra porque os conteúdos de probabilidade sucedem os de contagem e análise combinatória no currículo brasileiro. No ensino médio, “Estatística e Probabilidade lidam com dados e informações em conjuntos finitos e utilizam procedimentos que permitem controlar com certa segurança a incerteza e mobilidade desses dados. Por isso, a Contagem ou análise combinatória é apenas parte instrumental desse tema” (BRASIL, 2002, p. 126).

Notamos que a professora Aline raciocinou através de frações para apontar a probabilidade de chover um dia, mas depois não sabia como proceder com a probabilidade composta. E respondeu: “Sei que a probabilidade de não chover para um dia é de $\frac{1}{4}$, mas não tenho ideia de como calcular para dias consecutivos”.

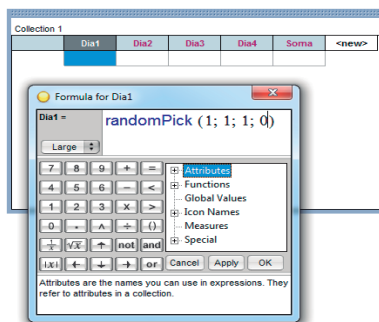
Aqueles que responderam coerentemente assumiram que as probabilidades para cada dia eram independentes e raciocinaram de maneira similar ao exemplo abaixo:

Probabilidade de chover em cada dia	Probabilidade de não chover em cada dia	Em quatro dias consecutivos, a probabilidade de não chover
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{256}$

Utilizamos o *software Fathom* com o propósito de construir uma representação para simular a probabilidade de não chover em quatro dias. A ideia foi permitir que os docentes pudessem explorar a situação, aprofundando a compreensão sobre os números no contexto. Para iniciar, construímos uma tabela composta por cinco colunas. A primeira, a segunda, a terceira e a quarta colunas foram nomeadas nesta ordem: dia1, dia2, dia3 e dia4, que representavam, respectivamente, o primeiro, o segundo, o terceiro e o quarto dia de chuva ou sem chuva em um período. A quinta coluna representava a soma do número de dias em que choveu no período de quatro dias.

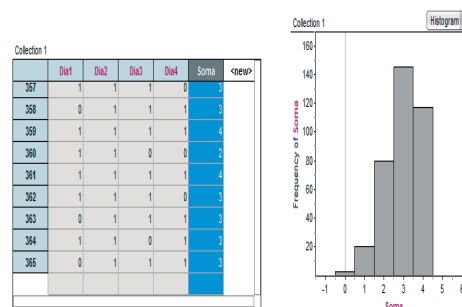
Depois que a tabela foi construída, empregamos uma representação binária. Pedimos aos docentes que assumissem que “1” representaria um dia de chuva, enquanto o número “0” representaria um dia que não choveu. Como havia apenas duas possibilidades, isso ficou fácil de ser compreendido. Pedimos aos professores que inserissem em cada uma das quatro primeiras colunas a fórmula *Randompick* (1;1;1;0), como pode ser visto na Figura 1. Essa fórmula indica que o software irá selecionar aleatoriamente entre os números indicados. Desse modo, o número “1” teria três possibilidades em quatro de ser selecionado, e o número “0” teria uma possibilidade em quatro. Para completar a quinta coluna, plotamos uma fórmula que adicionava os valores coletados nas quatro colunas anteriores. Isso significa que um período de quatro dias poderia ter 1, 2, 3, 4 ou nenhum dia de chuva, como pode ser visto nas Figuras 1 e 2.

Figura 1 - Atribuindo a fórmula para cada um dos dias.



Fonte: Autor

Figura 2 - Tabela e gráficos representando o número de dias em que choveu na simulação.



Fonte: Autor

O *software Fathom* permite simular, substituindo os números, ao mesmo tempo que, simultaneamente, se reconstrói o gráfico. Pedimos aos professores que fizessem essa simulação algumas vezes, para explorar a ferramenta. Depois orientamos os docentes para que voltassem para suas atividades e respondessem a seguinte questão: “Apoiado nessa atividade, você acredita que a simulação pode ajudá-lo a calcular a probabilidade de não chover em qualquer período de quatro dias consecutivos?”

Na atividade escrita, seis participantes da formação deram respostas similares à do professor Júlio: “A simulação pode ser de grande ajuda para trazer ideias de como comparar nossos cálculos com a teoria, mas é difícil prever se vai chover em quatro dias consecutivos ou não. Não saberíamos exatamente quando iria acontecer”. Os outros fizeram afirmações similares à do professor Ricardo: “Pela simulação podemos ver que existe a probabilidade de acontecer períodos sem chuvas: no entanto ocorrerão poucos períodos de quatro dias consecutivos sem chuva. A chance é mínima”.

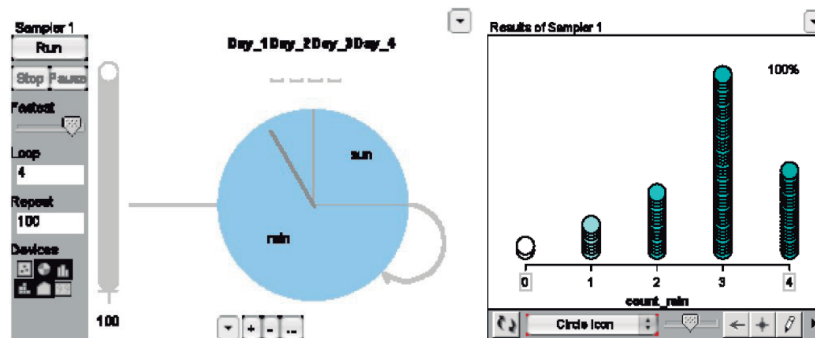
De acordo com a primeira resposta, apresentada por seis professores, percebemos que eles estavam preocupados em confirmar a hipótese de que poderia não chover em quatro dias consecutivos. Para justificar suas opiniões, eles mantiveram o foco da observação na menor área de distribuição no gráfico. Essa observação dificulta a projeção de informações para comparar suas hipóteses com os dados agregados. Alguns dos professores trouxeram para discussão experiências pessoais, para justificar o fato de que chover ou não seria também questão de sorte.

Konold (1989, p. 61, tradução nossa) nomeia esse tipo de raciocínio como “a consequência do resultado” e explica que as pessoas que raciocinam dessa forma têm como objetivo, em questões de incerteza, prever o resultado, tendo por base um ensaio individual. As previsões tomam forma de decisões “sim ou não” sobre a ocorrência de um resultado em um ensaio individual. Essas inferências são sempre baseadas em um modelo determinista da situação. As decisões de um número considerável da população em situações envolvendo incertezas são embasadas por esse raciocínio e frequentemente não estão de acordo com a teoria da probabilidade e a estatística. Em contraste com essa visão, alguém com uma abordagem estatística mais profissional iria analisar as variáveis e apoiar-se em todos os dados coletados, afirmando que a possibilidade de não chover em quatro dias consecutivos existe, mas é muito pequena, assim como alguns professores relataram.

“Erros de raciocínio sob incerteza emergem não só de aplicações indiscriminadas e avaliações espontâneas, mas também pela análise baseada em diferentes compreensões dos objetivos de raciocinar sobre incerteza” (KONOLD, 1989 p. 4). A interpretação de cada um depende da sua própria visão sobre a situação analisada e sobre quais afirmações poderiam ser feitas. É importante compreender e discutir as afirmações feitas pelos dois grupos de professores, principalmente para fortalecer suas compreensões sobre o conjunto de dados.

Nossa atividade foi pensada para ser executado com auxílio do *software Fathom*. Essa representação foi elaborada a partir da leitura que fizemos da pesquisa de Rubin (2010) que usou um método similar para resolver o problema de previsão de tempo. Rubin (2010) construiu representações com o objetivo de investigar se elas iriam ou não ao encontro das necessidades dos professores. O pesquisador realizou um estudo, a partir do usuário, em que professores foram solicitados a discutir qual informação a representação da Figura 3 lhes fornecia.

Figura 3 - Usando o TinkerPlots para criar amostras para resolver o problema da chuva



Fonte: Rubin, 2010, p. 2.

A metade esquerda dessa figura é um dispositivo estocástico (uma roleta), em que 75% representam os dias com chuva e 25%, os dias de sol. Para estimar a probabilidade de chover em 4 dias consecutivos, a roleta deveria ser girada 4 vezes (na figura à esquerda, a linha Loop 4 faz essa indicação), para gerar uma série de 4 dias consecutivos. Essa sequência de giros foi repetida 100 vezes. Os resultados foram classificados de acordo com a soma do número de dias chuvosos em cada período de 4 dias, respectivamente. A simulação da probabilidade de uma sequência de 4 dias chuvosos é a razão do total da coluna “4” pelo número total de simulações na sequência, nesse caso 100. Outra maneira sugerida por Rubin (2010) para abordar o problema é modelar a série de dias com uma sequência de 4 roletas, cada uma delas com a probabilidade de 75% de dia com chuva e 25% ensolarado. Seria parecido com o que fizemos, sem a utilização de representação binária.

A abordagem usada na pesquisa de Rubin tinha um propósito diferente: por meio das representações previamente criadas, foram automaticamente capturados registros das interações de alunos com o software e depois fornecidos relatos aos professores. A ênfase principal do projeto original visava desenvolver abordagens para analisar o trabalho dos alunos, com base na sequência de ações realizadas no computador, considerando a hipótese de que esses registros seriam úteis na aprendizagem dos professores. O trabalho desses foi analisar e compreender a estrutura do problema, os caminhos pelos quais os estudantes o abordariam e o modo como iriam inferir, a partir das diferentes representações.

Ao pensar em nossa pesquisa, verificamos que o grupo de professores com que trabalhamos não poderia construir sem auxílio esse tipo de representação. Embora Rubin (2010) tenha mostrado que os professores são capazes de analisar e, até mesmo, apreciar as abordagens oferecidas pelas representações da ferramenta, na nossa concepção, devido à dificuldade de criar abordagens, os professores poderiam não planejar utilizar o software em suas aulas. Optamos por construir o modelo com os professores. Pretendíamos que depois de alguns encontros eles replicassem a atividade com seus alunos para discutirmos os resultados. Isso não ocorreu, e a razão é discutida em Souza, Lopes e Pfannkuch (2015). Na nossa visão, a dificuldade dos docentes não advém apenas da falta de conhecimento sobre o software, mas resulta, principalmente, da falta de conhecimento dos conteúdos e dos conceitos envolvidos, que agem por trás das representações. As evidências estão nas justificativas que os docentes deram para sua dificuldade em resolver o problema de previsão do tempo: dez dos dezesseis que estavam trabalhando em duplas não resolveram pela falta de conhecimento sobre o conteúdo.

Compreendemos que os professores iriam utilizar as representações do software somente se entendessem profundamente o que está por trás dessa ferramenta, como ela funciona e como pode-

ria ser eficiente no processo de aprendizagem. Se esperamos que os docentes se apropriem desse conhecimento, devemos oportunizar que, ao invés de apenas analisarem as ações dos estudantes, participem do processo de construção dessas representações durante a formação e discutam possibilidades de aprendizagem.

Quando iniciamos a atividade, prevíamos que os docentes poderiam apresentar dificuldades para resolver o problema. Vários deles haviam reportado no Q_1 que tinham dificuldades para ensinar probabilidade e análise combinatória. Entendemos que isso pode advir do fato de nunca terem aprendido probabilidade por meio de problemas contextualizados em situações reais.

No Q_2 as respostas dos docentes sobre quais seriam as principais dificuldades para melhorar a qualidade das suas aulas de Matemática, Estatística e Probabilidade evidenciaram a influência da experiência prévia, da prática e das crenças sobre as abordagens adotadas por eles. Três tipos diferentes de respostas apareceram. A primeira, da professora Leila, “Não aprendi e por isso não tenho estratégias para ensinar esses conteúdos”, foi a mais comum e mostra o quanto professores precisam de qualificação para ensinar probabilidade. A segunda resposta, da professora Simone, “Quando aprendi esses conteúdos praticávamos por meio de exercícios. Acredito que preciso aprender mais sobre atividades práticas”, também foi recorrente e revela que alguns professores, mesmo discordando de praticar por meio de exercícios, não conhecem outras abordagens, o que os deixa sem alternativas. A terceira resposta, do professor Ricardo, “Não tenho obstáculos, preciso apenas praticar um pouco mais”, embora tenha sido de um único professor, evidencia que ainda existe a crença de que a prática por meio de exercícios é a melhor maneira de aprender. Esses três exemplos refletem todas as respostas dadas pelos professores. Em todos os casos, quando eles ensinam probabilidade, continuam fazendo por meio de exercícios.

Na próxima seção levantamos conjecturas a partir da atividade de previsão do tempo com o objetivo de avançar nossas reflexões sobre como as simulações poderiam auxiliar professores a ensinar probabilidade com enfoque nas concepções da Estatística. Essa análise é interpretativa e reflete as concepções do pesquisador.

Conjecturas e reflexões sobre a atividade de previsão do tempo

A falta de experiência dos professores em atividades empíricas sobre probabilidade, na resolução de problemas, na construção de representações gráficas para situações problemas, na utilização de recursos tecnológicos com fins pedagógicos, ficou evidente em nossa pesquisa. Isso nos levou a refletir sobre o ensino de estatística e probabilidade na formação de professores. Com base na observação dessa atividade, pressupomos algumas situações desejáveis na formação.

Torna-se necessário fornecer aos professores experiências em atividades empíricas. Assim, eles teriam maior habilidade para planejar o que seria possível fazer por meio de simulações reais e virtuais, bem como para criar representações próprias. Tal habilidade está condicionada a sua criatividade, ao reinventar a própria experiência adquirida. Para oportunizar aos professores experiências empíricas, essas atividades inicialmente deveriam estar fundamentadas nas próprias experiências docentes, mesmo que essas envolvam a resolução de exercícios dos livros didáticos usando bolas coloridas, cartas de baralho ou outros objetos. Por exemplo, poderíamos colocar em um saco opaco três bolas vermelhas e uma azul, que iriam representar os dias com e sem chuva, respectivamente. Depois disso, pediríamos aos professores para retirar algumas bolas e devolvê-las ao saco, tomando notas dessa operação. Seria possível também usar cartas: três identificadas com o número “1” e uma com o número “0”.

Também poderíamos utilizar roletas. Todas essas tarefas teriam o mesmo efeito que a simulação feita no software. Acreditamos que facilitaríamos a aprendizagem, se, em oposição ao que fizemos, construíssemos junto com os professores várias representações empíricas e depois a tecnológica. O último passo seria pedir a eles que apresentassem seus resultados por meio de cálculos, o que normalmente costuma acontecer no início das abordagens de ensino. Não fizemos dessa forma porque tivemos um número pequeno de encontros e acreditamos que a formação inicial poderia dar conta dessas abordagens.

Os professores precisam saber como os estudantes atuam durante a exploração do software, acompanhando seus passos. Contudo, devido ao nível de experiência que os professores apresentaram, também se torna necessário saber como eles próprios iriam explorar as ferramentas. Nesse sentido, a formação de professores deve ser concebida não como treinamento para utilizar um software, mas como orientação para planejar atividades pedagógicas, pensando em qual software seria mais adequado para explorar a resolução de um problema. Em algumas situações é possível que os professores prefiram fazer simulações manuais, em razão das suas dificuldades no acesso a computadores e ferramentas. Tais dificuldades incluem preço dos softwares, conhecimento sobre como utilizá-lo, computadores obsoletos nas escolas ou em número insuficiente para que todos os alunos possam trabalhar e, por último, a linguagem: muitos softwares são projetados em uma linguagem que não é familiar aos estudantes e aos professores. Essas queixas foram relatadas pelos docentes em vários momentos da formação.

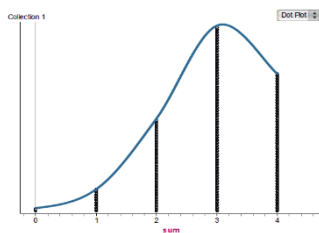
Embora seja fundamentada em uma situação contextualizada no mundo real, a atividade de previsão do tempo foi artificialmente criada para que fosse possível trabalhar por meio de uma simulação no software. Além disso, ela foi simplificada para facilitar a compreensão de uma atividade de probabilidade aplicada a uma situação de modelagem. Nesse caso, a ideia de dependência e independência também foi simplificada, o que gerou pontos obscuros para interpretação e, em consequência disso, parte do ciclo de investigação pôde ser corrompido e contribuiu para a concepção equivocada de alguns professores. Por exemplo, no caso da atividade de previsão do tempo, pessoas que não têm conhecimento contextual poderiam se perguntar: De onde essas porcentagens foram tiradas? Na verdade, os números foram criados de forma que pudessem ser manipulados facilmente, assim como ocorre em muitas atividades veiculadas em livros didáticos. Além disso, na nossa atividade, assumimos a ideia de independência para cada dia. A ideia de dependência e independência não foi discutida durante a atividade, de forma que os docentes e, posteriormente, os estudantes poderiam interpretar erroneamente uma situação real. Em uma situação real, um dia com chuva tem uma relação direta com o que ocorreu no dia anterior, por exemplo: se choveu no dia anterior, a probabilidade de chover no dia posterior iria aumentar ou diminuir. Esse tipo de discussão não deve ser desprezada durante a formação de professores.

A ideia de simplificar a atividade pode ser vista também através da questão específica de prever quatro dias consecutivos sem chuva: pelo fato de estarmos analisando a possibilidade de não chover em todos esses dias, não envolvemos conteúdos de combinatória e distribuição binomial. A nossa sugestão é que, depois da questão inicial solucionada, os professores poderiam ser convidados a analisar o gráfico e explicar por que a coluna que mostra três dias com chuva é maior do que aquela que mostra dois ou quatro dias com chuva. Assim, além de compreender como desenvolver um modelo probabilístico, os professores também teriam que trabalhar por meio dos conteúdos de combinatória. Acreditamos que as fórmulas usadas para projetar a simulação no *software Fathom* poderiam facilitar a compreensão desses conceitos. Assim poder-se-ia chegar à descoberta de que,

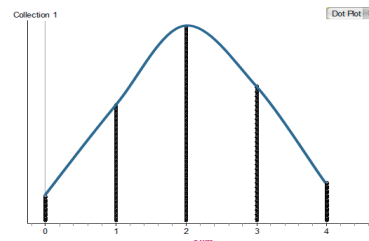
nas colunas de números “1”, “2” ou “3”, não estão contemplados apenas dados de dias consecutivos, como é o caso das colunas de número “0” e “4”.

Outra questão que poderíamos levantar a partir da atividade é que: “Uma coleção de dados tem propriedades que são diferentes das propriedades dos casos individuais que as compõem” (KONOLD; KAZAK, 2008, p. 4). Organizando dados numéricos como uma distribuição de frequência, podemos descrever a forma da distribuição, o centro, a propagação e os outliers - características que não são compartilhadas por dados individualmente analisados. A compreensão de professores sobre inferência estatística e probabilidade é altamente compartimentalizada. Porque suas concepções de probabilidade não são fundamentadas na concepção de distribuição, não fornecem suporte para pensar em estatística inferencial (LIU; THOMPSON, 2007). Com mais softwares educacionais disponíveis, vários educadores que reconheciam que uma formação estritamente teórica era deficiente estão agora olhando para os benefícios das simulações: elas podem auxiliar os professores a dar sentido à distribuição, de modo que a manipulação dessas ferramentas durante a formação permite vincular as representações empíricas com as teóricas. A proposta de apresentar problemas reais (não artificiais), a análise de diferentes representações e a repetição das simulações dos dados dariam suporte para que os docentes olhassem para os dados como um conjunto que traz consigo significados. Como exemplo, nas formações seria possível representar e interpretar diferentes formas de distribuição, modificando a probabilidade de os eventos acontecerem; simular e projetar curvas, como na Figura 4, utilizando diferentes frações de probabilidades para dias diferentes. Se os professores começarem a levantar hipóteses por meio da comparação das formas dos gráficos com diferentes distribuições, eles começarão a compreender que a distribuição é uma importante ferramenta para ser analisada quando se está raciocinando sobre a inferência informalmente.

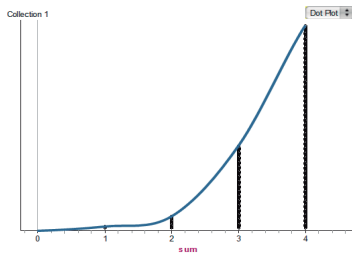
Figura 4 - Exemplos de simulações com diferentes distribuições, formas e curvas sobre problema de previsão do tempo, utilizando o *software Fathom*.



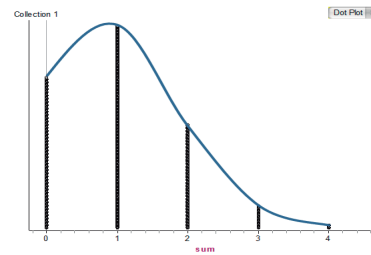
$\frac{3}{4}$ de probabilidade de chover em cada dia.



$\frac{1}{2}$ de probabilidade de chover em cada dia.



$\frac{1}{10}$ de probabilidade de chover em cada dia.



$\frac{1}{4}$ de probabilidade de chover em cada dia.

Fonte: O autor.

Seria desejável que os professores tivessem experiência sobre a lei dos grandes números para entender o comportamento aleatório. Generalizações somente são compreensíveis quando se consegue enxergar além dos dados. Embora os softwares de simulação possam ser um bom caminho para fornecer aos professores experiência sobre a lei dos grandes números, a participação em todos os passos do processo de investigação estatística é importante para prover informações sobre o contexto. Quando colocamos a ideia de como medir a probabilidade de um evento acontecer em objetos simétricos, como dados e moedas ou mesmo no caso do problema apresentado, a simulação manual não precisa necessariamente ser feita. No entanto, grande parte dos problemas estatísticos que envolvem probabilidade no mundo real está associada a dados em que os modelos teóricos precisam ser construídos para explicá-los. Isso porque os objetos de estudo na natureza em grande parte são assimétricos e dependentes, o que significa que os modelos precisam iniciar-se pela observação dos dados coletados em grandes quantidades. As simulações são a base para gerar modelos probabilísticos que eventualmente se tornam modelos teóricos para retroalimentar o sistema. É por essa razão que vemos as atividades manuais como o primeiro passo a ser desenvolvido nas formações. A visualização do experimento pode ser de grande auxílio não somente para comparar os dados, mas também para dar sentido à eficácia do modelo construído fundamentado no experimento. É recomendável usar objetos simétricos e assimétricos nas simulações.

Depois de observar e coletar dados plotando os gráficos, o segundo passo seria construir modelos ou representações que poderiam explicar o comportamento das variáveis. Então os softwares (ex. *Thinkerplots* e *Fathom*) seriam extremamente necessários para testar algumas vezes as hipóteses, dando suporte ao raciocínio a partir das representações gráficas ou algébricas.

O terceiro e último passo seria refletir sobre o modelo concebido, sobre a lei dos grandes números, validando e projetando inferências por meio das discussões entre os docentes.

CONCLUSÕES

É normal que os professores obrigados a ensinar em áreas nas quais tenham uma fraca compreensão conceitual apresentem como referência abordagens de ensino com que tiveram experiência

enquanto aprendizes. Ensinar e aprender conceitos de estatística por meio de situações reais, por exploração, requer conhecimento prévio e experiência. Os professores de Matemática do ensino fundamental continuam apresentando dificuldades para encontrar recursos para ensinar Estatística, de modo que as atividades que eles têm utilizado normalmente se pautam nos livros didáticos. Depois é comum que os docentes passem a não tratar de estatística inferencial e a não considerar qualquer processo de investigação.

Ideias mais amplas sobre o ensino de probabilidade e estatística devem ser discutidas na formação dos professores, para fornecer a eles conhecimento conceitual sobre como poderiam superar o domínio de abordagens procedimentais no ensino.

Evidenciamos nos docentes a falta de experiência em atividades empíricas e de experiência com atividades de investigação estatística, o que corrobora as afirmações de Stohl (2005). Essa ausência pode ser responsável por impedi-los de compreender como seus estudantes resolveriam problemas estatísticos. Quando a Estatística é ensinada a partir de uma situação problema real (KONOLD; KAZAK, 2008), os estudantes podem utilizar diferentes estratégias se comparadas as estratégias que seriam utilizadas pelos professores, principalmente quando recursos tecnológicos estão envolvidos na exploração da atividade (LEE; HOLLEBRANDS, 2011).

Os professores relataram que sua frustração em relação às formações de que participaram anteriormente é que elas quase nunca os auxiliam a discutir problemas pertinentes a suas áreas de ensino e também não lhes permitem trocar experiências de ensino. Relataram que muitos modelos de aulas previamente preparadas são oferecidos para que os sigam como exemplos, ou as discussões ficam tão abertas que os objetivos acabam não sendo percebidos. Além disso, disseram que, em razão de sua falta de tempo para planejar em sintonia com esses modelos de formação, continuam a utilizar os livros didáticos no ensino de Probabilidade e Estatística, mesmo acreditando não serem adequados. Acreditamos que essa problemática torna difícil uma abordagem integrada de ambos os conceitos.

Nossa opinião é que, embora atividades como a discutida neste artigo sejam necessárias para fornecer aos professores um norte para as mudanças curriculares, aplicá-las sem envolvê-los em uma reflexão profunda não é suficiente para modificar a prática docente. Suas opiniões divergentes sobre como abordar os problemas e a dificuldade para resolvê-los evidenciam essa constatação e apontam que modificar as abordagens dos professores requer ciclos contínuos de formação. Embora a atividade apresentada possa prover informações sobre concepções administradas durante a formação, a efetividade da mudança na prática docente está atrelada ao envolvimento dos professores na interação e no planejamento tarefas em grupo, o que os leva a refletir sobre possibilidades de ativar a aprendizagem dos estudantes.

Em contraste com uma formação procedimental discutida por Nicholson e Darnton (2003), conjecturamos que os professores devem explorar atividades de investigação estatística, simulações e projetos, adquirindo experiência empírica sobre os processos. Trabalhar mudanças nas abordagens de ensino somente seria possível depois de prover os professores com experiência na aprendizagem. Quando a estatística, em consequência a probabilidade, são ensinadas por meio de investigação, projetos e simulações, as questões postas pelos estudantes são difíceis de ser previstas e, portanto, gerenciar aulas torna-se uma tarefa complexa, pois esses tipos de atividade não acompanham um

padrão linear de ensino, de modo que os docentes e os estudantes são estimulados a refletir sobre respostas não padronizadas. É interessante que os professores estejam acostumados a lidar com essa abordagem.

REFERÊNCIAS

- BATANERO, C.; DIAZ C. Training teachers to teach statistics: What can we learn from research? **Statistique et Enseignement**, Paris, v. 1, n. 1, p. 5-20. 2010. Disponível em: <<https://goo.gl/gPmA96>>. Acesso em: 22 set. 2016.
- BATANERO, C.; DIAZ, C. Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. **Chilean Journal of Statistics**, Santiago, v. 3, n. 1, p. 3-14. 2012. Disponível em: <<https://goo.gl/TCLIdl>>. Acesso em: 05 jan. 2013
- BATANERO, C.; HENRY M.; PARZYSZ, B. The nature of chance and probability. In: JONES, G. A. (Org.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and Learning**. New York, NY: Springer, 2005. p. 15-37.
- BATANERO, C.; CHERNOFF, E.; ENGEL, J.; LEE H.; SÁNCHEZ E. **Research on teaching and learning probability**. New York, NY: Springer. 2016.
- BEGG, A.; EDWARDS, R. Teachers' ideas about teaching statistics. In: **Proceedings of the 1999 combined conference of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education Melbourne**, Australia, 1999. Disponível em: <<https://goo.gl/zwZfFT>>. Acesso em: 22 set. 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria Fundamental de Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) - Ciências da Natureza e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2002.
- GAL, I. Towards probability literacy for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: JONES, G. A. (Org.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. New York, NY: Springer, 2005. p. 39-63.
- IMBERNÓN, F. **Formação continuada de professores**. Porto Alegre: Artmed. 2010.
- IRELAND, S.; WATSON, J. Building a connection between experimental and theoretical aspects of probability. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, Den Haag, v. 4, n. 3, p. 339-370, 2009.
- JONES, D.; TARR, J. An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. **StatisticsEducationResearchJournal**, The Hague. v. 6, n. 2, p. 4-27, 2007. Disponível em: <<https://goo.gl/dqeTDk>>. Acesso em: 22 set. 2016.
- KONOLD, C. Informal concepts of Probability. **Cognition and Instruction**, Oxfordshire, v. 6, n. 1, p. 59-98, 1989.
- KONOLD, C.; HIGGINS, T. Reasoning about data. In: KILPATRICK, J.; MARTIN, W. G.; SCHIFTER, D. (Org.) **A research companion to principles and standards for school Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. 2003. p. 193-215.

KONOLD, C.; KAZAK, S. Reconnecting data and chance. **Technology Innovations in Statistics Education**, San Francisco, v. 2, n. 1, p. 1, 2008.

KONOLD, C. et al. Conceptual challenges in coordinating theoretical and data-centered estimates of probability. **Mathematical Thinking and Learning**, Philadelphia, v. 13, n. 1-2, p. 68-86, 2011.

LEE, H.; HOLLEBRANDS, K. Characterising and developing teachers' knowledge for teaching statistics with technology. In: BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. (Org.). **Teaching statistics in school mathematics - Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study**. New York, NY: Springer, 2011. p. 359-369.

LIU, Y.; THOMPSON, P. Teachers' understandings of probability. **Cognition and Instruction**, Oxfordshire, v. 25, n. 2, p. 113-160, 2007.

MAKKAR, K., BAKKER, A., BEN-ZVI, D. The reasoning behind informal statistical inference. **Mathematical Thinking and Learning**, Philadelphia, v. 3, n. 1-2, p. 152-173, 2011.

MELETIOU-MAVROTHERIS, M.; PAPANISTODEMOU, E.; STYLIANO, D. Enhancing statistics instruction in elementary schools: Integrating technology in professional development. **The Montana Mathematics Enthusiast**, Missoula, v. 6, n. 1-2, p. 57-78, 2009.

NICHOLSON, J. R.; DARNTON, C. Mathematics teachers teaching statistics: What are the challenges for the classroom teacher? In: **Proceedings of the 54th Session of the International Statistical Institute**. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute, 2003.

PFANNKUCH, M. Probability and statistical inference: How can teachers enable learners to make connection? In: JONES, G. A. (Org.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and Learning**. New York, NY: Springer, 2005. p. 267-294.

PIERCE, R.; CHICK, H. Teachers' beliefs about statistics education. In: BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. (Org.), **Teaching statistics in school mathematics - Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study**. New York, NY: Springer, 2011. p. 151-162.

PRATT, D. How do teachers foster students understanding of probability? In: JONES, G. A. (Org.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. New York, NY: Springer, 2005. p. 171-189.

PRATT, D. et al. Local and global thinking in statistical inference. **Statistics Education Research Journal**, The Hague, v. 7, n. 2, p. 107-129. 2008. Disponível em: <<https://goo.gl/lvvWqQ>>. Acesso em: 22 de setembro de 2016

RUBIN, A. Professional development through collaborative analysis of work. In: READING, C. (Org.). **Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society**. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8). Ljubljana, Slovenia. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. 2010. Disponível em: <<https://goo.gl/6c4izJ>>. Acesso em: 22 set. 2016.

SOUZA, L.; LOPES, L.; PFANNKUCH M. Collaborative professional development for statistics teaching: a case study of two middle-school mathematics teachers. **Statistics Education Research Journal**, v. 14, n. 1, p. 112-134, 2015.

STOHL, H. Probability in teacher education and development. In: JONES, G. A. (Org.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. New York, NY: Springer, 2005. p. 297-324.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 1986. TRIPP, D. Pesquisa ação uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, 2005.

RECEBIDO EM: 20 set. 2016.

CONCLUÍDO EM: 07 nov. 2016.

